INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LARISSA FERREIRA DIAS SILVA

PAOLA MARTINS SIQUEIRA

UTILIZANDO AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS PARA ESTUDAR OS QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2011

LARISSA FERREIRA DIAS SILVA

PAOLA MARTINS SIQUEIRA

UTILIZANDO AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS PARA ESTUDAR OS QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos - Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Mônica Souto da Silva Dias

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2011

LARISSA FERREIRA DIAS SILVA
PAOLA MARTINS SIQUEIRA

UTILIZANDO AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS PARA ESTUDAR OS QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS

Monografia apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos - Centro, como requisito parcial para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 14 de julho de 2011.

Banca Avaliadora:

Prof.ª Mônica Souto da Silva Dias (orientadora)
Doutora em Educação Matemática/PUC/SP
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos - Centro

---

Prof.ª Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida
Especialista em Matemática Superior/USS
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos - Centro

---

Prof.ª Regina Coeli Martins Paes Aquino
Doutora em Engenharia e Ciência dos Materiais/UENF
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense Campus Campos – Centro

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus por nos dar força em todos os momentos e nos proporcionar a realização de mais um sonho.

À nossa orientadora Mônica Souto pela dedicação, competência e por confiar em nós para a concretização deste trabalho.

Aos nossos pais José Carlos (Larissa) e Heitor (Paola), familiares, e principalmente às nossas mães Neyde (Larissa) e Silvana (Paola), que sempre nos incentivaram a estudar.

A todos os amigos e companheiros que sempre nos apoiaram.

Aos professores da Licenciatura em Matemática, que contribuíram para nossa formação acadêmica.

À professora Simone, por ter cedido o tempo necessário em sua turma, possibilitando a realização da experimentação das atividades deste trabalho.

Aos alunos que participaram do teste exploratório e das atividades de experimentação.

Às professoras Ana Mary Fonseca e Regina Coeli por aceitarem participar da banca examinadora.

A todos os amigos da Licenciatura em Matemática, em especial Débora, Giliane e Mikelle, que nos acompanharam em toda essa trajetória.

À professora Carla Antunes por sua contribuição na correção gramatical e sugestões que enriqueceram nosso trabalho.

À professora Gilmara Barcelos pelo incentivo ao estudo de Geometria durante o curso e pelas contribuições para este trabalho.

A todas as pessoas que contribuíram de forma direta ou indireta para a realização deste trabalho.

“Jamais considere seus estudos como uma obrigação, mas como uma oportunidade invejável para aprender a conhecer a influência libertadora da beleza do reino do espírito, para seu próprio prazer pessoal e para proveito da comunidade à qual seu futuro trabalho pertencer.”

Albert Einstein

Aos nossos queridos avós Edil (Larissa) e Salvador (Paola) que não puderam nos acompanhar até a conclusão deste trabalho.

RESUMO

O presente trabalho buscou investigar a contribuição do estudo das Construções Geométricas para a formação de conceitos e compreensão de propriedades de quadriláteros notáveis. A pesquisa qualitativa foi realizada a partir do estudo de caso, tendo por unidade uma turma de doze alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. A elaboração das atividades foi norteada pelo princípio de que os alunos constroem seus conhecimentos quando têm a oportunidade de vivenciar situações didáticas. Assim, a proposta pedagógica deste trabalho está alinhada com a inserção de atividades de investigação matemática. A análise dos dados obtidos indicou que o trabalho com Construções Geométricas pode otimizar a aprendizagem dos conceitos e propriedades dos quadriláteros notáveis, ao levar o aluno a interagir com as características de cada um por meio de sua representação gráfica, possibilitando a apreensão de suas especificidades. Por outro lado, a experimentação mostrou que atividades em sala de aula com instrumental de desenho podem ser motivadoras, mas ao mesmo tempo exigem do professor atendimento individual aos alunos. Isto torna sua aplicação potencialmente problemática em turmas numerosas, sejam elas indisciplinadas ou não.

Palavras chave: Construções Geométricas. Quadriláteros Notáveis. Investigação Matemática.

