INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação
Profissional e Tecnológica

Ministério
da Educação

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

OS JOGOS DOMINÓ GEOMÉTRICO E QUEBRA-CABEÇA POLIGONAL NO ESTUDO DE POLÍGONOS

DOUGLAS GOMES SANTOS
ROSANA RAMOS DE BARCELOS

CAMPOS DOS GOYTACAZES
2010

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação

DOUGLAS GOMES SANTOS

ROSANA RAMOS DE BARCELOS

OS JOGOS DOMINÓ GEOMÉTRICO E QUEBRA-CABEÇA POLIGONAL NO ESTUDO DE POLÍGONOS

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos - Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Mônica Souto da Silva Dias

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2010

Dados de Catalogação na Publicação (CIP)

DOUGLAS GOMES SANTOS

ROSANA RAMOS DE BARCELOS

OS JOGOS DOMINÓ GEOMÉTRICO E QUEBRA-CABEÇA POLIGONAL NO ESTUDO DE POLÍGONOS

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos - Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 05 de novembro de 2010.

Banca Avaliadora:

Profª Mônica Souto da Silva Dias (orientadora)
Doutora em Educação Matemática/PUC-SP
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro

---

Profª Gilmara Teixeira Barcelos
Mestre em Ciências de Engenharia/UENF-RJ
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro

---

Profª Carla Antunes Fontes
Mestre em Matemática/UFRJ
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter nos dado o dom da vida e por permitir que déssemos este passo em nossas vidas profissionais, proporcionando-nos forças para lutar e alcançar nossos objetivos.

Aos nossos pais e irmãos: (Douglas) Joelson, Jaqueline, Carina e Fernanda, (Rosana) Jorge Luis, Oziméa, Gerson e Emerson, pela presença e apoio incondicionais, tendo assim um papel fundamental em nossas vidas.

À querida orientadora Professora Doutora Mônica Souto da Silva Dias, pela sua dedicação, perseverança, paciência e exemplo profissional, contribuindo assim para nossa formação acadêmica.

Aos professores da Licenciatura em Matemática, por todo ensinamento e amizade. Em especial à professora Mylane dos Santos Barreto, por nos ter cedido 9 horas/aulas para que pudesse ser feita a experimentação de um dos jogos dessa pesquisa e pela colaboração durante a experimentação.

À reitora Cibele Daher Botelho Monteiro e ao Diretor Jefferson Manhães de Azevedo, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos - Centro, estado do Rio de Janeiro, pela colaboração durante essa caminhada.

Às professoras Carla Antunes Fontes e Gilmara Teixeira Barcelos, por aceitarem participar da banca examinadora.

Aos nossos amigos Aline Maciel, Caroline Carneiro, Daianny Barcelos, Heloiza Rangel, Josie Vasconcellos, Juliana Policarpo, Katherin Castro, Lara Mereles, Luis Gustavo, Marilane Motta, Matheus Sardinha, Paula Eveline e Tatiele Nascimento pelo apoio e amizade.

Aos alunos que participaram das experimentações dos jogos e das atividades, contribuindo para o resultado do nosso trabalho.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desta pesquisa.

Aos nossos familiares e amigos.

RESUMO

O estudo da Matemática possibilita desenvolver o raciocínio lógico e estimular a construção do conhecimento. Neste sentido, a proposta do presente trabalho é abordar o uso de jogos didáticos, como o Dominó Geométrico e o Quebra-Cabeça Poligonal, permitindo aos educandos construir seus conhecimentos sobre polígonos. A presente pesquisa caracteriza-se como qualitativa, enfocando o estudo de caso, cuja unidade foram 30 alunos de uma turma do 7.º ano do Ensino Fundamental e seis alunos do 1.º período da Licenciatura em Matemática. Os jogos e as atividades utilizados para o desenvolvimento da pesquisa foram desenvolvidos pelos autores. Estas atividades foram aplicadas em escolas da rede pública, localizadas no município de Campos dos Goytacazes – RJ. Para a turma do Ensino Fundamental foram aplicados o Quebra-Cabeça Poligonal e atividades correlatas e, para a Licenciatura em Matemática, o jogo e as atividades do Dominó Geométrico. Durante a experimentação, observou-se que os jogos imprimiram motivação aos alunos, tendo como consequência seu envolvimento significativo nas atividades propostas. Os resultados apontam que o uso de jogos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática contribui para a compreensão do conteúdo. Foi observado também que alguns alunos podem apresentar dificuldades na compreensão da composição de peças do quebra-cabeça poligonal como uma única figura, e que a utilização do quebra-cabeça poligonal pode reforçar a influência de figuras prototípicas.

Palavras-chave: Jogos. Polígonos. Quadriláteros.

ABSTRACT

The study of Mathematics makes it possible to develop the logical reasoning and stimulate the construction of knowledge. In this sense, the present work aims to approach the use of didactic games, such as the Geometric Domino and the Polygonal Puzzle, allowing the students to build their own knowledge about polygons. The present research characterizes as qualitative with focus in case study, whose unit was formed by thirty students from an elementary school class of the 7th grade and six students from the 1st term of Major in Mathematics. The games and activities used to develop the research were developed by the authors. These activities were applied in public schools from Campos dos Goytacazes – RJ. For the elementary school class, the Polygonal Puzzle and correlated activities were applied, and for the group Majoring in Mathematics, the games and Geometric Domino activities were used. During the experimentation, it was observed that the games imprinted motivation on the students, having as its consequence their significant involvement in the proposed activities. The results point out that the use of games within the Mathematics teaching and learning process contributes to the content comprehension. It was also observed that some students may show difficulties comprehending the composition of the polygonal puzzle pieces as just one figure and that the use of the polygonal puzzle can reinforce the influence of prototype figures.

Keywords: Games. Polygons. Quadrilaterals.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Ensinar Matemática é desenvolver a capacidade de raciocínio lógico, estimular a construção do conhecimento, a criatividade e a capacidade de resolver situações reais e diferentes tipos de problemas (GROENWALD; TIMM, 2000).

São muitas as dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem de Matemática tanto por parte dos alunos quanto dos professores, principalmente na rede pública, na qual o ensino da Matemática é apresentado ao educando de forma tradicional, ou seja, por meio de aulas expositivas, sem a utilização de recursos pedagógicos, tais como: tecnologias, jogos, recortes, entre outros (FIORENTINI; MIORIM, 1990). Talvez seja esta a explicação para que muitos alunos não questionem o conteúdo e digam que a Matemática é uma das disciplinas mais difíceis de entender (LOPES; RECCO, 2005).

A aprendizagem de Matemática, muitas vezes, não atinge o nível de compreensão, limitando-se apenas à memorização de fórmulas, uma vez que os alunos não percebem sua relação com o cotidiano, seu contexto social, encarando tal disciplina apenas como uma “decoreba”, sem utilidade alguma para seu desenvolvimento pessoal. É necessário ao professor perceber que nem sempre a resolução de exercícios desenvolve a capacidade de autonomia do aluno (LARA, 2007). Para tal, é importante realizar um trabalho que vá ao encontro da realidade do aluno, no qual seja possível, por meio de diferentes recursos, proporcionar um ambiente de construção do conhecimento (LARA, 2007), despertando, assim, o interesse do aluno pela Matemática, fazendo-o sentir o prazer de construir o conhecimento, compreender, vibrar com a ciência dos números. Isto pode acontecer a partir de uma aprendizagem mais dinâmica e divertida. Uma ideia para despertar este interesse seria a utilização dos jogos como atividades extracurriculares.

Neste trabalho, é sugerida a utilização de jogos para motivar a aprendizagem, além de estimular o desenvolvimento de habilidades, tais como concentração, curiosidade, consciência de grupo, coleguismo, companheirismo, autoconfiança e autoestima (LARA, 2007).

Aqui, o jogo é compreendido como o caracteriza Antunes (2008, p. 41), “devemos entender por "jogos" atividades de natureza lúdica e educativa, uma relação interpessoal entre o educador e o educando, estabelecida por algumas regras e por objetivos”.

O lúdico como recurso pedagógico na aprendizagem deve ser encarado de forma séria e usado de maneira correta, pois conforme Almeida (1987, p. 42), “o sentido real, verdadeiro, funcional da educação lúdica estará garantido se o educador estiver preparado para realizá-lo.”

É importante distinguir dois aspectos referentes ao lúdico: *educação lúdica* – suas propostas resumem-se nos seguintes aspectos: desenvolvimento do aprender a pensar; estímulo às faculdades intelectivas; domínio compreensivo do conhecimento básico; integração no contexto social; apropriação crítica e criativa das situações do mundo; e *atividade lúdica* – na qual técnicas e jogos pedagógicos são meios que auxiliam a concretização de determinados objetivos específicos. É necessário lembrar que mesmo uma aula expositiva auxiliada por recursos pedagógicos que atraiam a atenção dos alunos é um jogo pedagógico (ALMEIDA, 1987).

Alguns aspectos são importantes para que o professor tenha segurança na aplicação e execução do trabalho com jogos na sala de aula, como Almeida (1987) nos atesta.

> - Conhecer a natureza do lúdico, para não se deixar enganar pelo falso jogo e pelo modismo. Conhecer os fins mais abrangentes (educação como um todo), os fins mais específicos (concretizar a aprendizagem) e os meios para que isso ocorra.
> - Conhecer profundamente causas e efeitos para possíveis respostas e encaminhamentos.
> - Conhecer as formas adequadas de implementação, considerando: a adaptação na escola, a organização, o planejamento, a execução e a análise de qualidade (ALMEIDA, 1987, p. 44).

Porém é preciso que o educador tenha consciência de que os jogos não são instrumentos de avaliação, e sim estratégias que oferecem a ele e aos educandos a possibilidade de observarem o rendimento da aprendizagem, as atitudes e a eficiência do próprio trabalho (ALMEIDA, 1987).

É preciso, também, ter consciência que trabalhar com jogos não é fácil, pois exige uma atenção maior sobre os educandos, para identificar o que precisa ser trabalhado, além de escolher o jogo certo para cada conceito matemático (GROENWALD; TIMM, 2000).

Para atingir os objetivos desejados com jogos no ensino da Matemática, não se deve jogar por jogar. Corre-se o risco de não alcançar o objetivo esperado, tornando os jogos sem sentido quando não oferecem auxílio algum ao processo de ensino e aprendizagem (SANTANA, 2006 apud MENDONÇA, 2008). As regras e os procedimentos devem ser apresentados aos alunos antes de iniciar o jogo, bem como preestabelecidos os limites e possibilidades de ação de cada jogador (GROENWALD; TIMM, 2000). É preciso fazer com que os alunos transformem as informações obtidas em conhecimento, pois se não houver essa "passagem", de nada adiantará a proposta de contornar as dificuldades dos alunos nos conteúdos matemáticos por meio dos jogos.

Também deve ser levado em conta que os jogos ajudam no desenvolvimento do aluno como cidadão autônomo, uma vez que a aprendizagem por meio dos jogos os leva tanto a compreender um determinado conteúdo matemático quanto a conviver melhor com outras pessoas, a trabalhar em grupo e a desenvolver seu raciocínio (MENDONÇA, 2008).

A motivação para esta investigação partiu de um dos projetos desenvolvidos no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT)[1], por um dos autores deste trabalho, cujo tema era Produtos Notáveis. Tal projeto tratava de proporcionar a compreensão de Produtos Notáveis por meio de jogos, de modo permanente, evitando a "decoreba" de fórmulas sem significado para o aluno. Os resultados apontaram que cerca de 90% dos alunos participantes obtiveram um bom rendimento e que, ao jogar, demonstraram bastante interesse e entusiasmo. Sendo assim, decidiu-se utilizar jogos na proposta das atividades, pois são tão prazerosos e interessantes, que em sala de aula tornam o ensino mais compatível com o desenvolvimento natural dos alunos, ou seja, contribuem para que a aprendizagem seja relevante para o desenvolvimento (KAMII, 1997 apud LOPES; RECCO, 2005).

O objetivo geral deste trabalho é elaborar e validar atividades que possibilitem o estudo de algumas propriedades de polígonos e, em especial quadriláteros por

[1] Disciplina do Curso de Licenciatura em Matemática da Instituição Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos-Centro.

meio de jogos, que auxiliariam a construção de conhecimento pelos alunos. Foram escolhidos os jogos dominó e quebra-cabeça para trabalhar conteúdos geométricos. A segunda escolha foi uma preferência pessoal e a primeira, uma consequência da segunda.

A revisão de literatura permitiu elaborar a seguinte questão de pesquisa:

Quais são as contribuições da utilização dos jogos quebra-cabeça e dominó no processo de ensino e aprendizagem de polígonos?

Alguns objetivos específicos foram delineados para alcançar o objetivo geral, e responder à questão de pesquisa: i) realizar um estudo da utilização dos jogos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática; ii) investigar as aplicações e ocorrências da utilização dos jogos nas atividades matemática escolares; iii) elaborar e validar atividades que utilizem jogos como elemento motivador para o estudo e o aprofundamento de algumas propriedades de polígonos, com destaque para os quadriláteros; iv) analisar os resultados obtidos na validação à luz do referencial teórico.

Esta monografia encontra-se estruturada em três capítulos, além desta introdução e das considerações finais.

No capítulo 1, “Os jogos e o ensino e aprendizagem de Matemática” é apresentada a revisão bibliográfica feita em literatura especializada. Subdivide-se em quatro seções. Na primeira, “O uso de jogos no ensino e aprendizagem de Matemática” faz-se uma abordagem da visão de alguns autores sobre o uso de jogos no ensino de Matemática; na segunda, “O ensino de Geometria e os jogos” apresentam-se os referenciais teóricos sobre o ensino de Geometria e os jogos; na terceira seção, “Resultados de pesquisas”, são brevemente relatadas duas pesquisas sobre a utilização de jogos na sala de aula de Matemática e na quarta, “As pesquisas descritas e o presente trabalho” sua relação com o presente trabalho.

No capítulo 2, “Aspectos Metodológicos” são expostos a metodologia e o detalhamento dos procedimentos metodológicos utilizados para alcançar os objetivos.

No capítulo 3, “Relato e análise da pesquisa”, são descritas todas as ações realizadas para o desenvolvimento deste trabalho, além das análises dos dados obtidos.

Nas “Considerações Finais”, são apresentadas as reflexões apoiadas na análise dos dados e algumas sugestões para a continuidade do estudo realizado.

1. OS JOGOS E O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Neste capítulo, são apresentadas considerações sobre a utilização dos jogos no ensino e aprendizagem de Matemática e, em especial, no ensino de Geometria. Há também o relato resumido de duas pesquisas e sua afinidade com a presente investigação.

1.1. O USO DE JOGOS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Segundo Moura (1992, apud JESUS; FINI, 2001), a escola vem sofrendo modificações no sentido de possibilitar diferentes formas de ensinar. Tais formas são apresentadas de modo que o professor não seja o único árbitro, permitindo o aparecimento de novas metodologias, nas quais o aluno também possa construir o conhecimento. Para o autor, é possível que o nascimento da Educação Matemática tenha trazido a primeira definição do que é jogar e aprender Matemática.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL,1998), não existe um caminho único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular da Matemática. Por isso é fundamental conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula. Dentre os recursos didáticos, destacam-se os jogos como materiais que podem fornecer os contextos dos problemas, como também os instrumentos para a construção das estratégias de resolução.

Para Antunes (2005), não existe ensino sem que ocorra a aprendizagem, e esta não acontece senão pela transformação, por meio da ação do professor, do processo de busca do conhecimento — que deve sempre partir do aluno.

Por defender o uso pedagógico de jogos e brinquedos, que deveriam ser organizados e dirigidos pelo professor, Friedrich Froebel, em 1840, foi o primeiro educador a fazer um trabalho baseado no uso didático dos jogos, em escolas na Alemanha e na Suíça. Ele inventou vários jogos do tipo quebra-cabeça, dobraduras de papel, de dados, entre outros. Froebel baseava-se num profundo misticismo e na opinião de que a escola não devia se concentrar na transmissão de conhecimento, mas no desenvolvimento do caráter e no despertar da motivação para os estudos (VASSALLO NETO, 2006).

Maria Montessori foi outra educadora que contribuiu para o desenvolvimento do uso didático dos jogos. Iniciou sua carreira trabalhando com crianças deficientes mentais, para as quais precisou desenvolver métodos e materiais adequados de ensino. Por ter obtido enorme sucesso, passou a usar suas ideias e materiais em escolas “normais”, antes da Primeira Guerra. Fundou a Associação Internacional Montessori, que obteve enorme sucesso na divulgação dessas ideias (VASSALLO NETO, 2006).

No Brasil, destaca-se o papel do professor de Matemática Júlio César de Melo e Souza (1895–1974), mais conhecido como Malba Tahan, que foi um crítico do ensino tradicional e excessivamente algebrizado de nossas escolas. Tahan não ficou apenas na crítica, fez várias contribuições ao lúdico da Matemática e suas obras são internacionalmente reconhecidas (VASSALLO NETO, 2006).

Deve-se utilizar jogos no ensino e aprendizagem de Matemática**,** não como instrumentos recreativos na aprendizagem, mas como facilitadores, colaborando para trabalhar os bloqueios que os alunos apresentam em relação a alguns conteúdos matemáticos (GROENWALD; TIMM, 2000).

Os jogos servem como apoio para introduzir, amadurecer a compreensão de conteúdos e preparar o aluno para aprofundar os já trabalhados. Devem ser escolhidos e preparados com cuidado, para levar o aluno a construir conceitos matemáticos (GROENWALD; TIMM, 2000).

Borin (1996, apud GROENWALD; TIMM, 2000) afirma que outro motivo para a introdução de jogos no ensino e aprendizagem de Matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos alunos que temem a Matemática e se sentem incapacitados para aprendê-la. Segundo a autora, no jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, nota-se que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam Matemática, apresentam também um melhor rendimento e atitudes mais positivas no processo de aprendizagem.

Segundo Antunes (2005), o jogo é um estímulo ao crescimento, como uma competição em direção ao desenvolvimento cognitivo e aos desafios do viver, e não como uma competição entre pessoas ou grupos que implica em vitória ou derrota.

De acordo com Vygotsky (1998), é por meio do brinquedo que a criança aprende a atuar numa esfera cognitiva, em lugar de agir numa esfera visual, sendo livre para determinar suas próprias ações. Ele afirma, ainda, que o brinquedo estimula a curiosidade e a autoconfiança, proporcionando o desenvolvimento da linguagem, do pensamento, da concentração e da atenção (VYGOTSKY, 1998; GROENWALD; TIMM, 2000).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997), as atividades com jogos permitem a articulação entre o conhecido e o imaginado, desenvolvendo o autoconhecimento. Possibilitam ainda a compreensão e utilização de convenções e regras que serão empregadas no processo de ensino e aprendizagem. Tal compreensão favorece sua integração num mundo social bastante complexo e proporciona as primeiras aproximações com futuras teorizações.

> Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levam ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática (BRASIL, 1997, p.19).

Segundo Piaget (1976, apud VASSALLO NETO, 2006), os objetivos pedagógicos no contexto escolar e clínico do jogo contemplam os seguintes tópicos:

- sociabilizar o aluno;
- trabalhar a ansiedade;
- rever os limites;
- reduzir a descrença na própria capacidade de realização;
- diminuir a dependência, desenvolvendo a autonomia;
- aprimorar a coordenação motora;
- desenvolver a organização espacial;
- melhorar o controle segmentar;
- aumentar a atenção e a concentração;
- desenvolver a antecipação da estratégia;
- trabalhar a discriminação auditiva;
- ampliar o raciocínio lógico;
- desenvolver a criatividade;
- perceber figura e fundo;
- trabalhar o jogo.

De acordo com Vassallo Neto (2006), utiliza-se jogos no ensino e aprendizagem de Matemática: i) para verificar o desenvolvimento da linguagem, da criatividade, do raciocínio dedutivo exigido na escolha de uma jogada ou em argumentações; ii) para analisar o comportamento e a atividade mental de um jogador disposto a ganhar; iii) para conjecturar, verificar e analisar ideias e raciocínios; iv) para desenvolver a concentração; v) para sociabilizar a informação, junto com os demais alunos; vi) para diminuir os bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos; vii) para desenvolver habilidades de raciocínio como: organização, atenção e concentração, tão necessárias ao aprendizado de elementos matemáticos.

O uso de jogos na escola pode ser um recurso interessante no sentido de tornar atraentes as atividades escolares, bem como de estimular o raciocínio, fazendo com que professores e alunos aprendam com a criação e aplicação dos jogos matemáticos. Por meio deles, os alunos podem criar, pesquisar, “brincar” e “jogar” com a Matemática, permitindo ao professor observar, analisar e discutir os possíveis resultados do uso deste recurso em sala de aula (JESUS; FINI, 2001).

Segundo Vassallo Neto (2006), o jogo pode ser baseado em alguns critérios básicos: i) deve ser para dois ou mais jogadores, ou ainda, não deve ser um jogo solitário; ii) deve ter regras preestabelecidas que não podem ser alteradas no decorrer de uma partida; iii) tais regras devem ser formuladas de modo que o jogo possua no final um vencedor; iv) as regras devem permitir que cada jogador possa participar e serem objetivas e claras; v) deve possuir significância e relevância para os alunos; vi) o fator sorte deve ter um papel secundário ou não interferir.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998), a participação em jogos em grupo representa uma conquista cognitiva, moral e social para o estudante e um estímulo para o desenvolvimento de sua competência matemática. Afirma, ainda, que o “jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos” (BRASIL, 1997, p. 35), o que é ratificado por Kaleff (2008):

> Os jogos ainda permitem a simulação de situações problema que exigem soluções vivas e imediatas - o que incentiva o planejamento das ações e de estratégias, possibilitando também a construção de uma atitude positiva perante os erros. Devido à dinâmica das ações, os jogos possibilitam que as situações sucedam-se rapidamente e possam ser corrigidas de forma natural, sem deixar marcas negativas (KALEFF, 2008, p.58).

Para Groenwald e Timm (2000) e Vassallo Neto (2006), os jogos podem ser classificados em três tipos:

- *Jogos de treinamento*: auxiliam a memorização, ou a fixação de conceitos, fórmulas e técnicas ligadas a algum conteúdo. São utilizados quando o professor percebe que determinado(s) aluno(s) precisa(m) de reforço em certo conteúdo, substituindo assim as cansativas listas de exercícios. Neste tipo de jogo, quase sempre o fator sorte interfere nos resultados finais, o que pode frustrar as ideias anteriormente colocadas;

- *Jogos de estratégia*: proporcionam maior desenvolvimento do raciocínio lógico. Os alunos leem as regras e buscam caminhos para atingir uma meta. O objetivo principal é descobrir a estratégia vencedora. O papel do aluno está centrado na descoberta, assim há necessidade da formulação de hipóteses, da argumentação e da experimentação, fatores imprescindíveis para a validação das hipóteses. Deste modo, o jogo torna-se um problema resolvido que pode gerar ou não outros problemas e desafios. Nesse tipo de jogo, o fator sorte não interfere no resultado;

- *Jogos geométricos*: têm como objetivo desenvolver a habilidade de observação e o pensamento lógico. Com eles, conseguimos trabalhar figuras geométricas, semelhança de figuras, ângulos e polígonos.

Os jogos, além de estimularem as relações cognitivas, afetivas e sociais, são importantes no ensino e aprendizagem e na construção do conhecimento, e ainda funcionam como peças fundamentais para a participação ativa do aluno, proporcionando atitudes críticas e de criação naqueles que se envolvem no processo (MENDES, 2005). Podemos concluir que, por meio dos jogos, o aluno deixa de ser o agente passivo e passa a ser o agente ativo no momento da atividade.

Os jogos que serão utilizados nesta pesquisa podem ser classificados como: o dominó - jogo de treinamento; o quebra-cabeça - jogo geométrico.

Antunes (2005) afirma que existem dois aspectos importantes no emprego dos jogos como instrumentos de uma aprendizagem significativa.

> Em primeiro lugar o jogo ocasional, distante de uma cuidadosa e planejada programação, é tão ineficaz quanto um único momento de exercício aeróbio para quem pretende ganhar maior mobilidade física e, em segundo lugar, uma grande quantidade de jogos reunidos em

> um manual somente tem validade efetiva quando rigorosamente selecionados e subordinados à aprendizagem que se tem em mente como meta (ANTUNES, 2005, p. 37).

Antes de utilizar qualquer jogo pedagógico, deve-se pensar bem em todo o processo de elaboração, desde a pesquisa e seleção dos jogos até momentos antes da sua aplicação.

> [...] *jamais pense em usar os jogos pedagógicos sem um rigoroso e cuidadoso planejamento*, marcado por etapas muito nítidas e que efetivamente acompanhem o processo dos alunos, e jamais avalie sua qualidade de professor pela quantidade de jogos que emprega, e sim pela qualidade dos jogos que se preocupou em pesquisar e selecionar (ANTUNES, 2005, p. 37).

No decorrer do processo de elaboração dos jogos, procurou-se agir conforme Antunes (2005) orienta na citação acima. Durante o planejamento foram feitas várias revisões, nas quais perceberam-se modificações necessárias, de acordo com o desenvolvimento da aula. Por exemplo, quais conceitos eram necessários para que o aluno pudesse utilizar o quebra-cabeça proposto pelos autores, quais propriedades dos quadriláteros poderiam ser observadas durante o jogo, etc. Esses cuidados são necessários para que seja atingido o objetivo do jogo em questão e para que o mesmo não seja encarado como uma simples atividade lúdica, mas sim como uma atividade lúdica que auxilie o aluno na construção do conhecimento.

> [...] devemos considerar que não só os quebra-cabeças, mas todos os demais materiais manipulativos utilizados perdem seu valor pedagógico se forem encarados como meros objetos lúdicos, sem que seja explorado seu papel de auxiliar do aluno no desenvolvimento do significado das noções matemáticas elementares (KALEFF, 2003, p. 20).

Kaleff (2003) afirma ainda que o quebra-cabeça é um ótimo recurso pedagógico para o desenvolvimento da habilidade de visualização, pois os alunos demonstram grande interesse, estimulados pela beleza das cores das peças do jogo, pelo desafio apresentado no reconhecimento das formas das peças e pela dinâmica pertinente à sua manipulação.

