CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DESENVOLVENDO NOVAS PERSPECTIVAS METODOLÓGICAS NO ENSINO DO CÁLCULO: UM ESTUDO DE CASOS

JACQUELINE DOS SANTOS SIQUEIRA
JULYANA MARINS DA COSTA

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2007

JACQUELINE DOS SANTOS SIQUEIRA
JULYANA MARINS DA COSTA

DESENVOLVENDO NOVAS PERSPECTIVAS METODOLÓGICAS NO ENSINO DO CÁLCULO: UM ESTUDO DE CASOS

Monografia apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Salvador Tavares
Mestre em Educação Matemática /
USU – RJ

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2007

JACQUELINE DOS SANTOS SIQUEIRA
JULYANA MARINS DA COSTA

DESENVOLVENDO NOVAS PERSPECTIVAS METODOLÓGICAS NO ENSINO DO CÁLCULO: UM ESTUDO DE CASOS

Monografia apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica como requisito parcial para conclusão do Curso de licenciatura em Matemática.

Aprovada em 10 de abril de 2007.

Banca Avaliadora:

Prof. Salvador Tavares (orientador)
Mestre em Educação Matemática/USU/RJ
Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos/RJ

Profª. Vera Lucia Fazoli da Cunha Freitas Viana
Mestre em Educação Matemática/USU/RJ
Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos/RJ

Profª. Marcilene de Fátima Dianin Vianna
Mestre em Matemática Aplicada/PUC/RJ
UCAM - Campos

Um bom começo para percorrer um caminho é colocar-se a caminhar.

Gilberto Flach

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradecemos a Deus por esta vitória conquistada com muita luta e dedicação que proporcionou-nos um grande aprendizado.

Aos nossos pais e familiares, pelo companheirismo, confiança e amizade dedicados com grande incentivo em nossas vidas.

Agradecemos em especial ao professor e orientador Salvador Tavares, do CEFET Campos, por acreditar neste trabalho.

A todos os professores do curso de Licenciatura em Matemática do CEFET Campos que contribuíram com seus ensinamentos para nossa aprendizagem.

Aos licenciandos participantes da pesquisa pela disponibilidade e responsabilidade na execução das atividades.

Aos nossos colegas do curso, em especial ao amigo Flávio Afonso, que direta ou indiretamente colaboraram na elaboração e realização deste trabalho.

Agradecemos em especial a Joíres Gomes pela revisão ortográfica deste trabalho.

RESUMO

O elevado índice de reprovação e as dificuldades existentes no ensino do Cálculo Diferencial e Integral constituíram a grande motivação para este trabalho. A inserção de novos métodos educacionais no ensino mediante as mudanças ocorridas na sociedade, ao longo dos séculos, nos impulsionou na escolha metodológica baseada em fichas didáticas, contendo atividades sobre a interpretação geométrica da derivada a serem desenvolvidas em dois ambientes educacionais. As fichas didáticas foram aplicadas a um grupo de alunos do Curso de Licenciatura em Matemática, de uma Instituição de Ensino Superior de Campos dos Goytacazes, sendo estas desenvolvidas no ambiente tradicional, com o auxilio do lápis e papel, e no ambiente tecnológico, com o auxilio do *software* Winplot. A perspectiva deste trabalho foi contribuir nas pesquisas referentes à Didática da Matemática, além de proporcionar ao educador e aos estudantes opções didáticas no ensino da derivada. Neste trabalho também é apresentado um pouco da parte histórica do Cálculo e da derivada, além de abordar o ensino do Cálculo nos cursos de Licenciatura em Matemática. Foi feita também uma análise da ficha dos participantes da pesquisa.

Palavras-chave: Metodologia de ensino; Ensino do Cálculo; Interpretação geométrica da derivada.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Pressupondo que a educação só pode ser compreendida em determinado contexto histórico, torna-se evidente a atenção aos novos caminhos percorridos pela sociedade durante a segunda metade do século XX. Não se trata de desvio de percursos ou pequenas reformas no sistema educacional, mas o momento exige invenção para criar o novo.

Tal mudança é condicionada por inúmeros fatores, entre eles, os avanços científicos que multiplicam as informações, distribuem o conhecimento, influenciam sistemas políticos, econômicos e sociais (BRANDÃO, 2001).

Os acontecimentos descritos têm feito o homem contemporâneo repensar os seus valores e categorias que utiliza para compreender o mundo e a si mesmo, alterando sua maneira de pensar, agir e sentir (ARANHA, 1996).

Desta forma, podemos dizer que essas mudanças provocam uma crise na sociedade e na forma de visão de mundo, conhecida como crise de paradigma.

Para compreendermos como se instaura uma crise devemos entender o que é um paradigma, segundo alguns autores.

O filósofo da ciência Thomas Kuhn conceitua restritamente um paradigma como “aquilo que os membros de uma comunidade científica partilham e, inversamente, uma comunidade científica consiste em homens que partilham um paradigma” (ARANHA, 1996, p. 235). Aranha (1996) define paradigma como sendo “um modelo, um conjunto de idéias e valores capaz de situar os membros de uma comunidade em determinado contexto, de maneira a possibilitar a compreensão da realidade e a atuação a partir de valores comuns” (Ibid., p. 235).

Assim, uma crise de paradigma se instaura no momento em que o modelo predominante não atende às necessidades da sociedade. Dessa forma, “uma crise de paradigma se define pela mudança conceitual, ou uma mudança de visão de mundo que satisfazia essa comunidade, ao mesmo tempo que a caracterizava” (ARANHA, 1996, p. 235-236).

As mudanças paradigmáticas são reconhecidas através de causas internas e externas que devem ser substituídas por novas teorias.

> As causas internas são o resultado do desenvolvimento teórico e metodológico dentro de uma mesma teoria e também do esgotamento dos modelos tradicionais de explicação oferecidas pela própria teoria, o que leva à busca de alternativas. Causas externas são mudanças na sociedade e na cultura de uma época, que fazem com que as teorias tradicionais deixem de ser satisfatórias, perdendo assim o seu poder explicativo (BRANDÃO, 2001, p. 16).

Estas causas são caracterizadas pela insatisfação da comunidade com o modelo atual. Em conseqüência disto, a modernidade surge a partir de uma crise de paradigma, crise esta, que necessita de uma mudança de mentalidade e valores da sociedade e do ser humano.

Essa crise está associada ao esgotamento do modelo de organização social chamada “modernização”, devido ao surgimento de novas formas de organização social, econômica e política (TEDESCO, 1995).

Esta nova estrutura de vida constitui-se de elementos científicos e tecnológicos disponíveis ao homem que interfere no seu estilo de vida influenciando sua ética, seus valores e conhecimentos. A essa sociedade denomina-se “Sociedade do Conhecimento” (D’ AMBRÓSIO, 1996).

Valente (2003) afirma que a educação na sociedade do conhecimento passa a ser o aprendizado continuado ao longo da vida, do conhecimento atualizado, da formação de indivíduos para adaptar-se a mudanças rápidas e aceleradas.

Com toda esta mudança, o sistema educacional escolar brasileiro continua sendo influenciado pelo pensamento cartesiano-newtoniano:

> (...) a escola atual continua influenciada pelo universo estável e mecanicista de Newton, pelas regras metodológicas de Descartes, pelo determinismo mensurável, pela visão fechada de um universo o linearmente concebido. Conseqüentemente, é uma escola submetida a um controle rígido, a um sistema paternalista, hierárquico, autoritário, dogmático, não percebendo as mudanças ao seu redor e, na maioria das vezes, resistindo a elas (SPINA, 2002, p. 33 apud MORAIS, 1997, p. 50-51).

A escola vem tendo bastante dificuldade para assimilar a tecnologia como parte do processo de aprendizagem na geração do conhecimento (VALENTE, 2003). Mas, é importante ressaltar que não se trata de substituir o ensino tradicional pelo tecnológico, pois cada um apresenta características próprias, vantagens e desvantagens (VALENTE, 1993).

Assim sendo, a educação, em particular o ensino da Matemática, solicita outra didática e metodologia que formem a atual visão da sociedade e da escola (SPINA, 2002). Em função disso, os educadores devem assumir uma postura crítica devido ao surgimento de novas perspectivas do ensino. Segundo os PCNs (2002) há, portanto, uma necessidade de romper com modelos tradicionais, para que se alcancem os objetivos da educação.

Os educadores atuais estão enfrentando uma série de novos problemas. Uma das grandes preocupações do educador deve ser a motivação, que representa a força impulsora de toda a atividade da educação e da aprendizagem (SCHMITZ, 1993).

O fato é que os tempos mudaram e, para tempos diferentes, requerem-se usos e práticas diferentes.

Os conceitos do Cálculo Diferencial e Integral, na maioria das vezes são introduzidos nas escolas através de uma aula expositiva, em que o professor apresenta as definições, propriedades e exemplos e, por sua vez, os alunos resolvem listas de exercícios. No entanto, observa-se elevado índice de reprovação e de desistência nesta disciplina, detectando-se a existência de problemas no processo de ensino e aprendizagem.

Para D' Ambrósio (1996) o problema mais grave que a educação enfrenta e que afeta particularmente a Educação Matemática, é a maneira deficiente como se forma o professor.

Entretanto, várias pesquisas em Didática da Matemática e do Cálculo têm sido desenvolvidas no intuito de diagnosticar tais problemas e novas práticas metodológicas têm sido testadas e analisadas, dentro de diversos contextos, na tentativa de contribuir para o desenvolvimento da prática pedagógica (MACHADO, 2002, p. 9-10). Para contribuir e acrescentar esses estudos, em particular, o estudo da interpretação geométrica da primeira e segunda derivadas, elaboramos e aplicamos atividades que foram resolvidas em dois ambientes educacionais. O primeiro foi realizado no ambiente tradicional com o auxílio de lápis e papel e o segundo no ambiente tecnológico com o auxílio do *software* Winplot[2].

A inserção de novos métodos educacionais no ensino, se faz presente mediante mudanças ocorridas na sociedade ao longo dos séculos. Ao acompanharmos essas evoluções metodológicas, a Matemática, bem como outras disciplinas, poderão usufruir desses recursos na construção do ensino e aprendizagem.

> Cada docente pode encontrar sua forma mais adequada de integrar as várias tecnologias e os muitos procedimentos metodológicos [...]. É importante diversificar as formas de dar aula, de realizar atividades, de avaliar (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2000, p. 32).

Foi pensando nestas mudanças metodológicas que enfocamos os objetivos gerais desta monografia, visando contribuir para o aprendizado e construção do conhecimento dos mesmos, são eles:

- Promover a reflexão em torno de perspectivas e abordagens didáticas para o ensino do Cálculo.
- Proporcionar aos futuros professores instrumentos didáticos para a construção do conhecimento.

Alguns conceitos no Cálculo exigem um certo grau de abstração por serem bastante complexos. Com isso, as aulas exclusivamente expositivas, utilizadas como ferramenta metodológica, podem se tornar cansativas, desmotivando os alunos no estudo desse conteúdo. Dessa forma, buscamos avaliar a interpretação geométrica da derivada de uma função polinomial com o auxílio do lápis e papel e da utilização do *software* Winplot na construção do conhecimento.

A motivação para essa pesquisa iniciou-se durante o curso de licenciatura, na disciplina de Cálculo I. O estudo da derivada no curso deu-se de forma tradicional,

---

[2] O *software* Winplot é um programa gráfico de propósito geral, permitindo o traçado e animação de gráficos em 2D e em 3D. É um programa gratuito, disponível para *download* em http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html.

com a utilização do lápis e papel, visto que a interpretação geométrica da primeira e segunda derivadas não foi muito explorada. Posteriormente, o mesmo assunto foi trabalhado de forma diferenciada no ambiente tecnológico, através de um minicurso apresentado por alunos de um curso de pós-graduação de uma Instituição de Ensino Superior (IES) de Campos dos Goytacazes em 2004.

Este contato diferenciado, relacionando um único assunto, nos despertou o interesse em realizar um estudo que desse ao educando opções metodológicas de ensino dependendo das possibilidades do seu ambiente de trabalho e seu direcionamento no ensino da interpretação geométrica da derivada.

Fizemos a opção pelo estudo de caso que é uma metodologia utilizada para compreender uma situação ou fenômeno específico, para estudar os processos e dinâmica da prática, visando à sua melhoria. Este pode ter vários propósitos, podendo ser exploratórios, descritivos ou analíticos. Utiliza uma grande variedade de instrumentos e estratégias, assumindo formatos específicos e envolvendo técnicas de recolha e análise de dados muito diversos (PONTE, 1994).

Em Educação Matemática, têm-se tornado cada vez mais comum os estudos de casos de natureza qualitativa, usados para investigar questões de aprendizagem e conhecimentos dos alunos e das práticas profissionais dos professores, projetos de inovação curricular, etc (PONTE, 1994).

Na expectativa de contribuir com a prática pedagógica e colaborar na melhoria do ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, nossa escolha pedagógica foi elaborada da seguinte forma:

- Confeccionar uma ficha de trabalho composta de atividades envolvendo o estudo interpretativo da primeira e segunda derivada de uma função polinomial;
- Elaborar uma atividade de reconhecimento do *software* Winplot para os participantes;
- Aplicar a ficha de trabalho utilizando os recursos lápis e papel e o computador;

- Elaborar e analisar um questionário, visando apontar conclusões a respeito da ficha didática e dos ambientes de ensino utilizados na pesquisa.

Tal atividade foi aplicada a um grupo de oito alunos que cursam, ou já cursaram, a disciplina de Cálculo Diferencial (ou Cálculo I) no curso de Licenciatura em Matemática. Os alunos já deveriam ter uma noção do conceito de derivada, e terem feito a iniciação do manuseio do *software* Winplot no que se refere à construção e exploração de gráficos de funções.

Este trabalho está estruturado em três capítulos, além desta introdução.

No capítulo I, procuramos apresentar um pouco da parte histórica do Cálculo e identificar a origem do conceito de derivada a partir da reta tangente, relatando também, a importância do Cálculo no curso de Licenciatura em Matemática.

No capítulo II, apresentamos as atividades desenvolvidas com os alunos nos ambientes em estudo, seguidas de uma análise e descrevemos a análise das respostas do questionário.

No capítulo III, concluímos este trabalho fazendo uma análise geral da situação problema e relatamos a relevância do estudo e dos objetivos.

CAPÍTULO I

O CÁLCULO: BREVE RELATO

Alguns fatos históricos

As idéias principais que formam a base do Cálculo foram acontecendo através de vários séculos. Os primeiros passos foram dados pelos gregos antigos, que desenvolveram métodos de aproximação para o cálculo de áreas de regiões limitadas por curvas. Alguns matemáticos contribuíram para seu nascimento mesmo que de forma indireta ou não explícita. Por exemplo: Eudoxo de Cnido, Barrow, Cavalieri, Fermat , Kepler entre outros.

Apesar das tentativas de explicar um determinado problema, ainda não existia uma construção lógica estruturada.

Um dos fatos que nos chama atenção e merece destaque, teve como provável criador Eudoxo de Cnido (390-337 a. C.) que foi utilizado, com sucesso, por Arquimedes (287-212 a. C.), é hoje conhecido como "método de exaustão". Gradualmente, este método transformou-se numa nova disciplina que chamamos de Cálculo Integral, contendo várias aplicabilidades aos mais diversos campos da ciência.

Segundo Boyer (1974), de acordo com o axioma de Eudoxo (ou Arquimedes) torna-se fácil, por uma *reductio ad absurdum*, provar uma proposição que formava a base do método de exaustão dos gregos, da seguinte forma:

> Se de uma grandeza qualquer subtrairmos uma parte não menor que sua metade e do resto novamente subtrai-se não menor que a metade e se esse processo de subtração é continuado, finalmente restará uma grandeza menor que qualquer grandeza de mesma espécie (BOYER, 1996, p. 63).

A proposta descrita acima, conhecida como "propriedade de exaustão", equivale a seguinte formulação moderna: "se M é uma grandeza dada, ε uma grandeza prefixada de mesma espécie e r é uma razão tal que $1/2 \leq r < 1$, então podemos achar um inteiro N tal que $M(1-r)^n < \varepsilon$ para todo inteiro $n>N$. Isto é, a propriedade de exaustão equivale a dizer hoje que $\lim_{n \to \infty} M(1\text{-}r)^n = 0$" (BOYER, 1996, p. 63). Os gregos usaram essa propriedade para provar teoremas sobre as áreas e volumes de figuras curvilíneas.

O francês Pierre de Fermat foi um dos pioneiros no estudo de funções e criou um método de achar os valores máximo e mínimo de uma função, procurando os pontos do gráfico nos quais a reta tangente é horizontal. Os ingleses Isaac Barrow, John Wallis, Isaac Newton e o alemão Gottfried Leibniz fizeram importantes contribuições ao estudo de Fermat ao estudarem o "problema da tangente".

De todos os matemáticos que anteciparam partes do Cálculo Diferencial e Integral, nenhum chegou tão próximo ao método de Barrow (1630-1677) das tangentes. Ele explica sua regra para tangentes da seguinte forma:

"Se M é um ponto sobre uma curva dada (em notação moderna) por uma equação polinomial f(x, y) = 0 e se *T* é o ponto de intersecção da tangente desejada *MT* com o eixo x, então Barrow marcava um "arco infinitamente pequeno *MN* da curva". Então traçava as ordenadas por *M* e *N* e por *M* uma reta *MR* paralela ao eixo x (Figura 1.1). Então, designando por m a ordenada conhecida em *M*, por t a subtangente desejada *PT* e por *a* e *e* os lados vertical e horizontal do triângulo *MRN*, Barrow observava que a razão *a* para *e* é igual à razão de *m* para

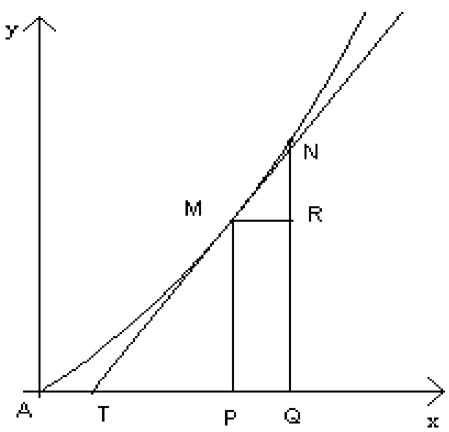


Figura 1.1: Método de Barrow das tangentes

t. Como diríamos agora, a razão de *a* para *e*, para pontos infinitamente vizinhos,é a inclinação da curva. Para achar essa razão Barrow procedia de modo muito semelhante ao de Fermat. Substituía *x* e *y* em f(x, y) = 0 por x + *e* e y + a, respectivamente, depois na equação resultante ele desprezava todos os termos não contendo *a* ou *e* (pois esses juntos dão zero) e todos os termos de grau maior que um em *a* e *e*, e finalmente substituía *a* por *m* e *e* por *t*. Daí a subtangente é obtida em termos de *x* e *m*, e se *x* e *m* são conhecidos a quantidade *t* está determinada" (BOYER, 1996, p. 267-268).

Sendo assim, Barrow explica o método de tangentes que é virtualmente idêntico ao utilizado no Cálculo Diferencial.

Para se obter a equação da reta tangente a um gráfico num certo ponto P, o difícil é encontrar a inclinação da reta. A idéia (de Barrow) foi a de calcular a inclinação de uma reta que corta o gráfico em dois pontos P e Q. Depois, fazendo Q aproximar-se de P, a reta PQ, secante ao gráfico, aproxima-se da reta tangente ao gráfico em P (Figura 1.2). O valor da inclinação procurada é assim o *limite* dos valores das inclinações das secantes, quando Q se aproxima de P. O problema da tangente faz parte do que é chamado hoje de Cálculo Diferencial.