ABSTRACT

The aim of this work is to investigate the contribution of the study of Geometric Constructions in building the concepts and understanding the properties of remarkable quadrilaterals. A qualitative research was made based in a case study, having as unit a 6th grade class of twelve students from Fundamental School. The elaboration of the activities was oriented by the principle that the students built their own knowledge when they have the opportunity to experiment didactical situations. Thus, the pedagogic proposal of this work is aligned with the insertion of mathematical investigation activities. The analysis of data pointed out that the work with Geometric Constructions can optimize the learning of concepts and properties of remarkable quadrilaterals, as it leads the student to interact with each type's characteristics by means of their graphic representation, making the apprehension of particularities possible. On the other hand, experimentation showed that classroom activities involving drawing materials can be inspiring, but at the same time they require the teacher to attend each student individually. In this sense, the application of this kind of activity may be problematic in numerous classes, no matter they are difficult to handle or not.

Keywords: Geometric Constructions. Remarkable Quadrilaterals. Mathematical Investigation.

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O ensino das Construções Geométricas nas escolas de Ensino Fundamental e Médio brasileiras vem sendo desprestigiado, o que traz consequências graves do ponto de vista educacional (OLIVEIRA, 2005). Este fato é reforçado por Putnoki (1988):

> Já fez um bom tempo que o Desenho Geométrico foi banido das nossas escolas de 1º e 2º graus. "Coincidentemente", de lá prá cá, a Geometria, cada vez mais, vem se tornando o grande terror da Matemática, tanto para os alunos quanto para os professores. Com certeza, não se trata apenas de uma coincidência, mas sim, em parte, de uma consequência (PUTNOKI, 1988, p. 13).

De acordo com Wagner (1993), as construções geométricas estão cada vez mais ausentes dos currículos escolares. Diante disso, faz-se necessário resgatar o assunto, tirando-o do esquecimento e mostrando sua importância como instrumento auxiliar no aprendizado da Geometria.

Diante das "dificuldades dos alunos em relação à aquisição dos conceitos geométricos" (SADDO & MELLO, 2000, apud ZUIN, 2002, p.13), faz-se necessário associar o ensino de Geometria com o ensino das Construções Geométricas. Tal associação permite que os conhecimentos teóricos da Geometria sejam melhor compreendidos, possibilitando a aprendizagem das propriedades das figuras geométricas. Desta forma, o aluno é capaz de construir de maneira sólida o seu conhecimento por meio da investigação matemática, a qual segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2005, p. 23) "[...] ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso uma poderosa metáfora educativa [...]".

A pouca ênfase dada ao ensino das Construções Geométricas deve-se, na maioria das vezes, à falta de habilidade dos professores em realizá-las. Vários cursos de Licenciatura em Matemática não enfocam as Construções Geométricas com régua e compasso em seus currículos. Além disto, esses professores, quando alunos, não tiveram acesso a tal saber, pois pertenceram a uma geração que foi afastada do desenho geométrico, conforme atesta Zuin (2001, apud PERES, 2004).

> "Entendemos que não há garantias de que as escolas integrem as Construções Geométricas nas aulas de Matemática, mesmo porque muitos dos professores não estão habilitados a realizar esta prática. Isto porque vários cursos de licenciatura em Matemática não enfocam as Construções Geométricas com régua e compasso nos seus currículos." (ZUIN, 2001a, p. 164-165 apud PERES, 2004, p.5).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental - PCN (BRASIL, 1998), demonstram uma preocupação com o ensino das Construções Geométricas e pressupõe que, ao tratar do bloco Espaço e Forma,

> o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, enfatizando a visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações. (BRASIL, 1998, p. 51).

Ainda de acordo com os PCN, no ensino da Matemática destacam-se dois aspectos básicos: um consiste de relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras, escritas numéricas); outro de relacionar estas representações com princípios e conceitos matemáticos. Neste processo, é importante estimular a comunicação, levando o aluno a "falar" e a "escrever" sobre Matemática, trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções e aprender como organizar e tratar dados.

A motivação para a escolha do tema surgiu da contribuição dada pela disciplina de Construções Geométricas, que integra o curso de Licenciatura em Matemática, para a aprendizagem de conteúdos de Geometria. Outra experiência significativa foi a aplicação de uma atividade desenvolvida no Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT[1]), na linha de pesquisa de Construções Geométricas. Em tal aplicação, os alunos demonstraram interesse pelas construções geométricas dos quadriláteros (quadrado, retângulo, trapézio, losango e paralelogramo), já que esta atividade, com a utilização de régua e compasso, não era desenvolvida em sala de aula. Foi possível perceber, então, o abandono do ensino de Construções Geométricas.