É importante destacar o papel do professor na aplicação de um recurso didático, nesse caso o jogo. Ao propor um jogo, o professor deve estar atento aos objetivos que deseja atingir. Deve portar-se como um mediador ou orientador das atividades (JELINEK, 2005). Antunes (2005) lembra que:

> Um jogo jamais deve ser interrompido e, sempre que possível, o aluno deve ser estimulado a buscar seus próprios caminhos. Além disso, todo jogo precisa sempre ter começo, meio e fim e não ser programado se existir dúvidas sobre as possibilidades de sua integral consecução (ANTUNES, 2005, p.42).

Para que uma atividade com jogos possa ser considerada excelente, dependerá da clareza das regras e das hipóteses transmitidas pelo professor/ mediador/orientador (JELINEK, 2005).

Para que um professor desenvolva um trabalho com recursos didáticos em sala de aula, será necessária uma sólida formação teórica e interdisciplinar, que não só o habilite, mas também lhe assegure o domínio do conteúdo a ser ensinado. O professor deve orientar o aluno para que saiba utilizar as fontes de informação disponíveis, nesse caso as regras, tornando o aprendizado bem-sucedido (VIANA; OHSE, 2008).

Vale ressaltar, ainda, que o professor deve conhecer bem o público alvo, pois cada aluno tem sua capacidade de assimilação e entendimento acerca de determinado assunto (VIANA; OHSE, 2008). Na presente pesquisa, as informações referentes aos alunos participantes, tais como padrão de comportamento na aula, dificuldades de aprendizado, atividades escolares habituais, foram dadas pela professora da turma.

1.2. O ENSINO DE GEOMETRIA E OS JOGOS

As tendências curriculares atuais consideram que a Geometria é uma área da Matemática fundamental para compreender o espaço em que vivemos e perceber aspectos essenciais da atividade matemática. A importância de estudar os conceitos e objetivos geométricos, do ponto de vista experimental e indutivo, é explorar a aplicação da Geometria, principalmente na vida real (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003).

A Geometria é considerada como um conteúdo que está entre a Matemática concreta e a abstrata. Dentre os diferentes ramos da Matemática, é considerada muito importante tanto como objeto de estudo, quanto como instrumento para outras áreas. É um meio de compreensão, descrição e interação com o espaço em que vivemos, sendo um dos campos mais intuitivos e concretos da Matemática e o mais ligado à realidade do nosso cotidiano (VIANA; OHSE, 2008).

Segundo os PCN (BRASIL, 1997), uma parte importante do currículo de Matemática são os conceitos geométricos. Por meio deles os alunos desenvolvem um tipo de pensamento que lhes permite compreender, descrever e representar o mundo em que vivem. Afirmam, ainda, que a Geometria é um campo de trabalho fértil, pois os alunos costumam interessar-se naturalmente.

O estudo da Geometria possibilita ao aluno organizar o seu pensamento por meio do reconhecimento e da análise das propriedades características de modelos geométricos que representam os objetos do mundo ao nosso redor. No entanto, tem sido dada pouca atenção ao estudo das formas nas aulas de Geometria, pois o professor prioriza mais as relações métricas e o cálculo de medidas de comprimento de lados ou de áreas e de volumes, ao invés de levar o aluno a observar relações de simetria numa figura, semelhanças entre figuras, entre outras (KALEFF; REI; GARCIA, 1996).

É visível o descaso dos professores de Matemática com ensino de Geometria, mas ao mesmo tempo há uma inquietação em relação a isto. Entre os professores, sempre existe um grupo determinado a ensiná-la, seja por definição em planejamento escolar ou por seguirem o livro didático. A justificativa dada pelos professores para o não cumprimento do programa de Geometria é a falta de tempo (FERRAREZI, 2004).

O professor, ao enfatizar o estudo de Álgebra em detrimento do estudo de Geometria, poderá está privando o seu aluno da possibilidade de desenvolvimento de processos de pensamento necessários à resolução de problemas matemáticos, mesmo acreditando que o estudo da Álgebra trará muito mais proveito para o seu cotidiano (FERRAREZI, 2004).

De acordo com Pavanello (1993, apud FERRAREZI, 2004), a maioria dos alunos do Ensino Fundamental deixa de aprender Geometria, pois os professores das séries iniciais limitam-se a trabalhar somente com a aritmética e as noções de conjunto. Assim, o ensino de Geometria passa a ser feito apenas no Ensino Médio, com o agravante de que os alunos apresentam uma dificuldade ainda maior em lidar com as figuras geométricas e sua representação.

Há que ter consciência de que a Geometria não é apenas um capítulo do livro didático que se esgota em si mesmo, ou ainda que se apresenta como um tema facultativo. Deve ser considerada como um elemento fundamental ao desenvolvimento do raciocínio, da criatividade, da abstração, bem como da aprendizagem e da organização do conhecimento (PIROLA, 2000).

Visando motivar o aluno para o estudo das formas e relacioná-las com a realidade à nossa volta, têm sido desenvolvidos diversos recursos didáticos, dos quais fazem parte alguns materiais concretos manipulativos, tais como: jogos geométricos planos e espaciais, dobraduras de papel, etc. Estes jogos são ferramentas auxiliares que permitem aos alunos organizar imagens visuais, fundamentais para a formação e organização do pensamento lógico-abstrato, necessário ao desenvolvimento das ideias (KALEFF; REI; GARCIA, 1996).

De acordo com Ferrarezi (2004), o jogo, por seu aspecto lúdico, estimula o desenvolvimento do raciocínio reflexivo dos alunos, envolvendo-os num processo de ensino e aprendizagem mais significativo.

Para Grando (2000, apud FERRAREZI, 2004), é importante a necessidade de criar situações competitivas, que possam ser desencadeadas ludicamente, auxiliando no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Buscam-se então alternativas para os problemas de ensino por meio do uso de jogos.

A visualização, no caso de figuras, é considerada como um recurso para a compreensão matemática, não apenas associada às representações gráficas, mas também às representações numéricas e simbólicas (ZULATTO, 2007).

Kaleff (2003) reforça esse pensamento:

> Ao visualizar objetos geométricos, o indivíduo passa a ter controle sobre o conjunto das operações mentais básicas exigidas no trato da Geometria. Alguns exemplos destes tipos de operação são apresentados a seguir: identificar uma determinada figura plana, isolando-a dos demais elementos de um desenho; reconhecer que algumas propriedades de um objeto (real ou imagem mental) são independentes de características físicas como tamanho, cor e textura; identificar um objeto ou um desenho quando apresentado em diferentes posições; produzir imagens mentais de um objeto e visualizar [...] (KALEFF, 2003, p.16).

1.3. RESULTADOS DE PESQUISAS

A seguir, serão relatados dois estudos sobre o uso de jogos no ensino e aprendizagem em Matemática.

1.3.1. O estudo de Járci Maria Machado

A pesquisa de Járci Maria Machado (2006) sobre jogos didáticos, intitulada "Tomada de Consciência no jogo "O caminho para o tesouro do pirata" de alunos com dificuldades de aprendizagem em fração que frequentam sala de recursos", foi realizada no âmbito de uma dissertação de mestrado. A autora visa articular dois pontos de interesse que são: a interação social no jogo e a tomada de consciência. Teve como objetivo "identificar quais as implicações da interação social ocorridas durante o jogo de regras para a tomada de consciência de uma determinada noção de fração" (MACHADO, 2006, p. 16-17).

Essa pesquisa traz uma análise sobre "O aluno e o saber matemático: o conhecimento físico e o conhecimento lógico-matemático — tomada de consciência no processo de aprender a aprender". No capítulo citado, a autora segue os caminhos delineados por Piaget, que levam à compreensão de como deverão ser elaboradas as tomadas de consciência.

> Quase que se pode chegar a dizer que a "tomada" de consciência representa algo diferente e que vai além de "tomada", isto é, de uma incorporação a um campo dado de antemão como todos os caracteres e que seria a "consciência": trata-se, na realidade, de uma verdadeira construção, que consiste em elaborar, não "a" consciência como um todo, mas seus diferentes níveis enquanto sistemas mais ou menos integrados (PIAGET, 1978, apud MACHADO, 2006, p. 26).

A pesquisa segue, analisando ainda a "Interação social: do egocentrismo à cooperação"; e "A sala de recursos e suas implicações no contexto político-pedagógico da educação especial".

Tal pesquisa foi realizada em uma escola estadual da região metropolitana de Curitiba. Nela funcionam quatro Salas de Recursos, três para 1.ª a 4.ª séries e uma para 5.ª a 8.ª séries. A escolha da sala deu-se mediante sorteio, e a seleção dos alunos participantes, por meio de um pré-teste.

Participaram dessa pesquisa doze alunos, que foram subdivididos em três grupos: Experimentais A, B e Controle. Esses alunos foram avaliados por três testes: Pré-teste e Pós-testes I e II. Após o Pré-teste, foram realizadas três sessões, distribuídas em duas semanas, com os dois grupos experimentais utilizando o jogo de regras *"O caminho para o tesouro do Pirata"*. No grupo A, não houve intervenção da pesquisadora durante o jogo. Já no grupo B, a pesquisadora interveio durante o jogo, solicitando justificativas para as jogadas realizadas, levando o aluno a refletir sobre suas ações. Com o grupo de Controle foi trabalhado o conteúdo de fração com o professor da Sala de Recursos, sem intervenção da pesquisadora (MACHADO, 2006).

Após a última sessão, foi realizado o Pós-teste I com todos os dozes alunos dessa pesquisa, retornando aos exercícios de fração realizados no Pré-teste, acrescidos de um, com grau de dificuldade mais elevado, para que se pudesse analisar se houve ou não contribuição no processo de ensino e aprendizagem após a utilização do jogo. O Pós-teste II foi realizado três meses após a última sessão. Foram aplicados os mesmos exercícios do Pré-teste acrescidos de um, com grau de complexidade maior (MACHADO, 2006).

Segundo Machado (2006), após a análise dos resultados, ficou claro que o grupo B (no qual houve intervenção da pesquisadora durante o jogo) obteve um resultado mais satisfatório. Ela afirma que, por meio dessa pesquisa, pode-se observar a importância de utilizar o jogo de regras na prática pedagógica, aliado à solicitação de justificativas para cada jogada, as quais favorecem as tomadas de consciência, contribuindo para o processo de conhecimento lógico-matemático.

A autora ressalta que atividades com jogos propiciam ao aluno vivenciar o fazer e o compreender. Em tais situações, cabe ao professor mediar a construção das estruturas lógico-matemáticas.

1.3.2. O estudo de Maria Eliana Barreto Druzian

O estudo desenvolvido por Maria Eliana Barreto Druzian (2007), também sobre jogos didáticos, "Jogos como recurso didático no ensino-aprendizagem de frações", foi realizado no âmbito de uma dissertação de mestrado que teve como objetivo “analisar as contribuições do uso de jogos matemáticos no estudo de frações para alunos de uma turma de 5ª série do Ensino Fundamental” (DRUZIAN, 2007, p. 21).

A pesquisa foi realizada em uma escola estadual na cidade de São Sepé, no estado do Rio Grande do Sul, em uma turma da 5ª série / 6º ano, na qual havia 28 alunos com idades entre 10 e 15 anos. Sete estavam refazendo a 5ª série / 6º ano.

Na escola onde foi realizada a pesquisa, a carga horária semanal de Matemática da 5ª série / 6º ano era de cinco horas/aulas. A pesquisadora utilizou duas das cinco horas/aulas da semana para a aplicação dos jogos, e foram necessárias doze horas/aulas para concluir o trabalho (DRUZIAN, 2007).

A autora iniciou o trabalho introduzindo o conceito de fração, propondo várias atividades. Em seguida, dividiu a turma em sete grupos que utilizariam, todos, cinco jogos diferentes, um de cada vez: i) *Dominó de frações equivalentes*, que tinha como objetivo o reconhecimento de frações equivalentes; ii) *Jogo de frações*, cujo objetivo era explorar o conceito de frações equivalentes e sua utilização nas operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes; iii) *Sobreposição de frações,* com o objetivo de entender como se processam as operações de multiplicação e divisão de frações; iv) *Encontre a maior fração*, cujo objetivo era desenvolver o senso operatório com frações e a comparação das mesmas; v) *Corrida das frações*, que tinha como objetivos a compreensão dos conceitos, bem como o treinamento e a fixação das operações de adição e subtração de frações. (DRUZIAN, 2007).

Druzian (2007) afirma que:

> O jogo didático em si é uma forma de oportunizar aos alunos uma maneira descontraída de promover a aprendizagem. Porém, essa metodologia lúdica não é uma tarefa fácil, pois exige muita dedicação e persistência por parte do professor. Com relação aos alunos, nota-se uma agitação inicial que diminui com o decorrer das aulas, mas propicia maior interesse pela matemática. As estratégias usadas pelos alunos durante os jogos foram evoluindo à medida que iam jogando, assim como o entusiasmo e o interesse em resolver os cálculos (DRUZIAN, 2007, p. 59).

A autora, na última aula, levou todos os jogos e permitiu que os alunos votassem no jogo de sua preferência. Observou que a maioria votou no jogo chamado *Corrida das frações*. Segundo um aluno, nesse jogo as regras são mais simples de entender, devido ao fato de ser um jogo de trilha (DRUZIAN, 2007).

Após a análise dos resultados, DRUZIAN (2007) observou que os jogos em grupo possibilitam o desenvolvimento da imaginação e da criatividade, e ainda a troca de ideias entre os alunos de um grupo e até mesmo com o grupo adversário. Ela ressalta que todos os jogos aplicados tiveram seus objetivos alcançados e que o uso dos jogos contribuiu efetivamente para o ensino e aprendizagem do conteúdo de frações.

1.4. AS PESQUISAS DESCRITAS E O PRESENTE TRABALHO

Para a nossa pesquisa, a importância dos estudos relatados refere-se à visualização de figuras geométricas, apesar de ambos trabalharem com o conteúdo de fração.

No estudo de Machado (2006), além dos alunos resolverem um determinado problema, representavam a resposta geometricamente. A autora acredita que, quando se utilizam jogos em sala de aula, os alunos compreendem o conteúdo melhor, além de associarem tal conteúdo ao seu cotidiano, ou seja, o uso de jogos desperta no aluno um interesse maior pelo conteúdo. Afirma ainda que a mediação do professor durante a utilização dos jogos é muito importante para que haja aprendizagem. Isto é, não adianta jogar apenas, é preciso que o professor busque com o aluno a justificativa para suas jogadas.

Neste trabalho, se procurou seguir justamente o que a autora sugere, tentando fazer com que os alunos compreendessem algumas propriedades de polígonos e, em especial de quadriláteros "notáveis", de forma lúdica. Durante o jogo, buscou-se auxiliar o aluno em suas dúvidas e solicitar justificativas para as composições feitas.

Já no estudo de Druzian (2007), a autora procurou fazer com que os alunos compreendessem e reconhecessem as frações e suas representações geométricas por meio de jogos.

No presente trabalho, o foco é fazer com que os alunos reconheçam alguns polígonos e, especialmente quadriláteros e suas propriedades, por meio dos jogos.

Tais vivências permitem que o aluno tenha uma visão mais ampla do conteúdo, e possa assim aprender e se divertir ao mesmo tempo.

2. ASPECTOS METODOLÓGICOS

São apresentados neste capítulo a caracterização da pesquisa e outros aspectos metodológicos.

2.1. CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

A presente pesquisa pode ser considerada como um estudo de caso, uma vez que foi delimitada como objeto de estudo uma unidade social, visando a qualidade dos resultados, pois segundo Ponte (2006):

> Um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objetivo é compreender em profundidade o "como" e os "porquês" dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador (PONTE, 2006, p.2).

Este estudo realiza uma investigação particular sobre uma situação específica considerada como única ou especial, procurando descobrir o que nela existe de mais importante e característico, contribuindo assim para a compreensão global do processo de ensino e aprendizagem de polígonos, destacadamente quadriláteros, quando são utilizados os jogos quebra-cabeça poligonal e dominó geométrico (PONTE, 2006).

De acordo com Ponte (2006), os estudos de caso têm sido usados na Educação Matemática para investigar questões de aprendizagem dos alunos bem como do conhecimento e das práticas profissionais de professores, programas de formação inicial e contínua de professores, projetos de inovação curricular, entre outros.

Esse tipo de estudo funciona como um exemplo, que pode ser "negativo", "positivo", "excepcional" ou "neutro". Quando *negativo*, vem mostrando um conjunto de aspectos de uma realidade considerada diferente, corroborando como um dado programa ou situação constitui um fracasso em relação aos objetivos da pesquisa proposta, mostrando o porquê do ponto negativo: é um contra-exemplo, que nega aquilo que era considerado como certo. Quando *positivo*, mostra como certa realidade inédita pode afinal existir em certas condições, ou como funciona uma situação particularmente bem sucedida. Esta, por sua vez, trata de exibir e compreender um caso exemplar, que mostra a possibilidade de existência de um certo objeto. Quando *excepcional*, permite conhecer melhor o funcionamento dos casos mais comuns. Quando *neutro*, não é considerado nem negativo nem positivo, tornando-se interessante na medida em que nos desvenda algo de novo e surpreendente em relação ao objeto de estudo (PONTE, 2006).

Ponte (2006) afirma que em qualquer das situações citadas acima, um caso constitui uma entidade bem definida, necessariamente dentro de um certo contexto. O caso é definido sempre pelas determinantes internas, sua história, sua natureza, suas propriedades particulares, bem como as influências externas, próximas e distantes, diretas e indiretas, que recebe do seu contexto. Devido a isso, no estudo de um caso, seja ele qual for, é preciso dar atenção à história, ou seja, o modo como se desenvolveu e seu contexto.

Nesta pesquisa, a definição da unidade de caso é exibida na seção seguinte deste capítulo.

Para Ponte (2006), os estudos de caso podem ter diversas finalidades. Como trabalhos de investigação, podem ser exploratórios, servindo para obter informações sobre o objeto de interesse; podem ser descritivos, quando têm como propósito descrever "como é" o caso; podem ser analíticos, quando procura-se problematizar seu objeto, construindo ou desenvolvendo nova teoria ou até mesmo confrontando-a com a teoria já existente. O autor ainda afirma que:

> Em Educação Matemática há lugar para qualquer um destes tipos de estudo. Um trabalho exploratório pode ser necessário como estudo piloto de uma investigação em larga escala e um estudo descritivo pode ser necessário para preparar um programa de intervenção. No entanto, são os estudos de cunho analíticos que proporcionam um mais significativo avanço do conhecimento (PONTE, 2006, p.6).

Compreende-se que este trabalho é um estudo de caso de natureza analítica e descritiva, pois buscou-se conhecer a dinâmica do trabalho com jogos em sala de aula de Geometria, para registrá-la e analisá-la segundo referenciais teóricos.

2.2. PERFIL DOS SUJEITOS PARTICIPANTES DA PESQUISA

2.2.1. Experimentação com Quebra-cabeça Poligonal

Esta atividade ocorreu durante o horário da aula de Geometria da turma, pois o conteúdo fazia parte do programa da série escolhida.

Os participantes da pesquisa foram 30 alunos de uma turma de 7º ano do turno da tarde de uma escola municipal da cidade de Campos dos Goytacazes – RJ. A professora de Geometria informou que, nos anos anteriores, esses alunos nunca haviam estudado Geometria. A faixa etária era de 11 a 12 anos.

2.2.2. Experimentação com o Dominó Geométrico

A escassez de turmas que houvessem estudado polígonos e suas propriedades, pré-requisitos para jogar o dominó geométrico, aliada à limitação de tempo para a conclusão do trabalho, impossibilitou sua aplicação no ensino básico. Optou-se então por trabalhar com uma turma do 1º período do curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública da cidade de Campos dos Goytacazes. Esta turma cursava a disciplina Geometria I, de cuja ementa faziam parte os pré-requisitos supracitados. Uma vez concluído o estudo do conteúdo abordado no jogo, foi aplicada a atividade, em horário extraclasse. Dela participaram 6 alunos, cuja faixa etária variava de 18 a 25 anos. Todos estavam estudando o conteúdo de forma aprofundada pela primeira vez, segundo a professora da turma.

2.3. ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES

Nesta seção, são apresentados aspectos da construção das atividades, tais como o processo de escolha dos jogos e do conteúdo a ser trabalhado, o embasamento teórico e a organização das atividades na proposta pedagógica, além de testes em busca de materiais adequados à manipulação pelos alunos.

A primeira escolha a ser feita foi a da área da Matemática que seria enfocada neste trabalho. A afinidade dos autores com a Geometria e a percepção de que tal área seria propícia ao uso de jogos como apoio didático foram fatores determinantes para que os conceitos geométricos fossem escolhidos. Com a área da Matemática já definida, começou-se a pensar em quais jogos seriam utilizados para o desenvolvimento da pesquisa.

Inicialmente, optou-se pelo dominó e, em seguida, iniciou-se a escolha do conteúdo geométrico a ser abordado nesse jogo. Juntamente com essa escolha, começou-se a pensar em outro jogo. Escolheu-se, então, o quebra-cabeça. Neste trabalho, denominou-se o dominó de “dominó geométrico” e o quebra-cabeça de “quebra-cabeça poligonal”, devido às particularidades das peças que compõem os jogos.

2.3.1. Quebra-Cabeça Poligonal

A primeira etapa consistiu na elaboração e construção do quebra-cabeça poligonal, com o auxílio do *software* Geogebra. Inicialmente, pensou-se em trabalhar com polígonos regulares e irregulares cujo número de lados fosse inferior a oito. Foram feitas várias construções, com intuito de explorar as diversas formas possíveis de construir os polígonos que se desejava estudar. A partir daí, foram cogitadas as possíveis construções, com o auxilio de alguns polígonos de EVA (Espuma Vinílica Acetinada) emprestados por uma professora, e verificou-se que alguns dos polígonos irregulares que desejava-se estudar não poderiam ser construídos com as peças do quebra-cabeça supracitado.

Diante do exposto acima e também da extensão do trabalho a ser realizado, optou-se, juntamente com a orientadora desta investigação, por reduzir o escopo da pesquisa, trabalhando com alguns polígonos (trapézio isósceles, hexágono, pentágono, losango, triângulo equilátero, paralelogramo, quadrado, retângulo, trapézio retângulo, triângulo isósceles), e especificando apenas alguns casos de polígonos irregulares.

De acordo com Kaleff (2008), a escolha dos materiais manipuláveis deve fazer parte de uma ampla reflexão do professor, levando-se em consideração que tais materiais devem possuir determinadas características. A autora apresenta algumas delas: i) modelar e representar o conceito matemático ou as relações exploradas o mais fielmente possível; ii) ser atraente e motivador, visando cumprir o papel de mediador lúdico no desenvolvimento de habilidades e de conceitos geométricos; iii) ser apropriado para utilização em diferentes séries ou ciclos de escolaridade e em diferentes níveis cognitivos da formação de um conceito matemático; iv) proporcionar uma base e facilitar o caminho para a abstração; v) possibilitar, preferencialmente, a manipulação individual.

A partir da experimentação do materiais e dessas fundamentações teóricas, chegou-se à formatação final do quebra-cabeça poligonal, que ficou assim configurado: oito triângulos equiláteros, quatro quadrados, quatro losangos, quatro paralelogramos, seis triângulos retângulos e quatro trapézios isósceles, totalizando trinta peças. O triângulo equilátero e o triângulo retângulo (que além de ser retângulo, é isósceles) são peças-chave neste quebra-cabeça poligonal, pois as medidas angulares e lineares dos outros polígonos do quebra-cabeça são encontradas, respectivamente, a partir das suas. A configuração final é apresentada na Ilustração 1, a seguir.

Ilustração 1: Configuração final do quebra-cabeça poligonal. Fonte: Autores.

Decidida a configuração, começou a busca pelo material adequado para a confecção das peças do quebra-cabeça, considerando as características descritas por Kaleff (2008). Inicialmente, foi escolhido o EVA, no qual foram feitos apenas seis triângulos equiláteros, com o objetivo de construir o hexágono. Feita esta construção, foi observado que tal material não atenderia às condições necessárias do nosso trabalho, uma vez que não nos permitiria rapidez na elaboração das peças, por não ter a rigidez necessária para fabricação em larga escala e com baixo custo.

Outro material cogitado foi o papel cartão. Para testá-lo, foi realizada a mesma construção do hexágono. Pôde-se observar que, apesar de ter rigidez para as construções, o papel cartão, assim como o EVA, não nos permitiria agilidade na elaboração das peças, nem teria baixo custo.

Devido aos resultados negativos encontrados com os materiais anteriores, ficou decidido que confeccionaríamos as peças do quebra-cabeça poligonal com um tipo de papel utilizado para a confecção de cartões de visita, chamado *papel vergê*. Ao testamos este material, constatamos que ele atenderia às condições necessárias para o desenvolvimento da nossa pesquisa, pois tinha rigidez e nos permitiria rapidez na elaboração das peças, com baixo custo.

Paralelamente à escolha do material a ser utilizado, começou o processo de elaboração das atividades do quebra-cabeça. Primeiro, pensou-se em todas as formas possíveis de compor os polígonos com os quais desejávamos trabalhar, utilizando as peças do quebra-cabeça poligonal. Em seguida, tentamos selecionar apenas uma das possíveis composições de cada polígono. Porém, no momento desta seleção, optamos por incluir mais de uma possibilidade, para mostrar ao aluno que pode haver várias maneiras de compor um determinado tipo de polígono.

Realizada esta etapa, iniciou-se a estruturação escrita das atividades do quebra-cabeça, que orientariam os alunos no momento da composição dos polígonos. Concomitantemente, foram escolhidos os conteúdos que seriam enfatizados. Decidiu-se então explorar medidas de lados e ângulos de polígonos e, aproveitando esta exploração, suas classificações. Percebeu-se então a necessidade de fazer uma revisão de alguns pré-requisitos relacionados a polígonos, tais como: definição, elementos, polígonos convexos e côncavos, e classificações quanto aos lados. Foi dada especial ênfase à classificação de alguns quadriláteros.

Ao elaborar as perguntas, utilizou-se o que afirma Moretto (2001): “Se a pergunta não for clara, precisa, ela permite muitas respostas, todas “corretas”, embora diferentes das “esperadas” por quem perguntou” (MORETTO, 2001, p. 99).

Foi confeccionada então uma Apostila (Apêndice A) contendo todos os pré-requisitos mencionados e suas respectivas definições, seguidas de exemplos. Nela havia também um quadro relacionando alguns tipos de polígonos (triângulo: equilátero, escaleno e isósceles; trapézio: qualquer, isósceles e retângulo;

paralelogramo; retângulo; losango; quadrado; pentágono e hexágono) às suas representações geométricas, definições e propriedades. A coluna das propriedades estava em branco, pois seria preenchida à medida que fosse corrigida com os alunos.