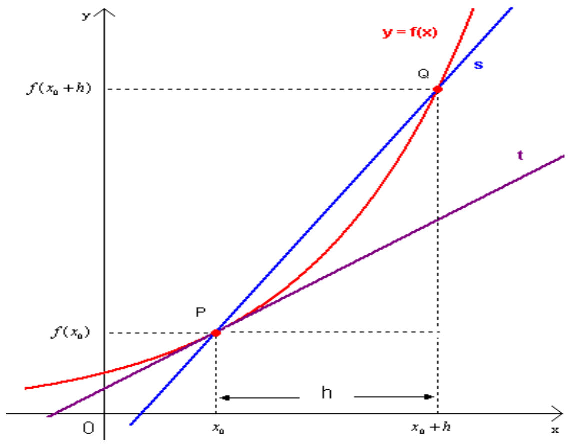


Figura 1.2 - O problema da tangente de acordo com Barrow

Os dois ramos do Cálculo e seus problemas motivadores (o problema da área e o da tangente) parecem ser de natureza completamente diferente. Newton percebeu que, na verdade, eles estão estritamente relacionados.

O que há em comum nos dois ramos do Cálculo é a noção de limite.

Em cada caso anteriormente descrito, o problema consiste em calcular uma certa quantidade fazendo aproximações por outras quantidades mais fáceis de serem calculadas.

Leibniz, em 1684, iniciou essencialmente o Cálculo Diferencial. Contudo, ao contrário do atual Cálculo Diferencial que é baseado na noção de derivada, o Cálculo Diferencial de Leibniz era baseado na noção de diferencial.

Newton foi o primeiro a usar sistematicamente o Teorema Fundamental do Cálculo Integral, descoberto por Barrow, e ajudou a desenvolver o Cálculo motivado pelo estudo dos planetas em torno do Sol. Com o passar do tempo, muitas outras descobertas aconteceram, novos problemas foram sendo resolvidos pelos mesmos métodos, e novas aplicações foram sendo percebidas. Porém não havia uma sistematização de métodos que tornassem possível a solução de problemas referentes a construção de tangentes, cálculos de áreas, volumes, etc.

Em função disso, na segunda metade do século XVII, Isaac Newton (1642 - 1727) e Gottfried Leibniz (1646 – 1716) desenvolveram e aperfeiçoaram as técnicas utilizadas até então, que deram origem aos fundamentos mais importantes do Cálculo: as Derivadas e as Integrais. Sendo assim, atribui-se a eles a "invenção" do Cálculo Diferencial e Integral.

O Cálculo Integral era visto separadamente por Newton e Leibniz. Newton tinha um olhar geométrico para o Cálculo, enquanto Leibniz o via mais como analítico. Os trabalhos de Leibniz sobre o Cálculo Integral foram publicados em 1684.

O nome Cálculo Integral foi criado por Johann Bernoulli e publicado pela primeira vez por seu irmão mais velho Jacques Bernoulli em 1690. O Cálculo de Newton foi simplesmente visto como derivadas "reversas". Na mesma época da publicação das tabelas de integrais de Newton, Johann Bernoulli descobriu o chamado método das frações parciais.

"O Cálculo", segundo alguns matemáticos, é uma expressão adotada referente à ferramenta matemática utilizada para analisar qualitativamente ou quantitativamente variações que ocorrem em fenômenos que abrigam uma ou mais componentes de natureza essencialmente física. Seu surgimento no século XVII tinha por objetivo resolver quatro classes principais de problemas científicos.

1. Determinação da reta tangente a uma curva, em um dado ponto desta.

2. Determinação do comprimento de uma curva, da área de uma região e do volume de um sólido.

3. Determinação dos valores máximo e mínimo de uma quantidade, por exemplo, as distâncias máxima e mínima de um corpo celeste a outro, ou qual ângulo de lançamento proporciona alcance máximo a um projétil.

4. Conhecendo uma fórmula que descreva a distância percorrida por um corpo, em um intervalo qualquer de tempo, determinar a velocidade e a aceleração dele, em cada instante ao longo de tal intervalo. Reciprocamente, a partir de uma fórmula para a velocidade ou para a aceleração de um corpo, em qualquer instante, ao longo de um dado intervalo de tempo, determinar a distância percorrida pelo corpo em tal intervalo[2].

Ainda que, egípcios e babilônios conseguissem resolver alguns problemas matemáticos envolvendo equações quadráticas e sistema de equações e conhecessem muitos resultados de geometria inclusive o teorema de Pitágoras, esses resultados foram assimilados pelos gregos contribuindo para o estabelecimento da Matemática da forma como conhecemos hoje[3].

Os primeiros problemas que surgiram na História relacionados com as integrais são os problemas de quadratura. Um dos problemas mais antigos enfrentados pelos gregos foi o da medição de superfícies, a fim de encontrar suas áreas. Assim, buscavam encontrar um quadrado de área igual à da figura em questão. As lúnulas – regiões que se assemelham com a lua no seu quarto-crescente – foram estudadas por Hipócrates de Chios, 440 a.C., que realizou as primeiras quadraturas da História[4].

---

[2] Disponível em: http://www.mat.ufpb.br/histcalc.htm
[3] Disponível em: http://www.somatematica.com.br/historia
[4] Ibid., p. 3

Uma das maiores contribuições gregas para o Cálculo, surgiu por volta do ano de 225 a. C. Trata-se do teorema de Arquimedes para a quadratura da parábola. Ele descobriu que a área da região limitada por uma parábola cortada por uma corda qualquer, é igual a $\frac{4}{3}$ da área do triângulo que tem a mesma altura e que tem a corda como base[5].

Em função disso, o Cálculo Diferencial e Integral é hoje considerado um instrumento indispensável de pensamento em quase todos os campos da ciência pura e aplicada: em Física, Química, Biologia, Astronomia, Engenharia, Economia e até mesmo em algumas Ciências Sociais, além de áreas da própria Matemática. Os métodos e as aplicações do Cálculo estão entre as maiores realizações intelectuais da civilização, uma conquista cultural e social, e não apenas científica.

Origem do conceito de derivada

Na antigüidade os matemáticos Babilônios utilizavam tabelas de quadrados e de raízes quadradas e cúbicas.

Nesta época o conceito de função ainda não estava claramente definido, pois as relações entre as variáveis surgiram de forma implícita, sendo descritas verbalmente ou por um gráfico.

A partir do século XVII, Descartes e Pierre Fermat introduziram as coordenadas cartesianas, tornando possível transformar problemas geométricos em algébricos e estudar analiticamente funções.

A introdução das coordenadas, além de ter facilitado o estudo de curvas já conhecidas, permitiu a “criação” de novas curvas, imagens geométricas de funções definidas por relações entre variáveis.

Pierre Fermat enquanto dedicava a seus estudos deu-se conta das limitações do conceito clássico de reta tangente à uma curva como sendo aquela que encontrava a curva num único ponto. Para determinar uma tangente a uma curva num ponto P considerando outro ponto Q sobre a curva; considerou a reta PQ

---

[5] Disponível em: http://www.somatematica.com.br/historia

secante à curva, obtendo deste modo retas PQ que se aproximasse de uma reta t a que Fermat chamou de reta tangente à curva no ponto P (Figura 1.3).

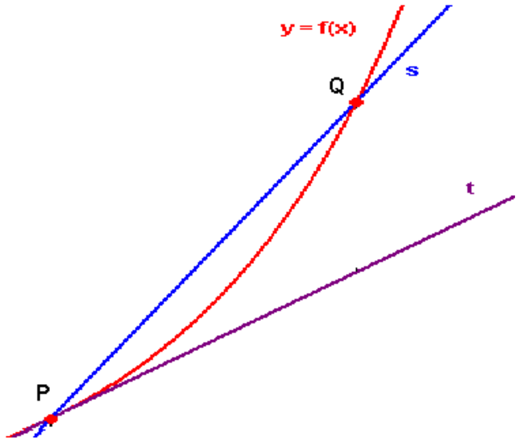


Figura 1.3 - Reta tangente conceituada por Fermat

Além disso, Fermat elaborou um método algébrico para determinar os pontos de máximo e mínimo de uma função. Ele buscou encontrar geometricamente os pontos onde a reta tangente ao gráfico tinha inclinação zero, ou seja, em que o coeficiente angular da reta tangente era nulo.

Estas foram idéias que constituíram a origem do conceito de derivada, levando Fermat a ser considerado o verdadeiro inventor do Cálculo Diferencial. Contudo o conceito de limite não estava ainda claramente definido, pois Fermat não dispunha de notações apropriadas.

Só no século XIX, Cauchy pode introduzir o conceito de limite e derivada formalmente. Ele associou o conceito de limite com o conceito de função através da importante interpretação que fez do termo infinitamente pequeno, diferente de muitos outros matemáticos anteriores, que pensavam em infinitésimo com número fixo muito pequeno, que ele definiu como uma variável dependente:

> Quando os valores numéricos sucessivos de uma variável diminuem indefinidamente de modo a tornarem-se menores que qualquer número dado, dizemos que a variável se torna infinitamente pequena ou uma quantidade infinitamente pequena. O limite de tal variável é zero (BOYER, 1996, p. 355).

Esses conceitos além de possibilitarem a elaboração do conceito de continuidade de uma função, foram fundamentais para que Cauchy pudesse definir a derivada como um limite.

> Se a função y = f(x) for contínua entre dois limites dados da variável x, então, para qualquer valor de x dentro dos limites, um aumento infinitamente pequeno da variável produzirá um aumento infinitamente pequeno da própria função. Portanto, se dissermos que $\Delta x = i$, os dois termos da razão das diferenças serão quantidades infinitamente pequenas. Mas, enquanto que esses dois termos aproximar-se-ão indefinidamente de zero sua razão pode convergir para algum outro limite positivo ou negativo. Esse limite quando existir tem um valor definido para cada valor específico de x, mas varia com x. Indicamos essa dependência chamando a nova função de função derivada, designando-a pelo uso do apóstrofo na notação; y\`ou f \`(x) (BOYER, 1996, p. 355-356)

O Cálculo no Curso de Licenciatura em Matemática

> Ao ingressar na Universidade, os alunos, em muitos cursos e, em particular, no de Licenciatura em Matemática, defrontam-se com o Cálculo, como curso básico, pré-requisito para vários outros, e na qual esperam conseguir integrar a matemática com que trabalharam na escola de nível médio (BARUFI, 2002, p. 69).

O Cálculo Diferencial e Integral I representa o primeiro contato dos estudantes universitários que se destinam às ciências exatas, com a matemática que é vista no ensino superior. Diante desta nova realidade, os alunos deixam transparecer as deficiências e fragilidades apreendidas na escola básica (SILVA, BORGES NETO, s.d).

De fato, a maioria das escolas de nível médio trabalha alguns conceitos matemáticos de forma isolada e intuitiva. Apesar dos professores de Cálculo esperarem o domínio de técnicas operatórias e da linguagem lógico-formal, isso não está estabelecido. A maioria dos professores universitários espera ou até reconhece que o aluno iniciante tenha uma razoável quantidade de conhecimento capaz de enfrentar esta nova realidade escolar.

Barufi (2002) afirma que para a maioria dos alunos, a matemática ensinada na Escola Média, pouco ou nada tem a ver com o que lhe é apresentado no Cálculo e isto parece constituir uma grande dificuldade.

Ao mergulharmos na história à procura de subsídios que nos permitissem compreender a trajetória do ensino do Cálculo, verificamos que nem sempre foi assim, muitas pessoas talvez não saibam, mas o Cálculo já foi ensinado na escola secundária.

Segundo Ávila (1991), o estudo da derivada e aplicações a problemas de máximo e mínimo fazia parte do programa da 3ª. série do chamado Curso Científico. Mas no final dos anos 50 e começo dos anos 60, o ensino da Matemática no Brasil sofreu mudanças em função do que então acontecia no exterior. Tais influências acabaram ocasionando um movimento conhecido como *Matemática Moderna*. O grande destaque desta modernização do ensino deu-se no rigor e no formalismo das apresentações, à custa, inclusive, de retirar dos antigos programas tópicos importantes no ensino, como a Geometria e o Cálculo.

> Descartar o Cálculo no ensino é grave, porque deixa de lado uma componente significativa e certamente a mais relevante da Matemática para a formação do aluno num contexto de ensino moderno e atual (ÁVILA, 1991, p.3).

Isto se deve ao fato do Cálculo trazer idéias novas e diferentes para os alunos do Ensino Médio, além de uma variedade de aplicações científicas que podem ser encontradas no mundo moderno, já que o objetivo principal do ensino é integrar o jovem à sociedade.

A idéia de inclusão nos programas atuais para o ensino de Cálculo no Ensino Médio é defendida por Ávila (2006), desde que se comece com uma apresentação bem simples e modesta do que seja derivada, no contexto do estudo das funções, na primeira série do Ensino Médio. As funções costumam ser apresentadas num bloco único, de maneira desvinculada de geometria analítica, limites e derivadas, que aparecem nos livros da terceira série. É de extrema importância que esses conceitos de funções, derivadas e um pouco de geometria analítica da reta sejam integrados, e não separados em blocos estanques. Assim, o aluno se sentirá estimulado porque entende a razão de ser do que está aprendendo.

Como diz Ávila (2006, p. 37):

> O ensino da derivada é da maior importância, pelo tanto que ajuda no tratamento de inúmeras propriedades das funções e tem de ser feito logo na primeira série, quando pode integrar-se harmoniosamente com a Física no estudo do movimento, além de servir para o estudo dos polinômios e em outras aplicações científicas.

Contudo, a grande maioria dos professores do nível médio não introduz o Cálculo no ensino de funções fazendo com que os estudantes ao ingressarem na universidade, principalmente aqueles que se destinam às áreas em que o Cálculo Diferencial e Integral está presente, enfrentem sérios obstáculos, onde poucos conseguem sobressair-se.

Diante de tanta dificuldade, muitas vezes, os docentes acabam trabalhando seus programas de ensino limitando-se apenas ao adestramento dos estudantes, imaginando que a memorização de técnicas será suficiente, e que futuramente descobrirão sozinhos o significado dos conceitos e das técnicas utilizadas para resolução de problemas (BARUFI, 2002). Talvez fosse mais sensato manter sempre presente a relação com outras questões e conceitos já existentes na estrutura mental dos estudantes (SILVA, BORGES NETO, s.d).

Como diz Barufi (2002, p. 71-72):

> A fim de minimizar o insucesso na construção do conhecimento significativo, a saída, muitas vezes adotada, é a de privilegiar a aplicação do Cálculo, apresentando um grande número de problemas e exercícios, muitas vezes repetitivos, de modo que o aluno acaba memorizando, de alguma forma processos de resolução.

Mais à frente ela arremata:

> Conscientes de que nem uma simples exposição nem uma imposição acarretam a construção do conhecimento por parte dos alunos, encontramo-nos diante da necessidade de definição e escolha de quais mecanismos de negociação poderão ser disponibilizados a fim de possibilitar a apropriação, por parte dos alunos, daqueles significados do conhecimento desejado.

Todo professor de Matemática conduz a prática docente a partir de sua concepção do conhecimento matemático. Estas concepções se manifestam através da própria ação efetiva do professor em sala de aula, seja no modo como concebe o conhecimento matemático, a metodologia de ensino, os critérios de avaliação de aprendizagem, o rigor, etc (SILVA, BORGES NETO, s.d).

Tradicionalmente, as formas de trabalho utilizadas pelos docentes continuam sendo o uso do livro-texto, a exposição oral e o resumo de matéria. A maioria não propõe pesquisas para os alunos realizarem. Sendo assim, o livro-texto funciona como única fonte de informação teórica e de aplicação.

O processo de ensino-aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral pode ser estruturado por meio da explicitação dos seus conceitos e de suas teorias através da história, através do uso da experimentação, das aplicações e do uso da computação. A metodologia de ensino deve sofrer constantes reformulações na tentativa de adequar os conteúdos a serem disseminados à realidade (SILVA, BORGES NETO, s.d).

Em função disso, o professor deve estar apto a indagações que norteiam seu trabalho. No curso de Licenciatura em Matemática, em especial a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, podem ser estabelecidas algumas questões que segundo Barufi (2002), servem de auxílio para o desenvolvimento de seu programa. Sendo estas: Como é feita a “ligação” entre o conhecimento anterior dos alunos e aquilo que se pretende trabalhar? Ao trabalhar um novo conceito, há exploração dos conhecimentos envolvidos? De que maneira apresenta-se o conhecimento como algo pronto, terminado, ou algo que esta sendo buscado, construído? Quanto o curso proposto mostra a contribuição do Cálculo na resolução de problemas atuais, assumindo um papel interdisciplinar extremamente relevante?

Desta forma, o docente terá uma visão crítica e segura da relevância dos conteúdos ensinados e talvez seja um dos procedimentos mais adequados à identificação de uma nova metodologia construtiva.

CAPÍTULO II

APLICAÇÃO DA ATIVIDADE

A prática metodológica utilizada nesta pesquisa tem a ambição de proporcionar ao educador instrumentos didáticos para a construção do significado geométrico da derivada.

Neste sentido, foi elaborada uma ficha de trabalho composta de atividades para o estudo da interpretação geométrica da primeira e segunda derivadas de uma função polinomial.

A atividade foi desenvolvida em dois ambientes educacionais: o tecnológico e o tradicional, conforme citados anteriormente.

Antecedendo a aplicação das atividades da ficha de trabalho, foi realizada uma outra, preliminarmente, com alunos do Curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição de Ensino Superior de Campos dos Goytacazes, tendo duração de duas horas/aula. Quinze alunos do 5°. período desta Instituição de Ensino, participaram da atividade que tinha por objetivo verificar o grau de seus conhecimentos com relação ao conteúdo em estudo.

Após a atividade preliminar (Anexo 1), consultando os participantes, sete não tiveram disponibilidade de horário, ficando apenas oito desse grupo de quinze alunos, sendo os mesmos identificados, a partir desse momento, com os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8.

Os participantes foram divididos em dois grupos. O primeiro grupo realizou inicialmente a atividade no ambiente tradicional (Anexo 3), enquanto o segundo grupo, ao mesmo tempo, desenvolvia a atividade no ambiente tecnológico (Anexo 2). Embora as atividades tenham sido adaptadas de acordo com cada ambiente de estudo, os dois grupos resolveram as fichas de trabalho propostas nos diferentes ambientes de aprendizagem.

A aplicação do trabalho com os alunos do 5°. período do Curso de Licenciatura em Matemática, teve duração de seis horas/aula, sendo estas distribuídas em três encontros. Nas duas primeiras aulas, os participantes resolveram a atividade de reconhecimento do *software* e a ficha de trabalho referente ao ambiente tecnológico. Nas três aulas seguintes, os participantes responderam a ficha de trabalho desenvolvida com o auxílio do lápis e papel, no ambiente tradicional.

Vale ressaltar, que cada ficha de trabalho foi resolvida individualmente pelos participantes, sendo estes separados em dois grupos, na qual a atividade relacionada a cada ambiente foi distribuída aleatoriamente aos componentes dos grupos, de modo que todos resolvessem as atividades propostas nos dois ambientes.

Sendo assim, na última aula foi realizada uma tarefa de fixação do conteúdo, visando validar as atividades contidas nas respectivas fichas de trabalho (Anexo 4).