Assim como a Geometria, o desenho geométrico foi abandonado, literalmente, na maioria de nossas escolas, principalmente públicas. Por vezes a disciplina consta na grade

[1] LEAMAT – Disciplina do Curso Superior em Licenciatura em Matemática do IF Fluminense, desenvolvida ao longo de três semestres a partir do segundo período do curso.

curricular, mas devido à carência de professores preparados para ministrá-la, suas aulas são incorporadas às de Matemática (ZUIN, 1997, apud PERES, 2004).

Respaldados na revisão bibliográfica, elaborou-se a seguinte questão de pesquisa: De que modo o estudo dos quadriláteros notáveis por meio das construções geométricas, contribui para a construção dos conceitos geométricos e identificação das propriedades dos primeiros?

Este trabalho monográfico encontra-se estruturado em quatro capítulos, além das considerações iniciais e finais.

No capítulo 1, "As Construções Geométricas", há um breve relato histórico das Construções Geométricas desde a origem do Desenho Geométrico até o século XX e de sua importância para a aprendizagem de Geometria.

No capítulo 2, "Metodologia", é apresentada a caracterização da pesquisa, a identificação dos participantes, a estrutura das atividades propostas e a organização dos encontros para a aplicação das atividades de experimentação.

O capítulo 3, "Referencial Teórico", está apoiado nos estudos realizados por Hershowitz e Vinner (1994), Vygotsky (1993), Piaget e Inhelder (1993), Dias (1998a) Camargo (2006) e Ponte, Brocado e Oliveira (2005), os quais irão permear a reflexão sobre os resultados obtidos.

O capítulo 4, "Relato e Análise da Pesquisa", traz as modificações sugeridas durante o teste exploratório, bem como o relato da dinâmica de todos os encontros realizados para a experimentação da pesquisa.

Já nas "Considerações Finais", são apresentados argumentos para concluir que os objetivos da pesquisa foram alcançados. Os alunos desenvolveram habilidades fundamentais durante a execução da proposta pedagógica, apontando que o estudo das Construções Geométricas integrado à Geometria possibilitou a construção de conceitos geométricos.

1 AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

1.1 Breve Histórico

Putnoki (1993) afirma que a origem do Desenho Geométrico se deu a partir da evolução nas relações entre o homem e a fauna. Há cerca de 60 000 anos nascia à arte de desenhar.

> "Não foi nada explosivo. A mão tentou desenhar os traços, movida por um pensamento nascente que logrou progressivamente sua regulação, que acumulou experiência e que fecundou a imaginação. E é impossível não evocar – tão grande é a continuidade de nossa espécie desde suas origens selvagens – nesses traços gravados no osso, nesses traços curvos e titubeantes, os riscos que traçavam, não há muito, os meninos, como elementos precursores da escrita." (Putnoki, 1993, p.7)

Putnoki (1993) ainda destaca que a arte do desenho como linguagem de comunicação e expressão antecedeu em muitos anos a da escrita. Isto ocorreu por meio da combinação de símbolos desenhados nas paredes das cavernas (Figura 1), onde o homem pré-histórico registrava fatos relacionados ao seu cotidiano. Foram deixadas, assim, informações que permitem aos pesquisadores modernos o estudo do modo de vida dos antepassados da espécie.

Figura 1: Pintura pré-histórica encontrada na gruta de Lascaux, França.
Fonte: http://www.colegiocatanduvas.com.br/desgeo/introducao/index.html

O homem utiliza a arte e a técnica para relacionar-se com a natureza, pois ambas estão na própria origem do conhecimento. Tal relacionamento pode representar uma busca de apropriação da natureza, ou o uso da técnica para a realização do que cria a mente humana (ARTIGAS, 1967, apud NASCIMENTO, 1994). Ao desenhar nas paredes das cavernas, o homem pré-histórico tanto se apropria do espaço que o cerca como representa suas ideias.

Putnoki (1993) afirma que não se sabe ao certo onde ou quando um problema foi enunciado em forma de desenho pela primeira vez. Pode ter sido um “projeto” de moradia ou templo. De qualquer forma, tal fato representou um marco no desenvolvimento da capacidade de raciocínio abstrato. Com o passar do tempo, os desenhos foram se aprimorando e tornaram-se importantes para o desenvolvimento de muitas civilizações, como a babilônica e a egípcia, que realizaram admiráveis obras arquitetônicas. A civilização grega também merece destaque, por incorporar elementos de outras culturas.

O autor ainda ressalta que, em todas as áreas do pensamento humano nas quais os gregos se propuseram a trabalhar, realizaram feitos que marcaram a história da humanidade e, foram os responsáveis por dar um molde dedutivo à Matemática.