A Atividade 1 (Apêndice B) solicitava a composição de alguns polígonos, entre eles quadriláteros "notáveis", a partir da junção de peças pré-determinadas do quebra-cabeça poligonal. Conforme os alunos montavam os polígonos, iam observando as composições e respondendo perguntas relacionadas às suas propriedades.

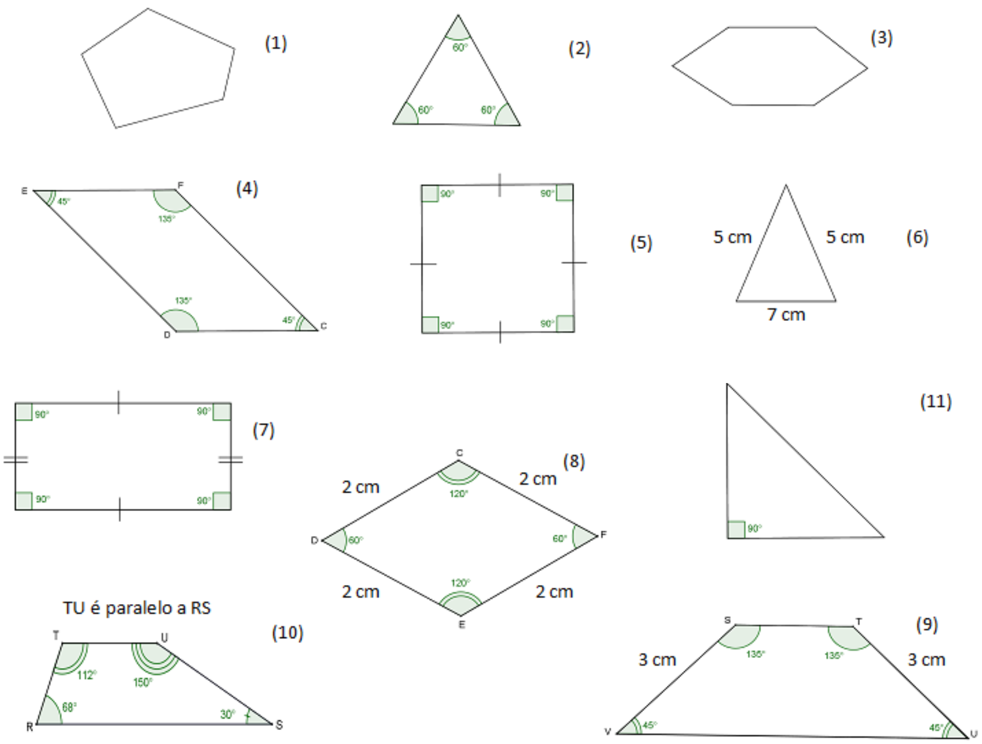
Na finalização da atividade com o quebra-cabeça, a professora da turma sugeriu, e os autores acataram, a elaboração de uma atividade intermediária, denominada Atividade 2 (Apêndice C), a ser aplicada antes da Atividade 3, descrita adiante. O objetivo era que os alunos se acostumassem com os tipos de questões a serem cobrados, uma vez que, no decorrer da experimentação, nada do gênero havia sido trabalhado.

A Atividade 2 é composta por três questões, que serão apresentadas nas subseções a seguir, juntamente com seus objetivos.

2.3.1.1. Atividade 2: Questão 1

A Questão 1 (Ilustração 2) tem por objetivo fazer com que os alunos relacionem o nome do polígono à sua representação geométrica. Este tipo de tarefa permite o desenvolvimento da habilidade de visualização.

1- Relacione cada polígono ao seu nome.



( ) Paralelogramo ( ) Trapézio qualquer ( ) Quadrado ( ) Triângulo isósceles

( ) Losango ( ) Trapézio isósceles ( ) Triângulo retângulo ( ) Pentágono

( ) Retângulo ( ) Triângulo eqüilátero ( ) Hexágono

Ilustração 2: Questão 1 da Atividade 2. Fonte: Autores.

2.3.1.2. Atividade 2: Questão 2

A Questão 2 (Ilustração 3) tem por objetivo descobrir os valores desconhecidos existentes em cada polígono dado. O aluno poderá, assim, utilizar as propriedades abordadas no decorrer da aula. Tal questão é composta de três itens.

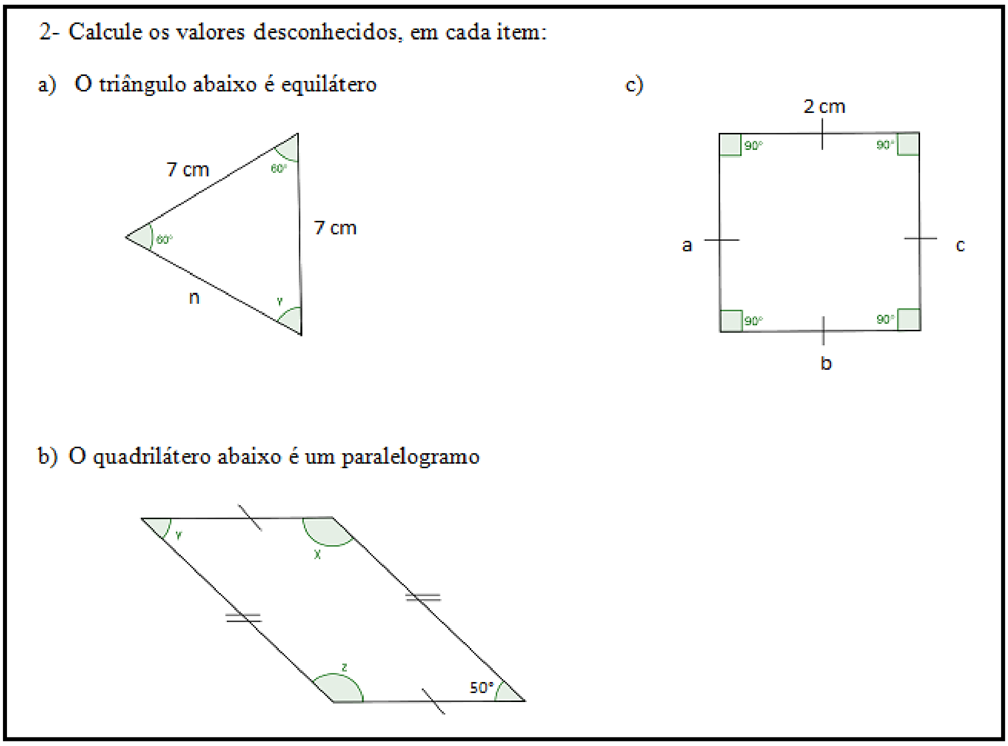


Ilustração 3: Questão 2 da Atividade 2. Fonte: Autores.

2.3.1.3. Atividade 2: Questão 3

A Questão 3 (Ilustração 4) explora a visualização e o raciocínio lógico do aluno. Nesta questão, é necessário que o aluno esboce o polígono citado, para melhor compreensão.

3- Num trapézio isósceles, um ângulo da base menor mede 130°, quanto mede os outros ângulos?

Ilustração 4: Questão 3 da Atividade 2. Fonte: Autores.

Por fim, com o intuito de verificar a aprendizagem dos alunos após o trabalho com o quebra-cabeça poligonal, foi elaborada a Atividade 3 (Apêndice D), que explorava os conteúdos abordados em aula. As questões propostas tiveram por objetivo verificar o desenvolvimento da capacidade de raciocínio e visualização dos alunos, e serão apresentadas nas subseções a seguir, juntamente com seus objetivos.

2.3.1.4. Atividade 3: Questão 1

O objetivo desta questão (Ilustração 5) é explorar as propriedades de alguns polígonos, bem como possibilitar a visualização das representações geométricas, explorando as propriedades de seus lados e ângulos.

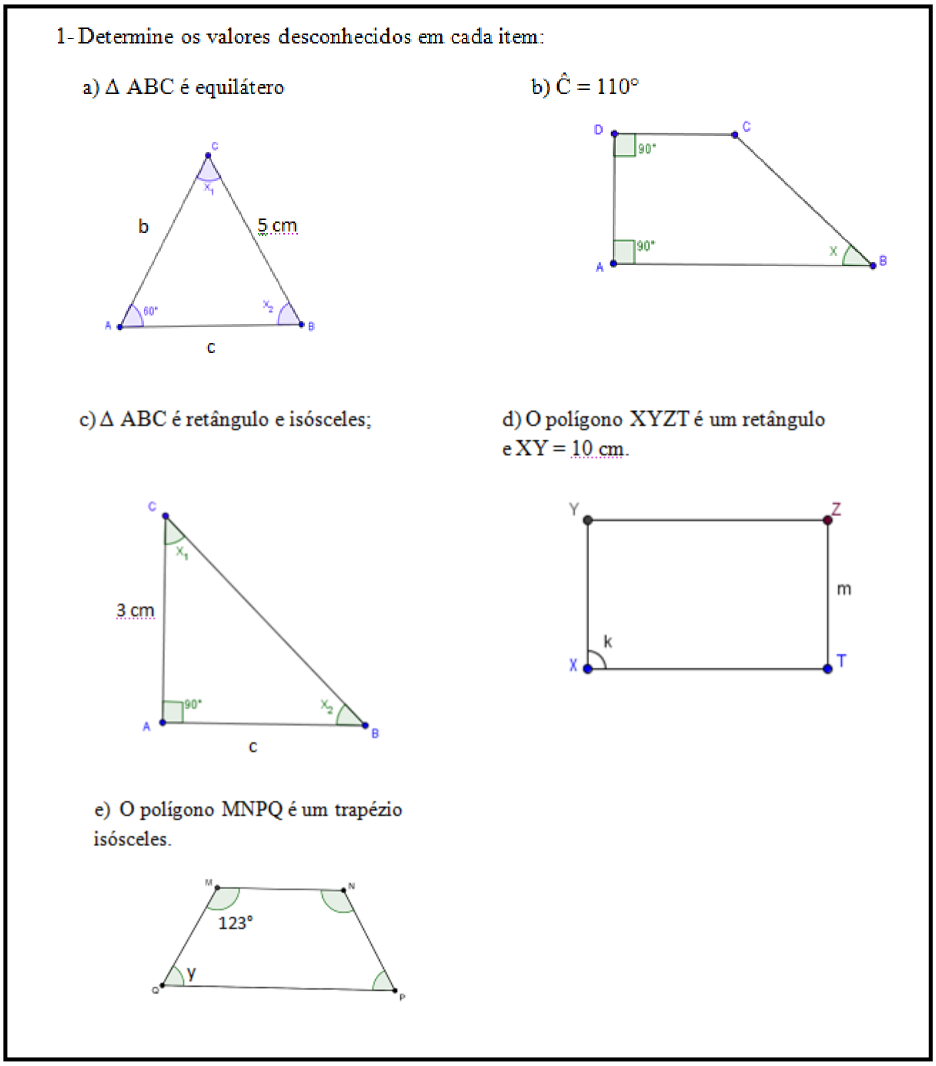


Ilustração 5: Questão 1 da Atividade 3. Fonte: Autores.

2.3.1.5. Atividade 3: Questão 2

Esta questão (Ilustração 6) tem por objetivo explorar as propriedades de um losango, como lados e ângulos.

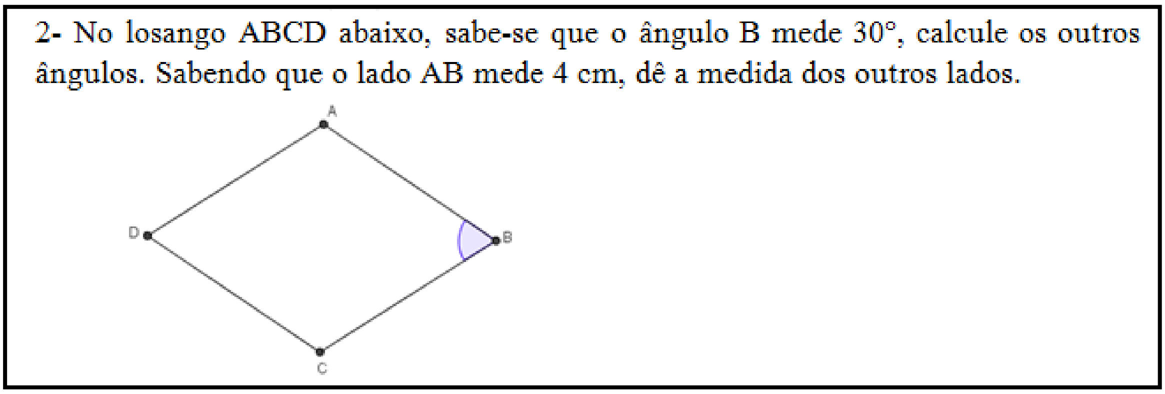

2- No losango ABCD abaixo, sabe-se que o ângulo B mede 30°, calcule os outros ângulos. Sabendo que o lado AB mede 4 cm, dê a medida dos outros lados.

Ilustração 6: Questão 2 da Atividade 3. Fonte: Autores.

2.3.1.6. Atividade 3: Questão 3

Esta questão (Ilustração 7) tem como objetivo explorar as propriedades de um trapézio isósceles, seguindo a mesma linha de raciocínio da questão anterior.

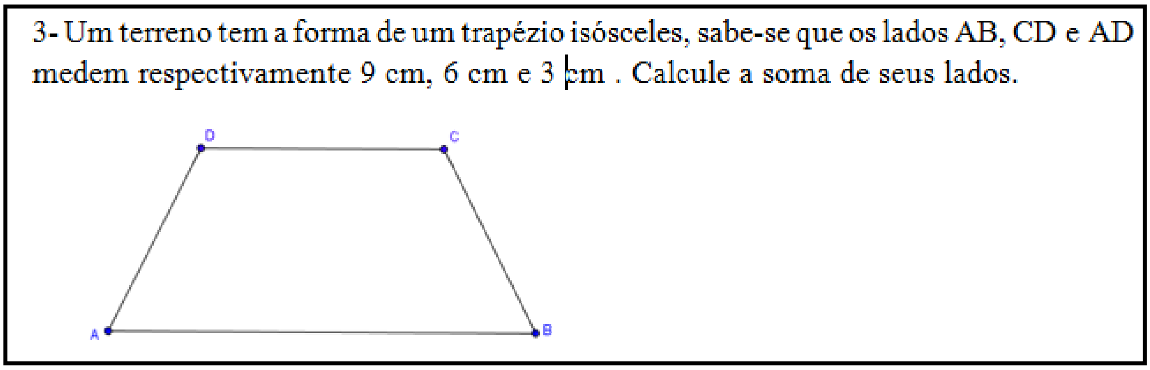

3- Um terreno tem a forma de um trapézio isósceles, sabe-se que os lados AB, CD e AD medem respectivamente 9 cm, 6 cm e 3 cm . Calcule a soma de seus lados.

Ilustração 7: Questão 3 da Atividade 3. Fonte: Autores.

2.3.1.7. Atividade 3: Questão 4

Nesta questão (Ilustração 8), buscou-se contextualizar o tema relacionando-o ao cotidiano dos alunos. A partir de uma bola de futebol, é explorada a soma dos ângulos internos de um hexágono.

4- Uma bola de futebol é formada por polígonos regulares hexagonais e pentagonais. Calcule a soma dos ângulos internos de um hexágono.

Ilustração 8: Questão 4 da Atividade 3. Fonte: Autores.

2.3.1.8. Atividade 3: Questão 5

Na questão cinco (Ilustração 9), era apresentada a ilustração de uma parede revestida de azulejos de forma quadrada e solicitava-se a soma de todos os ângulos internos de todos os azulejos, o comprimento e a altura da parede.

5- A parede de uma casa é revestida por 120 azulejos de forma quadrada:

a) Calcule a soma de todos os ângulos internos de todos os azulejos.

b) O lado de um azulejo mede 20 cm. Calcule o comprimento e a altura desta parede.

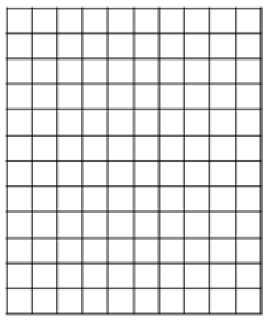


Ilustração 9: Questão 5 da Atividade 3. Fonte: Autores.

2.3.2. Estruturação dos encontros

Para a experimentação das atividades do quebra-cabeça poligonal, foram necessários quatro encontros, totalizando nove horas/aulas. No último encontro, foi aplicada a atividade de avaliação pela professora da turma.

O quadro a seguir sintetiza a distribuição das atividades nos encontros previstos e outras informações relacionadas.

ENCONTRO	DATA	ATIVIDADES DESENVOLVIDAS	DURAÇÂO
Primeiro	**07/04/10**	**Pré-requisito e Atividade 1**	**2h/aula**
Segundo	**14/04/10**	**Atividade 1**	**2h/aula**
Terceiro	**28/04/10**	**Atividades 1 e 2**	**3h/aula**
Quarto	**19/05/10**	**Atividade 3**	**2h/aula**

Ilustração 10: Quadro de distribuição das atividades por aula.

Em todos os encontros, houve a participação da professora da turma como observadora.

2.3.3. Dominó Geométrico

Com o intuito inicial de abordar lados e ângulos dos polígonos no jogo do dominó, surgiu a ideia de complementar o estudo inserindo as propriedades.

Feita a escolha do conteúdo, foi iniciada a elaboração do jogo dominó, composto por propriedades e representações geométricas de alguns polígonos, tais como: heptágono regular, hexágono regular, pentágono regular, losango, triângulo equilátero, paralelogramo, quadrado, retângulo, trapézio isósceles, trapézio retângulo, triângulo isósceles e triângulo obtusângulo. Este jogo é composto por 28 peças, conforme o jogo do dominó tradicional.

Para sua elaboração, foi feita uma análise das possíveis jogadas. Em seguida, apenas um jogo foi impresso em folha A4, para que pudesse ser testado. Tal teste foi feito pelos autores e sua orientadora.

Realizada a testagem, observou-se que, nas propriedades, deveriam aparecer situações do tipo: "possui somente dois lados congruentes" ou "possui os quatro lados congruentes", especificando assim a quantidade.

A partir daí, começou-se a pensar qual material seria mais adequado para a confecção desse jogo. Foi cogitada a utilização de caixas de fósforos, para ficar parecido com o jogo tradicional. Porém, isto iria deformar a figura, prejudicando a visualização dos alunos, pois a caixa tem dimensões reduzidas. Foi então descartada essa possibilidade. Novamente, optou-se por trabalhar com papel vergê.

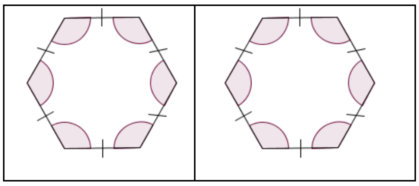
O objetivo deste jogo é levar o aluno a reconhecer os polígonos e apropriar-se de algumas de suas propriedades. Para esclarecimento dos alunos, decidiu-se preparar regras embasadas no jogo tradicional (Ilustração 11).

Instruções:

1- Os participantes do jogo deverão estar distribuídos em grupos de 4 pessoas;

2- Cada participante receberá 7 peças.

3- A peça de saída será:



4- O próximo a jogar será o participante à direita (sentido anti-horário) daquele que iniciou a partida;

5- Caso o próximo participante não tenha a pedra, "passará a vez" ao próximo e, assim sucessivamente;

6- Vence o jogo, o participante que primeiro conseguir encaixar, no dominó exposto na mesa, todas as peças que possui;

7- Se o jogo ficar fechado, quando não é mais possível baixar peças, isso geralmente acontece quando as duas pontas do jogo têm o mesmo polígono e não existem mais peças com este polígono ou com uma propriedade deste na mão dos jogadores, o jogo deve ser aberto invertendo uma das pontas;

8- Se todos os jogadores não tiverem as peças compatíveis com as peças da ponta, em ordem de jogada o primeiro que jogar deverá abrir o jogo e continuar a jogada novamente, começando pelo próprio que abriu;

9- Se mesmo assim o jogo continuar fechado, vence o jogo quem tiver com o menor número de peças na mão;

10- Se houver empate com a quantidade de números de peças na mão, o jogo ficará empatado.

Ilustração 11: Regras do Dominó Geométrico. Fonte: Autores.

Em seguida, começou-se a discutir como seria sua utilização em sala de aula, visto que é classificado como jogo de treinamento (GROENWALD; TIMM (2000); VASSALLO NETO (2006)), sendo indicado para a fase de apropriação do conteúdo, quando a turma já estudou os tópicos: definição de polígonos regulares, soma dos ângulos internos de um polígono e propriedades dos quadriláteros notáveis.

Foi elaborada uma tabela (Apêndice E) composta pelos nomes dos polígonos e algumas propriedades, na qual os alunos deveriam associar cada polígono às suas propriedades, além de escrever na última coluna a soma dos ângulos internos.

A fim de verificar a eficácia da utilização do jogo, foi prevista a aplicação de uma atividade antes do início do jogo, com intuito de constatar o conhecimento dos alunos adquirido durante o estudo do tema em questão. Após responderem a essa atividade, eles começariam a jogar e ao término do jogo seria aplicada a mesma atividade, com o objetivo de verificar se, após o jogo, os alunos sanaram suas dificuldades/dúvidas em relação ao conteúdo.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, previu-se aplicar o jogo em uma turma regular do Ensino Fundamental, em duas horas/aulas.

2.4. ENTREVISTA COM A PROFESSORA DA TURMA

A Atividade 3 da experimentação com o quebra-cabeça foi parte integrante dos instrumentos de avaliação utilizados pela professora da turma. Ela acompanhou voluntariamente todo o trabalho de experimentação das atividades, esclarecendo algumas dúvidas dos alunos, quando solicitada por eles. Além disso, a Atividade 3 foi aplicada pela professora sem a presença dos autores ou da orientadora da pesquisa. Julgou-se então necessário realizar uma entrevista com a regente, para saber qual havia sido sua percepção sobre a utilização do jogo quebra-cabeça durante a experimentação realizada em sua turma e sobre os resultados alcançados pelos alunos. Tal entrevista constitui o Apêndice F.

3. RELATO E ANÁLISE DA PESQUISA

Neste capítulo, será apresentado o relato de cada encontro, entremeado com a análise dos dados.

3.1. EXPERIMENTAÇÃO DO QUEBRA-CABEÇA POLIGONAL

3.1.1. Primeiro encontro

Os professores em formação (autores desta pesquisa) e sua orientadora foram apresentados à turma pela regente. Em seguida, os autores explicaram o objetivo do trabalho de forma sucinta. Inicialmente, um professor em formação perguntou aos alunos se eles sabiam o que eram polígonos, tendo em vista a abordagem de alguns conteúdos que eram pré-requisitos para a atividade a ser aplicada. Surpreendeu o fato de um aluno responder que sim, mas não saber nos dizer o que significava, uma vez que era esperado que nenhum aluno respondesse, pois era sabido que esta turma não havia estudado Geometria.

Dando continuidade, foi apresentado o significado da palavra polígono, seguido da definição de polígonos e de exemplos, utilizando telas em *PowerPoint* (Ilustração 12) e *data show.* Antes do início da apresentação, cada aluno recebeu uma apostila (Apêndice A) com o conteúdo apresentado pelos professores em formação, para que pudessem acompanhar as explicações sem a preocupação de copiar as informações.

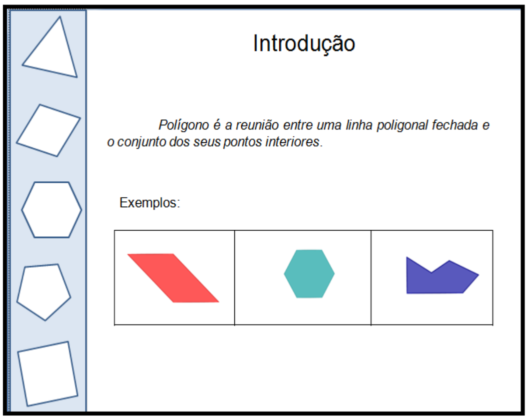


Ilustração 12: *Slide* da definição de polígonos e exemplos. Fonte: Autores.

Logo após, indagou-se aos alunos se existiria algum polígono com um só lado. Alguns alunos ficaram em dúvida, então foi desenhado um segmento de reta no quadro de giz. Perguntou-se novamente, e a maioria respondeu que não. Continuando a indagação, foi perguntado se existiria algum polígono com dois lados. A maioria respondeu que não. Um professor em formação também desenhou, no quadro de giz, dois segmentos adjacentes não-colineares, para que os alunos pudessem visualizar melhor. Então foi perguntado qual era o número mínimo de lados de um polígono. A turma ficou dividida, alguns responderam que eram três lados e outros, quatro. Um professor em formação desenhou, no quadro de giz, um polígono com três lados e outro com quatro lados. Ao visualizar, os alunos compreenderam que o número mínino de lados de um polígono era três.

Em seguida, apresentaram-se os elementos de um polígono (Ilustração 13), afirmando que os pontos são chamados de vértices e que os segmentos de reta são os lados.

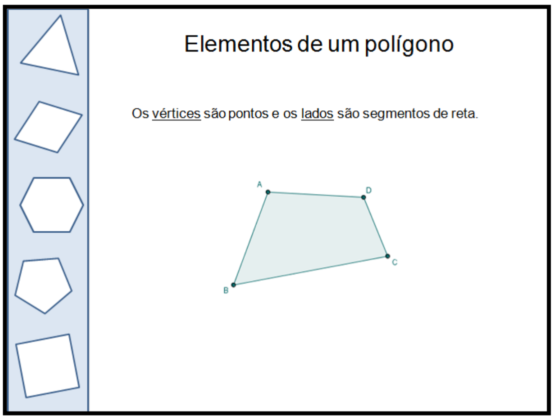


Ilustração 13: *Slide* dos elementos de um polígono. Fonte: Autores.

Foi solicitado aos alunos que se reunissem em grupos de dois ou três componentes, em virtude do número de jogos disponíveis. Foram entregues as 30 peças do quebra-cabeça, conforme descrito no Capítulo 2 (2.3), e pedido que montassem, utilizando as peças que quisessem, um polígono de seis lados.