Atividade preliminar

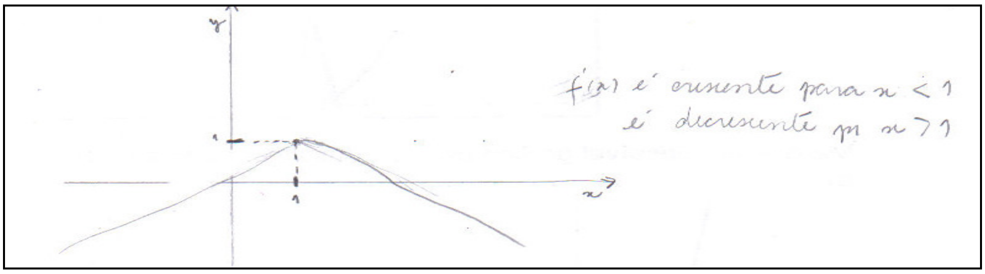
Antecedendo a aplicação das atividades da ficha de trabalho foi realizada uma atividade preliminar com quinze alunos do 5º. período do Curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição de Ensino Superior de Campos dos Goytacazes com objetivo de verificar o conhecimento dos alunos em relação ao estudo proposto.

A seguir são descritas as respostas de alguns alunos participantes após a leitura das questões, são descritas as respostas de alguns alunos participantes, mostradas no Anexo 6.

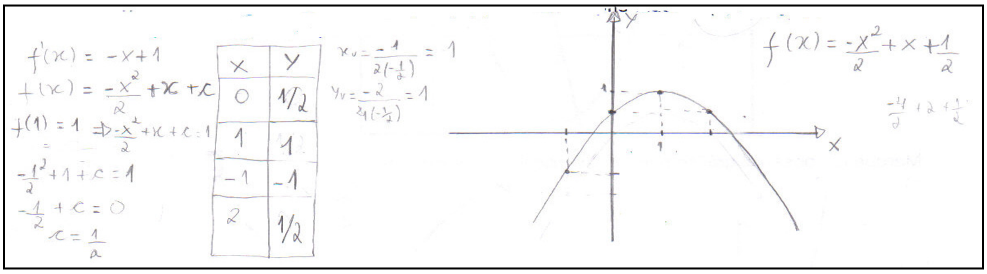
1ª. Questão – Esboce o gráfico de uma função f(x) com as propriedades f(1) = 1, f'(x)>0 para x<1, f'(x)<0 para x>1.

O participante 6 interpretou e representou corretamente o gráfico da função, utilizando o teste da primeira derivada. Já o participante 8 também representou corretamente; porém sua interpretação deu-se com a utilização de outros conhecimentos de Cálculo, sendo estes adquiridos através de estudos posteriores ao tema proposto feitos pelo aluno (Quadro 2.1).

Nota-se que o participante 8 usou um exemplo particular para construir o gráfico pedido, enquanto o participante 6 se valeu exclusivamente das propriedades de função f, descritas na questão.



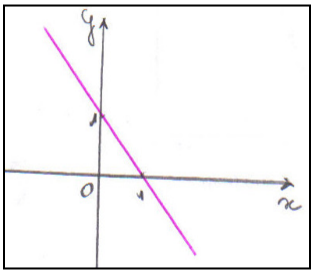
Participante 6



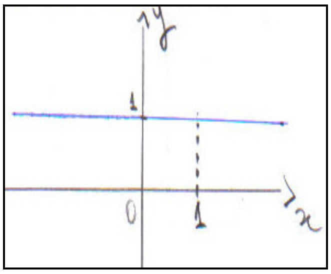
Participante 8

Quadro 2.1: Atividade preliminar – Resposta dos participantes 6 e 8

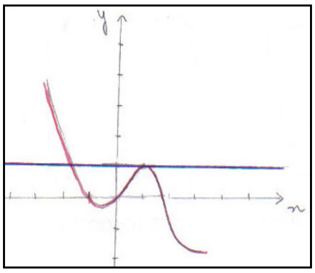
Os participantes 7 e 14 não fizeram essa representação gráfica, pois não sabiam a influência da primeira derivada de uma função. As respostas dos demais participantes estão incorretas, como podemos observar alguns exemplos no quadro 2.2.



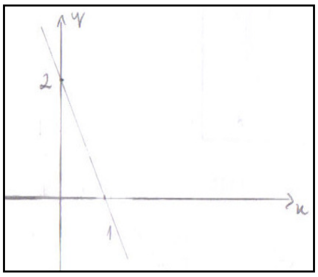
Participante 1



Participante 4



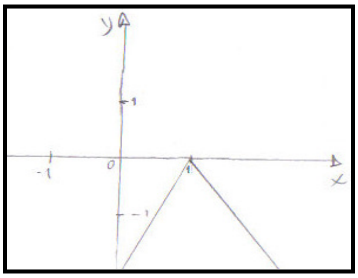
Participante 5



Participante 11

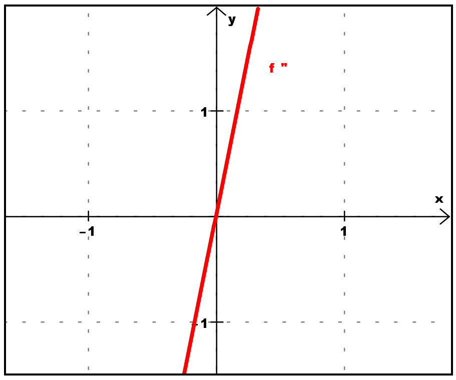
Quadro 2.2: Atividade preliminar – Resposta dos participantes 1, 4, 5 e 11

Vale destacar que o participante 12 soube interpretar geometricamente a primeira derivada (Quadro 2.3), porém não analisou corretamente uma das propriedades definida na questão, conhecimento este que deveria ter sido adquirido em estudos anteriores.

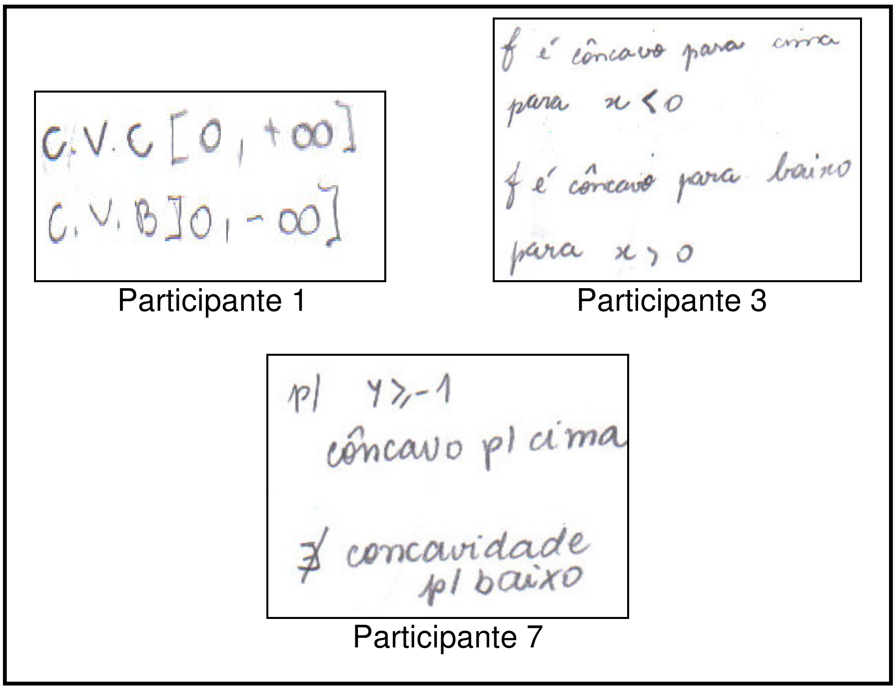


Quadro 2.3: Atividade Preliminar – Resposta do participante 12

2ª. Questão – O gráfico abaixo é o da derivada f'' de uma função f. Determine o(s) intervalo(s) em que f é côncavo para cima e côncavo para baixo.



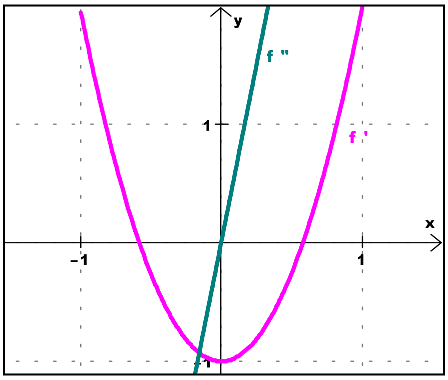
Os participantes 3 e 7 não fizeram a análise correta da segunda derivada no gráfico da função f (Quadro 2.4). A forma como interpretaram esta questão foi equivocada pois, o gráfico é côncavo para cima no mesmo intervalo em que a segunda derivada é positiva, e é côncavo para baixo no mesmo intervalo em que a segunda derivada é negativa. Destacamos que o participante 1 interpretou corretamente a questão, porém sua resposta, em forma de intervalo, está incorreta (Quadro 2.4).



Quadro 2.4: Atividade preliminar - Resposta dos participantes 1, 3 e 7

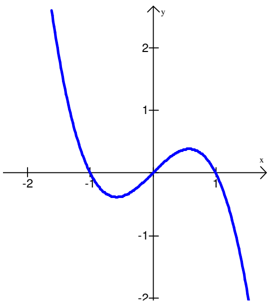
Os alunos 2, 14 e 15 não responderam à questão. Interpelados, afirmaram que não sabiam qual o significado geométrico da segunda derivada na função f.
Os demais responderam corretamente.

3ª. Questão – O gráfico abaixo é o da derivada f' e f'' de uma função f.

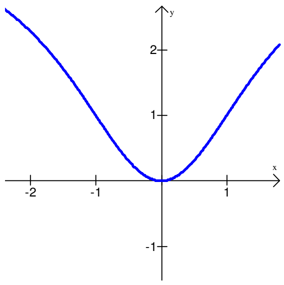


Marque um possível gráfico para f. Justificando sua resposta.

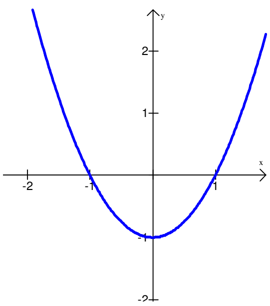
a)



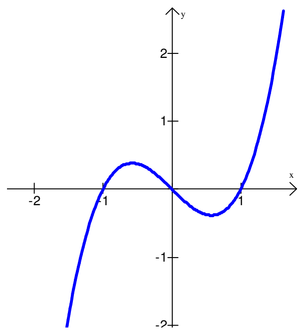
b)



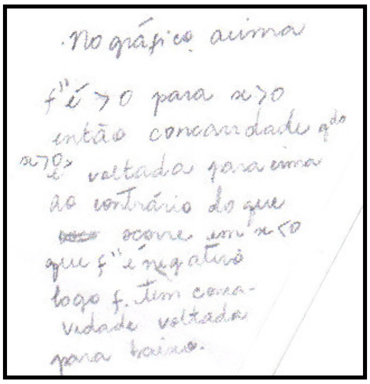
c)



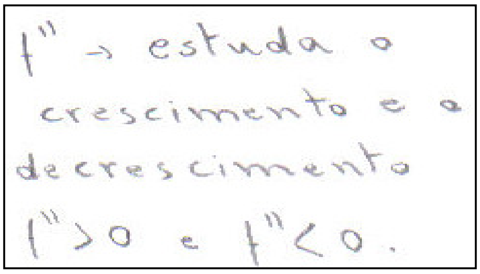
d)



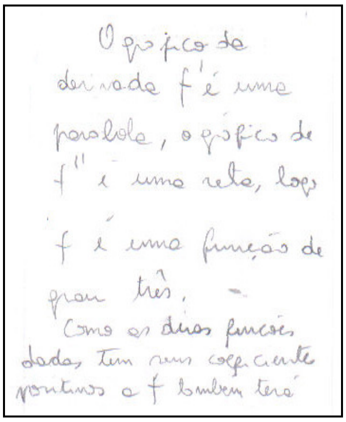
Nesta questão, apenas o participante 6 justificou corretamente sua resposta (Quadro 2.5). Os participantes 2, 5, 7, 11, 12, 13 e 14 marcaram a opção correta, porém justificaram de forma errada, como pode ser observado no quadro 2.6.


No gráfico acima
f'' é > 0 para x > 0
então concavidade qdo x>0 voltada para cima
ao contrário do que
ocorre em x < 0
que f'' é negativo
logo f tem concavidade voltada
para baixo.

Quadro 2.5: Atividade preliminar - Resposta do participante 6


f'' → estuda o
crescimento e o
decrescimento
f'' > 0 e f'' < 0.

Participante 5


O gráfico da
derivada f' é uma
parábola, o gráfico de
f'' é uma reta, logo
f é uma função de
grau três.
Como as duas funções
dadas tem um coeficiente
positivo a f também terá

Participante 11

Quadro 2.6: Atividade preliminar - Resposta dos participantes 5 e 11

Vale a pena ressaltar que há uma clara confusão com relação à influência do coeficiente angular da reta tangente. A interpretação da derivada como a inclinação da reta tangente fornece-nos informações sobre o comportamento das funções, utilizada como recurso auxiliar no esboço de gráficos.

Já os participantes 1, 4, 9 e 10 marcaram a opção correta, mas não souberam justificar. A resposta e justificativa dos demais participantes estão incorretas.

4ª. Questão – Qual(is) o(s) recurso(s) metodológico(s) utilizado(s) pelo professor de Cálculo I, no estudo da interpretação geométrica da 1ª. e 2ª. derivadas?

Quanto ao(s) recurso(s) metodológico(s) utilizado(s) pelo(s) professor(es), 40% dos alunos afirmaram **não lembrar**. Os demais percentuais constam no gráfico 2.1.

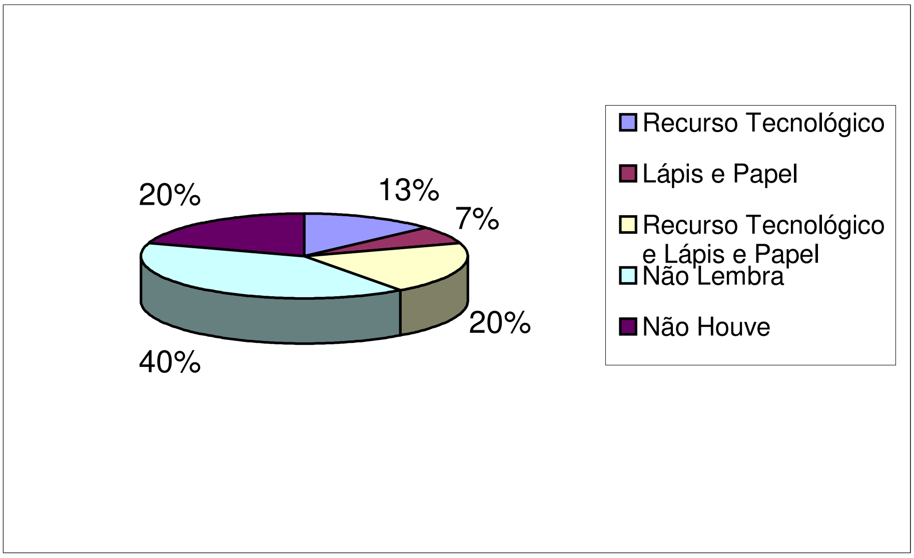


Gráfico 2.1: Utilização de recurso(s) metodológico(s) no estudo da interpretação geométrica da 1ª. e 2ª. derivadas

Destacamos que 20% dos alunos afirmaram que não foi utilizado recurso metodológico no processo de ensino aprendizagem do conteúdo em estudo, conforme os depoimentos destacados no quadro 2.7.

não houve interpretacão geométrica
Participante 4
RECURSO DA AFIRMAÇÃO: VERDADE ACEITA SEM DEMONSTRAÇÃO.
Participante 8

Quadro 2.7: Atividade preliminar - Resposta dos participantes 4 e 8

Embora a amostra seja pequena, com uma população de quinze alunos trabalhados na pesquisa, sendo um estudo de caso, deve-se considerar o percentual de alunos que afirmaram não se lembrar da utilização de recursos metodológicos pelo professor do tema em estudo, totalizando 60% dos participantes ou que não houve aplicação de tais recursos.

Sendo assim, constatou-se que seria válido trabalhar tal conteúdo com alguns destes alunos com o intuito de verificar se os recursos metodológicos utilizados no desenvolvimento das fichas de trabalho contribuem no processo de ensino aprendizagem, além de colaborar na escolha pedagógica do educador.

Atividade de reconhecimento do *software*

Após a atividade preliminar sobre o tema em estudo, foi realizada a atividade desenvolvida no ambiente tecnológico. Esta contém atividade de reconhecimento do *software* e atividade referente à interpretação geométrica da primeira e segunda derivadas de algumas funções polinomiais (Anexo 2).

A atividade de apresentação do Winplot teve como objetivo facilitar o trabalho com algumas funções do *software*. Vale ressaltar que os participantes presentes, não sentiram dificuldade na atividade, pois na Instituição de Ensino Superior em que estudam, trabalham este e outros *softwares* educacionais, através do Laboratório de Ensino, o que facilitou a fase seguinte.

A leitura e a descrição da atividade de reconhecimento do *software* são apresentadas no Anexo 11.

Análise da atividade desenvolvida no ambiente tecnológico

Após a realização da atividade de reconhecimento do *software*, os participantes iniciaram a resolução das questões contidas na ficha de trabalho usando recurso tecnológico (Anexo 2). Foram utilizadas duas aulas para essa atividade.

Antes de desenvolver o trabalho de pesquisa com o grupo que iniciou a atividade no ambiente tecnológico foi feita uma apresentação para reconhecimento do *software* que seria utilizado no desenvolvimento das atividades. No anexo 8, apresentam-se as respostas dos participantes.

A atividade de reconhecimento do *software* constou de uma seqüência didática para que os participantes revisitassem os comandos para a realização da pesquisa.

Esta atividade foi resolvida com o auxílio do *software* educacional Winplot com a finalidade de interpretar geometricamente a primeira e segunda derivadas de algumas funções polinomiais.

As funções polinomiais propostas nesta atividade foram a função quadrática e função do 3°. grau, visto que este estudo se estende a outras funções.

A metodologia utilizada na atividade foi trabalhar o teste da primeira derivada e, em seguida, o teste da segunda derivada de uma função.

A primeira função trabalhada pelos participantes, na primeira fase da atividade foi uma função quadrática, da qual esboçaram seu gráfico, utilizando o *software* Winplot (Gráfico 2.2), e responderam a duas perguntas. Foi solicitado também, a construção do gráfico desta função e de sua primeira derivada (Gráfico 2.3), no mesmo plano cartesiano, de modo que observassem e registrassem que a função é crescente no mesmo intervalo que sua primeira derivada é positiva, e decrescente no mesmo intervalo que a sua derivada primeira é negativa.