A obra “Os Elementos” (Figura 2) de Euclides[2] (por volta de 300 a.C.) foi preciosa para o avanço da Geometria, pois apresentava-a elaboradamente desenvolvida.

Segundo Zuin (2001), Euclides reuniu em sua obra todo o conhecimento que havia sobre Geometria até então. São abordadas a geometria, a teoria dos números e a álgebra elementar (geométrica).

"Os Elementos" compõe-se de uma cadeia dedutiva única de 456 proposições, precedidas por definições, postulados (princípios aceitos sem demonstração, específicos de certa ciência) e noções comuns (princípios considerados válidos em vários campos de conhecimento, sem necessidade de prova), sendo a parte teórica da Geometria acompanhada por construções geométricas. É uma das obras mais antigas de Matemática ainda em voga nos dias atuais, e também uma das mais lidas, perdendo em número de edições apenas para a Bíblia (Zuin, 2001).

As definições, os axiomas ou postulados e os teoremas não aparecem agrupados ao acaso, mas expostos numa ordem perfeita. Cada teorema resulta das definições, dos axiomas e dos teoremas anteriores, de acordo com uma demonstração rigorosa.

---

[2] Euclides (c. 330 a. C. - 260 a. C.) nasceu na Síria e estudou em Atenas. Foi um dos primeiros geômetras e é reconhecido como um dos matemáticos mais importantes da Grécia Clássica e de todos os tempos. No entanto, pouco se sabe de sua vida além do fato de ter sido chamado para ensinar Matemática na escola criada por Ptolomeu Soter (306 a. C. - 283 a. C.) em Alexandria, conhecida como "Museu".
Fonte: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/euclides/euclides.htm

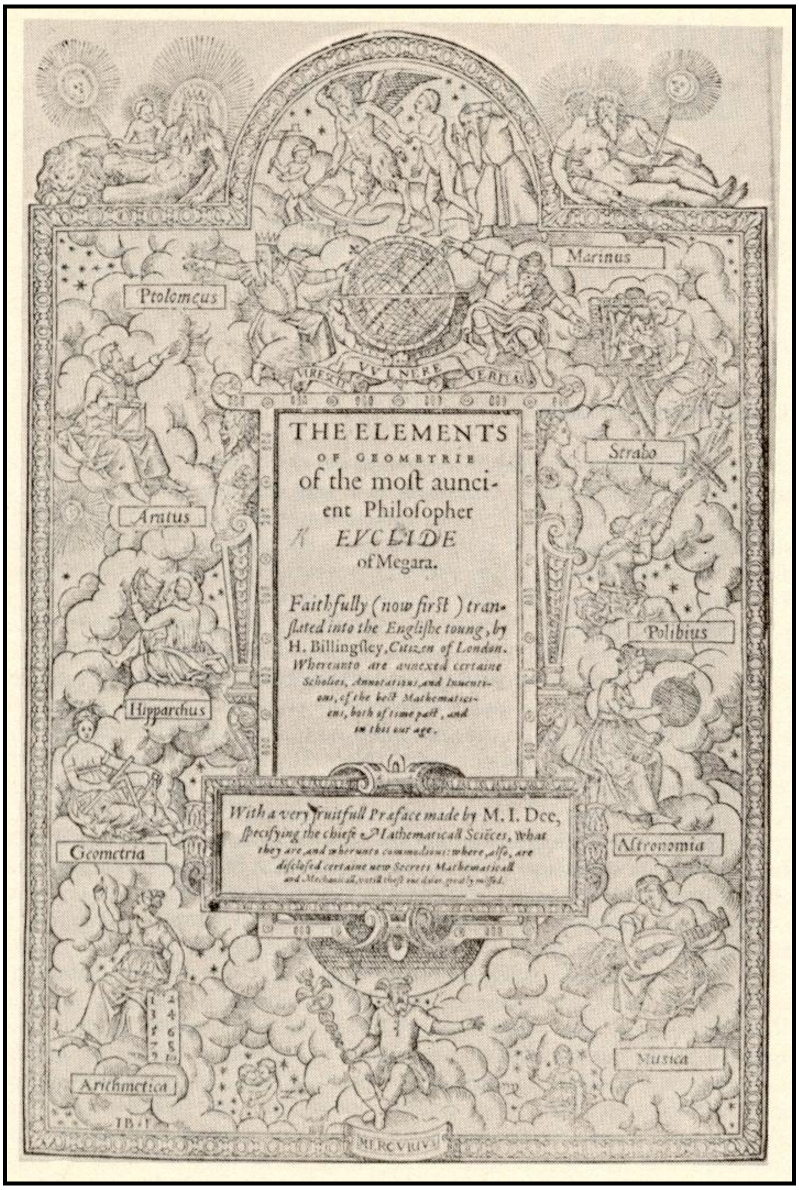


Figura 2: Os Elementos de Euclides, frontispício da primeira edição inglesa, Londres, 1570.
Fonte: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/elementos-euclides/imagens.htm.