Em todos os encontros, os professores em formação juntamente com a sua orientadora e a professora da turma, estavam sempre percorrendo os grupos, com o intuito de orientar e sanar as dúvidas surgidas (Ilustração 14). Este comportamento dos professores em formação, da orientadora e da professora da turma está alinhado com as ideias de Jelinek (2005), que afirma que a utilização bem-sucedida de jogos em sala de aula pressupõe a orientação constante do professor.

Ilustração 14: Professores em formação sanando as dúvidas dos alunos. Fonte: Autores.

Foi observado que os alunos formaram polígonos que não eram hexágonos (Ilustração 15). Alguns arrumaram seis peças quaisquer. Diante disto, explicou-se novamente o que era um polígono de seis lados. A partir daí, os alunos construíram vários formatos de hexágonos (Ilustração 15). Observou-se, nesta ocorrência, a autonomia dos alunos em montar configurações distintas, corretas ou não, da figura solicitada, confirmando as ideias de Piaget (1976, apud VASSALO NETO, 2006) sobre a influência da utilização de jogos no desenvolvimento de habilidades nos alunos. Ainda, durante o evento acima, constatou-se a criatividade dos alunos em montar diferentes tipos de hexágonos, o que é enfatizado por Mendes (2005).

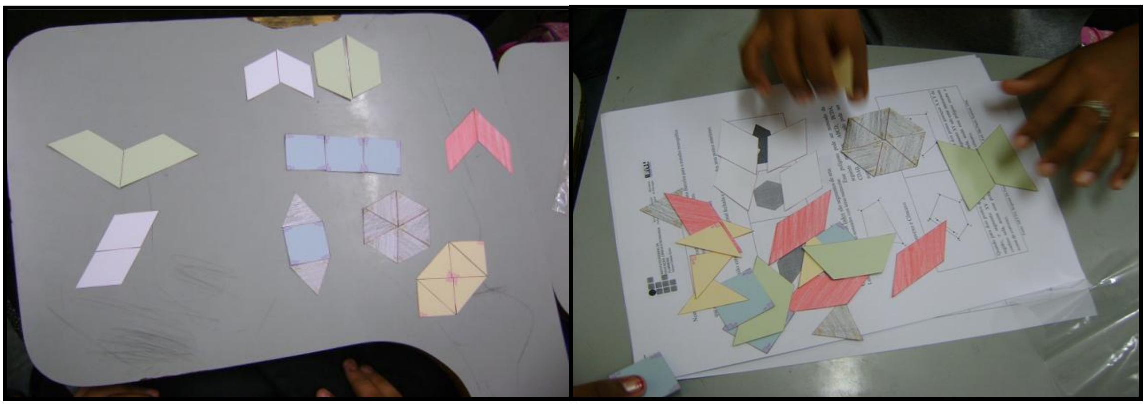


Ilustração 15: Construções feitas pelos alunos de hexágonos e não hexágonos. Fonte: Autores.

Para melhor visualização, foram mostrados, no quadro de giz, os hexágonos construídos pelos alunos, utilizando uma reprodução ampliada das peças do quebra-cabeça poligonal confeccionadas em cartolina colorida (Ilustração 16). Perguntou-se aos alunos qual era a diferença entre os polígonos formados. Os alunos responderam que eram as cores, outros os tamanhos e outros ainda o formato. Com ajuda dos professores em formação, os alunos começaram a responder que alguns daqueles polígonos tinham uma "abertura". Neste instante, foi definido polígono convexo e côncavo, seguido de exemplos (Ilustração 17).

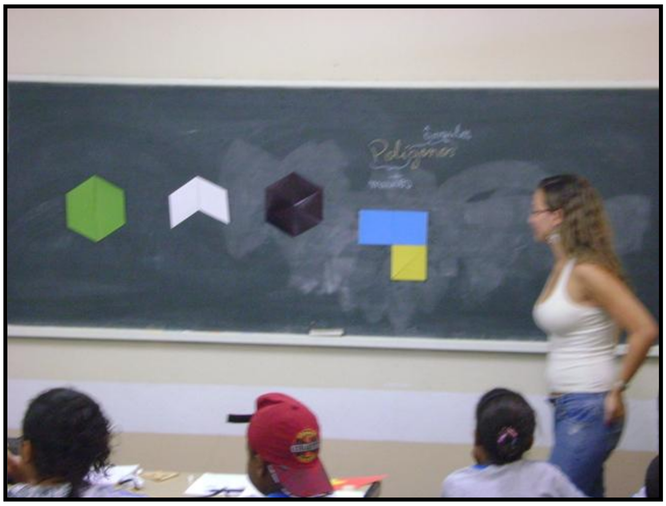


Ilustração 16: Reprodução de alguns dos hexágonos construídos pelos alunos. Fonte: Autores.

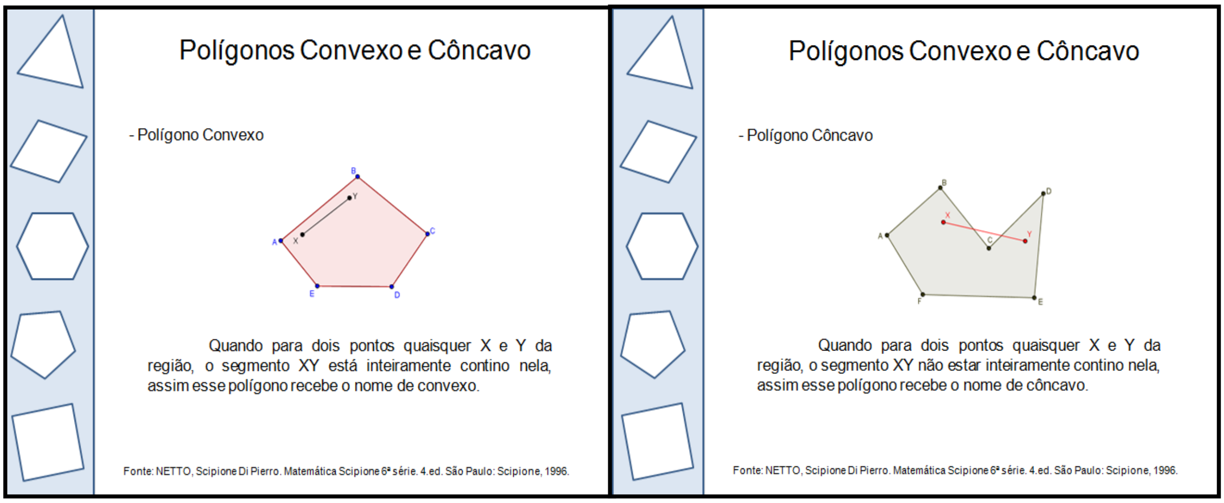


Ilustração 17: *Slides* dos polígonos convexo e côncavo. Fonte: Autores.

Dando continuidade à aula, foi apresentada a classificação de polígonos (Ilustração 18) quanto ao número de lados. Entre os exemplos estavam os triângulos equilátero, isósceles e escaleno, pentágono e hexágono, bem como os quadriláteros e os "notáveis" (trapézio, paralelogramo, retângulo, losango e quadrado). Foi possível observar que, nas definições, os alunos tiveram dúvidas sobre o que eram retas paralelas. Então, explicou-se que retas paralelas são aquelas que não se intersectam e têm a mesma direção, buscando exemplificar com objetos na sala de aula, como por exemplo, as bordas do quadro de giz, as laterais das portas, entre outros.

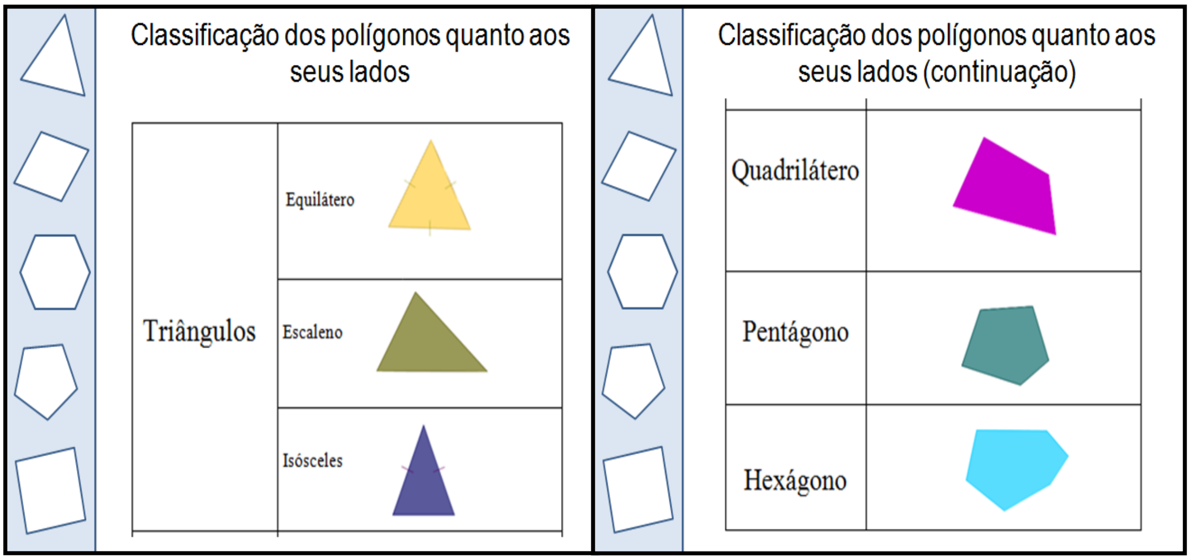


Ilustração 18: *Slides* da classificação dos polígonos quanto aos lados. Fonte: Autores.

Após estas explicações, foi distribuída a Atividade 1. O primeiro item solicitava a confecção de trapézios isósceles, de três diferentes formas. Vale ressaltar que toda a atividade do quebra-cabeça poligonal era orientada, isto é, já eram indicadas as peças com as quais o aluno deveria formar o polígono pedido, cabendo ao aluno descobrir o arranjo correto. Foi dado tempo para que eles respondessem a este primeiro item, visto que alguns estavam tendo muitas dúvidas com relação à sistemática do jogo, ou seja, não sabiam o que fazer com as peças, como encaixá-las. Diante disto, um professor em formação, com a participação dos alunos, montou os trapézios isósceles considerando as condições solicitadas na atividade, utilizando as peças em tamanho maior e fixando-as no quadro de giz (Ilustração 19). Foi dado então mais tempo para responder aos subitens sobre as propriedades do trapézio isósceles (Ilustração 20). Em seguida, o primeiro item foi corrigido.

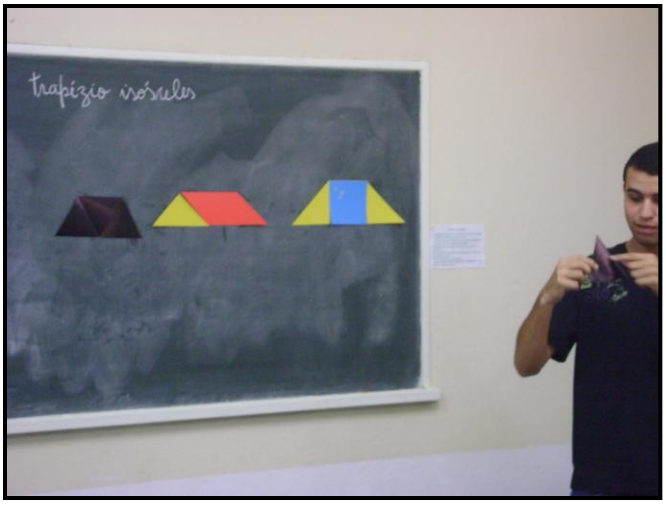
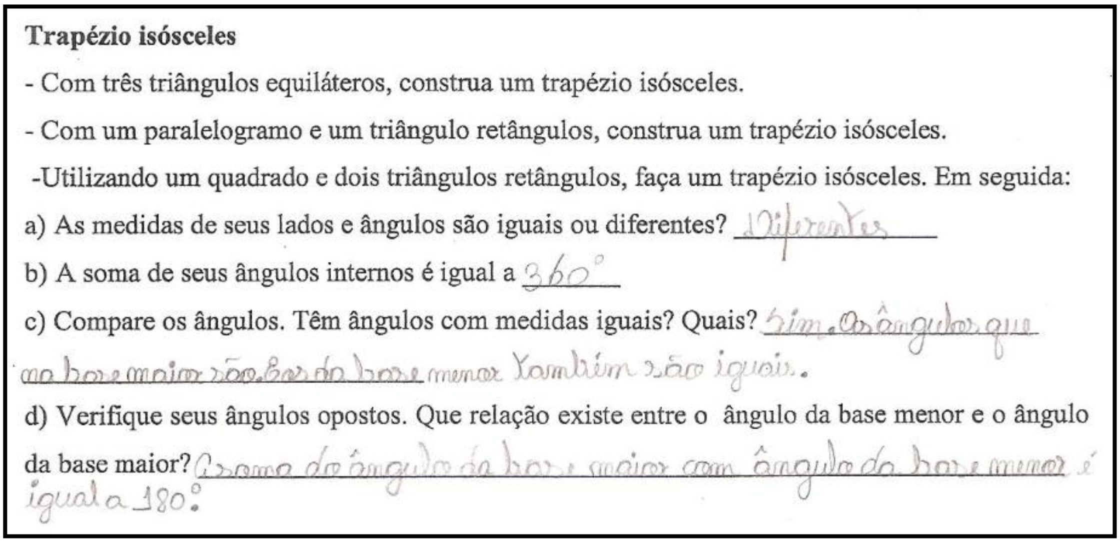


Ilustração 19: Montagem dos trapézios isósceles dos três modos indicados. Fonte: Autores.



Trapézio isósceles

- Com três triângulos equiláteros, construa um trapézio isósceles.

- Com um paralelogramo e um triângulo retângulos, construa um trapézio isósceles.

-Utilizando um quadrado e dois triângulos retângulos, faça um trapézio isósceles. Em seguida:

a) As medidas de seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? Diferentes

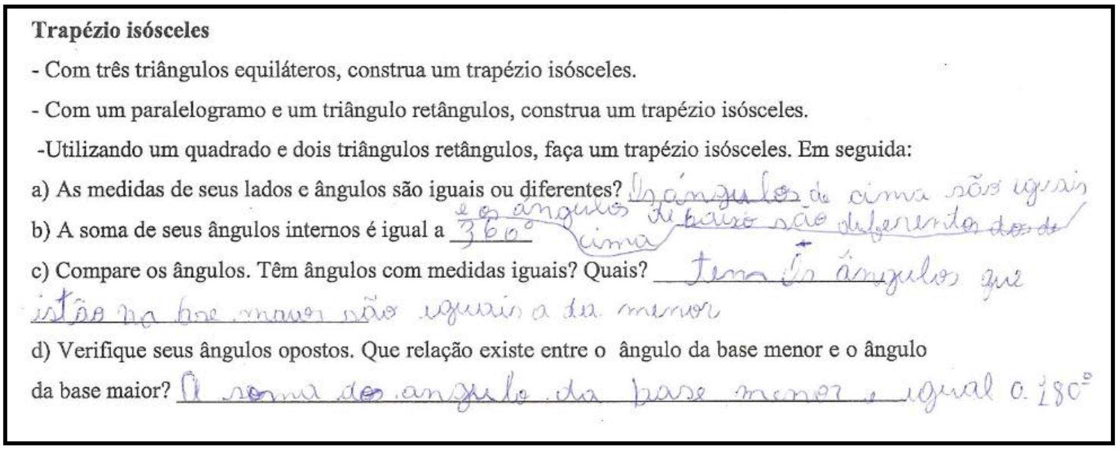
b) A soma de seus ângulos internos é igual a 360°

c) Compare os ângulos. Têm ângulos com medidas iguais? Quais? Sim. Os ângulos que na base maior são. Os da base menor também são iguais.

d) Verifique seus ângulos opostos. Que relação existe entre o ângulo da base menor e o ângulo da base maior? A soma do ângulo da base maior com ângulo da base menor é igual a 180°.

Ilustração 20: Resposta de um aluno ao item sobre trapézio isósceles. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Observou-se que, no subitem (a), um aluno respondeu de forma não prevista pelos professores em formação. Esperava-se que os alunos respondessem que o trapézio isósceles não possuía os lados e ângulos iguais, apenas. Porém, um aluno respondeu comparando os ângulos da base maior e menor, conforme Ilustração 21. Esta resposta do aluno pode estar relacionada à utilização do quebra-cabeça poligonal, pois conforme Kaleff (2003), o uso de quebra-cabeças no estudo das figuras geométricas pode otimizar a visualização, possibilitando a identificação de propriedades. No item (c), as respostas foram várias: que os ângulos com medidas iguais estavam nos “terminais”, “nas pontas”, mas com a ajuda dos autores chegaram à conclusão de que os ângulos que estavam na base maior eram iguais, e os da base menor também eram iguais.



Trapézio isósceles

- Com três triângulos equiláteros, construa um trapézio isósceles.

- Com um paralelogramo e um triângulo retângulos, construa um trapézio isósceles.

-Utilizando um quadrado e dois triângulos retângulos, faça um trapézio isósceles. Em seguida:

a) As medidas de seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? Os ângulos de cima são iguais e os ângulos de baixo são diferentes dos de cima

b) A soma de seus ângulos internos é igual a 360°

c) Compare os ângulos. Têm ângulos com medidas iguais? Quais? Tem os ângulos que estão na base maior são iguais a da menor

d) Verifique seus ângulos opostos. Que relação existe entre o ângulo da base menor e o ângulo da base maior? A soma dos angulo da base menor é igual a 180°

Ilustração 21: Primeiro item da Atividade 1 do quebra-cabeça poligonal. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Ao final, foi dito que as respostas dos subitens eram as propriedades daquele quadrilátero. Assim, foi-se perguntado aos alunos quais eram as propriedades do trapézio isósceles. À medida que respondiam, era projetado um quadro com as propriedades de forma organizada (Ilustração 22), para que eles pudessem copiar no espaço destinado na Apostila 1.

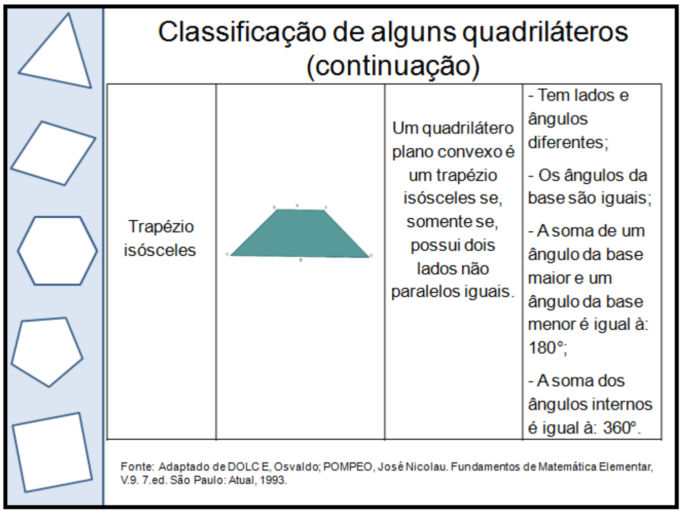


Ilustração 22: *Slide* das propriedades do trapézio isósceles. Fonte: Autores.

Durante a experimentação, percebeu-se que os alunos interagiram de forma positiva, compreendendo o conteúdo. Também foi observado que, quando estavam jogando, os alunos ficavam concentrados, apresentavam-se curiosos com relação ao que iriam fazer com as peças do quebra-cabeça poligonal, além de oferecer ajuda aos colegas que não conseguiam montar os polígonos propostos. Estas atitudes confirmam que o jogo pode ajudar a desenvolver habilidades (LARA, 2007; PIAGET, 1976 apud VASSALO NETO, 2006).

3.1.2. Segundo encontro

No segundo encontro, procurou-se fazer uma breve revisão do conteúdo explorado no encontro anterior. Iniciou-se essa revisão recordando a definição de polígono. Para essa aula foi preparado um *slide*, projetado em tela por meio do *data show*, com figuras de polígonos (Ilustração 23). Um professor em formação perguntou aos alunos se eles lembravam o que eram polígonos. Neste momento os alunos não se manifestaram. Devido a isso, foi apresentada novamente a definição de polígonos. Indagou-se então se aquelas figuras projetadas eram polígonos e explorou-se a identificação de seus elementos, com a participação dos alunos.

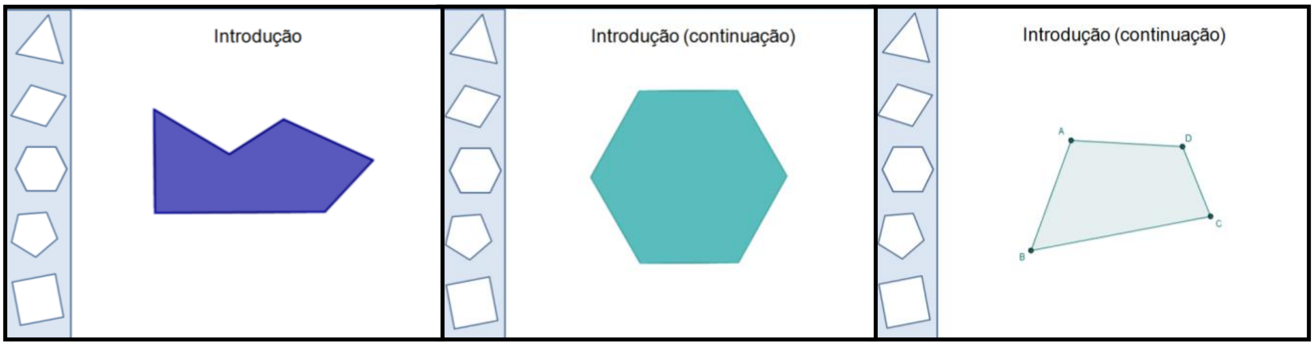


Ilustração 23: *Slides* da revisão. Fonte: Autores.

Em seguida, foram mostradas algumas figuras para explorar a classificação de triângulos quanto aos seus lados (Ilustração 24) e também a de alguns quadriláteros (Ilustração 25). O objetivo foi relembrar o conteúdo do encontro anterior. Nesta parte, os alunos demonstraram compreensões equivocadas de lados congruentes, mesmo que nas figuras houvesse indicações gráficas. Surgiram assim dúvidas em relação aos nomes. Vale ressaltar que no momento da revisão da classificação de alguns quadriláteros, uma aluna identificou o trapézio retângulo quando projetado, mas não soube justificar. Logo, em seguida, um outro aluno verbalizou de forma correta a definição de trapézio retângulo.

Foi observado que os alunos não apresentaram dificuldades em identificar o quadrado e o retângulo quando projetados. Pode-se inferir que isso ocorreu devido ao fato destes quadriláteros já fazerem parte de seu cotidiano.

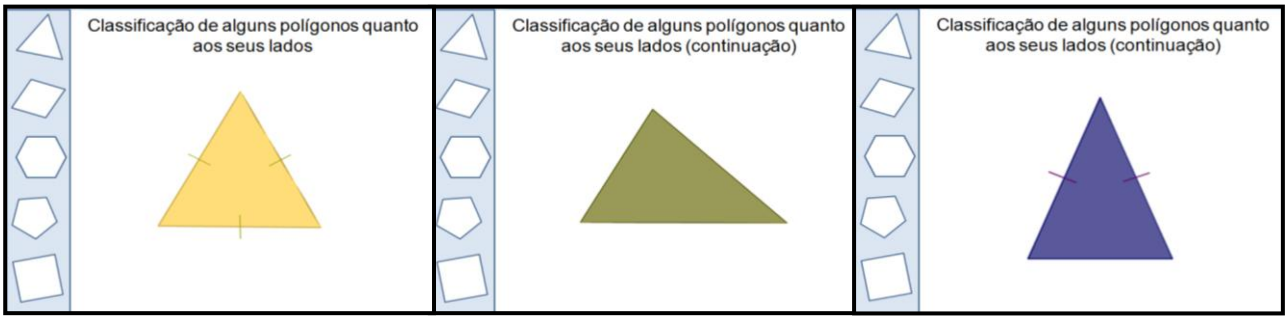


Ilustração 24: *Slides* de revisão da classificação de polígonos quanto aos lados. Fonte: Autores.

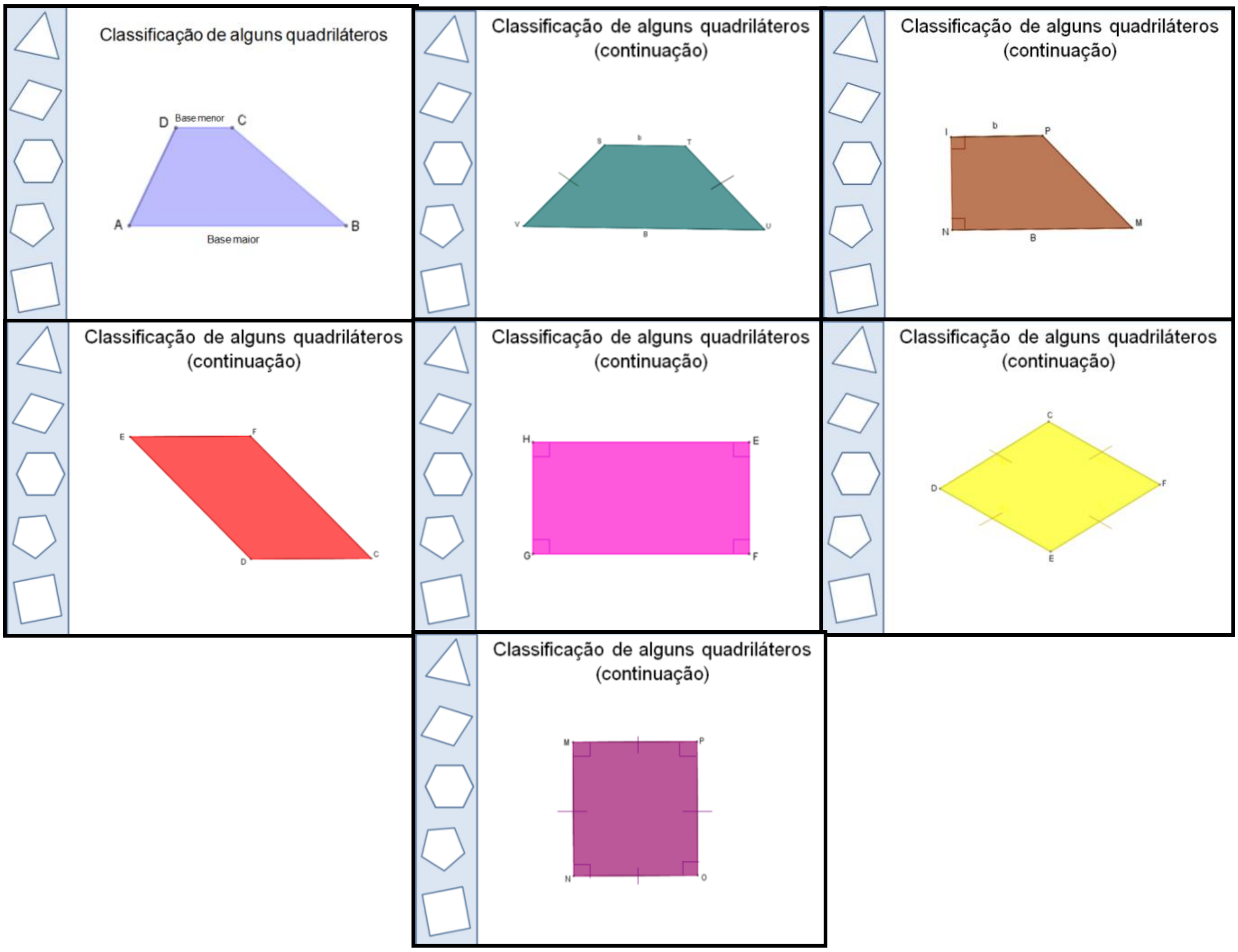


Ilustração 25: *Slides* de revisão da classificação de alguns quadriláteros. Fonte: Autores.