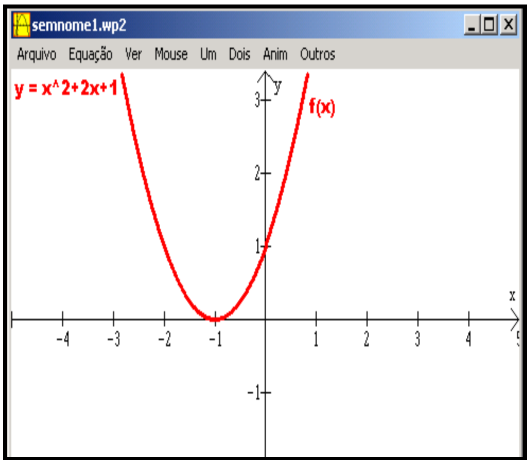


Gráfico 2.2: Esboço da função f(x) = x^2+ +2x+1

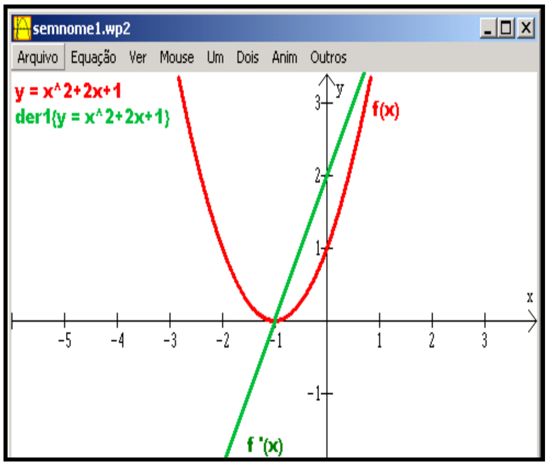
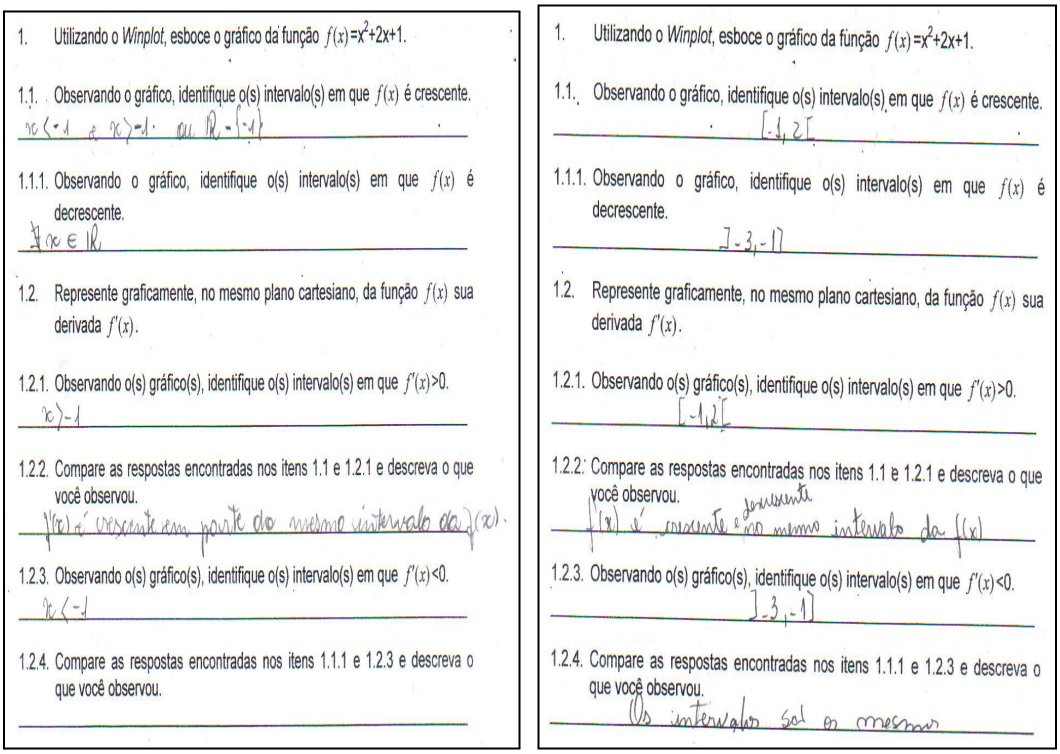


Gráfico 2.3: Esboço da função f(x) = =x^2 +2x+1 e de sua primeira derivada

Analisando as resoluções dos alunos referentes à função quadrática segue o relato do que foi observado nas respostas de alguns alunos.

Os participantes 3 e 5 nesta fase da atividade responderam incorretamente às questões que dizem respeito ao teste da primeira derivada (Quadro 2.8), pois identificaram os intervalos de forma equivocada, como pode ser observado no quadro 2.8.



1. Utilizando o *Winplot*, esboce o gráfico da função $f(x)=x^2+2x+1$.

1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $f(x)$ é crescente.

$x<-1$ e $x>-1$ ou $\mathbb{R}-\{-1\}$

1.1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $f(x)$ é decrescente.

$\forall x \in \mathbb{R}$

1.2. Represente graficamente, no mesmo plano cartesiano, da função $f(x)$ sua derivada $f'(x)$.

1.2.1. Observando o(s) gráfico(s), identifique o(s) intervalo(s) em que $f'(x)>0$.

$x>-1$

1.2.2. Compare as respostas encontradas nos itens 1.1 e 1.2.1 e descreva o que você observou.

$f'(x)$ é crescente em parte do mesmo intervalo da $f(x)$.

1.2.3. Observando o(s) gráfico(s), identifique o(s) intervalo(s) em que $f'(x)<0$.

$x<-1$

1.2.4. Compare as respostas encontradas nos itens 1.1.1 e 1.2.3 e descreva o que você observou.

Participante 3

1. Utilizando o *Winplot*, esboce o gráfico da função $f(x)=x^2+2x+1$.

1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $f(x)$ é crescente.

$[-1, 2[$

1.1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $f(x)$ é decrescente.

$]-3, -1]$

1.2. Represente graficamente, no mesmo plano cartesiano, da função $f(x)$ sua derivada $f'(x)$.

1.2.1. Observando o(s) gráfico(s), identifique o(s) intervalo(s) em que $f'(x)>0$.

$[-1, 2[$

1.2.2. Compare as respostas encontradas nos itens 1.1 e 1.2.1 e descreva o que você observou.

$f'(x)$ é crescente e decrescente no mesmo intervalo da $f(x)$

1.2.3. Observando o(s) gráfico(s), identifique o(s) intervalo(s) em que $f'(x)<0$.

$]-3, -1]$

1.2.4. Compare as respostas encontradas nos itens 1.1.1 e 1.2.3 e descreva o que você observou.

Os intervalos são os mesmos

Participante 5

Quadro 2.8: Atividade I do ambiente tecnológico - Resposta dos participantes 3 e 5

Os demais participantes responderam corretamente. Embora na descrição do que observaram, nos itens 1.2.2. e 1.2.4., alguns alunos tenham interpretado de maneira equivocada, como demonstra o exemplo, em que o participante 6 confunde intervalo com valor (Quadro 2.9).

1.2.2. Compare as respostas encontradas nos itens 1.1 e 1.2.1 e descreva o que você observou.

Que f e f' é crescente a partir do mesmo valor

1.2.4. Compare as respostas encontradas nos itens 1.1.1 e 1.2.3 e descreva o que você observou.

Que f e f' é decrescente a partir do mesmo valor

Quadro 2.9: Atividade I do ambiente tecnológico - Resposta do participante 6

Nos itens 1.2.5., 1.2.6. e 1.2.7., 88% dos participantes observaram e registraram que o valor de x para $f'(x) = 0$ é o mesmo do ponto crítico da função. Visto que, nesta fase da atividade a interpretação do restante dos participantes foi equivocada ao responder o item 1.2.5. incorretamente, o que conseqüentemente acarretou o erro no item 1.2.7., como pode ser observado no quadro 2.10.

1.2.5. Observando o gráfico de $f'(x)$, dê o(s) valor(es) de x para $f'(x)=0$.

(-1, 0)

1.2.6. Observando o gráfico da função $f(x)$, determine e identifique o(s) seu(s) ponto(s) crítico(s).

(-1, 0)

1.2.7. Compare as respostas encontradas nos itens 1.2.5 e 1.2.6 e descreva o que você observou.

O ponto é o mesmo, f'(x)=0 achamos os pontos críticos de f(x).

Quadro 2.10: Atividade I do ambiente tecnológico - Resposta do participante 1

Após o teste da primeira derivada da função quadrática foi solicitada a construção do gráfico desta função e de sua derivada segunda (Gráfico 2.4), no mesmo plano cartesiano. Assim, os participantes iniciaram a interpretação geométrica da segunda derivada.

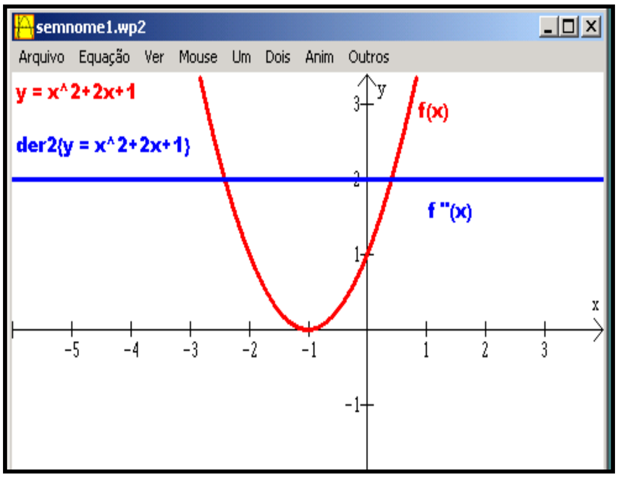


Gráfico 2.4: Esboço da função f(x) = x^2 +2x+1 e de sua segunda derivada

Nesta fase da atividade, os participantes observaram que a função tem concavidade voltada para cima no mesmo intervalo em que sua segunda derivada é positiva. Como na função proposta não há intervalo em que a derivada segunda seja negativa, logo a função não apresenta concavidade voltada para baixo.

Todos os participantes responderam corretamente esta parte da ficha de trabalho, até o item 1.3.3. Cerca de 38% dos participantes, como pode ser observado no quadro 2.11, não atentaram para a pergunta no item 1.3.4. interpretendo de forma incorreta.

1.3.4. Observando o(s) gráfico(s), identifique o(s) intervalo(s) em que $f''(x)<0$.

$x<0$

Participante 5

1.3.4. Observando o(s) gráfico(s), identifique o(s) intervalo(s) em que $f''(x)<0$.

$f''>0, \forall x, x \in \mathbb{R}$

Participante 6

1.3.4. Observando o(s) gráfico(s), identifique o(s) intervalo(s) em que $f''(x)<0$.

$f''(x) > 0 \quad \forall x, x \in \mathbb{R}$

Participante 7

Quadro 2.11: Atividade I do ambiente tecnológico - Resposta dos participantes 5, 6 e 7

Atividade semelhante à apresentada anteriormente foi realizada com duas outras funções do 3°. grau (Gráfico 2.5 e 2.6). Vale destacar que, nestas etapas da ficha de trabalho, ao estudarem a interpretação geométrica da segunda derivada, especificamente, observaram que estas funções possuem concavidade voltada para cima e para baixo no mesmo intervalo que a derivada segunda é positiva e negativa, respectivamente (Gráfico 2.7 e 2.8).

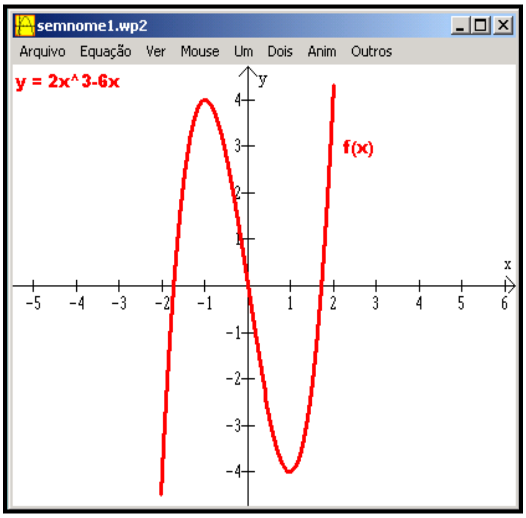


Gráfico 2.5: Esboço da função $f(x) = 2x^3 - 6x$

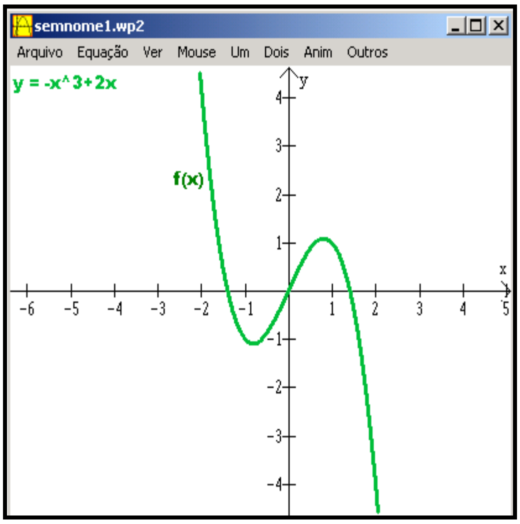


Gráfico 2.6: Esboço da função $f(x) = -x^3+2x$

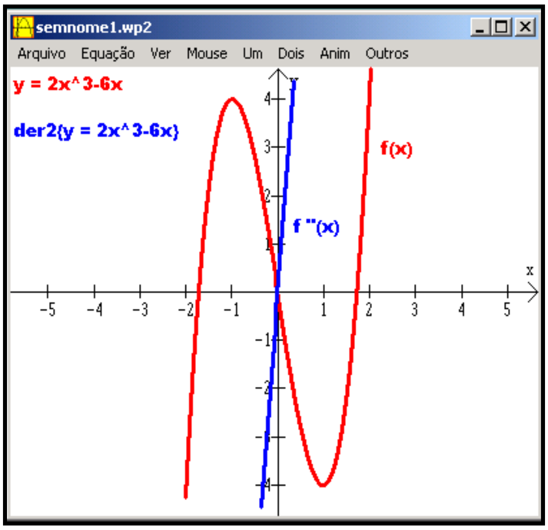


Gráfico 2.7: Esboço da função $f(x) = 2x^3 - 6x$ e de sua segunda derivada

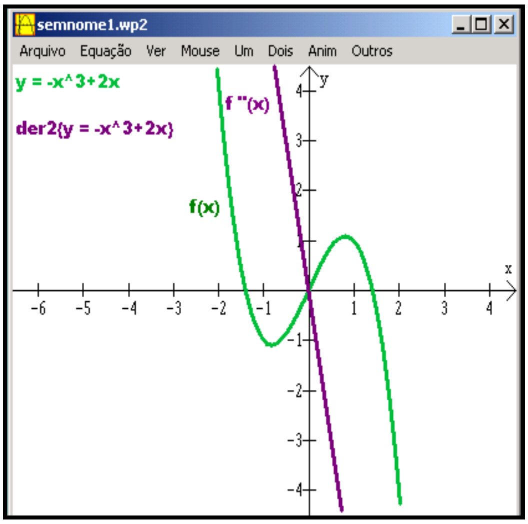


Gráfico 2.8: Esboço da função $f(x) = -x^3+2x$ e de sua segunda derivada

Além deste estudo, os participantes puderam observar a existência do ponto de inflexão (ponto em que a curva muda a concavidade), apresentada neste tipo de função, de modo que ao igualar a derivada segunda a zero encontra-se o valor de x igual ao desse ponto, então o gráfico da função cruzará sua reta tangente no ponto de inflexão.

As atividades registradas na ficha de trabalho desenvolvida com o auxilio do recurso tecnológico foi respondida corretamente pela maioria dos participantes (Anexo 8).

Durante a atividade, foi possível observar que os participantes estavam atentos e bastante entusiasmados, embora apresentassem características distintas. Além disso, a resolução desta atividade foi realizada durante duas aulas e os alunos conversavam entre si discutindo o conteúdo proposto, o que proporcionou uma melhor aprendizagem.

Análise da atividade desenvolvida no ambiente tradicional

A resolução da atividade no ambiente tradicional, auxiliada por lápis e papel (Anexo 3), teve duração de três aulas e teve por objetivo a construção do significado geométrico da derivada.

Para isso, a seqüência didática realizada no ambiente tecnológico foi adaptada, visto que a proposta da monografia é proporcionar instrumentos didáticos para o tema em estudo.

As fichas de trabalho contêm atividades relacionadas ao teste da primeira e segunda derivadas de algumas funções polinomiais. Os exemplos aqui utilizados foram função quadrática e função do 3º. grau.

No Anexo 7, apresentam-se as respostas dos participantes.

Na primeira etapa foi realizada a interpretação geométrica de uma função quadrática. Cerca de 75% dos participantes interpretaram e registraram corretamente todo o item correspondente ao teste da primeira derivada. Os participantes 4 e 5 (25%) interpretaram os itens 1.2.2., 1.2.4. e 1.2.7. de forma equivocada, como pode ser observado no quadro 2.12.

1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que f (x) é crescente.

f(x) é crescente quando x>-1, pois à medida que o x aumenta, o mesmo ocorre com o y.

1.1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que f (x) é decrescente.

f(x) é decrescente para x<-1 pois quanto maior o x, o y decresce.

1.2.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que f' (x)>0.

f'(x)>0 quando x>-1

1.2.2. Compare as respostas encontradas nos itens 1.1 e 1.2.1 e descreva o que você observou.

Ambas são crescentes para x>-1, ou seja, o mesmo intervalo

Quadro 2.12: Atividade I do ambiente tradicional - Resposta do participante 4

Nota-se que no item 1.2.2. o participante 4 respondeu incorretamente, pois $f(x)$ é crescente no mesmo intervalo em que $f'(x) > 0$ e não crescente no mesmo intervalo como pode ser observado no gráfico 9. A mesma interpretação errônea foi feita pelo participante 5.

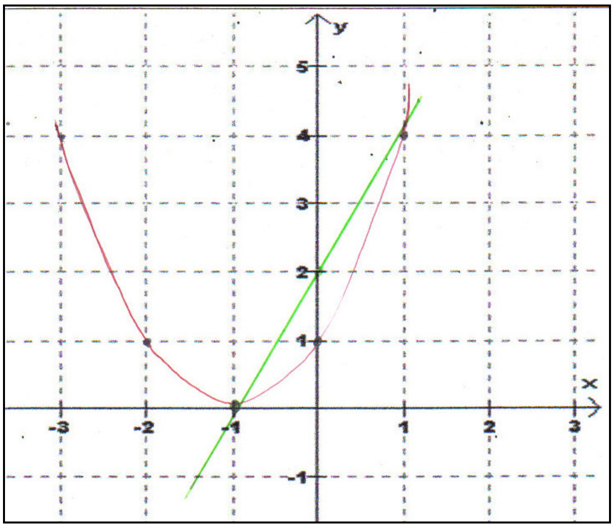


Gráfico 2.9: Esboço do gráfico da função f (x)=x^2+2x+1 e sua derivada feita pelo participante 4.

Portanto, no item 1.2.4. a função $f(x)$ é decrescente no intervalo em que $f'(x) < 0$.

Observa-se que no item 1.2.6. o participante 5 respondeu incorretamente, pois a questão pede o ponto crítico e não o valor de x. Em função disso, a interpretação do item 1.2.7. foi incorreta (Quadro 2.13).

1.2.5. Observando o gráfico de $f'(x)$, dê o(s) valor(es) de x para $f'(x)=0$.

$x = -1$

1.2.6. Observando o gráfico da função $f(x)$, determine e identifique o(s) seu(s) ponto(s) crítico(s).

$x = -1$

1.2.7. Compare as respostas encontradas nos itens 1.2.5 e 1.2.6 e descreva o que você observou.

São iguais.

Quadro 2.13: Atividade I do ambiente tradicional - Resposta do participante 5

Vale ressaltar que os participantes apresentaram dúvidas quanto ao ponto crítico de uma função, esclarecida a questão, a maioria dos alunos respondeu corretamente.

Na interpretação geométrica da segunda derivada, foi solicitado a construção do gráfico da função quadrática e de sua segunda derivada, no mesmo plano cartesiano. Nesta fase da atividade apenas o participante 5 respondeu a seqüência de questões incorretamente, pois identificou os intervalos de forma equivocada (Quadro 2.14).