Os treze Livros que compõem “Os Elementos” estão organizados da seguinte forma, segundo Berlinghoff e Gouvêa (2010): os Livros I, II, III, IV e VI são sobre geometria plana; os Livros XI, XII e XIII, sobre geometria no espaço; V e X tratam de grandezas e razões, enquanto VII, VIII e IX abordam os números inteiros.

Zuin (2001) afirma que os textos de Geometria criados posteriormente foram baseados na obra de Euclides. Ainda de acordo com a autora, na Inglaterra do início do século XX, as escolas adotavam “Os Elementos” com algumas modificações: dos treze Livros, apenas os de números I, II, III, IV, V, VI, XI e XII constituíam a base para o ensino de Matemática. A obra foi adotada como texto didático, sendo transcrita e traduzida em vários idiomas. Deste modo, a teoria da geometria dedutiva grega foi assimilada por diversos povos.

Eves (2004) afirma ainda que os livros didáticos de geometria plana e espacial adotados na escola secundária americana trazem basicamente o material que se encontra nos Livros I, III, IV, VI, XI e XII.

É da Geometria grega que nasce o Desenho Geométrico. De acordo com Wagner (1993), as Construções Geométricas iniciaram-se na Grécia Antiga, sendo de grande importância para o desenvolvimento e compreensão da Matemática.

Putnoki (1993) atesta que não havia distinção entre Desenho Geométrico e Geometria. O primeiro aparecia naturalmente sob a forma de problemas envolvendo construções geométricas, após a exposição de um item teórico nos textos de Geometria.

Em alguns países, como a França, a Suíça e a Espanha, tal procedimento é seguido até os dias atuais. Pode-se dizer que o Desenho Geométrico é a parte da Geometria que, com o auxílio de dois instrumentos, a régua e o compasso, se propõe a resolver graficamente problemas de natureza teórica e prática.

As Construções Geométricas já se faziam presentes desde a época de Euclides. Nos três primeiros postulados, ele enuncia as construções permitidas em Geometria:

“(1) Traçar uma reta por dois pontos;

(2) Prolongar uma reta limitada continuamente segundo uma reta;

(3) Descrever um círculo com qualquer centro e qualquer distância” (EVES, 1992, p.29).

É importante ressaltar que Euclides não usa a palavra “compasso” em seus “Elementos”, nem tampouco descreve como as construções devem ser feitas. A restrição de que essas construções devem ser realizadas apenas com o uso de uma régua sem escala e um compasso tem tradicionalmente sido atribuída a Platão (*c*. 390 a.C.)” (EVES, 1992, p. 29). Esta afirmação é corroborada por outro autor:

> Platão pode ter sido o grande responsável pela restrição, que prevalecia nas construções geométricas gregas, às que podem ser efetuadas só com régua e compasso. A razão dessa limitação provavelmente não foi a simplicidade dos instrumentos usados na construção de retas e círculos, mas antes a simetria das configurações. Qualquer dos infinitos diâmetros de um círculo é um eixo de simetria da figura; qualquer ponto de uma reta pode ser considerado um centro de simetria, assim como qualquer reta perpendicular a uma reta dada é uma reta em relação à qual a reta dada é simétrica (BOYER, 1996, p.60).

Mesmo resolvendo muitos problemas de construções geométricas por meio de régua e compasso somente, os gregos tinham conhecimento de outros tantos que não poderiam ser resolvidos apenas com estes instrumentos. Para citar alguns: inscrever um polígono regular num círculo; trisseccionar qualquer ângulo dado; achar o lado de um cubo cujo volume fosse o dobro do volume de um cubo dado; construir um quadrado de área igual à de um dado círculo (EVES, 1992).