Após esta revisão, um professor em formação fez a sobreposição das peças do quebra-cabeça poligonal (ampliado), com o intuito de mostrar a medida de cada ângulo interno das peças que o compunham (Ilustração 26). A primeira peça foi um triângulo equilátero. Foi perguntado o nome da figura mostrada e, em seguida, o porquê dos alunos acharem que era um triângulo equilátero. A maioria dos alunos respondeu corretamente, dizendo que o triângulo tinha os lados iguais. Então, foi afirmado que como consequência de ter lados iguais, os ângulos internos também eram iguais. Visto isso, foi sobreposto o triângulo equilátero no losango, e indagou-se a medida de cada ângulo interno. Ao final foi perguntado o nome daquela figura plana, para reforçar os conceitos trabalhados anteriormente. Tal procedimento foi repetido para o trapézio isósceles.

Ilustração 26: Professor em formação mostrando sobreposições de peças. Fonte: Autores.

Logo após, foi mostrado o quadrado, para que pudesse ser feita a verificação de todos os lados e dos ângulos internos e, em seguida, foi perguntado o nome daquela figura geométrica. Feita esta caracterização, foi sobreposto o triângulo retângulo isósceles no quadrado, e perguntadas as medidas dos ângulos e dos lados. A partir desta verificação, os alunos perceberam que o triângulo era retângulo e isósceles. Em seguida, foi sobreposto o triângulo retângulo isósceles no paralelogramo, levando o aluno a observar os ângulos internos e seus lados, e dizer o nome do quadrilátero.

Ao término dessa sobreposição, foi mostrado um trapézio isósceles construído no *software Geogebra*, com medidas diferentes do trapézio que era peça do quebra-cabeça poligonal. Este procedimento teve o objetivo de mostrar que existem trapézios isósceles diferentes daquele do quebra-cabeça poligonal, pois foi percebido, enquanto os alunos montavam os polígonos pedidos, que tendiam a acreditar que todo trapézio isósceles tinha os lados e ângulos com as medidas da peça do quebra-cabeça poligonal (Ilustração 27).

O fato relatado evidencia que o uso de figuras prototípicas pode levar o aluno a pensar que um determinado quadrilátero tem sempre o mesmo formato (GRAVINA, 1996)

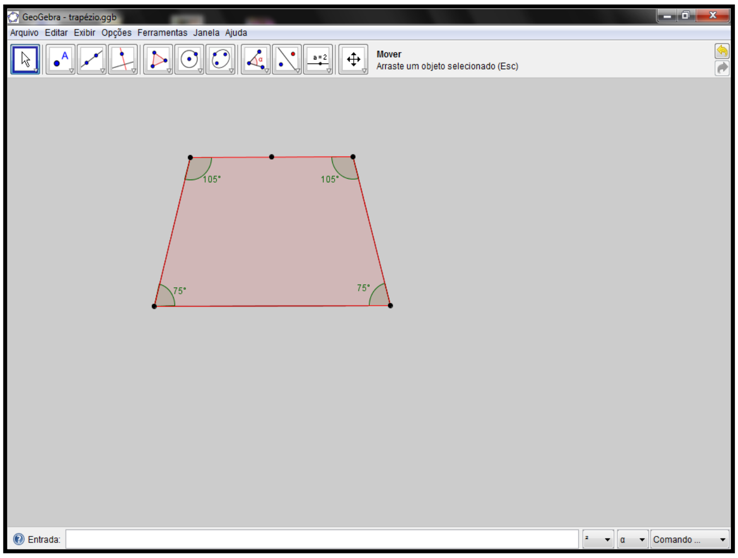


Ilustração 27: Trapézio isósceles, construído no *software* Geogebra. Fonte: Autores.

Dando continuidade, retomou-se o primeiro item da Atividade 1 do quebra-cabeça poligonal, juntamente com os alunos, enfatizando que as respostas das perguntas eram as propriedades, ou seja, as características daquela figura. Vale ressaltar a observação de que o espaço reservado na folha para o preenchimento das propriedades foi pequeno.

Pediu-se então para que os alunos sentassem em dupla ou trio e entregou-se as peças do quebra-cabeça poligonal, para que continuassem a resolver os itens da Atividade 1. Os alunos não concluíram todas as tarefas propostas para este encontro, conseguindo resolver até o oitavo item, em sua maioria.

No momento da construção do hexágono (Ilustração 28), segundo item da atividade, os alunos não apresentaram dúvidas na construção. Já para responder aos subitens, houve dúvidas em *b* e em *c*. No subitem *b*, os alunos acharam que as medidas de seus ângulos internos eram 60° (Ilustração 29) e, no subitem *c*, que a soma dos ângulos internos era a soma dos ângulos internos de todas as peças que formavam a figura pedida. Por exemplo, quando solicitada a construção do hexágono a partir de dois trapézios isósceles, a soma dos seus ângulos internos era justamente a soma dos ângulos internos de cada de um dos trapézios isósceles utilizados na construção. Porém, na construção que utilizou seis triângulos equiláteros, tal fato não ocorreu, pois os ângulos dos vértices que ficaram unidos no centro do hexágono não integram a soma de seus ângulos internos. Os alunos não viam a composição como uma única figura, pensavam apenas em cada uma das peças. O índice de acerto desse subitem foi de 60%. Vale ressaltar que no subitem *a*, o percentual de acerto foi de 100%.

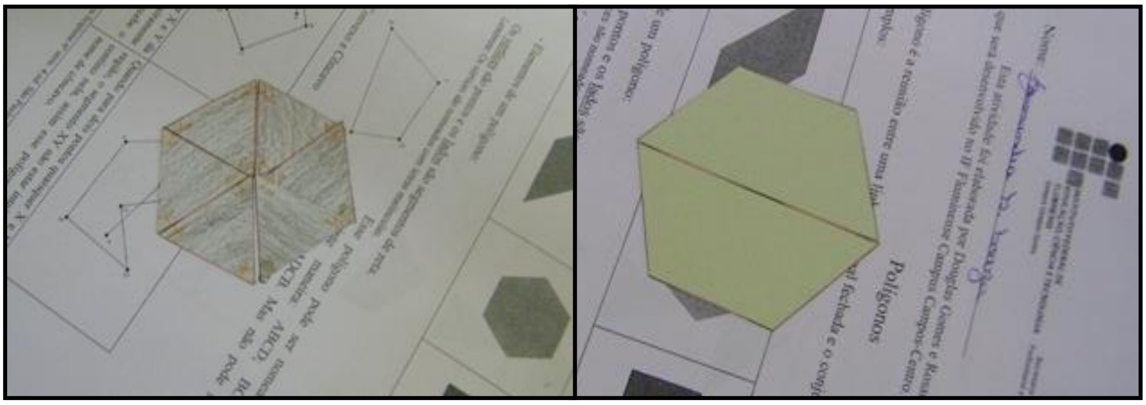
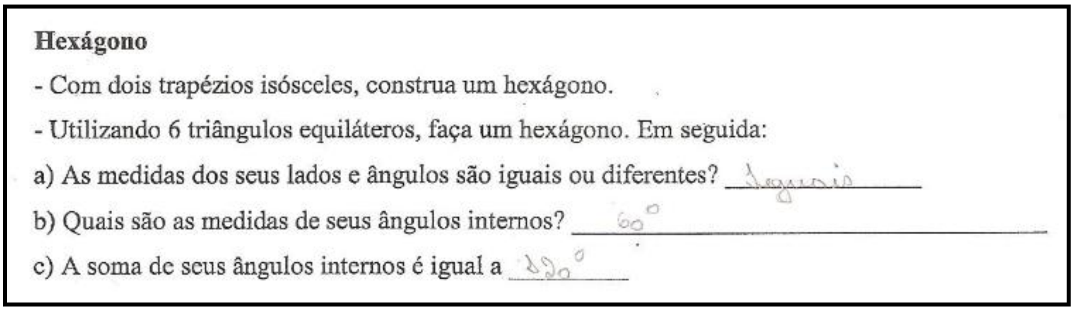


Ilustração 28: Construções do hexágono feitas pelos alunos. Fonte: Autores.



Hexágono

- Com dois trapézios isósceles, construa um hexágono.

- Utilizando 6 triângulos equiláteros, faça um hexágono. Em seguida:

a) As medidas dos seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? Iguais

b) Quais são as medidas de seus ângulos internos? 60°

c) A soma de seus ângulos internos é igual a 720°

Ilustração 29: Resposta de um aluno ao segundo item da Atividade 1. Fonte: Protocolos de pesquisa.

O descrito no parágrafo anterior permite afirmar que a utilização de quebra-cabeças poligonais geométricos, como o da pesquisa, pode introduzir obstáculos em alguns aspectos da visualização. No caso de uma figura ser composta por outras, alguns alunos não compreendem que, uma vez feita a composição, aquele conjunto é único e assim deve ser visualizado. Esta observação levanta dúvidas de que o uso de qualquer quebra-cabeça poligonal contribui para a visualização, conforme atesta Kaleff (2003), sendo necessário um estudo mais criterioso sobre os tipos de quebra-cabeças poligonais que auxiliam a visualização pretendida pelo professor.

Na Ilustração 29 (página anterior), a resposta errada do subitem c pode ser justificada por erro de cálculo, pois este fato foi observado muitas vezes pelos professores em formação, ao longo da pesquisa, com diversos alunos.

Durante a resolução do terceiro item desta atividade, foi possível observar que, na formação do pentágono, alguns alunos queriam montar um polígono igual ao que havia na Apostila 1 (Ilustração 30). Com isso ficaram em dúvida se aquela figura que eles haviam construído era mesmo um pentágono. Este episódio evidencia a “força” do protótipo. Segundo Gravina (1996), geralmente os livros escolares iniciam os conteúdos com definições, muitas vezes não claras, seguidas de desenhos bem particulares, os ditos desenhos prototípicos. A autora cita alguns exemplos, tais como: quadrados com lados paralelos às bordas da folha de papel, retângulos sempre com dois lados diferentes, entre outros. Deste modo, os alunos passam a não reconhecer estes desenhos em outra situação, pois a posição relativa do desenho ou até mesmo seu traçado particular passam a fazer parte das características daquele objeto. Nesta pesquisa, observamos que ao construir o pentágono utilizando um quadrado e um triângulo equilátero, os alunos estranharam a forma do pentágono obtido, pois para eles o pentágono teria sempre a forma exibida na tabela, apesar de os professores em formação não enfatizarem este aspecto, e sim o fato do pentágono ser um polígono de cinco lados. O percentual de acerto deste subitem foi de 23%.

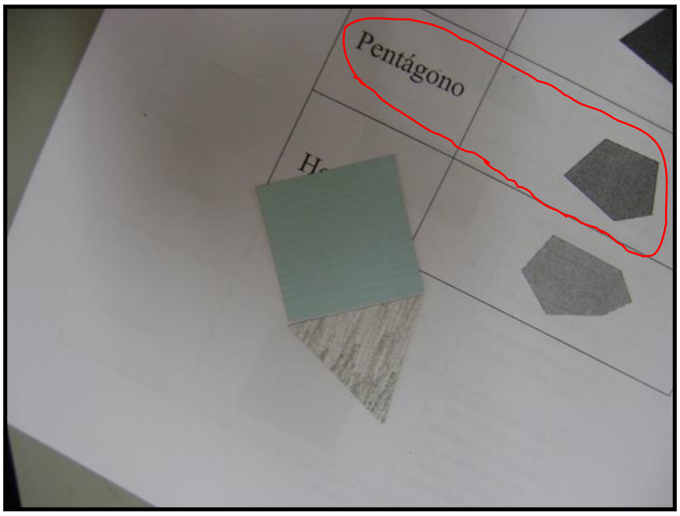
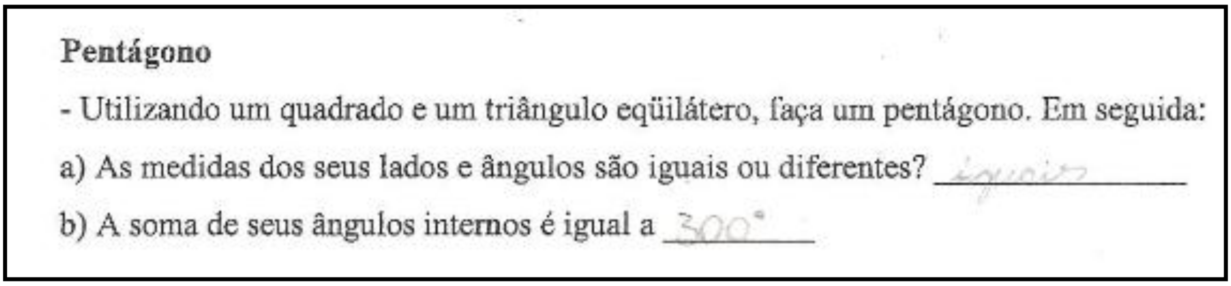


Ilustração 30: Pentágono feito por um aluno. Fonte: Autores.

Alguns alunos tiveram dúvidas nos subitens dessa construção (Ilustração 31). No subitem *a*, respondiam que eram diferentes ou simplesmente iguais, em vez de responderem ângulos diferentes e lados iguais. No subitem *b*, alguns alunos erraram no cálculo da soma dos ângulos (Ilustração 31).



Pentágono

- Utilizando um quadrado e um triângulo eqüilátero, faça um pentágono. Em seguida:

a) As medidas dos seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? iguais

b) A soma de seus ângulos internos é igual a 300°

Ilustração 31: Resposta de um aluno com as dúvidas descritas. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Na construção do losango, quarto item desta atividade, em uma das solicitações havia dois arranjos possíveis das peças, utilizando dois trapézios isósceles e dois triângulos equiláteros (Ilustração 32). Apenas um aluno compôs o Arranjo 2. A maioria teve dúvida nos subitens *a e c* (Ilustração 33). No subitem *a*, os alunos responderam que as medidas dos lados e ângulos eram iguais. E no subitem *c*, uns deixaram em branco, outros responderam que não havia relação entre os ângulos opostos, outros nem completaram a resposta e, outros, ainda, responderam que os ângulos opostos são paralelos, talvez por não compreenderem o que são ângulos opostos. Nesse item, nenhum aluno conseguiu acertar na íntegra. No subitem *a*, foram 17% de acerto, no subitem *b,* 57% e no subitem *c*, 47%.

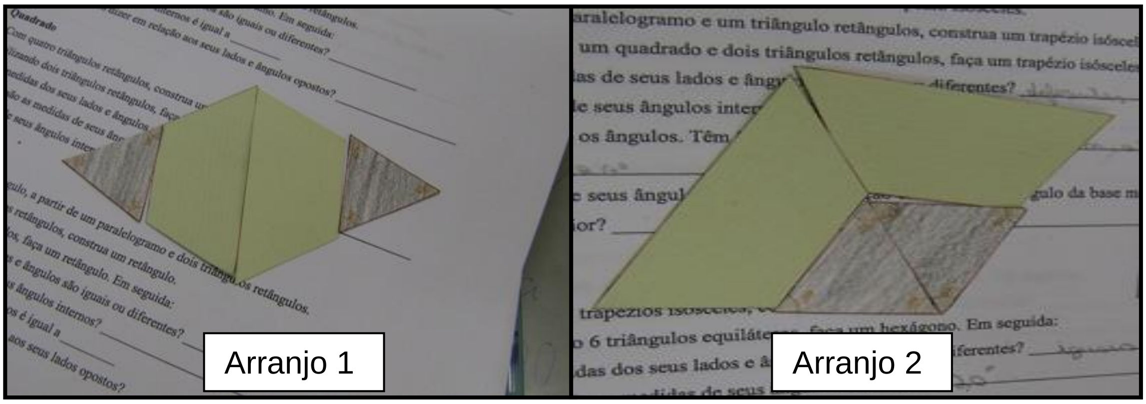
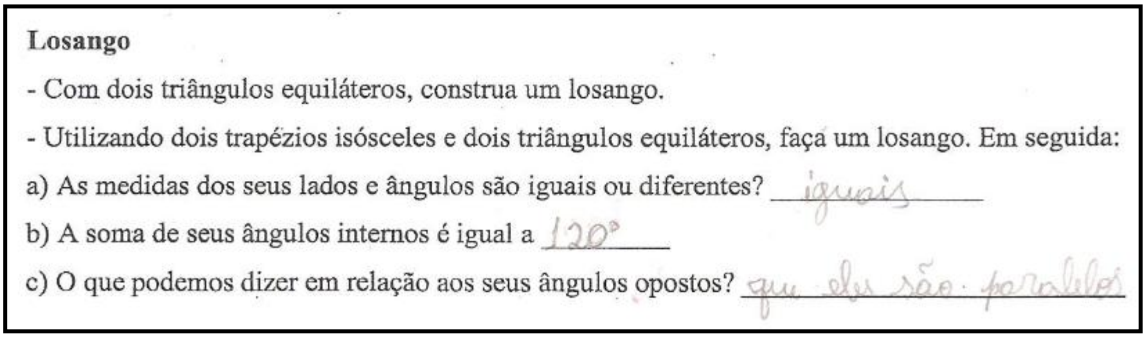


Ilustração 32: Construções do losango feitas pelos alunos. Fonte: Autores.



Losango

- Com dois triângulos equiláteros, construa um losango.

- Utilizando dois trapézios isósceles e dois triângulos equiláteros, faça um losango. Em seguida:

a) As medidas dos seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? iguais

b) A soma de seus ângulos internos é igual a 120°

c) O que podemos dizer em relação aos seus ângulos opostos? que eles são paralelos

Ilustração 33: Resposta de um aluno ao quarto item da Atividade 1. Fonte: Protocolos de pesquisa.

A maioria dos alunos conseguiu resolver até o quinto item, que solicitava a montagem de um triângulo equilátero a partir de outro triângulo equilátero e um trapézio isósceles (Ilustração 34). Embora tenham respondido corretamente sobre as propriedades do triângulo equilátero no momento da sobreposição das peças do quebra-cabeça poligonal ampliado, apresentaram dificuldades ao resolver os subitens *b* e *c* desta construção. No subitem *b*, mesmo já tendo sido afirmado que, por consequência de ter lados iguais, os ângulos internos de um triângulo equilátero também eram iguais, pôde-se observar que os alunos ficaram em dúvida se os ângulos da base menor do trapézio isósceles também faziam parte do ângulo interno do triângulo equilátero construído. No subitem *c*, por consequência da dúvida surgida no item anterior, os alunos quiseram somar todos os ângulos internos existentes na composição, mesmo sabendo que os ângulos internos são os dos vértices da figura construída (Ilustração 35). Tal fato já foi observado e comentado anteriormente neste texto. Neste item, apenas 19 alunos obtiveram êxito. O índice de acerto foi de 32%.

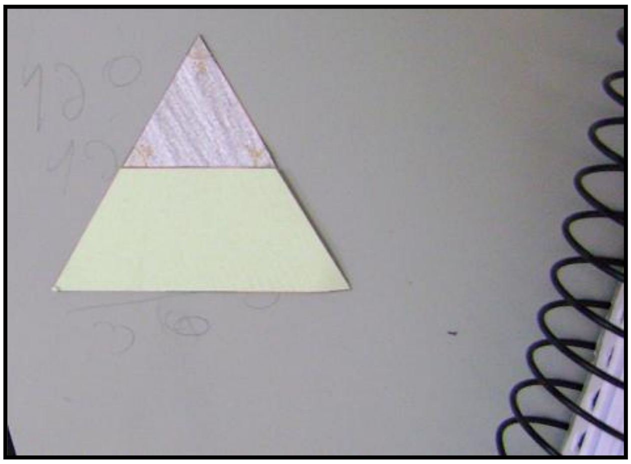


Ilustração 34: Construção do triângulo equilátero feita por um aluno. Fonte: Autores.

Triângulo equilátero

- Utilizando um trapézio isósceles e um triângulo equilátero, faça um outro triângulo equilátero.

Em seguida:

a) As medidas dos seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? iguais

b) Quais são as medidas de seus ângulos internos? 60°

c) A soma de seus ângulos internos é igual a 420°

Ilustração 35: Resposta de um aluno ao quinto item da Atividade 1. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Vale ressaltar que até o final deste encontro, apenas cinco alunos chegaram aos sexto e o sétimo itens, nos quais eram solicitadas respectivamente a montagem do paralelogramo e do quadrado. Destes, apenas dois alcançaram o oitavo item, que solicitava a formação do retângulo. A análise a seguir refere-se a estes alunos.

No sexto item, (Ilustração 36) houve dificuldades nos subitens *a* e *b*. No subitem *a*, os alunos ficaram em dúvida se as medidas dos lados e ângulos internos eram iguais ou diferentes. A maioria respondeu que eram iguais. No subitem *b*, a dúvida foi em relação às medidas dos ângulos internos. Apenas um aluno respondeu corretamente (Ilustração 37). Como já comentado neste trabalho, ao juntar as peças do quebra-cabeça poligonal para formar uma figura, os alunos ainda não a viam como um único polígono, continuando a pensar nas partes isoladamente. Todos acertaram o subitem *c*, sobre a relação existente entre os lados e ângulos opostos. Esta resposta correta pode ter sido fruto da observação de cada losango que compunha um dos paralelogramos.

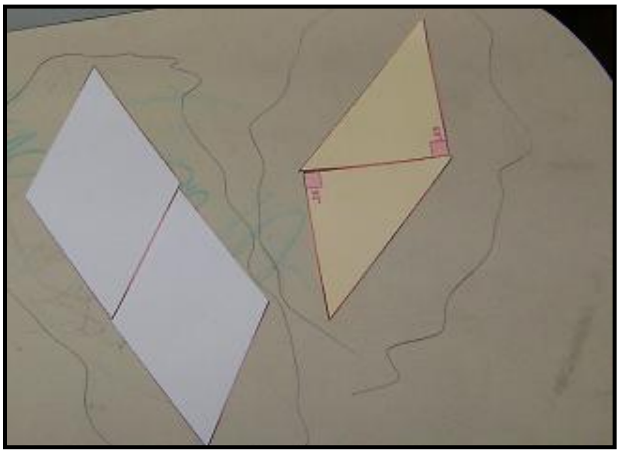
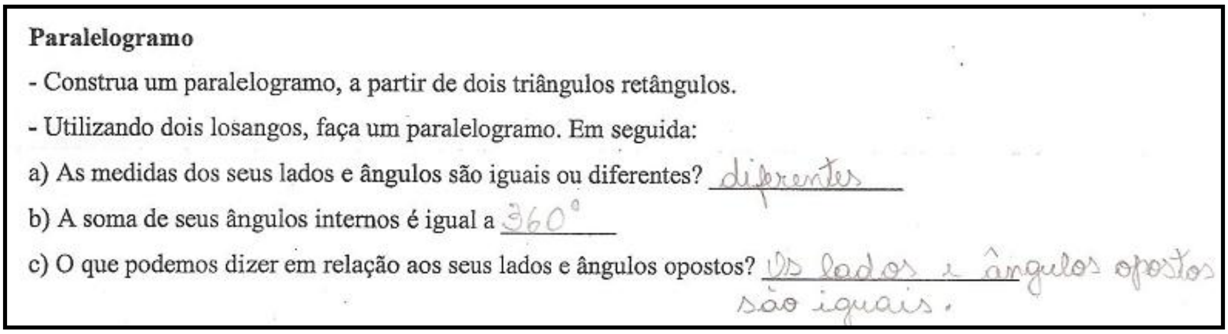


Ilustração 36: Construções do paralelogramo feitas pelos alunos. Fonte: Autores.



Paralelogramo

- Construa um paralelogramo, a partir de dois triângulos retângulos.
- Utilizando dois losangos, faça um paralelogramo. Em seguida:

a) As medidas dos seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? diferentes

b) A soma de seus ângulos internos é igual a 360°

c) O que podemos dizer em relação aos seus lados e ângulos opostos? Os lados e ângulos opostos são iguais.

Ilustração 37: Resposta de um aluno ao sexto item da Atividade 1. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Embora com enfoque diferente, um dos autores deste trabalho teve experiência, como aluno, com um quebra-cabeça poligonal em Geometria. Pôde-se, assim, fazer um paralelo entre a experiência anterior e a deste trabalho, na qual o autor desempenhou o papel de professor. Quando participou do jogo como aluno, compreendeu que as figuras formadas pelas peças do quebra-cabeça poligonal constituíam um novo e único polígono. Já os alunos desta pesquisa, ao montarem a figura com as peças do quebra-cabeça poligonal, não alcançaram tal visualização.

Esta observação nos leva a inferir que o nível cognitivo é um fator que deve ser considerado ao trabalhar com jogos nas aulas de Matemática, tanto no que diz respeito à reflexão sobre as respostas dos alunos como à escolha de um jogo que não leve a situações deste tipo, uma vez que respostas erradas podem indicar não uma incompreensão do conteúdo estudado, mas sim uma limitação cognitiva em relação à aprendizagem, ou seja, um nível intelectual em desenvolvimento.