1.3.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $f''(x)>0$.

$x > 2$

1.3.2. No intervalo encontrado na questão anterior, o gráfico de $f(x)$ tem concavidade voltada para cima ou concavidade voltada para baixo?

p/ cima

1.3.3. Compare as respostas encontradas nos itens 1.3.1 e 1.3.2 e descreva o que você observou.

f(x) concav. p/ cima e f''(x) maior 2

1.3.4. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $f''(x)<0$.

$x < 2$

Quadro 2.14: Atividade I do ambiente tradicional - Resposta do participante 5

Os participantes apresentaram dúvidas quanto à construção do esboço do gráfico. Esclarecida a questão a maioria representou a função corretamente, embora alguns participantes não tenham se esmerado ao fazer o desenho. Não atentaram para a curvatura da função $g(x)$, desenhando trechos quase retilíneos (Gráfico 2.10).

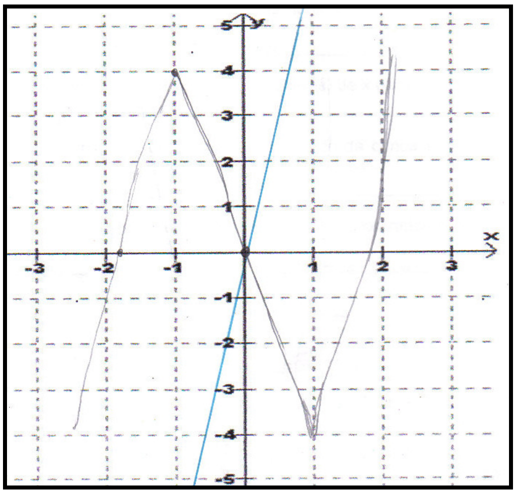


Gráfico 2.10: Esboço do gráfico da função $g(x)$ =2x^3 - 6x e $g''(x)$ feita pelo participante 6

Ainda sobre a interpretação geométrica da primeira e segunda derivadas, houve construções de esboços elogiáveis como se pode observar no gráfico 2.11. O exemplo em questão foi uma função do 3º. grau.

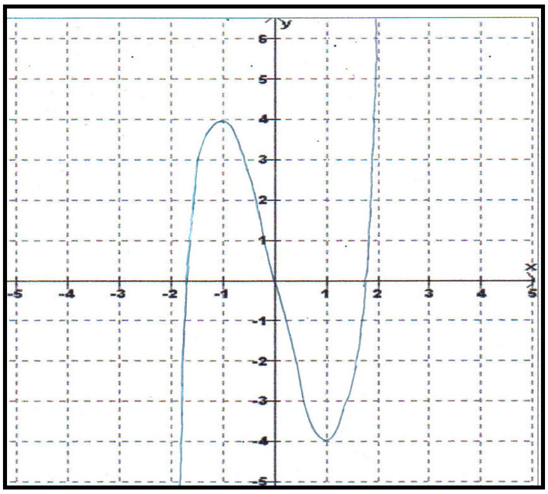
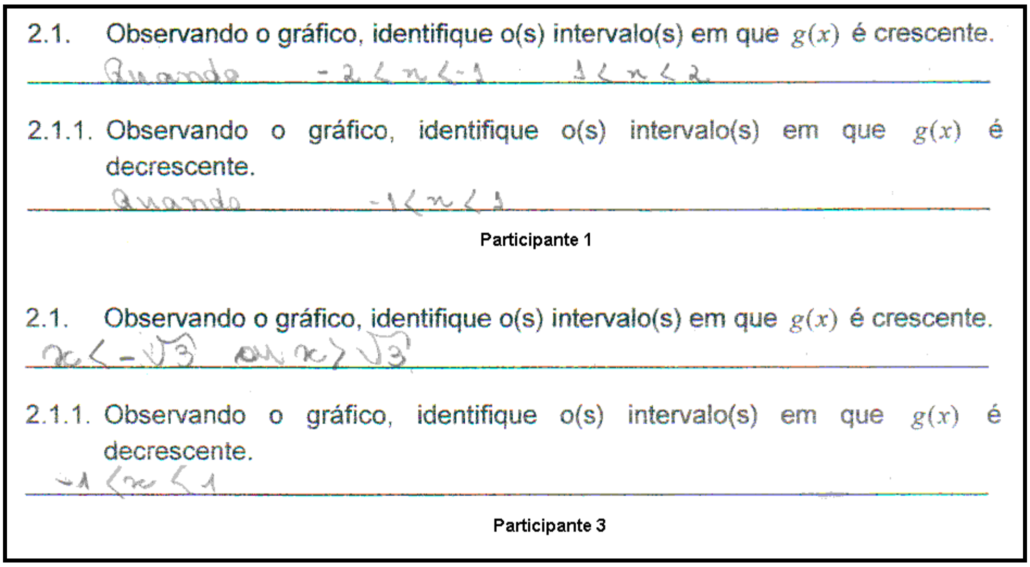


Gráfico 2.11: Esboço do gráfico da função $g(x)$ =2x^3 - 6x feita pelo participante 2

No teste da primeira derivada os participantes 1 e 3 identificaram os intervalos em que a função $g(x)$ é crescente e/ou decrescente incorretamente (Quadro 2.15), sendo assim os itens referentes ao teste da primeira derivada não ficaram bem entendidos nesta fase.



2.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $g(x)$ é crescente.

Quando $-2 < x < -1$ $1 < x < 2$

2.1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $g(x)$ é decrescente.

Quando $-1 < x < 1$

Participante 1

2.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $g(x)$ é crescente.

$x < -\sqrt{3}$ ou $x > \sqrt{3}$

2.1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $g(x)$ é decrescente.

$-1 < x < 1$

Participante 3

Quadro 2.15: Atividade I do ambiente tradicional - Resposta dos participantes 1 e 3

Ao resolverem a seqüência de questões relacionadas à outra função do 3º. grau, no item 3, pode-se observar que o teste da primeira derivada foi enfim compreendido por estes participantes, uma vez que as respostas foram dadas corretamente.

Vale ressaltar que os participantes 2, 5 e 8 identificaram os intervalos corretamente, porém o seu registro deu-se de forma equivocada (Quadro 2.16).

2.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $g(x)$ é crescente.

$]-\infty, -1[$ ou $]1, +\infty[$

2.1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $g(x)$ é decrescente.

$]-1, 1[$

Participante 2

2.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $g(x)$ é crescente.

$]-\infty; -1]$ e $[1, +\infty[$

2.1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $g(x)$ é decrescente.

$[-1, 1]$

Participante 5

2.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $g(x)$ é crescente.

$]-\infty, -1]$ e $[1, +\infty[$

2.1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $g(x)$ é decrescente.

$[-1, 1]$

Participante 8

Quadro 2.16: Atividade I do ambiente tradicional - Resposta dos participantes 2, 5 e 8

Os demais participantes responderam corretamente.

Observou-se que alguns alunos tiveram dificuldade nos itens 2.2.2 e 2.2.4 (Quadro 2.17). Os participantes 2, 3 e 5 cometeram um equívoco ao responderem que as funções $g(x)$ e $g'(x)$ são crescentes (item 2.2.2.) e/ou decrescentes (item 2.2.4.) no mesmo intervalo.

2.2.2. Compare as respostas encontradas nos itens 2.1 e 2.2.1 e descreva o que você observou.

g(x) e g'(x) são crescentes à partir do mesmo para abscissa

2.2.4. Compare as respostas encontradas nos itens 2.1.1 e 2.2.3 e descreva o que você observou.

g(x) e g'(x) são decrescentes à partir do mesmo ponto para abscissa

Participante 2

2.2.2. Compare as respostas encontradas nos itens 2.1 e 2.2.1 e descreva o que você observou.

g(x) e g'(x) são crescentes no mesmo intervalo

2.2.4. Compare as respostas encontradas nos itens 2.1.1 e 2.2.3 e descreva o que você observou.

g(x) e g'(x) são decrescentes no mesmo intervalo.

Participante 3

Quadro 2.17: Atividade I do ambiente tradicional - Resposta dos participantes 2 e 3

Ficou evidenciado pela resposta dada pelos participantes que estes não observaram atentamente os dados no gráfico 2.12.

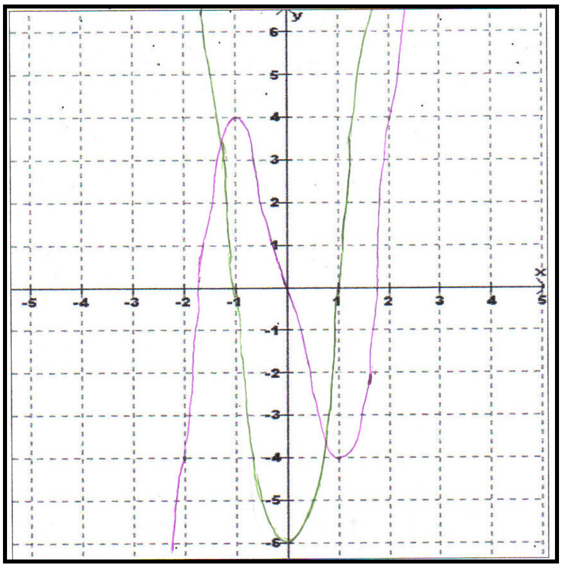
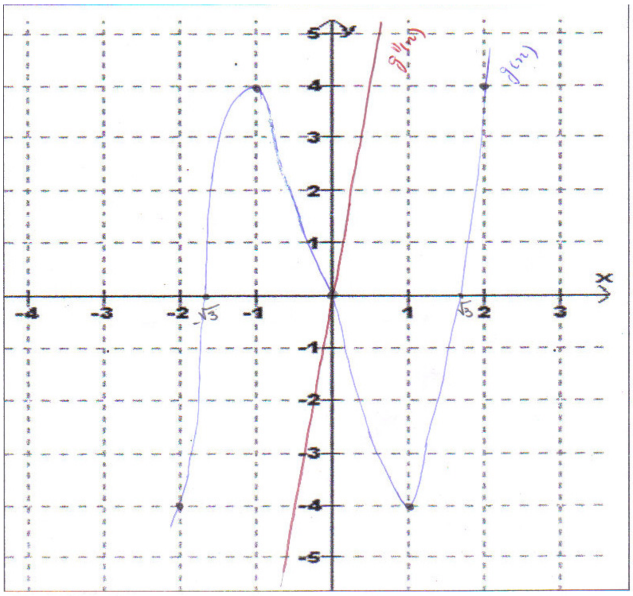


Gráfico 2.12: Esboço do gráfico da função $g(x)$ =$2x^3$ - 6x e $g'(x)$ feita pelo participante 3

A interpretação geométrica da segunda derivada foi compreendida e registrada corretamente por 75% dos participantes.

Inicialmente foi solicitado que fizessem a construção gráfica da função $g(x)$ e $g'(x)$ no mesmo plano cartesiano e, posteriormente, que respondessem uma seqüência de questões.

Na próxima página são apresentados o esboço do gráfico e as suas respectivas respostas, os quais se encontram no quadro 2.18.



2.3.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $g''(x)>0$.

Quando $x > 0$

2.3.2. No intervalo encontrado na questão anterior, o gráfico de $g(x)$ tem concavidade voltada para cima ou concavidade voltada para baixo?

Concavidade voltada para cima

2.3.3. Compare as respostas encontradas nos itens 2.3.1 e 2.3.2 e descreva o que você observou.

Quando $g''(x) > 0$, a concavidade é voltada para cima

2.3.4. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $g''(x)<0$.

Quando $x < 0$

2.3.5. No intervalo encontrado na questão anterior, o gráfico de $g(x)$ tem concavidade voltada para cima ou concavidade voltada para baixo?

Concavidade voltada para baixo

2.3.6. Compare as respostas encontradas nos itens 2.3.4 e 2.3.5 e descreva o que você observou.

Quando $g''(x) < 0$, a concavidade é voltada para baixo

2.3.7. Observando o gráfico de $g''(x)$, dê o(s) valor(es) de x para $g''(x)=0$.

$x = 0$

2.3.8. Determine o ponto em $g(x)$, em que o sentido da concavidade muda (ou ponto de inflexão).

$(0,0)$ é ponto de inflexão

2.3.9. Observando os gráficos, compare as respostas encontradas nos itens 2.3.7 e 2.3.8 e descreva o que você observou.

O ponto de inflexão é o ponto onde $g''(x) = 0$.

Quadro 2.18: Atividade I do ambiente tradicional - Resposta do participante 1 sobre a interpretação geométrica da segunda derivada

Atividade semelhante à apresentada anteriormente foi realizada com outra função do 3º. grau (Gráfico 2.13).

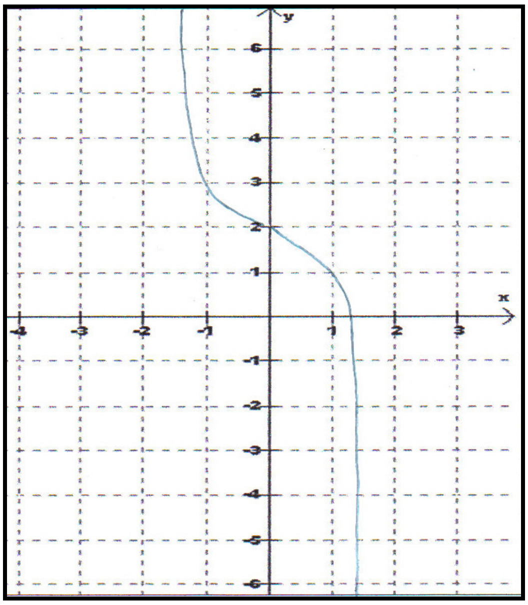


Gráfico 2.13: Esboço do gráfico da função $h(x) = -x^3 + 2$ feita pelo participante 2

A atividade desenvolvida neste ambiente de ensino foi resolvida corretamente pela maioria dos participantes.

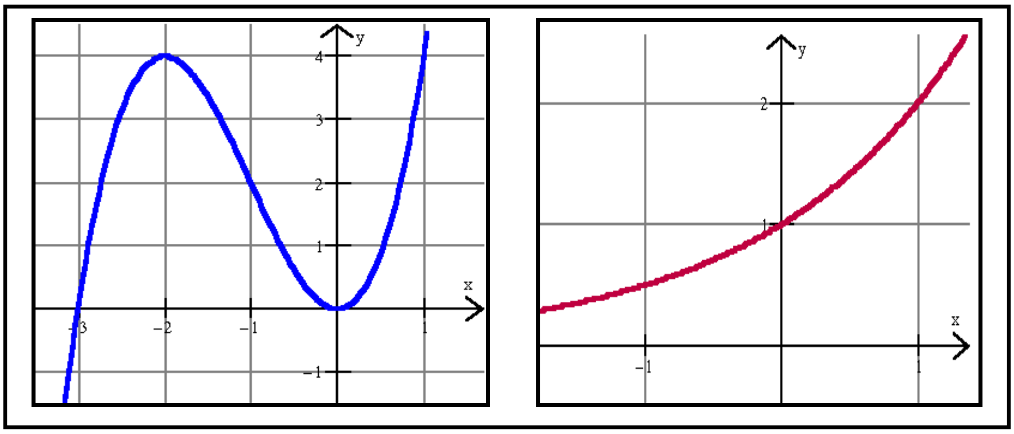
Pode-se observar, através de diálogos entre os participantes, que a troca de saberes proporcionou uma melhor aprendizagem a respeito do tema em estudo.

É importante ressaltar que a atividade no ambiente tradicional, utilizando lápis e papel, possibilitou ao educando resgatar alguns conceitos como a representação gráfica de algumas funções polinomiais, além de contribuir para a construção de novos conhecimentos.

Análise da atividade de avaliação

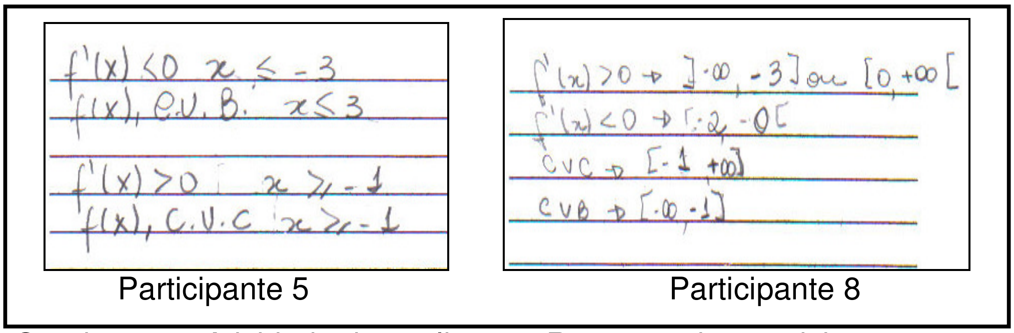
Concluídas as atividades realizadas nos ambientes de aprendizagem em estudo, os participantes resolveram uma tarefa de validação (Anexo 4), na qual utilizaram os conhecimentos adquiridos em todo processo. No Anexo 9, apresentam-se as respostas dos participantes.

Na primeira questão, os alunos interpretaram o significado geométrico da derivada observando os gráficos de uma função do 3º. grau e de uma exponencial (Quadro 2.19).



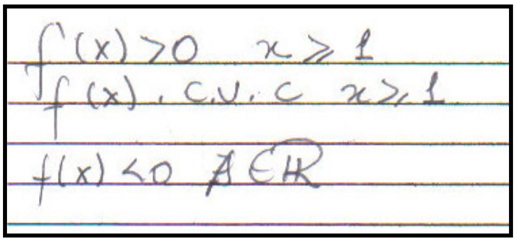
Quadro 2.19: Atividade de Avaliação – representação gráfica das funções do 3º. grau e exponencial.

Analisando as respostas dos alunos referentes à função do 3º. grau, observa-se que 50% deles não interpretaram corretamente, pois o maior índice de erro foi na identificação dos intervalos em que a função é crescente ou decrescente, conforme alguns exemplos no quadro 2.20.



Quadro 2.20: Atividade de avaliação - Resposta dos participantes 5 e 8

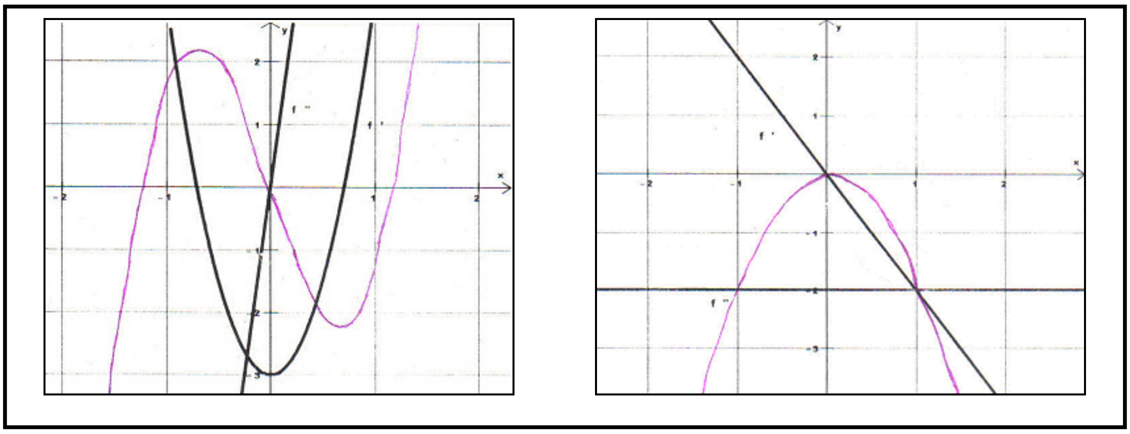
Na atividade referente à função exponencial, apenas o participante 5 fez a análise incorreta dos intervalos (Quadro 2.21), visto que a função é crescente e côncava para cima para todo valor de x real.