No sétimo item, que solicitava a montagem de quadrados (Ilustração 38), os alunos tiveram dúvidas na composição com quatro triângulos retângulos. Todos responderam corretamente todos os subitens (Ilustração 39).

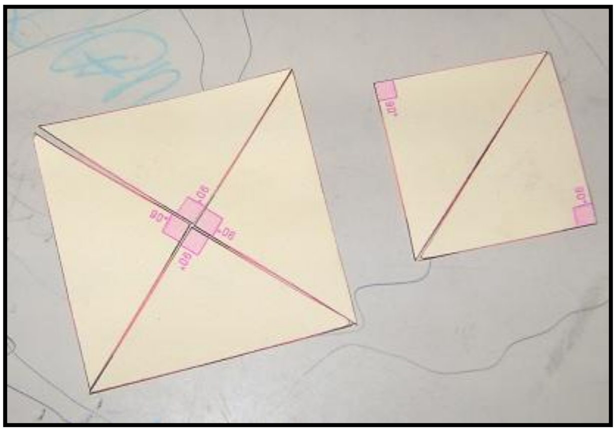
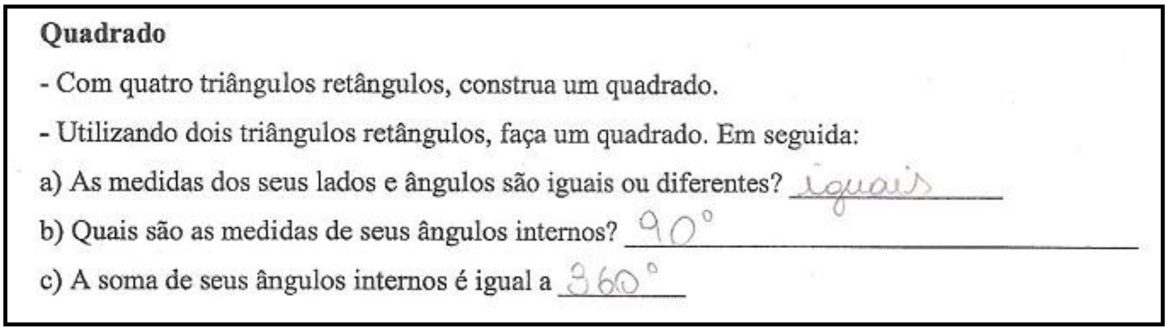


Ilustração 38: Construção do quadrado feita pelos alunos. Fonte: Autores.



Quadrado

- Com quatro triângulos retângulos, construa um quadrado.

- Utilizando dois triângulos retângulos, faça um quadrado. Em seguida:

a) As medidas dos seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? iguais

b) Quais são as medidas de seus ângulos internos? 90°

c) A soma de seus ângulos internos é igual a 360°

Ilustração 39: Resposta de um aluno ao sétimo item da Atividade 1. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Um dos alunos participantes da pesquisa montou um "quadrado" como o da Ilustração 40. Ao ser perguntado sobre sua composição, ele respondeu que o quadrado era o contorno. Então, a orientadora lhe disse que, em um quebra-cabeça poligonal, a figura montada não pode ter espaços vazios e o aluno foi orientado a formar outra composição, sem espaços internos vazios.

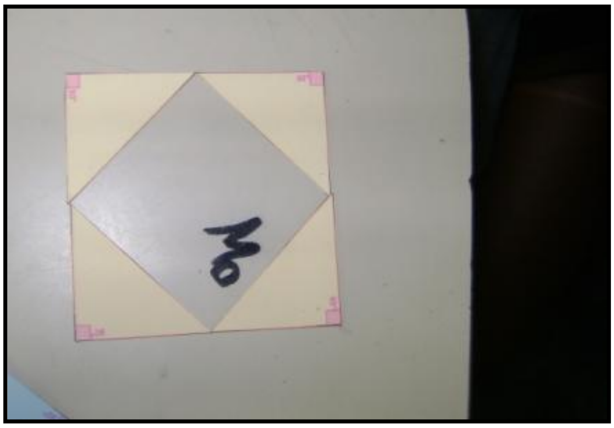


Ilustração 40: Construção do quadrado feita por um aluno. Fonte: Autores.

No oitavo item, que solicitava a montagem do retângulo (Ilustração 41), os alunos tiveram dúvidas na formação a partir de um paralelogramo e dois triângulos retângulos. Ao responderem os subitens, a dúvida foi apenas no subitem *a*, o qual indagava se os lados e ângulos eram iguais ou diferentes. Os alunos responderam que o retângulo possui lados e ângulos iguais (Ilustração 42). Nos outros subitens, todos responderam corretamente.

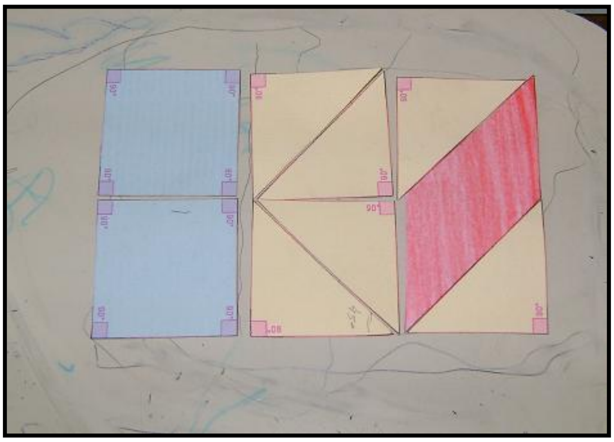
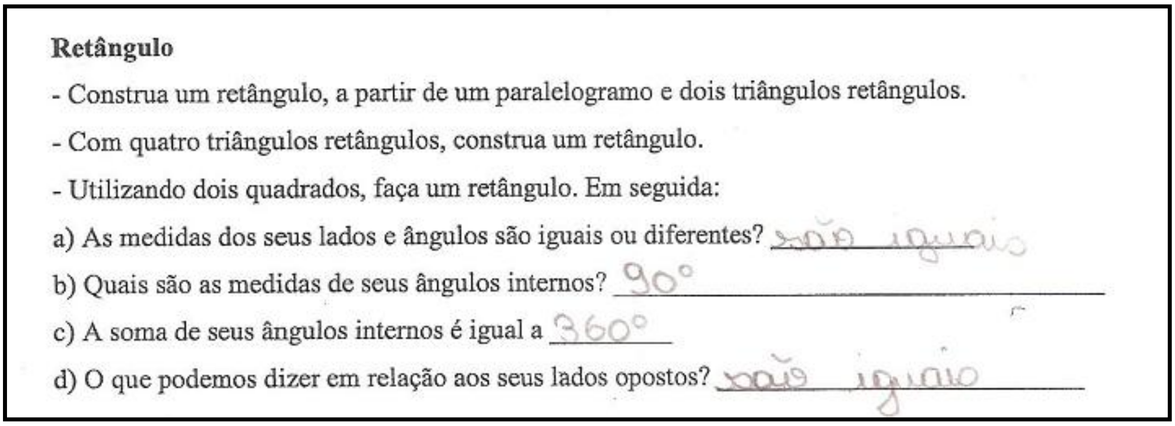


Ilustração 41: Composições do retângulo feitas pelos alunos. Fonte: Autores.



Retângulo

- Construa um retângulo, a partir de um paralelogramo e dois triângulos retângulos.
- Com quatro triângulos retângulos, construa um retângulo.
- Utilizando dois quadrados, faça um retângulo. Em seguida:

a) As medidas dos seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? são iguais

b) Quais são as medidas de seus ângulos internos? 90°

c) A soma de seus ângulos internos é igual a 360°

d) O que podemos dizer em relação aos seus lados opostos? são iguais

Ilustração 42: Resposta de um aluno ao oitavo item da Atividade 1. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Ao final deste encontro, por sugestão da professora da turma, foi elaborada uma atividade intermediária, parecida com a atividade final. Tal decisão foi tomada porque a atividade final precisava conter questões parecidas com as que haviam sido resolvidas durante as aulas, para que este fato não constituísse uma ruptura de contrato didático[2], e caracterizasse uma variável didática[3] a ser analisada.

No decorrer da experimentação, percebeu-se que os alunos interagiram, compreendendo o conteúdo. Continuaram curiosos em cada item, como no encontro anterior. Este relato ratifica o que Borin (1996, apud GROENWALD; TIMM, 2000) afirma sobre a participação e a motivação que os jogos imprimem aos alunos.

3.1.3. Terceiro encontro

Iniciamos o terceiro encontro pedindo aos alunos que formassem duplas ou trios, a fim de continuarem a Atividade 1 do quebra-cabeça poligonal, que não havia sido concluída no encontro anterior. Em seguida foi entregue a Atividade 1, pedindo-lhes para que continuassem de onde haviam parado e respondessem até o final.

No sexto item, que solicitava a montagem do paralelogramo, observou-se que os alunos tiveram dúvidas na formação a partir de dois triângulos retângulos (Ilustração 43). Ao responderem os subitens, a maioria teve dificuldade de dizer qual

---

[2] Brousseau (1980, apud ALMOULOUD, 2007, p. 89) “[...] define contrato didático como o conjunto de comportamentos específicos do professor esperado pelos alunos, e o conjunto de comportamento dos alunos esperado pelo professor [...]”.

[3] Neste trabalho, considera-se por variável didática a(s) escolha(s) feita(s) pelo professor de forma que uma mudança no valor dessa variável provoca a alteração na estratégia de resolução construída pelo aluno (ALMOULOUD, 2007).

a relação entre os lados e ângulos opostos de um paralelogramo. Considera-se que tal dúvida surgiu por não terem compreendido o conceito de ângulos opostos.

Ilustração 43: Construção de paralelogramo feita pelos alunos. Fonte: Autores.

Observou-se que no sétimo item, que solicitava a montagem do quadrado, no momento de responder o subitem que perguntava se as medidas dos seus lados e ângulos eram iguais ou diferentes, uma dupla quis saber se era para comparar os dois quadrados construídos (Ilustração 44). Como outros alunos poderiam pensar da mesma forma, procurou-se sanar a dúvida, sem deixar ambiguidade.

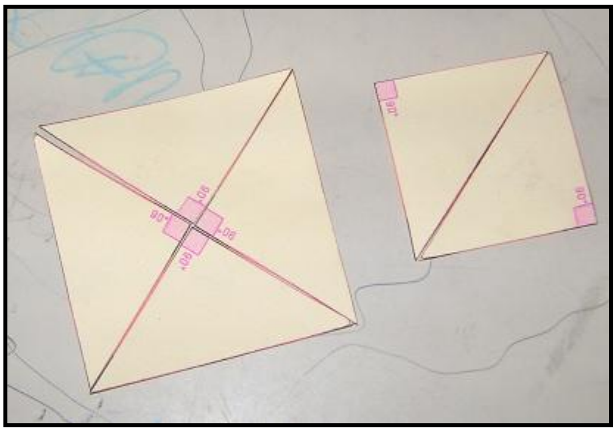


Ilustração 44: Construção do quadrado feita pelos alunos. Fonte: Autores.

No oitavo item, foi possível observar que a dúvida surgiu no momento da montagem do retângulo a partir de um paralelogramo e dois triângulos retângulos (Ilustração 45), a mesma apresentada pelos alunos que haviam concluído este item no encontro anterior. No momento em que responderam os subitens, os alunos apresentaram dúvidas nas medidas dos ângulos internos. Tal dúvida surgiu ao analisar apenas o retângulo construído a partir de um paralelogramo e dois triângulos retângulos, pois os alunos não lembravam a medida dos ângulos do paralelogramo. Para esclarecimento, foi feita a sobreposição do triângulo retângulo no paralelogramo de modo adequado (Ilustração 46), juntamente com o aluno, a fim de que o mesmo pudesse verificar a medida do ângulo interno em questão.

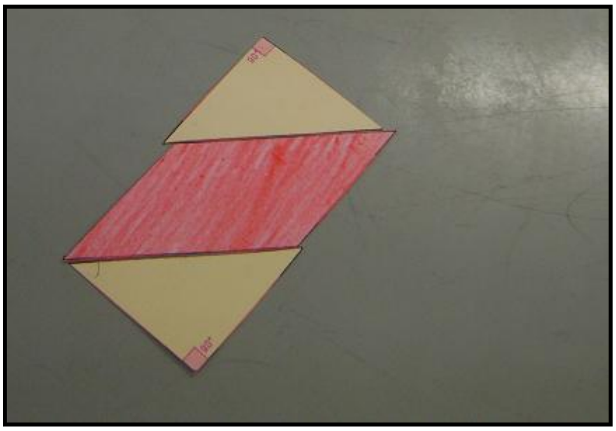


Ilustração 45: Construção do paralelogramo feita por um aluno. Fonte: Autores.

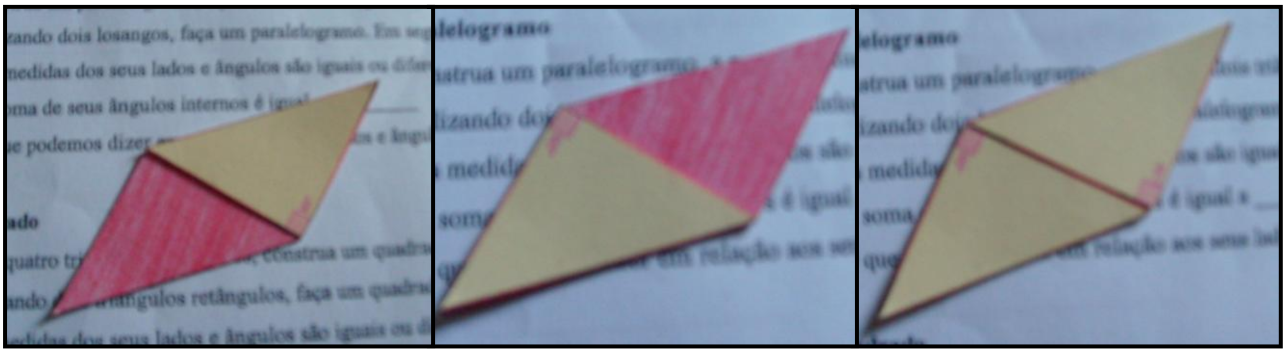


Ilustração 46: Sobreposição do triângulo retângulo no paralelogramo. Fonte: Autores.

No nono item, era solicitada a montagem do trapézio retângulo (Ilustração 47). Não houve dúvidas nas composições. Observou-se no subitem *d*, que os alunos ainda não concebiam a composição como uma única figura, pois ao serem perguntados se havia ângulos iguais, citaram os ângulos de 90º do quadrado e os ângulos de 45º do triângulo retângulo, que compunham o trapézio retângulo. No subitem *e*, apresentaram dúvidas ao responder qual a relação existente entre o ângulo da base menor e o ângulo da base maior. Tais dúvidas podem ser creditadas à formulação do enunciado de tais subitens.

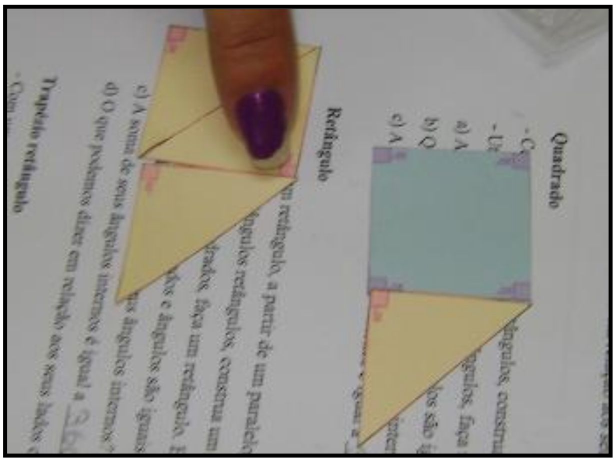


Ilustração 47: Construções do trapézio retângulo feitas por um aluno. Fonte: Autores.

No último item da Atividade 1, observou-se que os alunos tiveram dificuldade no momento da confecção do triângulo isósceles (Ilustração 48). Uma das montagens deveria ser feita a partir de um quadrado e dois triângulos retângulos. Os alunos tentavam encaixar as peças de todas as maneiras possíveis de acordo com seu entendimento, porém, muitas vezes, a forma não era a correta. Às vezes, nestas tentativas, alguns alunos até conseguiam encaixar as peças corretamente, mas não conseguiam visualizar o triângulo isósceles, pois o triângulo formado era também retângulo. Observa-se neste episódio, mais uma vez, a influência das imagens prototípicas, pois, para estes alunos, o triângulo isósceles deveria ter sempre a base representada na posição horizontal (GRAVINA, 1996). Quando um professor em formação arrumou a composição formada pelo aluno com a base na posição horizontal, o triângulo isósceles foi imediatamente reconhecido.

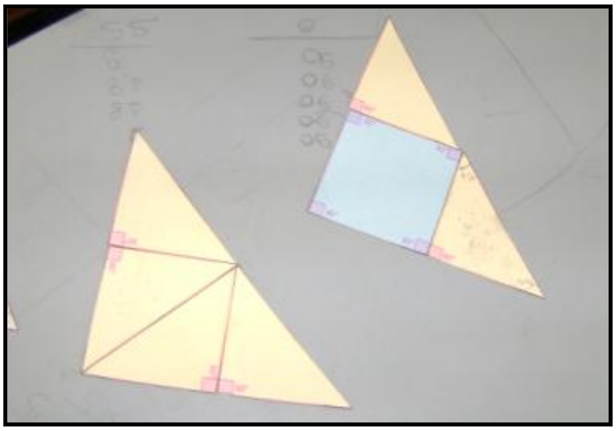


Ilustração 48: Construções do triângulo isósceles feitas por um aluno. Fonte: Autores.

Pôde-se observar que os alunos, no momento da composição dos polígonos propostos, demonstraram grande motivação, despertada pelo interesse de conseguir cumprir a tarefa. Como Kaleff (2003) afirma, o uso de quebra-cabeça poligonal faz com que os alunos se sintam estimulados pelo desafio representado pelo reconhecimento das formas das peças e pela dinâmica pertinente à sua manipulação.

Conforme os alunos iam terminando, foi entregue uma folha de exercícios, denominada Atividade 2 (Apêndice C) , cujo objetivo era fazer uma revisão de todo o conteúdo trabalhado nos encontros. Decidiu-se entregar tal atividade neste momento para que os alunos não ficassem "parados", esperando os outros terminarem, gerando dispersão ou possíveis tumultos.

Quando todos terminaram de responder a Atividade 1, optou-se por uma correção oral, devido à limitação de tempo. À medida que surgiam dúvidas na resposta, as mesmas eram esclarecidas e registradas no quadro de giz.

Durante a correção de cada item da Atividade 1, quando o mesmo tratava de algum quadrilátero, indagava-se dos alunos suas propriedades. Tais propriedades eram as respostas dos subitens respondidos, como já havia sido afirmado no decorrer da aula. É importante ressaltar que essas propriedades foram colocadas de forma organizada no quadro de giz, para que os alunos pudessem ter o registro escrito para estudo posterior.

Após a correção da Atividade 1, foi dado um tempo de aproximadamente 15 minutos, para que os alunos pudessem fazer os três exercícios da Atividade 2. Em seguida, os exercícios foram corrigidos juntamente com os alunos e as respostas colocadas no quadro de giz, para melhor compreensão.

Nas questões um e dois da Atividade 2, que pediam para associar o nome à forma geométrica, não houve dúvidas. No entanto, na questão três, os alunos tiveram dificuldades ao interpretar o problema proposto sobre trapézio isósceles, uma vez que este não continha uma ilustração do trapézio. Pode-se afirmar que o fato dos alunos precisarem desenhar um esboço do trapézio foi um obstáculo para a resolução da questão. Um fator, que talvez tenha influenciado este comportamento, foi o fato de não explorar-se, em momento algum dos encontros, a habilidade de esboçar as figuras estudadas.

As propriedades estudadas nos encontros não foram demonstradas para os alunos, uma vez que não era um dos objetivos da pesquisa.

3.1.4. Quarto encontro

Este encontro foi destinado à realização de uma atividade de avaliação, denominada de Atividade 3 (Apêndice D). Tal atividade foi aplicada pela professora da turma, sem a presença dos autores deste trabalho, nem da orientadora. É importante registrar que ela integrou o conjunto de instrumentos de avaliação planejados pela professora, e que foi aplicada duas semanas após o terceiro encontro, devido a alterações no calendário escolar. Os alunos foram avisados previamente de que fariam a avaliação e souberam, no momento da atividade, que poderiam consultar o material recebido durante os encontros anteriores.

Segundo relato da professora da turma, no início os alunos ficaram desconcertados por causa das incógnitas existentes nas questões e não souberam como resolvê-las, dizendo "Professora está muito difícil, o que é pra fazer aqui? *(sic)*". Tais dificuldades podem estar relacionadas ao fato dos alunos não associarem a incógnita a um valor numérico que corresponderia a um lado, ou a um ângulo, conforme a questão.

Apesar de questões parecidas com as da atividade de avaliação terem sido resolvidas no encontro anterior, os alunos apresentaram dúvidas. Então, a professora da turma teve que dar um exemplo semelhante à questão que constava na atividade de avaliação. Segundo ela, esta decisão foi tomada para que os alunos prosseguissem na resolução. Caso contrário, deixariam a questão em branco.

Na questão um (Ilustração 49), havia valores desconhecidos em cada item.

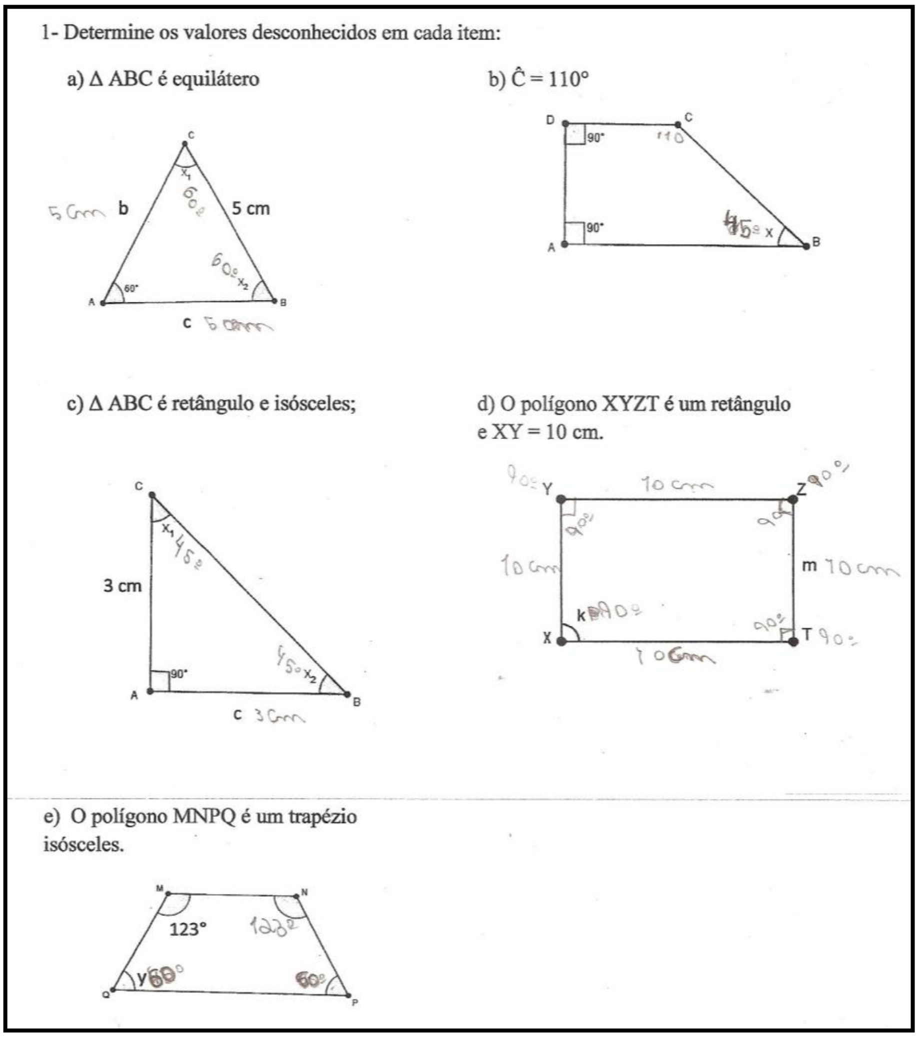


Ilustração 49: Resposta de um aluno com as dúvidas descritas. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Os alunos tiveram mais dificuldades nos itens *b* e *e*. Pode-se afirmar que tal dificuldade ocorreu devido à não assimilação do conceito de ângulos suplementares, abordado apenas no item da Atividade 1 que tratava das construções dos trapézios. A maior porcentagem de acertos nessa questão foi nos itens *a* e *c*, respectivamente 43% e 50%. Outra dificuldade foi encontrar o valor do lado do retângulo do item *d*: somente 17%, aproximadamente, encontraram o valor da incógnita, e 90% acertaram o valor do ângulo. Pode-se inferir que este percentual elevado deve-se ao fato do ângulo reto ser um elemento de qualquer retângulo. Aproximadamente 13% dos alunos acertaram na íntegra este item.

Na questão dois (Ilustração 50), foram dados o desenho e a medida de um ângulo e um lado de um losango. Pedia-se então os outros ângulos e lados. Os alunos compreenderam o que eram ângulos opostos e a definição de losango, mas, como na questão anterior, não aplicaram corretamente a propriedade de ângulos suplementares. Esta questão teve apenas 7% de acerto.