Quadro 2.21: Atividade de avaliação - Resposta do participante 5

Na segunda questão, foi solicitado o esboço de duas funções polinomiais, observando apenas a representação gráfica da primeira e segunda derivadas.

Todos os participantes tiveram um bom aproveitamento ao esboçar os gráficos das funções, mesmo aqueles que na atividade de aprendizagem, o esboço do gráfico foi construído de forma retilínea, como pode ser observado no quadro 2.22.



Quadro 2.22 - Esboço do gráfico feito pelo participante 3 observando o gráfico da primeira e segunda derivadas

Análise do questionário

Após a resolução das fichas de trabalho, foi distribuído um questionário (Anexo 5) com o objetivo de analisar a opinião dos participantes em relação aos recursos metodológicos e às atividades utilizadas na pesquisa. Através deste, pode-se conhecer a opinião dos alunos quanto à contribuição das novas metodologias no processo de ensino e aprendizagem além de detectar as dificuldades e a motivação quanto às mesmas. No Anexo 10, são apresentados questionários respondidos.

A metodologia utilizada nas atividades, para o estudo do significado geométrico da derivada, foi considerada por 38% dos participantes como muito boa e por 62% como boa (Gráfico 2.14).

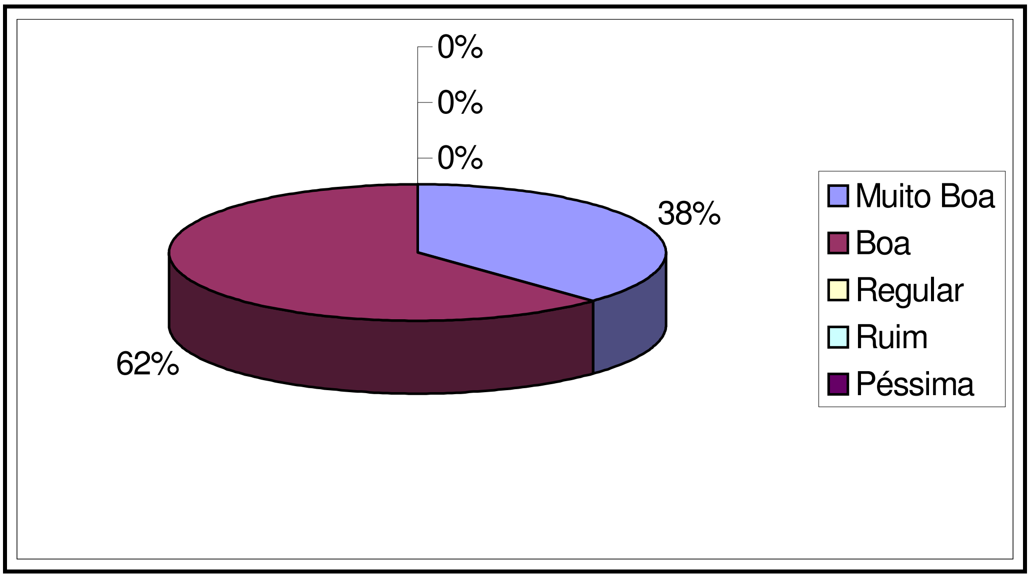
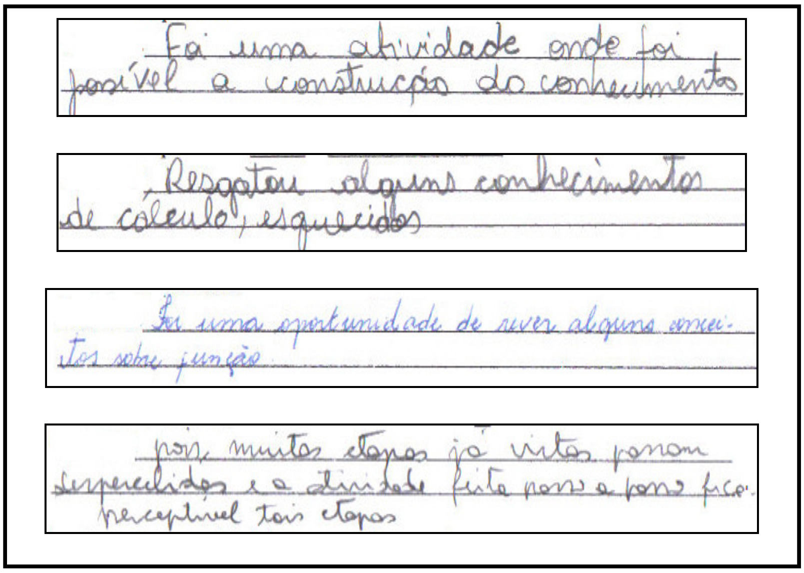


Gráfico 2.14: Qualidade da metodologia utilizada nas atividades

Os percentuais mostram que os recursos utilizados na pesquisa contribuem para a construção de um conceito a partir da descoberta e interação com o objeto de estudo.

A aula realizada no ambiente tradicional foi considerada por 50% dos alunos como fácil e por 50% como difícil. De acordo com comentários dos próprios alunos durante a realização da atividade, tal percentual deve-se à construção dos gráficos solicitados, com o auxílio apenas do lápis e papel.

Apesar do percentual, todos os participantes afirmaram que a atividade realizada no ambiente tradicional contribuiu para aumentar seus conhecimentos sobre o tema proposto, além de resgatar alguns conhecimentos adquiridos anteriormente, conforme alguns depoimentos em destaque no quadro 2.23.


Foi uma atividade onde foi possível a construção do conhecimento

Resgatou alguns conhecimentos de cálculo, esquecidos

Foi uma oportunidade de rever alguns conceitos sobre função

pois muitas etapas já vistas passam despercebidas e a atividade feita para a para fica perceptível tais etapas

Quadro 2.23: Questionário - Resposta dos participantes referente ao item 3

De acordo com o gráfico 2.15, observa-se que 75% dos participantes consideraram fácil a atividade realizada no ambiente tecnológico, enquanto 25% apontaram-na como difícil.

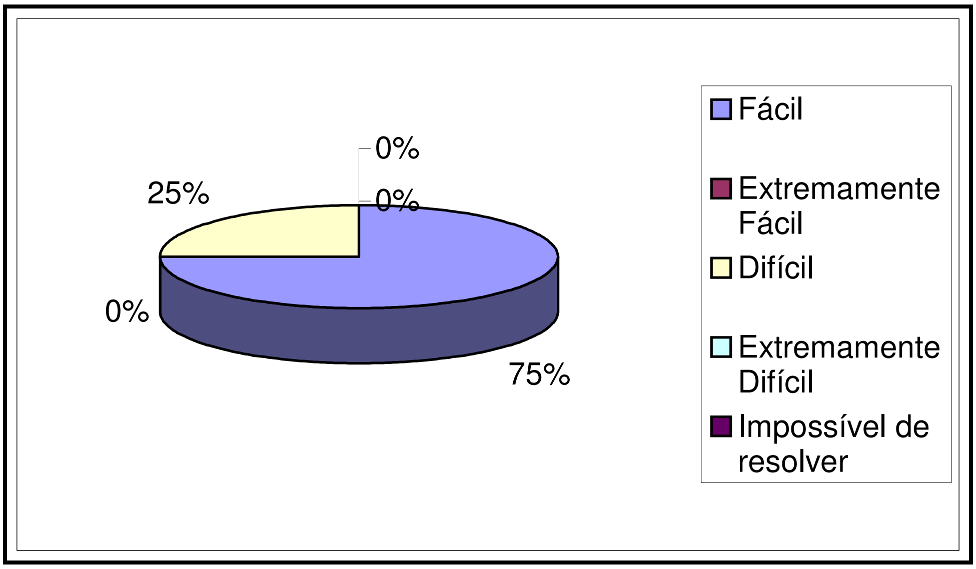
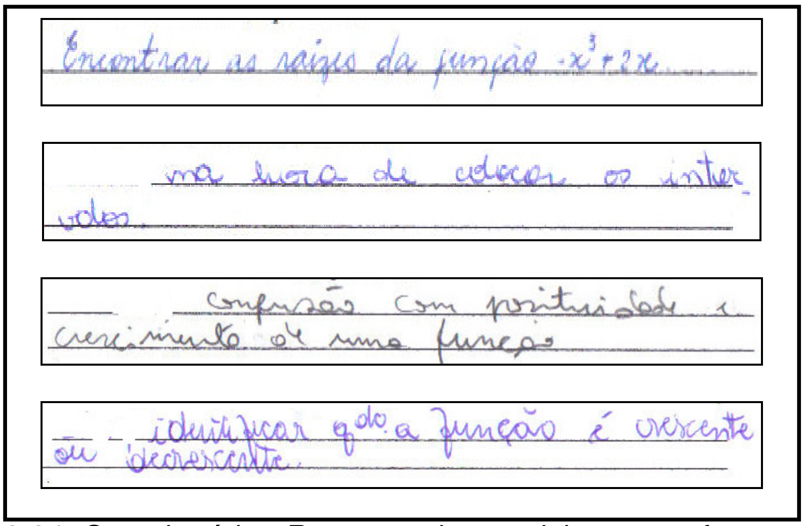


Gráfico 2.15: Qualidade da atividade realizada no ambiente tecnológico

Este percentual foi constatado durante a realização da atividade, em que os alunos afirmam ter contribuído numa melhor visualização e observação dos gráficos solicitados com o auxílio do recurso tecnológico, além de aumentar seus conhecimentos do tema em estudo constatado por todos os participantes.

Um outro dado importante foi que 62% dos participantes tiveram alguma dificuldade na resolução das atividades, conforme alguns depoimentos apresentados no quadro 2.24.



Encontrar as raízes da função $-x^3+2x$

na hora de colocar os intervalos.

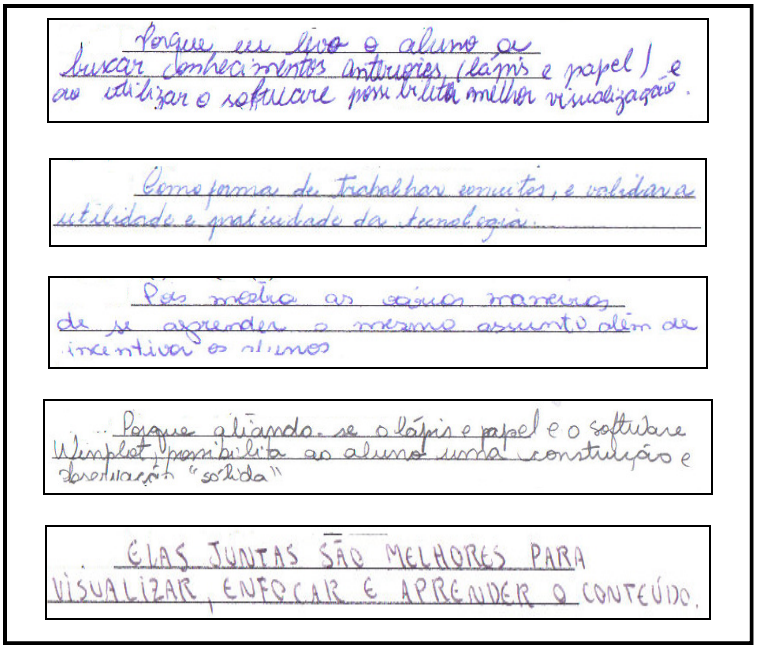
confusão com positividade e crescimento de uma função

identificar quando a função é crescente ou decrescente.

Quadro 2.24: Questionário - Resposta dos participantes referente ao item 5

Estas afirmações confirmam claramente o que foi presenciado nas aulas e registrado pelos participantes em suas fichas de trabalho, uma vez que estes conhecimentos deveriam ser adquiridos em estudos anteriores à pesquisa.

Quando questionados sobre qual metodologia os licenciandos utilizariam em relação ao tema em estudo, cerca de 75% opinaram pelos dois recursos educacionais trabalhados nesta pesquisa - tradicional e tecnológico - conforme alguns depoimentos apresentados no quadro 2.25.



Porque eu levo o aluno a buscar conhecimentos anteriores (lápis e papel) e ao utilizar o software possibilita melhor visualização.

Como forma de trabalhar conceitos, e validar a utilidade e praticidade da tecnologia.

Pois mostra as várias maneiras de se aprender o mesmo assunto além de incentivar os alunos

Porque aliando-se o lápis e papel e o software Winplot, possibilita ao aluno uma construção e [illegible] "sólida"

ELAS JUNTAS SÃO MELHORES PARA VISUALIZAR, ENFOCAR E APRENDER O CONTEÚDO.

Quadro 2.25: Questionário - Resposta dos participantes referente ao item 6

Os outros 25% restantes afirmaram que a atividade realizada com o auxilio do lápis e papel seria uma ótima opção, pois além de construir o conhecimento resgata alguns conceitos anteriormente estabelecidos.

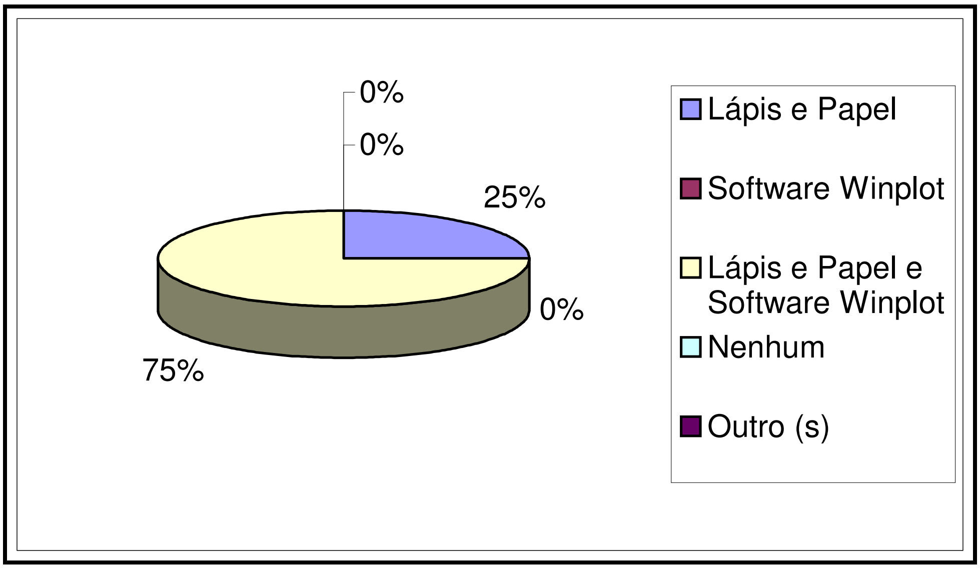
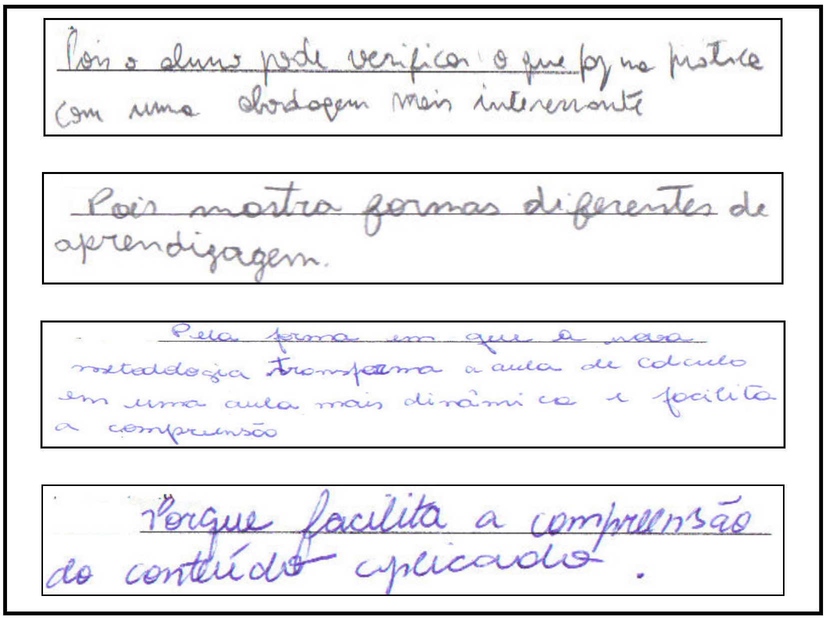


Gráfico 2.16: Atividade a ser utilizada pelos participantes numa aula sobre o tema em estudo

De acordo com as declarações, assim como os percentuais, constata-se que os recursos metodológicos utilizados na pesquisa contribuem no processo de ensino aprendizagem do tema em estudo, oferecendo ao educador uma escolha pedagógica.

A importância do uso de novas metodologias no processo de ensino e aprendizagem de Cálculo e a motivação nas aulas foi considerada positiva por todos os participantes da pesquisa. De acordo com alguns depoimentos (Quadro 2.26), a aula tornou-se mais interessante e dinâmica, além de facilitar a compreensão do conteúdo.



Pois o aluno pode verificar o que fez na prática com uma abordagem mais interessante

Pois mostra formas diferentes de aprendizagem.

Pela forma em que a nova metodologia transforma a aula de cálculo em uma aula mais dinâmica e facilita a compreensão

Porque facilita a compreensão do conteúdo aplicado.

Quadro 2.26: Questionário - Resposta dos participantes referente ao item 7 e 8

O propósito desta monografia a todo momento foi a vontade de proporcionar ao educador instrumentos didáticos que facilitem o processo de ensino-aprendizagem do tema em estudo. Inclusive o grupo de alunos que foi testado, confirmou o objetivo proposto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Muito se tem discutido sobre as profundas mudanças pelas quais vem passando a educação mediante os avanços científicos e tecnológicos ocorridos na sociedade. Por isso, o sistema educacional deverá modificar-se para atender às exigências dos estudantes inseridos nesta nova realidade.

Ao acompanharmos essas evoluções na educação buscamos neste trabalho destacar a inserção de novos métodos educacionais no ensino. A Matemática bem como outras disciplinas poderão utilizar desses recursos no processo de ensino e aprendizagem.

Os procedimentos adotados neste estudo não são excludentes, pois a proposta não é definir a melhor metodologia, mas sim, proporcionar ao educador variedades sobre o mesmo tema e contribuir para o desenvolvimento das potencialidades dos alunos.

Esta pesquisa contou com a participação de alunos de diferentes épocas, no curso de licenciatura em Matemática. Assim os níveis de conhecimento foram variáveis, o que contribuiu de certa forma para o enriquecimento deste trabalho.

Cada metodologia utilizada na pesquisa dá sua contribuição ao processo de ensino e aprendizagem. A escolha metodológica vai depender dos objetivos traçados pelo educador, pois a atividade a ser desenvolvida no ambiente tradicional possibilita ao educador e ao educando um resgate de conteúdos anteriormente estabelecidos além da aquisição do novo conhecimento. Já o ambiente tecnológico auxiliado por um *software* educacional permite aos membros do processo de aprendizagem um alto grau de visualização e rapidez na construção dos gráficos sendo um agente facilitador.

No entanto, ao se trabalhar no ambiente tecnológico o docente deve ser versátil e crítico, pois os *software*s educacionais podem ser um facilitador do ensino, porém possuem algumas limitações, principalmente no traçado de algumas funções podendo representá-las com alteração na curvatura. Para isso, o professor necessita de um bom embasamento teórico que lhe dê segurança para criticar a representação gráfica apresentada pelo *software*.