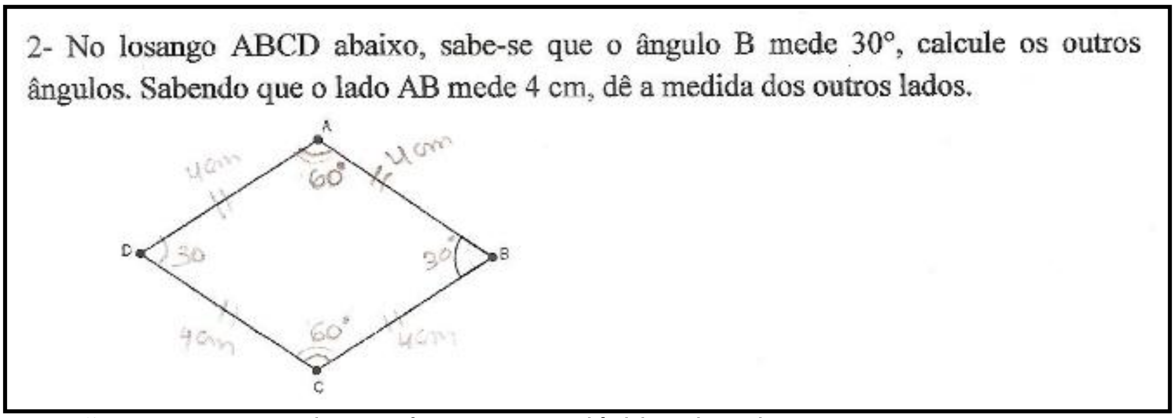


Ilustração 50: Resposta de um aluno com as dúvidas descritas. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Na questão três (Ilustração 51), foram dados um trapézio isósceles e as medidas de três de seus lados. Solicitava-se a medida do quarto lado e, em seguida, o cálculo da soma dos lados. Ao analisar as respostas, pôde-se observar que os alunos não conseguiram interpretar o enunciado do exercício corretamente, pois mesmo havendo a medida de cada lado, eles não conseguiram associar as medidas aos lados correspondentes, trocando a ordem e errando a questão. Ainda assim, esta questão teve 23% de acerto.

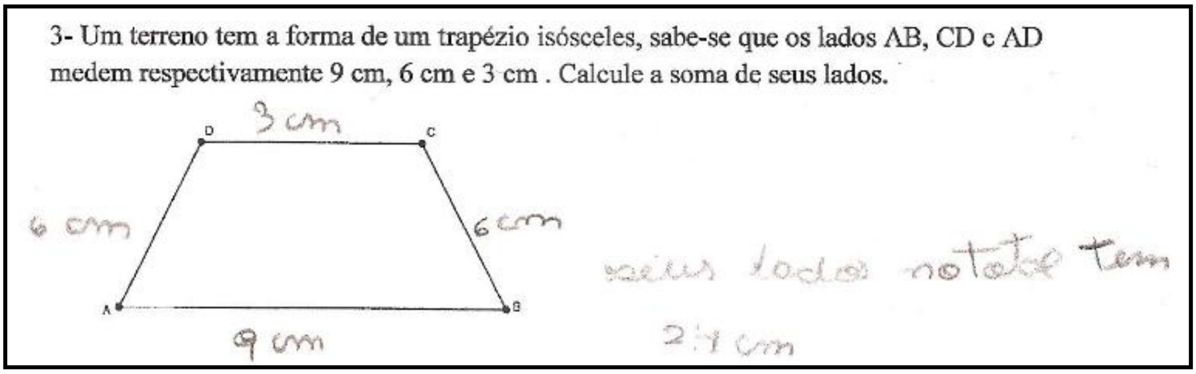
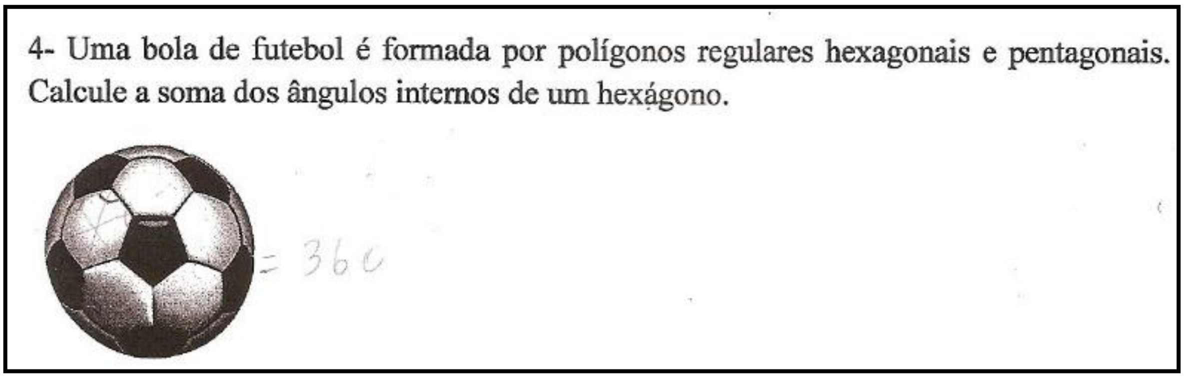


Ilustração 51: Resposta de um aluno com as dúvidas descritas. Fonte: Protocolos de pesquisa.

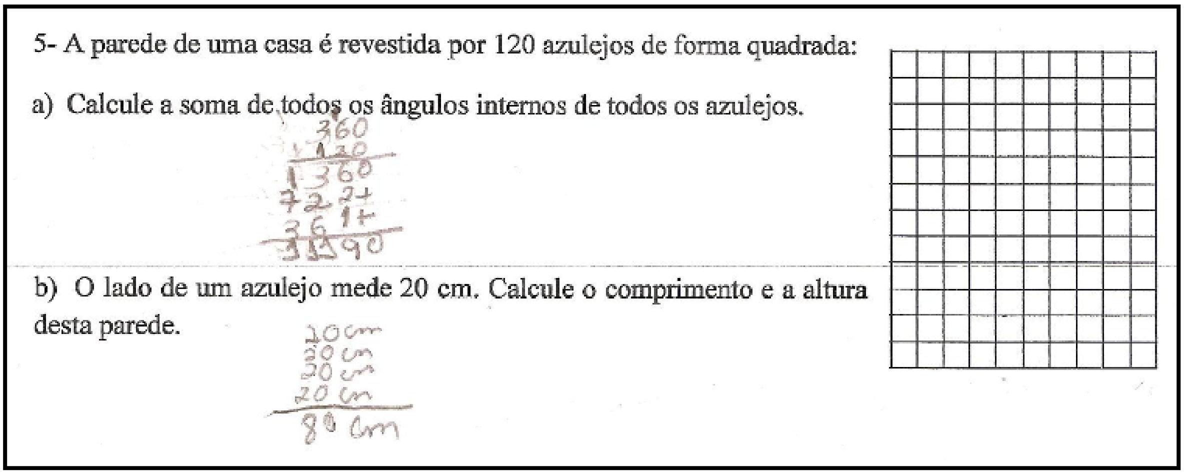
Na questão quatro, havia a figura de uma bola de futebol e pedia-se a soma dos ângulos internos de um hexágono, que é uma das faces que compõem a superfície planificada de uma bola de futebol. O percentual de alunos que responderam corretamente e não apresentaram os cálculos foi de 33%. Pode-se inferir, neste caso, que tais alunos podem ter retirado esta informação do material que estavam consultando. O índice de acerto foi de 43%, incluindo as soluções com e sem o registro do cálculo. É apresentada na ilustração 52 a resposta errada de um aluno.


4- Uma bola de futebol é formada por polígonos regulares hexagonais e pentagonais. Calcule a soma dos ângulos internos de um hexágono.

= 360

Ilustração 52: Resposta errada de um aluno. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Na questão cinco (Ilustração 53), apesar de abordar os ângulos internos e lados de um quadrado, sua proposta e contextualização eram diferentes das questões abordadas anteriormente. Porém, achou-se necessário incluir essa questão para verificar a capacidade de interpretação dos alunos. O índice de erro foi de 77%. Esse fato pode ser explicado pelo fato de os alunos cometerem erros nas operações aritméticas. Vale ressaltar que o item *a* teve 17% de acerto e o item *b* 3%, porém quem acertou o item *b* não acertou o item *a*.


5- A parede de uma casa é revestida por 120 azulejos de forma quadrada:

a) Calcule a soma de todos os ângulos internos de todos os azulejos.

360
x 120
1360
72
36
3390

b) O lado de um azulejo mede 20 cm. Calcule o comprimento e a altura desta parede.

20 cm
20 cm
20 cm
20 cm
80 cm

Ilustração 53: Resposta de um aluno com as dúvidas descritas. Fonte: Protocolos de pesquisa.

3.2. EXPERIMENTAÇÃO DO DOMINÓ GEOMÉTRICO

A experimentação foi realizada pela professora orientadora deste trabalho, que também era a professora da turma, e um dos autores. Ambos atuaram como observadores.

Inicialmente foi apresentada a proposta do jogo e, em seguida, distribuída a atividade inicial (Apêndice E). Sobre esta, os alunos receberam a orientação de responder o que soubessem. Não houve intervenção da orientadora ou do autor, nem houve consulta, por parte dos alunos, a material algum de apoio. À medida que os alunos terminavam de responder, a folha era recolhida e pedia-se que sentassem em dupla, quando era entregue o jogo do dominó juntamente com as regras, para que pudessem iniciar a partida. A orientadora e um dos autores percorriam as duplas, observando as jogadas e verificando sua validade. Quando o agrupamento não era válido, os alunos eram orientandos a refazer as jogadas, sendo informados apenas que o agrupamento feito por eles estava errado.

No momento da partida, constataram-se as seguintes ocorrências: i) os alunos agruparam duas propriedades de uma mesma figura (Ilustração 54), que é uma jogada possível, apesar de não estar citada nas regras; ii) os alunos agruparam a figura do pentágono regular com a do hexágono regular (Ilustração 55), o que foi justificado pela dupla pelo fato de ambos serem regulares. No entanto, tal jogada não é permitida, pois são polígonos diferentes. Essas situações não foram previstas no planejamento da experimentação com o dominó.

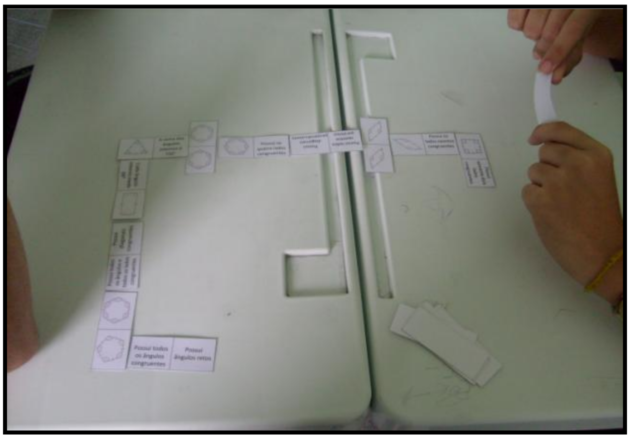


Ilustração 54: Alunos agrupando duas propriedades de uma mesma figura. Fonte: Autores.

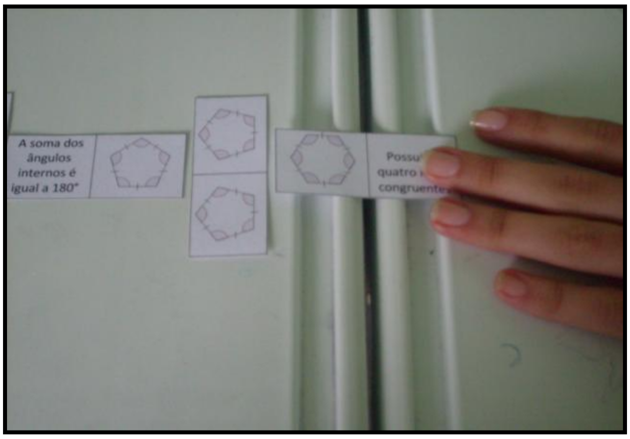


Ilustração 55: Alunos agrupando pentágono regular com hexágono regular. Fonte: Autores.

Notou-se que, a cada partida, as duplas explicitavam suas dúvidas sobre o conteúdo, isto é, refletiam sobre o que haviam estudado. Isto leva a inferir que um número maior de partidas pode auxiliar na apropriação dos conteúdos pelos alunos.

Constatou-se também que um maior número de jogadores imprime mais dinamismo à partida, o que implica em mais partidas num mesmo tempo.

No decorrer da experimentação, houve grande incidência de agrupamento de figuras iguais. Credita-se este fato à influência do jogo dominó tradicional, no qual agrupam-se peças iguais. Também foi observado que algumas dúvidas em relação ao conteúdo surgiram apenas no momento do jogo, quando os alunos estavam em situações de decisão sobre qual peça do jogo era mais adequada para o agrupamento. Alguns afirmaram: “eu não tinha pensado nisto antes *(sic)*”.

Ao término das partidas, foi entregue outra ficha de atividade, identificada como atividade final, igual à atividade inicial, para que fosse possível verificar se, após o jogo, os alunos apresentariam avanços em relação ao conteúdo abordado. Durante o preenchimento da atividade final, assim como na atividade inicial, não houve intervenção da orientadora ou do autor, bem como consulta a materiais de apoio. O tempo previsto – duas horas/aulas – foi suficiente para o preenchimento das tabelas e a jogada de duas partidas.

Os quadros I (Ilustração 56) e II (Ilustração 57) a seguir expõem o número de acertos, erros e questões deixadas em branco, por aluno participante, na atividade inicial e na atividade final, respectivamente.

	Acertos	Erros	Em branco
Aluno 1	44	8	8
Aluno 2	52	8	0
Aluno 3	51	9	0
Aluno 4	51	9	0
Aluno 5	45	10	5
Aluno 6	50	10	0

Ilustração 56: Quadro I - atividade inicial. Fonte: Autores.

	Acertos	Erros	Em branco
Aluno 1	53	7	0
Aluno 2	56	4	0
Aluno 3	57	3	0
Aluno 4	47	7	6
Aluno 5	53	7	0
Aluno 6	47	13	0

Ilustração 57: Quadro II - atividade final. Fonte: Autores.

Comparando os quadros I e II, observa-se, dentre os seis alunos participantes, o aumento de acertos e a redução de erros de quatro participantes (alunos 1, 2, 3 e 5), e a redução de questões em branco para dois participantes (alunos 1 e 5). Este resultado possibilita inferir que a utilização do jogo dominó geométrico pode contribuir para a apropriação dos conteúdos abordados nas peças do dominó.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, buscou-se investigar a relação entre o uso de jogos como apoio na aprendizagem de conteúdos geométricos, a saber: polígonos e, em especial, quadriláteros.

Realizou-se uma revisão bibliográfica visando à escolha dos jogos e ao conhecimento dos modos de inserção destes na atividade escolar, bem como dos tipos de jogos e dos resultados obtidos em pesquisas acadêmicas relacionadas à utilização de jogos no ensino e aprendizagem de Matemática. Apoiados nesta revisão bibliográfica, foram escolhidos os jogos dominó e quebra-cabeça.

A natureza da investigação apontou a pesquisa qualitativa como a mais apropriada, bem como o estudo de caso sendo o mais adequado para colher e analisar os dados necessários para alcançar os objetivos previstos.

Deste modo, os jogos foram experimentados em turmas regulares de instituições públicas, conforme descrito no capítulo três.

A literatura pesquisada, relatada nos capítulos um e dois, indicou como principal contribuição do uso de jogos a motivação que estes trazem para a sala de aula. Tal pesquisa confirmou a influência positiva deste recurso didático em relação ao envolvimento dos alunos com o conteúdo.

Durante a experimentação dos jogos, principalmente do quebra-cabeça poligonal, foi possível observar a expectativa relatada por Pais (1996) sobre o uso de materiais concretos. O mesmo afirma que, no momento da manipulação de um objeto, o aluno tem mais facilidade de descobrir as propriedades daquela figura que, uma vez abstraídas, favorecem a construção do conhecimento.

A utilização de *slides* em *PowerPoint* projetados na parede da sala por meio de um projetor multimídia, bem como as figuras ampliadas do quebra-cabeça poligonal, motivaram de modo ímpar os alunos. Estes mostraram-se interessados e acompanharam as explicações atentamente. Este evento confirma o que diz Almeida (1987), que aulas com recursos didáticos diferenciados são capazes de motivar os alunos.

Neste trabalho, identificou-se dois aspectos do uso dos jogos quebra-cabeça poligonal e dominó geométrico em sala de aula, sobre os quais não foram encontrados relatos na literatura pesquisada. Tais aspectos foram descritos pelos autores desta investigação: i) alguns alunos podem apresentar dificuldade em compreender a composição como uma única figura; ii) a utilização do quebra-cabeça poligonal pode reforçar a influência de figuras prototípicas. Nos parágrafos seguintes, tais aspectos são detalhados, e podem ser considerados como desvantagens da utilização dos jogos experimentados nesta pesquisa em sala de aula de Matemática.

Com relação ao aspecto (i), em vários momentos da experimentação com o quebra-cabeça poligonal, os alunos não compreenderam que a composição formada deveria ser entendida como uma única figura. Isto ficou claro em questões sobre ângulos, principalmente. Eles tendiam a responder tendo em vista as medidas dos ângulos que estavam nas peças que compunham a figura solicitada. Esta dificuldade de visualização da composição como uma única figura pode se colocar como um obstáculo ao desenvolvimento deste aspecto da visualização, que os autores deste trabalho denominaram compreensão parte-todo. Portanto, são necessários estudos mais criteriosos que lancem luz sobre tal obstáculo.

O aspecto (ii) foi observado quando os alunos eram solicitados a compor uma determinada figura, e procuravam construí-la com formato e posição iguais aos exemplos apresentados no material impresso recebido por eles, ou nos *slides* de apresentação do conteúdo. Este comportamento também dificultou, em alguns casos, a composição de figuras, devido à posição exibida ser distinta daquela que o aluno encontraria. Esta ocorrência permite inferir que a utilização de quebra-cabeças pode ratificar a influência de figuras prototípicas, uma vez que as peças do quebra-cabeça poligonal têm medidas fixas. Isto pode reforçar o pensamento do aluno de que os polígonos terão sempre aquele formato e aquelas medidas.

Neste trabalho, ao perceber este comportamento em alguns alunos, os autores apresentaram uma figura construída no *software* de geometria dinâmica *Geogebra* e enfatizaram a possibilidade de existência de vários formatos, valendo-se da mobilidade dos pontos na tela. Ainda assim, alguns alunos persistiram no erro em atividades posteriores. Estes fatos suscitam algumas questões, que configuram-se como continuidade desta pesquisa, tais como: pode-se evitar essa situação? De que modo? Que ações o professor pode promover para evitar essa compreensão equivocada?

Alguns pontos, relacionados à gerência da turma durante a utilização de jogos e outros, foram detectados e serão comentados a seguir. É preciso prever atividades para alunos que terminam de jogar muito antes dos outros, evitando causar desconcentração naqueles que ainda estão envolvidos com o jogo, principalmente em turmas de alunos muito jovens. A avaliação de medidas por sobreposição precisa ser melhor trabalhada junto aos alunos, pois muitos deles não assimilaram esta forma de comparar medidas. As fichas de atividades carecem de reformulações nas perguntas a fim de se tornarem mais claras para os alunos.

A professora da turma foi entrevistada ao final do trabalho (Apêndice F), a respeito das contribuições das atividades do jogo quebra-cabeça poligonal para a aprendizagem dos conteúdos abordados. Ela afirmou que a utilização de material concreto facilitou a elaboração de hipóteses por parte dos alunos, à medida em que eles mesmos iam testando cada tipo de montagem. A manipulação e a visualização das figuras formadas permite que o aluno possa fazer distinções entre elas. Este depoimento confirma as contribuições dos jogos no ensino de Geometria relatadas na literatura consultada neste trabalho.

Um aluno afirmou que: “As aulas foram muito boas, porque aprendi muitas coisas legais e o melhor de tudo, eu aprendi brincando *(sic)*[...]”(aplicação do jogo Quebra-Cabeça Poligonal), e outro “As duas partidas do jogo permitiram memorizar e facilitar a compreensão das propriedades das figuras geométricas *(sic)*” (neste caso, o Dominó Geométrico).

Retornando à questão de pesquisa, encontraram-se as seguintes contribuições da utilização dos jogos: i) a motivação, pois uma vez que os alunos se sentiram motivados, foi despertado o interesse em aprender, possibilitando maior compreensão e fixação do conteúdo abordado; ii) a interação entre os alunos, pois observou-se que jogos em duplas ou grupos permitem que os alunos interajam mais uns com os outros; iii) a autonomia, pois alguns alunos apresentaram iniciativa de buscar respostas; iv) a criatividade, pois diante das peças do quebra-cabeça, os alunos sentiram-se à vontade para formar composições diversas; v) com relação ao dominó geométrico, a reflexão sobre o conteúdo que o aluno precisava fazer para encaixar corretamente as peças do jogo e, iv) a utilização de materiais manipulativos coloridos "prende" a atenção, fazendo com que os alunos se concentrem mais nas aulas.

Por fim, neste tipo de pesquisa qualitativa, é de se esperar que ao final haja mais indagações do que respostas. Foi o que aconteceu com esta investigação. Durante a experimentação, assistiu-se a cenas não descritas na literatura pesquisada. Comportamentos de alunos, que, por vezes, desconstruíam afirmações de autores credenciados. Tais fatos conduziram os autores à elaboração de novas questões de pesquisa, já citadas nesta conclusão. É neste sentido que os autores deste trabalho consideram ter dado a maior contribuição.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Paulo Nunes de. **Educação Lúdica: Técnicas e Jogos Pedagógicos**. 5. ed. São Paulo: Loyola, 1987.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007. Cápitulo V, p. 89 – 95.

ANTUNES, Celso. **Jogos para a estimulação das múltiplas inteligências**. 13ª ed. Petrópolis: Vozes, 2005.

ANTUNES, Celso. **Inteligências múltiplas e seus jogos: introdução**. 2. ed. Petropolis: Vozes, 2008. 1 v.

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. São Paulo: IME-USP, 1996.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. 1ª a 4ª séries. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 21 jul. 2010.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. 5ª a 8ª séries. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 19 jul. 2010.

BROUSSEAU, G. **Les échecs electifs em mathématiques**. Reveu Laryngologie, Otologie, Rhinologie, v.3.4, p. 107-131, 1980.

DRUZIAN, Maria Eliana Barreto. **Jogos como recurso didático no ensino-aprendizagem de frações**. 2007. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática. Santa Maria, RS. UNIFRA - Centro Universidade Franciscano, 2007. Disponível em: <http://dominiopublico.qprocura.com.br/dp/80539/jogos-como-recurso-didatico-no-ensino-aprendizagem-de-fracoes.html>. Acesso em: 18 jan. 10.

FERRAREZI, Luciana Aparecida. **A importância do Jogo no Resgate do Ensino de Geometria**. 2004. Disponível em: <

http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/CC17860562839.pdf>. Acesso em: 23 fev. 2010.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática.** 1990. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/~espec/meb/files/Umareflexao_sobre_o_uso_de_materiais_concretos_e_jogos_no_ensino_da_Matematica.doc.>. Acesso em: 23 set. 09.

GRANDO, R.C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Campinas, SP, 2000. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP.

GRAVINA, Maria Alice. **Geometria Dinâmica: Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria**. 1996. Disponível em: < http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/EDUCACAO_E_TECNOLOGIA/GEODINAMICA.PDF>. Acesso em: 30 set. 10.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; TIMM, Ursula Tatiana. **Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula**. Educação Matemática em Revista (Rio Grande do Sul), UNIVATES, v. 1, n. 2, p. 21-26, 2000. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/artigos/a1/>. Acesso em: 19 set. 09.

JELINEK, Karin Ritter. **Jogos nas aulas de Matemática: Brincadeira ou Aprendizagem? O que pensam os professores?** Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática. Porto Alegre, RS. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2005. Disponível em: < http://tede.pucrs.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=650>. Acesso em: 18 jan. 10.

JESUS, Marcos Antonio S. de; FINI, Lucila Diehl T. **Uma proposta de aprendizagem significativa de Matemática através de jogos.** In: BRITO, Maria Regina F. de. *Psicologia da Educação Matemática: Teoria e Pesquisa*. Florianópolis: Insular, 2001.

KALEFF, Ana Maria M. R.; REI, Dulce Monteiro; GARCIA, Simone dos Santos. **Quebra-Cabeças Geométricos e Formas Planas.** Niterói: EDUFF, 1996.

KALEFF, ANA MARIA M. R. **Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças e outros materiais concretos**. Niterói: EDUFF, 2003.

KALEFF, Ana Maria M. R. **Novas Tecnologias no Ensino da matemática-Tópicos em Ensino de Geometria: A sala de aula frente ao laboratório de ensino e à história da Geometria.** v. 1. 1. ed. Rio de Janeiro: UAB/CEDERJ, 2008.

KAMII, Constance. **A Criança e o número: Implicações educacionais da teoria de Piaget**. 23. ed. Campinas, SP: Papirus, 1997.

LARA, Isabel Cristina Machado de. **Jogando com a Matemática de 5ª a 8ª série.** 2007. Disponível em: <www.sbem.com.br/files/ix_enem/.../MC63912198004T.doc>. Acesso em: 23 set. 09.

LOPES, Lucidalva Aparecida Leite; RECCO, Claudineia Helena. **O Ensino da Matemática, através de Jogos nas Séries Iniciais.** Disponível em: < http://www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/cd_xxviii_cnmac/posters/214posterCNMAC2005_Lucidalva.ppt >. Acesso em: 19 set. 09.

MACHADO, Járci Maria. **Tomada de Consciência no jogo "O caminho para o tesouro do pirata" de alunos com dificuldades de aprendizagem em fração que frequentam sala de recursos**. 2006. Dissertação de Mestrado em Educação. Curitiba, PR. Setor de Educação da Universidade Federal do Paraná, 2006. Disponível em: <http://www.ppge.ufpr.br/teses/M06_machado.pdf>. Acesso em: 18 jan. 10.

MENDES, Márcia Aparecida. **Saberes docentes sobre jogos no processo de: aprender e ensinar matemática**. 2005. Dissertação de Mestrado em Educação. Uberlândia, MG. Universidade Federal de Uberlândia / Faculdade de Educação / Programa de Pós-Graduação em Educação, 2005. Disponível em:< www.cipedya.com/web/FileDownload.aspx?IDFile=171371>. Acesso em: 18 jan. 10.

MENDONÇA, Cinthia Gomes. **Os jogos e o ensino/aprendizagem da Matemática.** 2008. Disponível em: <http://www.jomar.pro.br/portal/modules/smartsection/item.php?itemid=149>. Acesso em: 23 set. 09.

MORETTO, Vasco Pedro. **Prova: Um momento privilegiado do estudo**. Rio de Janeiro: DP & A, 2001.

MOURA, Manoel O. de. **O jogo na educação matemática**. Revista Idéias. São Paulo, (7), pp. 62-68, 1992.