O estudo da interpretação geométrica da derivada ajuda-nos a compreender o comportamento das funções. Portanto este estudo é de suma importância nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral, principalmente nos cursos de Licenciatura em Matemática, pois este conhecimento facilitará a compreensão no estudo de diversas funções.

Os novos métodos educacionais ajudam aos estudantes a explorarem os conteúdos, proporcionando-lhes o aprendizado, além de contribuir no processo de reestruturação e reformulação do ensino na Sociedade do Conhecimento.

REFERÊNCIAS

ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. *História da educação* – 2ª ed. ver. e atual – São Paulo: Moderna, 1996.

ÁVILA, Geraldo. *Limites e derivadas no ensino médio?*. Revista do Professor de Matemática; nº. 60. Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

ÁVILA, Geraldo. *O Ensino de Cálculo no 2º. Grau*. Revista do Professor de Matemática; nº. 18. Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática, 1991.

BARUFI, M. C. B. *O Cálculo no Curso de Licenciatura em Matemática*. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática; nº. 11A – Edição especial: Formação de Professores, março de 2002.

BOYER, C.B. *História da Matemática*. Trad. Elza Gomide. São Paulo: Edgard Blocher, 1996.

BOYER, C.B. *História da Matemática*. Trad. Elza Gomide. São Paulo: Edgard Blocher, 1974.

BRANDÃO (org.), Zaia. *A crise dos paradigmas e a educação* – 7ª ed.- São Paulo: Cortez, 2001 (Coleção Questões da Nossa Época; v. 35).

D' AMBRÓSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: Da teoria à prática*. São Paulo: Papirus, 1996.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara ... et al. -2. ed.- São Paulo: EDUC, 2002.

MORAES, M.C. *O Paradigma Educacional Emergente*. Campinas, SP: Papirus, 1997.

MORAN, José Manuel; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda Aparecida. Novas tecnologias e mediação pedagógica. Campinas, São Paulo: Papirus, 2000.

MOREIRA, Francisco Leal. Winplot. Disponível em: <http://www.pucrs.br/famat/fmoreira/mat_II/WINPLOT.pdf>. Última consulta: 05/08/2006.

Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002.

PONTE, J.P. O Estudo de Caso na Investigação em Educação Matemática. Disponível em: <http://www.ufpel.edu.br/faen/agronegocios/downloads/estudo_de_caso_2.pdf. Última consulta: 20/04/2007.

SCHMITZ, Egídio Francisco. *Fundamentos da Didática*.São Leopoldo. RS: Editora UNISINOS, 1993.

SILVA, Jayro Fonseca; BORGES NETO, Hermínio. *Questões Básicas do Ensino de Cálculo*. Disponível em: <http://www.multimeios.ufc.br/arquivos/pc/pre-print/JairoHBN.pdf>. Última consulta em: 28/02/2007.

SIMMONS, George F. Cálculo com Geometria Analítica. Trad. Seiji Hariki. São Paulo: Mc Graw – Hill, 1987.

SPINA, C. O C. *Modelagem Matemática no Processo Ensino-Aprendizagem do Cálculo diferencial e Integral para o ensino Médio*. Dissertação de Mestrado - UNESP–Rio Claro, 2002. Disponível em: <http://www.biblioteca.unesp.br/bibliotecadigital/document/?did=2997>. Última consulta em: 28/02/2007.

TAVARES, Salvador. Apostila de Cálculo. 2005.

TEDESCO, Juan Carlos. *O Novo Pacto Educativo: Educação, Competitividade e Cidadania na sociedade Moderna*; Trad. Otacílio Nunes. São Paulo: Editora Ática, 1995.

VALENTE, José Armando. *Computadores e conhecimento: repensando a educação.* Campinas: UNICAMP, 1993.

VALENTE, José Armando. *Formação de educadores para o uso da informática na escola.* Campinas: UNICAMP, 2003.

<http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>. Disponível em: 28/02/2007.

<http://www.cepa.if.usp.br/e-calculo/historia/historia_derivadas.htm>. Disponível em: 09/07/2006.

<http://www.somatematica.com.br/historia/nascCalculo.zip>. Disponível em: 28/02/2007.

<http://www.somatematica.com.br/historia/derivadas.php>. Disponível em: 28/02/2007.

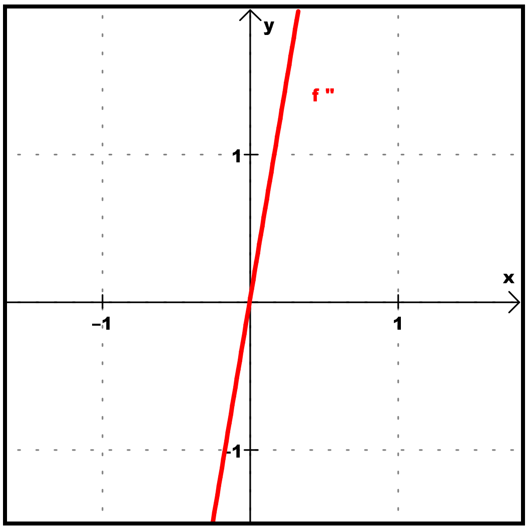
ANEXOS

ANEXO 1: ATIVIDADE PRELIMINAR

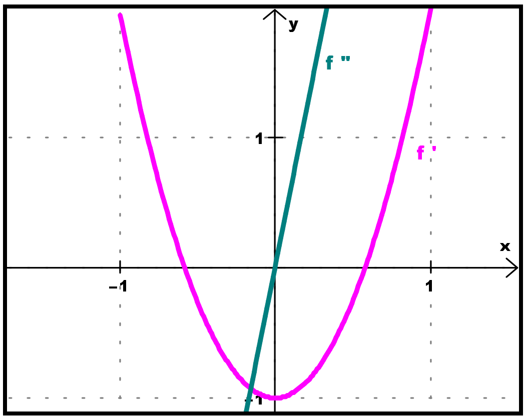
Atividade preliminar

1. Esboce o gráfico de uma função $f(x)$ com as propriedades $f(1) = 1$, $f'(x)>0$ para $x<1$, $f'(x)<0$ para $x>1$.

2. O gráfico abaixo é o da derivada f'' de uma função f. Determine o(s) intervalo(s) em que f é côncavo para cima e côncavo para baixo.

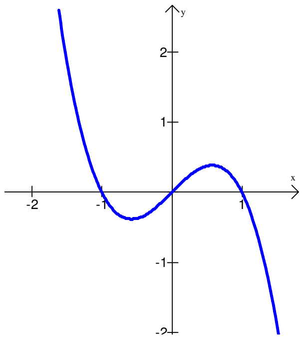


3. O gráfico abaixo é o da derivada f' e f'' de uma função f.

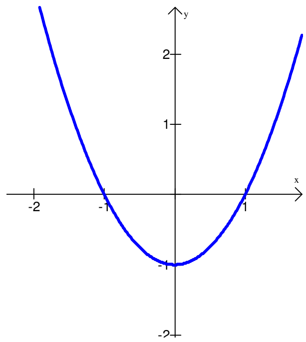


Marque um possível gráfico para f . Justificando sua resposta.

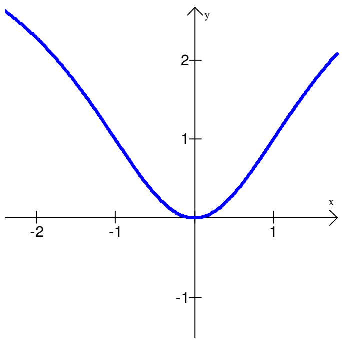
a)



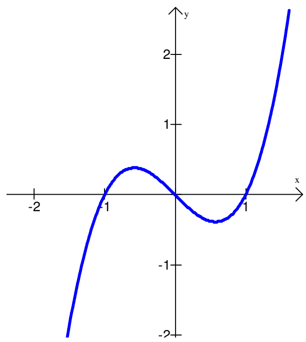
b)



c)



d)



4. Qual(is) o(s) recurso(s) metodológico(s) utilizado(s) pelo professor de Cálculo I, no estudo da interpretação geométrica da 1ª. e 2ª. derivadas?

ANEXO 2: ATIVIDADE DESENVOLVIDA NO AMBIENTE TECNOLÓGICO

Atividade de reconhecimento do *software*

Esta atividade contém algumas informações básicas com a finalidade de colaborar no reconhecimento de algumas funções do *software Winplot* e é parte de uma apostila disponibilizada pelo professor Francisco Leal Moreira (PUCRS) em http://www.pucrs.br/famat/fmoreira/mat_II/WINPLOT.pdf.

a) Ao abrir o software, clique em **Janela** (barra de menu) e, e seguida, **2-dim** (na coluna de comandos). Será apresentada uma janela que lhe permitirá trabalhar com função de uma variável y = f(x) (em duas dimensões).

b) Na opção **Ver**, selecione **Grade**. Isso fará abrir na tela principal uma janela com diversas opções de ferramentas. Entre outras, podemos observar:

Opção	Ação
setas	Exibe os eixos com setas.
rótulos	Exibe os nomes das variáveis nos eixos.
escala	Exibe as escalas nos eixos.
grade	Exibe linhas de grade no plano do gráfico.

c) Agora clique na opção **Equação** e, em seguida, **Explícita**. Isso fará abrir uma janela que lhe permitirá digitar a fórmula da função desejada.

Ao digitar a fórmula da função é preciso observar as regras de sintaxe:

Função	x^n	a^x	**log x**	**|x|**	**sen x**
Sintaxe	**x^n**	**a^x**	**log(x)**	**abs(x)**	**sin x**

Ao clicar em **Equação** e a seguir **Biblioteca**, encontrará a sintaxe de outras funções.

d) Esboce o gráfico da função $f(x)=x^3 - 3x+3$ e sua derivada. Para tanto, clique em **Equação**, selecione a opção **Explícita**, em seguida digite a função e clique em **OK**.

e) Na opção **Equação**, selecione a opção **Inventário** (ou Ctrl+I). Será apresentada uma janela com diversas opções de ferramentas. Entre elas podemos destacar:

Opção	Ação
editar	Exibe a janela Equação→Explícita.
apagar	Apaga a equação e o gráfico da função selecionada.
gráfico	Esconde/mostra a função desejada.
derivar	Deriva a função selecionada.

Para representar graficamente a 1ª. e 2ª. derivadas de uma função, basta selecionar a função desejada no **Inventário** e clicar a seguir na opção **Derivada**. Assim será desenhado na janela principal a derivada da função selecionada.

f) Insira um texto junto às funções traçadas. Para inserir um texto, selecione **Texto** na opção **Btns** (na Barra de ferramentas). A seguir, clique com o botão direito do mouse no local onde deseja colocá-lo. Uma caixa de diálogo abre, com uma caixa de edição para o texto. Para arrastar um texto existente, mantenha pressionando o botão esquerdo do mouse sobre o texto, arraste o ponteiro para o local desejado, e solte o botão.

g) Solicite um arquivo novo (clique em **Arquivo** – na Barra de ferramenta- e em seguida **Novo** – na coluna de comandos).

h) Dada a função f(x), esboce seu gráfico e de suas derivadas $f'(x)$ e $f''(x)$, no mesmo plano cartesiano (use uma legenda).

1. $f(x) = x^2 - 1$
2. $f(x) = x^2 + x$
3. $f(x) = x^3$
4. $f(x) = x^3 + 3x^2$

Atividade desenvolvida no ambiente tecnológico

Atividade I

Este material contém atividades a serem desenvolvidas com o auxílio do *software Winplot*.

1. Utilizando o *Winplot*, esboce o gráfico da função $f(x)=x^2+2x+1$.

1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $f(x)$ é crescente.

1.1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $f(x)$ é decrescente.

1.2. Represente graficamente, no mesmo plano cartesiano, da função $f(x)$ sua derivada $f'(x)$.

1.2.1. Observando o(s) gráfico(s), identifique o(s) intervalo(s) em que $f'(x)>0$.

1.2.2. Compare as respostas encontradas nos itens 1.1 e 1.2.1 e descreva o que você observou.

1.2.3. Observando o(s) gráfico(s), identifique o(s) intervalo(s) em que $f'(x)<0$.

1.2.4. Compare as respostas encontradas nos itens 1.1.1 e 1.2.3 e descreva o que você observou.

1.2.5. Observando o gráfico de $f'(x)$, dê o(s) valor(es) de x para $f'(x)=0$.

1.2.6. Observando o gráfico da função $f(x)$, determine e identifique o(s) seu(s) ponto(s) crítico(s).

1.2.7. Compare as respostas encontradas nos itens 1.2.5 e 1.2.6 e descreva o que você observou.

1.3. Represente graficamente, no mesmo plano cartesiano, as funções $f(x)$ e

$f''(x)$.

1.3.1. Observando o(s) gráfico(s), identifique o(s) intervalo(s) em que $f''(x)$>0.

1.3.2. No intervalo encontrado na questão anterior, o gráfico de $f(x)$ tem concavidade voltada para cima ou concavidade voltada para baixo?

1.3.3. Compare as respostas encontradas nos itens 1.3.1 e 1.3.2 e descreva o que você observou.

1.3.4. Observando o(s) gráfico(s), identifique o(s) intervalo(s) em que $f''(x)$<0.

---

2. Utilizando o *Winplo*t, esboce o gráfico da função $g(x)$ =2x^3-6x.

2.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $g(x)$ é crescente.

2.1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $g(x)$ é decrescente.

2.2. Represente graficamente, no mesmo plano cartesiano, da função $g(x)$ sua derivada $g'(x)$.

2.2.1. Observando o(s) gráfico(s), identifique o(s) intervalo(s) em que $g'(x)$>0.

2.2.2. Compare as respostas encontradas nos itens 2.1 e 2.2.1 e descreva o que você observou.

2.2.3. Observando o(s) gráfico(s), identifique o(s) intervalo(s) em que $g'(x)$<0.

2.2.4. Compare as respostas encontradas nos itens 2.1.1 e 2.2.3 e descreva o que você observou.

2.2.5. Observando o gráfico de $g'(x)$, dê o(s) valor(es) de x para $g'(x)$=0.

2.2.6. Observando o gráfico da função $g(x)$, determine e identifique o(s) seu(s) ponto(s) crítico(s).

2.2.7. Compare as respostas encontradas nos itens 2.2.5 e 2.2.6 e descreva o que você observou.

2.3. Represente graficamente, no mesmo plano cartesiano, as funções $g(x)$ e $g''(x)$.

2.3.1. Observando o(s) gráfico(s), identifique o(s) intervalo(s) em que $g''(x) > 0$.

2.3.2. No intervalo encontrado na questão anterior, o gráfico de $g(x)$ tem concavidade voltada para cima ou concavidade voltada para baixo?

2.3.3. Compare as respostas encontradas nos itens 2.3.1 e 2.3.2 e descreva o que você observou.

2.3.4. Observando o(s) gráfico(s), identifique o(s) intervalo(s) em que $g''(x) < 0$.

2.3.5. No intervalo encontrado na questão anterior, o gráfico de $g(x)$ tem concavidade voltada para cima ou concavidade voltada para baixo?

2.3.6. Compare as respostas encontradas nos itens 2.3.4 e 2.3.5 e descreva o que você observou.

2.3.7. Observando o gráfico de $g''(x)$, dê o(s) valor(es) de x para $g''(x) = 0$.

2.3.8. Determine o ponto em $g(x)$, em que o sentido da concavidade muda (ou ponto de inflexão).

2.3.9. Observando os gráficos, compare as respostas encontradas nos itens 2.3.7 e 2.3.8 e descreva o que você observou.

---

3. Utilizando o *Winplot*, esboce o gráfico da função $h(x) = -x^3 + 2x$.

3.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $h(x)$ é crescente.

3.1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $h(x)$ é decrescente.

3.2. Represente graficamente, no mesmo plano cartesiano, da função $h(x)$ sua derivada $h'(x)$.

3.2.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $h'(x)>0$.

3.2.2. Compare as respostas encontradas nos itens 2.1 e 2.2.1 e descreva o que você observou.

3.2.3. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $h'(x)<0$.

3.2.4. Compare as respostas encontradas nos itens 2.1.1 e 2.2.3 e descreva o que você observou.

3.2.5. Observando o gráfico de $h'(x)$, dê o(s) valor(es) de x para $h'(x)=0$.

3.2.6. Observando o gráfico da função $h(x)$, determine e identifique o(s) seu(s) ponto(s) crítico(s).

3.2.7. Compare as respostas encontradas nos itens 2.2.5 e 2.2.6 e descreva o que você observou.

3.3. Represente graficamente, no mesmo plano cartesiano, as funções $h(x)$ e $h''(x)$.

3.3.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $h''(x)>0$.

3.3.2. No intervalo encontrado na questão anterior, o gráfico de $h(x)$ tem concavidade voltada para cima ou concavidade voltada para baixo?

3.3.3. Compare as respostas encontradas nos itens 2.3.1 e 2.3.2 e descreva o que você observou.

3.3.4. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $h''(x)$ <0.

3.3.5. No intervalo encontrado na questão anterior, o gráfico de $h(x)$ tem concavidade voltada para cima ou concavidade voltada para baixo?

3.3.6. Compare as respostas encontradas nos itens 2.3.4 e 2.3.5 e descreva o que você observou.

3.3.7. Observando o gráfico de $h''(x)$, dê o(s) valor(es) de x para $h''(x)$ =0.

3.3.8. Determine o ponto em $h(x)$, em que o sentido da concavidade muda (ou ponto de inflexão).

3.3.9. Observando os gráficos, compare as respostas encontradas nos itens 2.3.7 e 2.3.8 e descreva o que você observou.

ANEXO 3: ATIVIDADE DESENVOLVIDA NO AMBIENTE TRADICIONAL

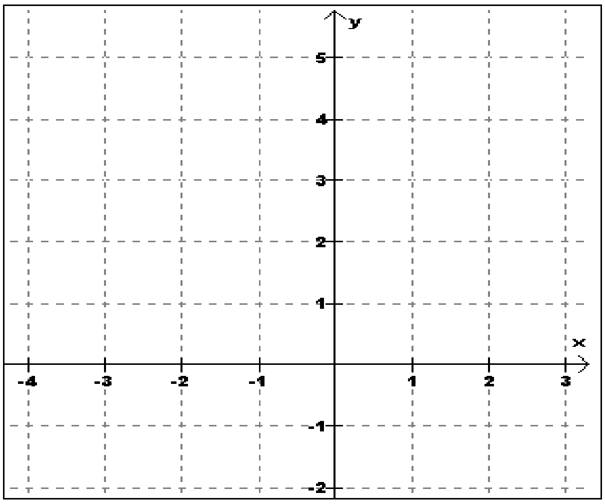
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
PROJETO: DESENVOLVENDO NOVAS PERSPECTIVAS METODOLÓGICAS NO ENSINO DO CÁLCULO

Atividade desenvolvida no ambiente tradicional

Atividade I

Este material contém atividades a serem desenvolvidas em sala de aula com o auxílio de régua, lápis e papel.

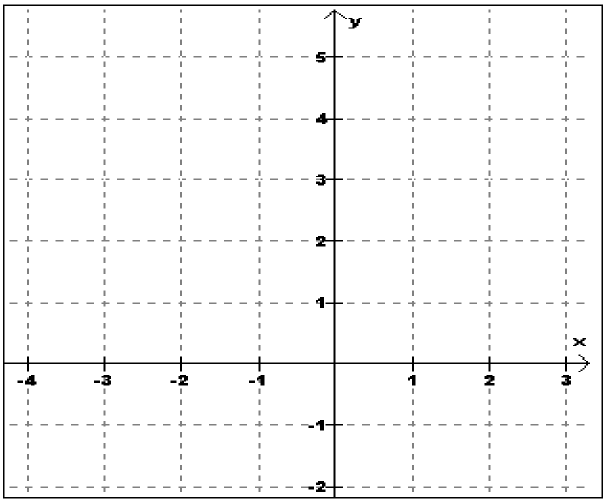
1. Dada a função $f(x)=x^2+2x+1$. Represente-a graficamente.



1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $f(x)$ é crescente.

1.1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $f(x)$ é decrescente.

1.2. Representе graficamente, no mesmo plano cartesiano, as funções $f(x)$ e $f'(x)$.



1.2.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $f'(x)>0$.

1.2.2. Compare as respostas encontradas nos itens 1.1 e 1.2.1 e descreva o que você observou.

1.2.3. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $f'(x)<0$.

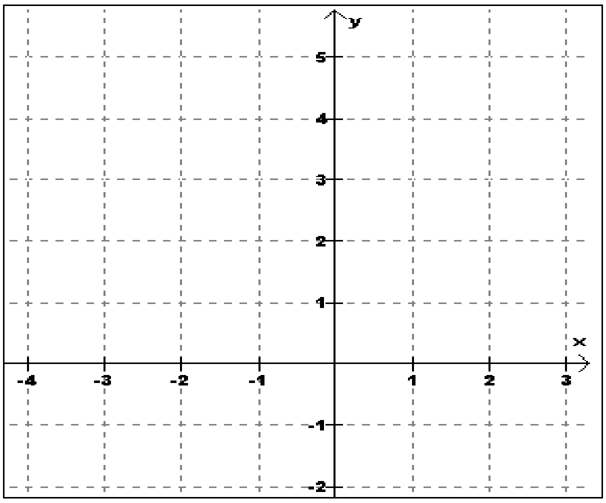
1.2.4. Compare as respostas encontradas nos itens 1.1.1 e 1.2.3 e descreva o que você observou.

1.2.5. Observando o gráfico de $f'(x)$, dê o(s) valor(es) de x para $f'(x)=0$.

1.2.6. Observando o gráfico da função $f(x)$, determine e identifique o(s) seu(s) ponto(s) crítico(s).

1.2.7. Compare as respostas encontradas nos itens 1.2.5 e 1.2.6 e descreva o que você observou.

1.3. Represente graficamente, no mesmo plano cartesiano, as funções $f(x)$ e $f''(x)$.



1.3.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que f''(x)>0.

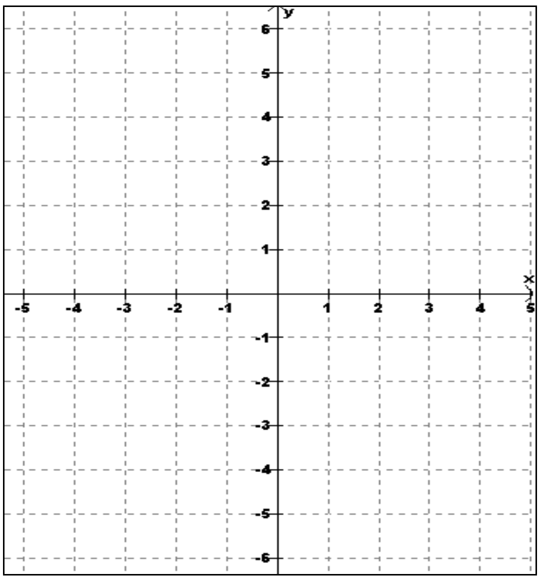
1.3.2. No intervalo encontrado na questão anterior, o gráfico de f(x) tem concavidade voltada para cima ou concavidade voltada para baixo?

1.3.3. Compare as respostas encontradas nos itens 1.3.1 e 1.3.2 e descreva o que você observou.

1.3.4. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que f''(x)<0.

---

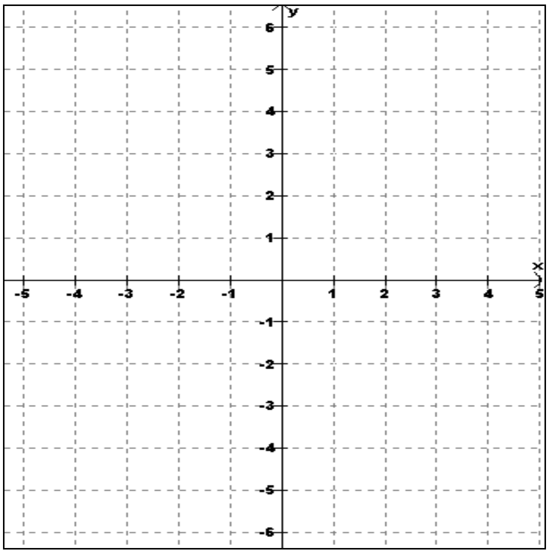
2. Dada a função $g(x)=2x^3-6x$. Represente-a graficamente.



2.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $g(x)$ é crescente.

2.1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $g(x)$ é decrescente.

2.2. Represente graficamente, no mesmo plano cartesiano, as funções $g(x)$ e g'(x).



2.2.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que g'(x)>0.

2.2.2. Compare as respostas encontradas nos itens 2.1 e 2.2.1 e descreva o que você observou.

2.2.3. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que g'(x)<0.

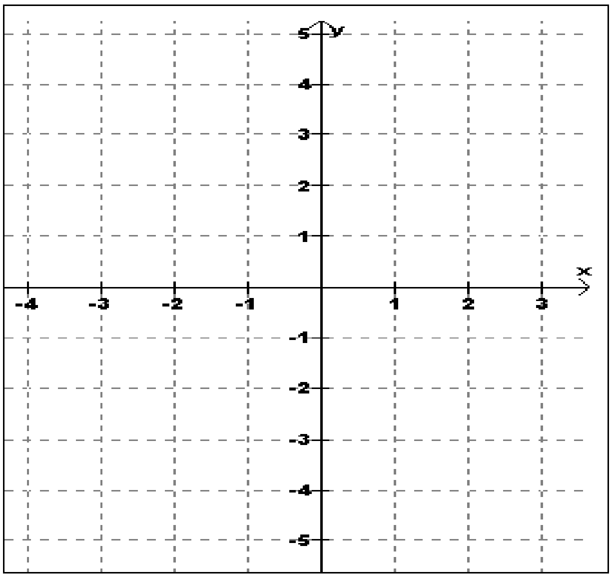
2.2.4. Compare as respostas encontradas nos itens 2.1.1 e 2.2.3 e descreva o que você observou.

2.2.5. Observando o gráfico de g'(x), dê o(s) valor(es) de x para g'(x)=0.

2.2.6. Observando o gráfico da função $g(x)$, determine e identifique o(s) seu(s) ponto(s) crítico(s).

2.2.7. Compare as respostas encontradas nos itens 2.2.5 e 2.2.6 e descreva o que você observou.

2.3. Represente graficamente, no mesmo plano cartesiano, as funções $g(x)$ e g'' (x).



2.3.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que g''(x)>0.

____

2.3.2. No intervalo encontrado na questão anterior, o gráfico de $g(x)$ tem concavidade voltada para cima ou concavidade voltada para baixo?

____

2.3.3. Compare as respostas encontradas nos itens 2.3.1 e 2.3.2 e descreva o que você observou.

____

2.3.4. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que g''(x)<0.

____

2.3.5. No intervalo encontrado na questão anterior, o gráfico de $g(x)$ tem concavidade voltada para cima ou concavidade voltada para baixo?

____

2.3.6. Compare as respostas encontradas nos itens 2.3.4 e 2.3.5 e descreva o que você observou.

____

2.3.7. Observando o gráfico de g''(x), dê o(s) valor(es) de x para g''(x)=0.

____

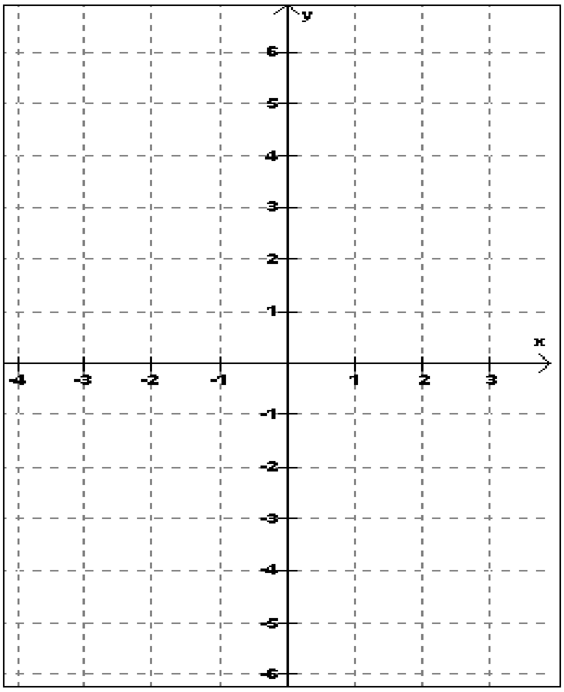
2.3.8. Determine o ponto em $g(x)$, em que o sentido da concavidade muda (ou ponto de inflexão).

____

2.3.9. Observando os gráficos, compare as respostas encontradas nos itens 2.3.7 e 2.3.8 e descreva o que você observou.

____

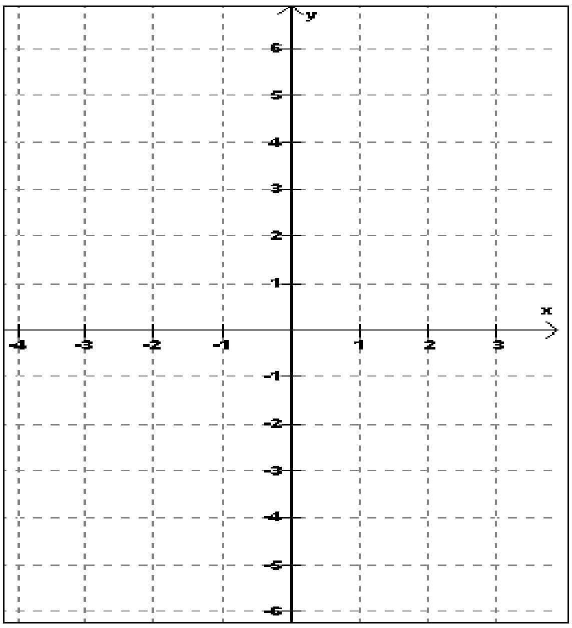
3. Dada a função $h(x) = -x^3 + 2$. Represente-a graficamente.



3.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $h(x)$ é crescente.

3.1.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $h(x)$ é decrescente.

3.2. Represente graficamente, no mesmo plano cartesiano, as funções $h(x)$ e $h'(x)$.



3.2.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $h'(x)$ >0.

3.2.2. Compare as respostas encontradas nos itens 3.1 e 3.2.1 e descreva o que você observou.

___

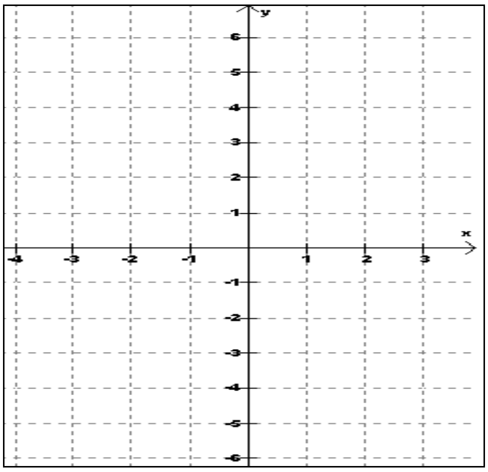
3.2.3. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $h'(x) < 0$.

___

3.2.4. Compare as respostas encontradas nos itens 3.1.1 e 3.2.3 e descreva o que você observou.

___

3.3. Represente graficamente, no mesmo plano cartesiano, as funções $h(x)$ e $h''(x)$.



3.3.1. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $h''(x) > 0$.

___

3.3.2. No intervalo encontrado na questão anterior, o gráfico de $h(x)$ tem concavidade voltada para cima ou concavidade voltada para baixo?

___

3.3.3. Compare as respostas encontradas nos itens 3.3.1 e 3.3.2 e descreva o que você observou.

___

3.3.4. Observando o gráfico, identifique o(s) intervalo(s) em que $h''(x) < 0$.

___

3.3.5. No intervalo encontrado na questão anterior, o gráfico de $h(x)$ tem concavidade voltada para cima ou concavidade voltada para baixo?

___

3.3.6. Compare as respostas encontradas nos itens 3.3.4 e 3.3.5 e descreva o que você observou.

___

3.3.7. Observando o gráfico de $h''(x)$, dê o(s) valor(es) de x para $h''(x)$ =0.

3.3.8. Determine o ponto em $h(x)$, em que o sentido da concavidade muda (ou ponto de inflexão).

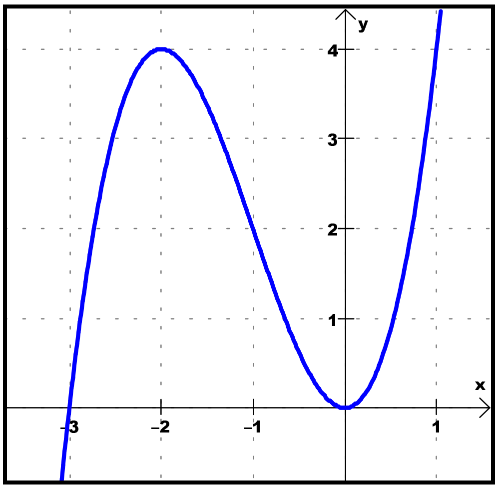
3.3.9. Observando os gráficos, compare as respostas encontradas nos itens 3.3.7 e 3.3.8 e descreva o que você observou.

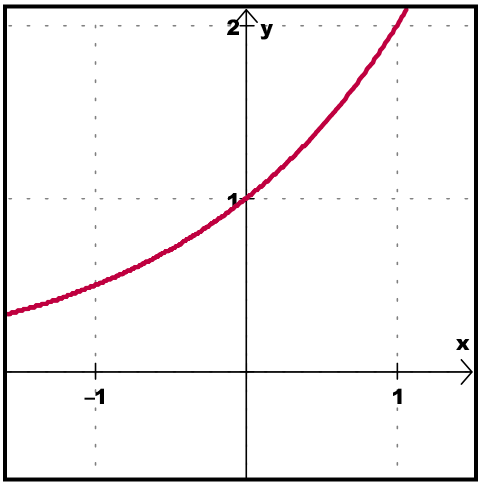
ANEXO 4: ATIVIDADE DE AVALIAÇÃO

Atividade de avaliação

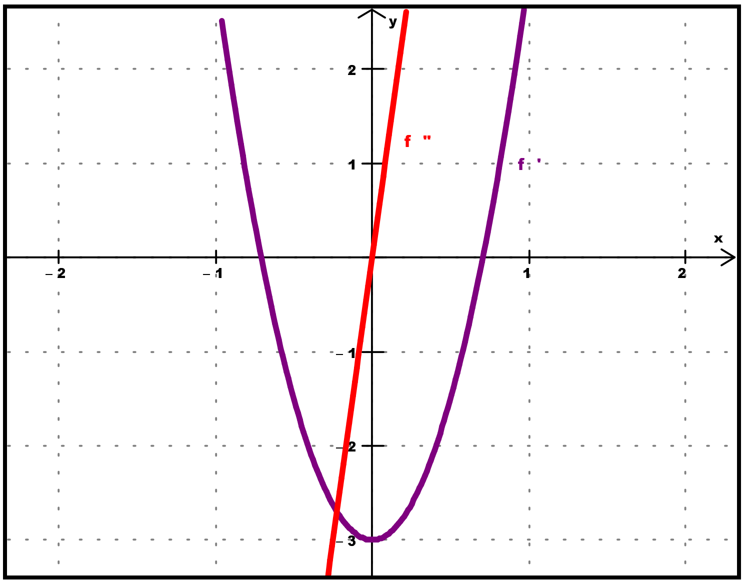
Atividade II

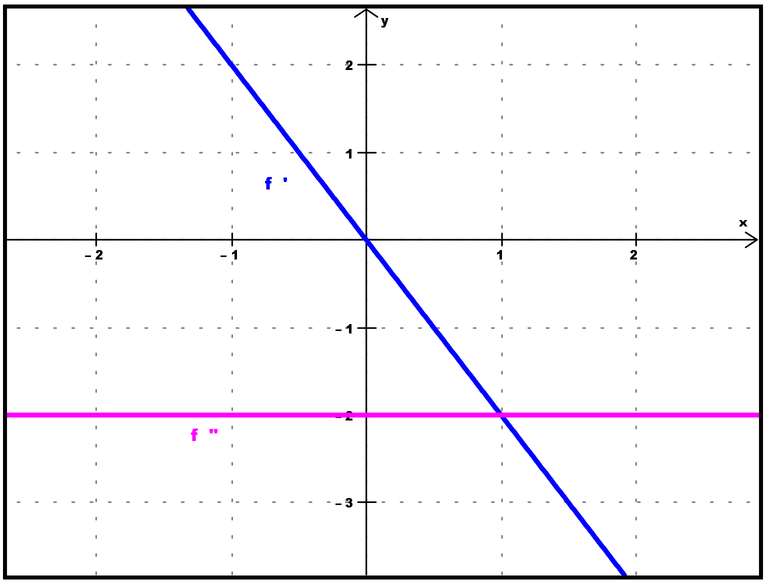
1. Dado o esboço do gráfico da função f, identifique os intervalos em que $f'(x)>0$ e/ou $f'(x)<0$ e os intervalos em que f (x) tem concavidade voltada para cima ou concavidade voltada para baixo.





2. Dada as funções f' e f'', esboce o gráfico da função f.





ANEXO 5: QUESTIONÁRIO

QUESTIONÁRIO

1. Nome (opcional):____
2. Você considera a metodologia utilizada nas atividades:

☐ Muito Boa
☐ Boa
☐ Regular
☐ Ruim
☐ Péssima

3. Em relação a atividade **lápis e papel**:

3.1 Você considera que esta atividade foi:

☐ Fácil
☐ Extremamente Fácil
☐ Difícil
☐ Extremamente Difícil
☐ Impossível de resolver

3.2 Contribuiu para aumentar seus conhecimentos?

☐ Sim
☐ Não
☐ Depende de: _________________________
Comente:____
____

4. Em relação a atividade com a utilização do **recurso tecnológico** (*software* Winplot):

4.1 Você considera que esta atividade foi:

☐ Fácil
☐ Extremamente Fácil
☐ Difícil
☐ Extremamente Difícil
☐ Impossível de resolver

4.2 Contribuiu para aumentar seus conhecimentos?

☐ Sim
☐ Não
☐ Depende de: _________________________
Comente:____

5. Você encontrou dificuldades na resolução das atividades? Se a resposta for afirmativa, aponte-as.
____
____

6. Como futuros professores, qual metodologia apresentada você utilizaria em uma aula de Cálculo sobre este assunto.

☐ Lápis e Papel
☐ *software* Winplot
☐ Lápis e Papel e *software* Winplot
☐ Nenhuma
☐ Outro (s) Qual (is)? _______________________
Por que?____
____

7. De maneira geral, você considera que o uso de novas metodologias de ensino contribui para a melhoria no processo de ensino e aprendizagem de Cálculo.

☐ Sim
☐ Não
☐ Depende de: _________________________
Comente:____

8. Você considera que uma aula de Cálculo com uma nova metodologia, sua motivação:

☐ Aumenta
☐ Diminui
☐ Não Altera
Comente:____