PAIS, Luiz Carlos. Intuição, experiência e teoria geométrica. **Revista Zetekiké**, São Paulo: Campinas, v. 4, n. 6, p. 65-74, jul./dez. 1996. Disponível em: <http://www.fae.unicamp.br/zetetike/viewissue.php?id=37>. Acesso em: 26 mar. 10.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências**. Revista Zetetiké. Ano I, Nº 1, p.7-17, 1993.

PIAGET, Jean. **Ensaio de Lógica Operatória**. 2. ed . Porto Alegre, RS: Globo, 1976.

PIAGET, Jean. **Fazer e compreender.** Trad. Cristina L. de P. Leite. São Paulo: Melhoramentos, EDUSP, 1978.

PIROLA, Nelson Antonio. **Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas**. 2000. Tese de Doutorado. Campinas, SP. UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Educação, 2000.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PONTE, João Pedro da. **Estudos de caso em educação matemática**. B*olema, 105-132. 2006.*

SANTANA, Geisa Feltrin. **Utilizando Jogos Matemáticos como Auxiliadores no Ensino/Aprendizado**. Disponível em: < http://www.unimesp.edu.br/>. Acesso em: 25 mar. 2009.

SOUZA, Lilian Rosy Gomes De. **O Lúdico na Formação de Crianças da 2ª série do Ensino Fundamental na Escola Estadual “Santos Dumont”.** Disponível em: <www.nead.unama.br/site/bibdigital/.../brincar_com_crianca.pdf>. Acesso em: 23 set. 09.

VASSALLO NETO, Rafael. **APRENDER BRINCANDO**. In: 4º EEMAT-RJ, 2006, Macaé. 4º ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO. Rio de Janeiro: SBEM-RJ, 2006. v. 1.

VIANA, Cleonice de Moura Fonseca; OHSE, Marcos Leandro. **O uso do lúdico no ensino de geometria**. In: ANAIS SEMANA DE EXATAS, 2008. ANAIS SEMANA DE EXATAS: V SEMANA DE FÍSICA & VIII SEMANA DE MATEMÁTICA. Rondônia: Ji-

Paraná. UNIR – Universidade Federal de Rondônia. Disponível em: <http://www.fisicajp.net/sde08/anais_semana_de_exatas_2008.pdf>. Acesso em: 05 fev. 10.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

ZULATTO, Rúbia Barcelos Amaral. **A Natureza da Aprendizagem Matemática em um Ambiente Online de Formação Continuada de Professores**. Tese de Doutorado em Educação Matemática. Rio Claro, SP. Universidade Estadual Paulista, 2007. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/tese_rubia.pdf>. Acesso em: 19 set. 09.

APÊNDICES

APÊNDICE A: APOSTILA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação
BRASIL UM PAÍS DE TODOS GOVERNO FEDERAL

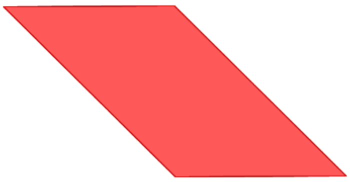
Nome: ____

Esta atividade foi elaborada por Douglas Gomes e Rosana Barcelos para o trabalho monográfico que será desenvolvido no IF Fluminense Campus Campos-Centro.

Polígonos

Polígono é a reunião entre uma linha poligonal fechada e o conjunto dos seus pontos interiores.

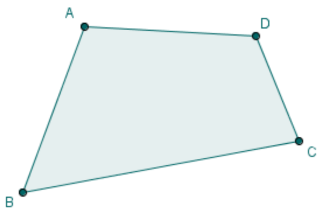
Exemplos:

- Elementos de um polígono

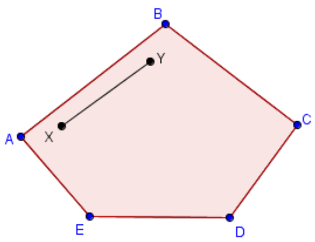
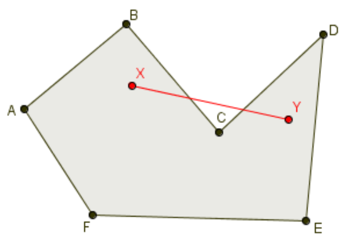
Os vértices são pontos e os lados são segmentos de reta.

Lembrete: Os vértices são nomeados com letras maiúsculas.



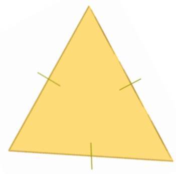
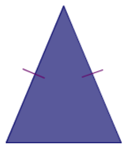
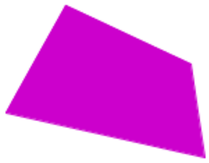
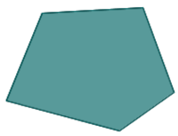
Esse polígono pode ser nomeado da seguinte maneira: ABCD; BCDA; CDAB e ADCB. Mas não pode ser nomeado de ACBD.

- Polígono Convexo e polígono côncavo

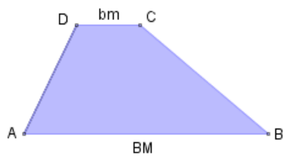
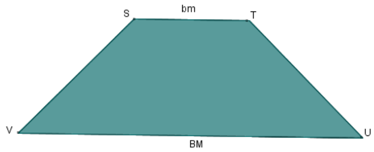
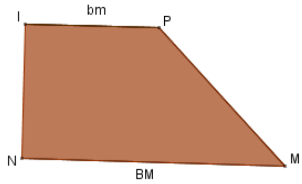
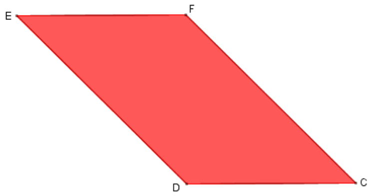
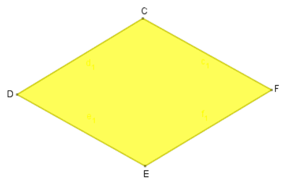
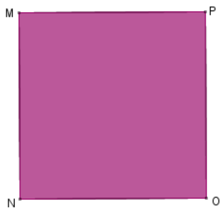
	
Quando para dois pontos quaisquer X e Y da região, o segmento XY está inteiramente contido nela, este polígono recebe o nome de convexo.	Quando existem dois pontos X e Y da região, tais que o segmento XY não está inteiramente contido nela, este polígono recebe o nome de côncavo.

Fonte: NETTO, Scipione Di Pierro. Matemática Scipione 6ª série. 4.ed. São Paulo: Scipione, 1996.

- Classificação dos polígonos quanto aos seus lados:

Triângulo	Equilátero 
	Escaleno 
	Isósceles 
Quadrilátero	
Pentágono	
Hexágono	

- Classificação de alguns quadriláteros:

Nome	Representação Geométrica	Definição	Propriedades
Trapézio qualquer		Um quadrilátero plano convexo é um trapézio qualquer se, e somente se, possui dois lados paralelos.	
Trapézio isósceles		Um quadrilátero plano convexo é um trapézio isósceles se, e somente se, possui dois lados não paralelos iguais.	
Trapézio retângulo		Um quadrilátero plano convexo é um trapézio retângulo se, e somente se, possui dois lados paralelos e dois ângulos retos.	
Paralelogramo		Um quadrilátero plano convexo é um paralelogramo se, e somente se, possui dois pares de lados opostos paralelos.	
Retângulo		Um quadrilátero plano convexo é um retângulo se, e somente se, possui os quatro ângulos iguais.	
Losango		Um quadrilátero plano convexo é um losango se, e somente se, possui os quatro lados iguais.	
Quadrado		Um quadrilátero plano convexo é um quadrado se, e somente se, possui os quatro ângulos iguais e os quatro lados iguais.	

Fonte: Adaptado de DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. Fundamentos de Matemática Elementar, V.9. 7.ed. São Paulo: Atual, 1993.

APÊNDICE B: ATIVIDADE 1 DO QUEBRA-CABEÇA POLIGONAL ACRESCENTADO DAS SUGESTÔES DA BANCA EXAMINADORA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação
BRASIL UM PAÍS DE TODOS GOVERNO FEDERAL

Nome: ___________________________________

Esta atividade foi elaborada por Douglas Gomes e Rosana Barcelos para o trabalho monográfico que será desenvolvido no IF Fluminense Campus Campos-Centro.

Caro aluno, tente montar as figuras solicitadas abaixo usando as peças que você recebeu.

Trapézio isósceles

- Com três triângulos equiláteros, construa um trapézio isósceles.
- Com um paralelogramo e um triângulo retângulo, construa um trapézio isósceles.
- Utilizando um quadrado e dois triângulos retângulos, faça um trapézio isósceles.

Observando os trapézios isósceles formados, responda às perguntas abaixo.

a) As medidas de seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? _______________

b) A soma de seus ângulos internos é igual a _______

c) Compare os ângulos. Há ângulos com medidas iguais? Quais? ____________________
____

d) Verifique seus ângulos opostos. Que relação existe entre o ângulo da base menor e o ângulo da base maior? ____

Hexágono

- Com dois trapézios isósceles, construa um hexágono.
- Utilizando 6 triângulos equiláteros, faça um hexágono.

Observando os hexágonos formados, responda às perguntas abaixo.

a) As medidas dos seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? _______________

b) Quais são as medidas de seus ângulos internos? ____________________________________

c) A soma de seus ângulos internos é igual a _________

Pentágono

- Utilizando um quadrado e um triângulo equilátero, faça um pentágono.

a) As medidas dos seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? _______________

b) A soma de seus ângulos internos é igual a _________

Losango

- Com dois triângulos equiláteros, construa um losango.
- Utilizando dois trapézios isósceles e dois triângulos equiláteros, faça um losango.

Observando os losangos formados, responda às perguntas.

a) As medidas dos seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? ________________

b) A soma de seus ângulos internos é igual a __________

c) O que podemos dizer em relação aos seus ângulos opostos? _____________________________

Triângulo equilátero

- Utilizando um trapézio isósceles e um triângulo equilátero, faça outro triângulo equilátero.

a) As medidas dos seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? ________________

b) Quais são as medidas de seus ângulos internos? ______________________________________

c) A soma de seus ângulos internos é igual a __________

Paralelogramo

- Construa um paralelogramo, a partir de dois triângulos retângulos.

- Utilizando dois losangos, faça um paralelogramo.

Observando os paralelogramos formados, responda às perguntas abaixo.

a) As medidas dos seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? ________________

b) A soma de seus ângulos internos é igual a __________

c) O que podemos dizer em relação aos seus lados e ângulos opostos? _____________________

Quadrado

- Com quatro triângulos retângulos, construa um quadrado.

- Utilizando dois triângulos retângulos, faça um quadrado.

Observando os quadrados formados, responda às perguntas abaixo.

a) As medidas dos seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? ________________

b) Quais são as medidas de seus ângulos internos? ______________________________________

c) A soma de seus ângulos internos é igual a __________

Retângulo

- Construa um retângulo, a partir de um paralelogramo e dois triângulos retângulos.

- Com quatro triângulos retângulos, construa um retângulo.

- Utilizando dois quadrados, faça um retângulo.

Observando os retângulos formados, responda às perguntas abaixo.

a) As medidas dos seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? ________________

b) Quais são as medidas de seus ângulos internos? ______________________________________

c) A soma de seus ângulos internos é igual a __________

d) O que podemos dizer em relação aos seus lados opostos? _____________________________

Trapézio retângulo

- Com um quadrado e um triângulo retângulo, construa um trapézio retângulo.

- Utilizando três triângulos, faça um trapézio retângulo.

Observando os trapézios retângulos formados, responda às perguntas abaixo.

a) As medidas dos seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? _______________

b) Quais são as medidas de seus ângulos internos? _____________________________________

c) A soma de seus ângulos internos é igual a _________

d) Compare os ângulos. Há ângulos com medidas iguais? Quais? _____________________

____

e) Verifique seus ângulos opostos. Que relação existe entre o ângulo da base menor e o ângulo da base maior? ____

Triângulo isósceles

- Com um quadrado e dois triângulos retângulos, construa um triângulo isósceles.

- Construa um triângulo isósceles, a partir de quatro triângulos retângulos.

Observando os triângulos isósceles formados, responda às perguntas abaixo.

a) As medidas dos seus lados e ângulos são iguais ou diferentes? _______________

b) Quais são as medidas de seus ângulos internos? _____________________________________

c) A soma de seus ângulos internos é igual a _________

d) Compare os ângulos. Há ângulos com medidas iguais? Quais? _____________________

____

APÊNDICE C: ATIVIDADE 2 DO QUEBRA-CABEÇA POLIGONAL

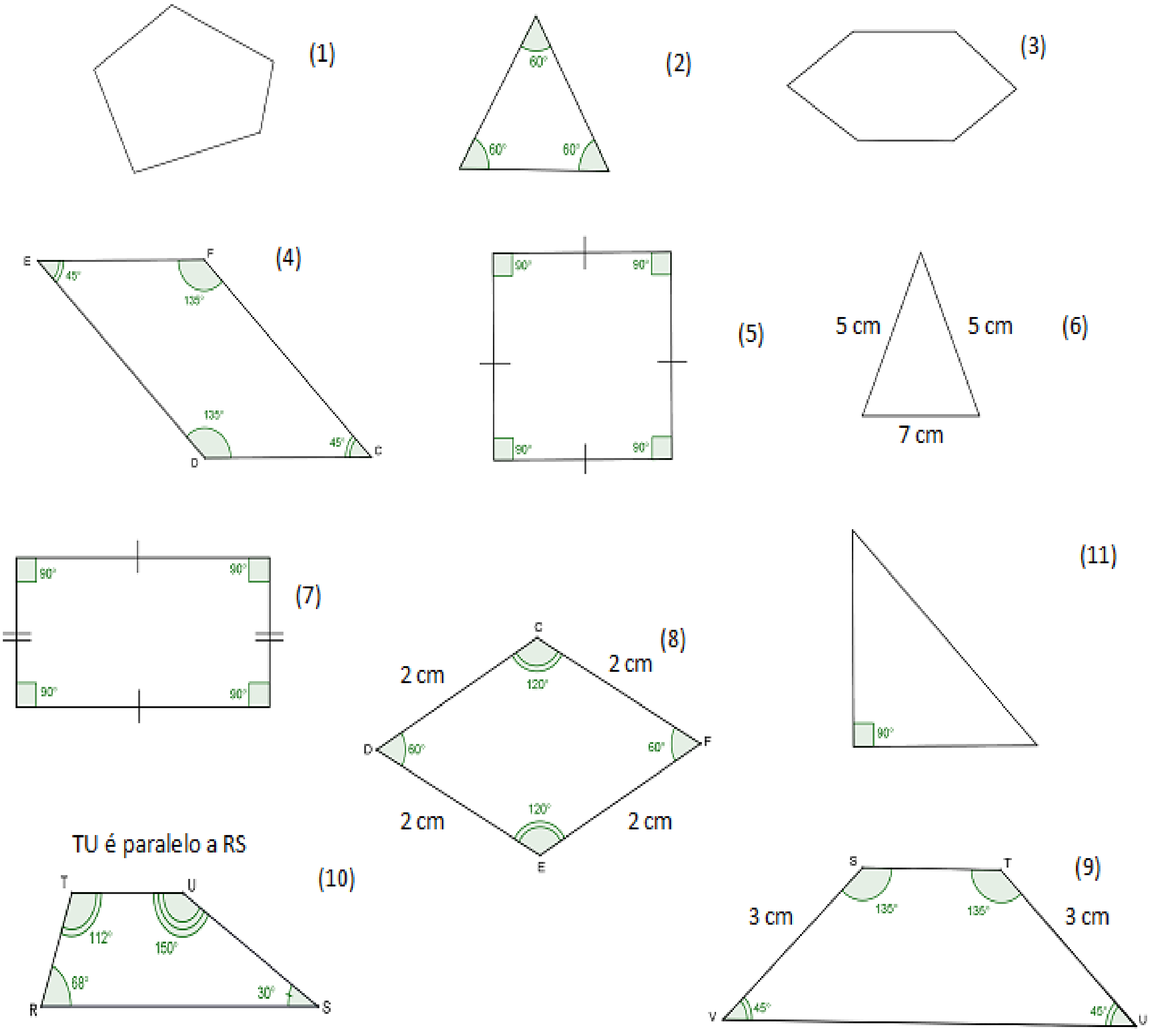
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica — Ministério da Educação

Nome: ____________________________________

Esta atividade foi elaborada por Douglas Gomes e Rosana Barcelos para o trabalho monográfico que será desenvolvido no IF Fluminense Campus Campos-Centro.

1- Relacione cada polígono ao seu nome.



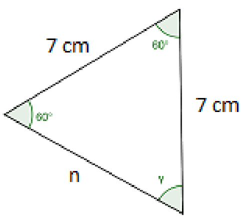
( ) Paralelogramo ( ) Trapézio qualquer ( ) Quadrado ( ) Triângulo isósceles

( ) Losango ( ) Trapézio isósceles ( ) Triângulo retângulo ( ) Pentágono

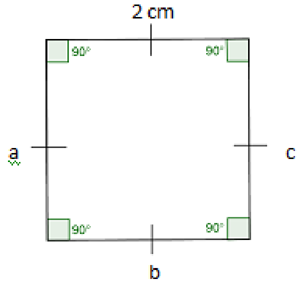
( ) Retângulo ( ) Triângulo eqüilátero ( ) Hexágono

2- Calcule os valores desconhecidos, em cada item:

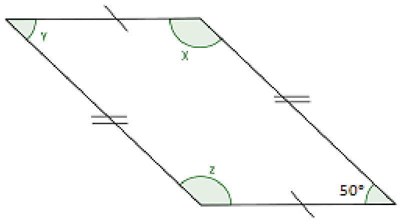
a) O triângulo abaixo é equilátero



c)



b) O quadrilátero abaixo é um paralelogramo



3- Num trapézio isósceles, um ângulo da base menor mede 130º. Quanto medem os outros ângulos?

APÊNDICE D: ATIVIDADE 3 DO QUEBRA-CABEÇA POLIGONAL

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

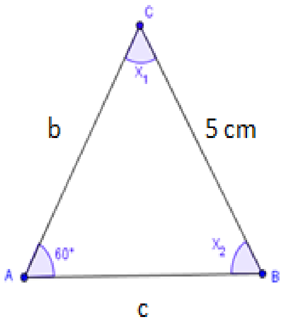
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica | Ministério da Educação | BRASIL UM PAÍS DE TODOS GOVERNO FEDERAL

Nome: ______________________________________

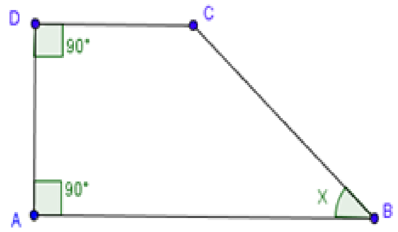
Esta atividade foi elaborada por Douglas Gomes e Rosana Barcelos para o trabalho monográfico que será desenvolvido no IF Fluminense Campus Campos-Centro.

1- Determine os valores desconhecidos em cada item:

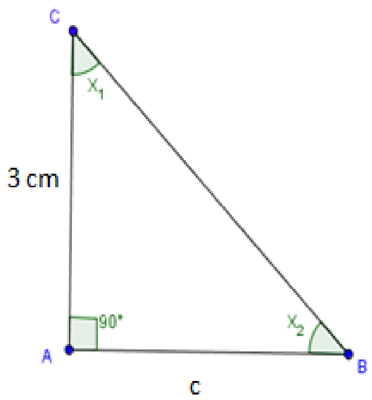
a) Δ ABC é equilátero



b) $\hat{C} = 110°$

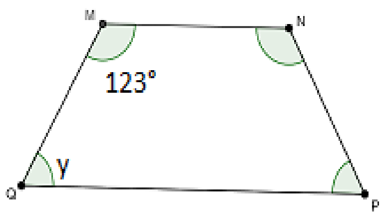


c) Δ ABC é retângulo e isósceles;

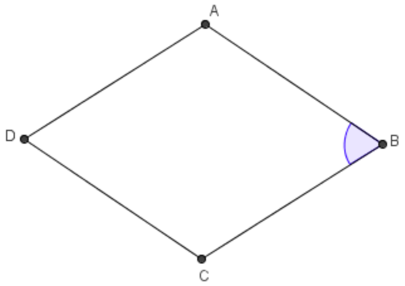


d) O polígono XYZT é um retângulo e XY = 10 cm.

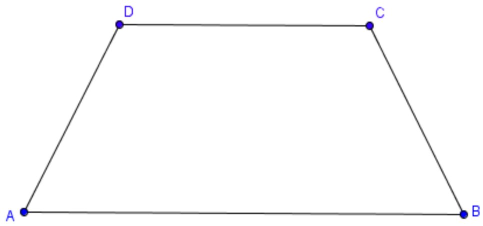
e) O polígono MNPQ é um trapézio isósceles.



2- No losango ABCD abaixo, sabe-se que o ângulo B mede 30°, calcule os outros ângulos. Sabendo que o lado AB mede 4 cm, dê a medida dos outros lados.

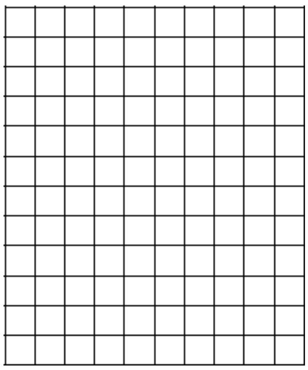


3- Um terreno tem a forma de um trapézio isósceles, sabe-se que os lados AB, CD e AD medem respectivamente 9 cm, 6 cm e 3 cm . Calcule a soma de seus lados.



4- Uma bola de futebol é formada por polígonos regulares hexagonais e pentagonais. Calcule a soma dos ângulos internos de um hexágono.

5- A parede de uma casa é revestida por 120 azulejos de forma quadrada:



a) Calcule a soma de todos os ângulos internos de todos os azulejos.

b) O lado de um azulejo mede 20 cm. Calcule o comprimento e a altura desta parede.

APÊNDICE E: ATIVIDADES 1 E 2 DO DOMINÓ GEOMÉTRICO

Nome: ______________________________________

Esta atividade foi elaborada por Douglas Gomes e Rosana Barcelos para o trabalho monográfico que será desenvolvido no IF Fluminense Campus Campos-Centro.

ATIVIDADE 1: Marque na tabela as propriedades que cada polígono possui e escreva na última coluna a soma dos ângulos internos de cada um deles.

Polígonos	Possui todos os lados congruentes	Possui todas as diagonais congruentes	Possui diagonais perpendiculares	Possui lados paralelos	Soma dos ângulos internos
Heptágono regular					
Hexágono regular					
Pentágono regular					
Losango					
Triângulo eqüilátero					
Paralelogramo					
Quadrado					
Trapézio isósceles					
Trapézio retângulo					
Triângulo isósceles					
Triângulo obtusângulo					
Retângulo					

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE Campus Campos-Centro   Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica   Ministério da Educação   BRASIL UM PAÍS DE TODOS GOVERNO FEDERAL

Nome: ____________________________________

Esta atividade foi elaborada por Douglas Gomes e Rosana Barcelos para o trabalho monográfico que será desenvolvido no IF Fluminense Campus Campos-Centro.

ATIVIDADE 2: Marque na tabela as propriedades que cada polígono possui e escreva na última coluna a soma dos ângulos internos de cada um deles.

Polígonos	Possui todos os lados congruentes	Possui todas as diagonais congruentes	Possui diagonais perpendiculares	Possui lados paralelos	Soma dos ângulos internos
Heptágono regular					
Hexágono regular					
Pentágono regular					
Losango					
Triângulo eqüilátero					
Paralelogramo					
Quadrado					
Trapézio isósceles					
Trapézio retângulo					
Triângulo isósceles					
Triângulo obtusângulo					
Retângulo					

APÊNDICE F: TRANSCRIÇÂO DA ENTREVISTA COM A PROFESSORA DA TURMA DE 7º ANO

TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA

- Quando você disse que o uso de material concreto facilitou a elaboração de hipóteses, que material concreto foi esse, foi o jogo?
Resposta da Professora da turma: *O jogo.*

- Mas foi o jogo em si, ou as peças, a manipulação?
Resposta da Professora da turma: *A manipulação das peças do jogo.*

- Qual sua opinião sobre a condução da aula?
Resposta da Professora da turma: *A aula foi bem conduzida sim, não teve nenhum problema com relação a condução não. A ordem da aplicação dos conteúdos foi correta, da utilização dos materiais também.*

- Qual a sua opinião geral, já que você acompanhou o nosso trabalho, sobre a utilização de jogos no ensino de Geometria?
Resposta da Professora da turma: *Isso é muito importante, principalmente para as turmas que estão iniciando o conteúdo de geometria. É importante que eles tenham esse contato com material concreto, para que eles consigam observar o formato das figuras, para fazer as distinções das classificações dos polígonos.*

- Tem alguma outra questão que você observou e que a gente não comentou aqui?
Resposta da Professora da turma: *Não, tudo já foi falado.*

Foi interessante que os alunos das outras turmas, queriam também ter aulas como as aulas que vocês estavam aplicando, com o uso do "data show", que é uma coisa diferente pra eles. Em geral, eles não têm aula utilizando o "data show". A maioria dos professores usam o "data show" pra passar filme, não usam para mostrar um software didático, alguma coisa da internet que seja interessante, algum jogo. Muitas vezes isso acontece também porque eles não tem contato com o computador. Uma vez eu (professora da turma) *estava na sala dos professores, digitando notas no notebook, uma aluna perguntou: professora você não dá aula de informática pra a gente não? Por que a escola tem um laboratório de informática, foi* *montado com vários notebooks há muitos anos atrás, a fonte deles era interligada, era tipo um estabilizador enorme que não é fabricado mais, ele queimou então esse laboratório todo foi perdido. Existe uma promessa que esse ano o governo envie alguns computadores, aí eles devem incluir na grade curricular dos cursos a disciplina de informática.*

Mas é interessante que eles tenham esse acesso à informática e também à utilização de objetos concretos na sala. É até uma questão que a Coordenação de Matemática da Prefeitura do sexto ao nono ano, a Coordenadora está saindo, ela tinha como projeto, ela estava implantando na prefeitura, a criação de um laboratório de Matemática em cada uma das escolas da prefeitura, só que isso depende de material e principalmente de espaço, que é o que as escolas não têm. A escola em que foi feita a aplicação, principalmente, por que ela já tem pouco espaço para as salas de aula, imagine para disponibilizar um laboratório extra.