A busca incessante de soluções para tais problemas influenciou profundamente a Geometria grega, levando a muitas descobertas, como as secções cônicas, curvas cúbicas e quárticas, além de várias curvas transcendentes (EVES, 1992).

Somente no século XIX foi provado que, as restrições impostas por Platão, nenhuma das construções mencionadas anteriormente seria possível. Embora alguns matemáticos gregos soubessem disso ou ao menos suspeitassem, não sabiam demonstrar tal fato. Pappus (*c*. 320 d.C.) critica uma solução proposta para a duplicação do cubo utilizando régua e compasso, afirmando que a resolução deste problema exigiria outras técnicas (BERLINGHOFF e GOUVÊA, 2010).

Os problemas que envolvem as construções geométricas exigem raciocínio e conhecimento das propriedades e teoremas da Geometria. Assim, há uma melhor compreensão da Geometria quando estudada em sintonia com as construções geométricas, ressalta Wagner (s.d).

Segundo Nascimento (1994), no período medieval a educação formal era restrita à Igreja Católica. A prática do desenho era então voltada para poucos e tinha a função de catequese. As Corporações de Ofício, associações medievais de artesãos ou comerciantes que reuniam profissionais do mesmo ramo, como, por exemplo, ferreiros, sapateiros, alfaiates, os que eram ligados aos ofícios mecânicos e às artes em geral, foram criadas com o objetivo de combater o privilégio religioso. “As Corporações tinham seus “livros de receitas” que eram os seus manuais, colocando o Desenho como um dos “instrumentos” das suas técnicas.” (GAMA, 1986, apud ZUIN, 2001, p. 47).

Zuin (2001) ainda ressalta que existiam, na mesma época, as “Sociedades dos Companheiros”, conhecidos como *compagnons*, os quais formavam sociedades secretas e não mantinham ligação alguma com as corporações. O termo *compagnon* era originado de *compas*, ou seja, compasso, sendo este uma dos instrumentos mais importantes para aqueles que guardavam o segredo da Geometria aplicada à estereotomia, técnica que fundamentava as construções de igrejas góticas e se caracterizava pelo corte e encaixe de pedras segundo uma visão geométrica.

Com o Renascimento Científico e a Revolução Industrial, o Desenho Geométrico começa a aparecer "como uma possibilidade de transcrever, de modo prático, as formas idealizadas e criadas para representar a nova visão de mundo, [...]" (NASCIMENTO, 1994, p. 14).

O Renascimento foi um movimento artístico e científico que teve início na Itália e difundiu-se por toda a Europa entre os séculos XIV e XVI. Nas artes, houve uma busca pela perfeição das formas, fundamentada nas construções geométricas. Foi a partir do Renascimento que o Desenho passou a constituir uma disciplina organizada de forma pedagógica, tornando-se um saber necessário (ZUIN, 2001).

A primeira Revolução Industrial teve início na Inglaterra em 1760, e foi aos poucos atingindo outros lugares do mundo então conhecido. Este período foi caracterizado pelo processo de transição entre a economia agrária, baseada no trabalho manual, e a indústria mecanizada. As Construções Geométricas ganharam destaque nesse período pelo fato de agregarem ferramentas importantes para a confecção de projetos de máquinas. "Difunde-se nessa época a ideia de que o desenho é a base de todos os trabalhos mecânicos, e que os trabalhadores competentes devem ser excelentes na arte do desenho" (GAMA, 1987, p. 133 apud NASCIMENTO, 1994, p. 14). Dessa forma, o desenho tornou-se a base de todos os trabalhos mecânicos e constituiu-se um saber fundamental para o desenvolvimento da técnica. Com a segunda Revolução Industrial, as Construções Geométricas foram ainda mais valorizadas (GAMA, 1986, apud ZUIN, 2001).

Pesquisas mostram que o Desenho Geométrico foi ainda mais valorizado com o advento do Positivismo[3], "corrente de pensamento iniciada com o filósofo e sociólogo francês Auguste Comte (1798 – 1857), estabelece, como princípio, que o método científico é o único caminho para se chegar ao conhecimento" (ZUIN, 2001, p. 53). O Positivismo influenciou o predomínio do Desenho Geométrico no século XIX. Com as construções geométricas, é possível materializar e dar significado a um teorema. Nessa época houve destaque, nas escolas, do Desenho Geométrico baseado na corrente positivista.

Com a Revolução Industrial da década de 1870, o período do final do século XIX ao início do século XX exigiu operários qualificados tecnicamente. Sendo assim, no início desse

[3] O termo *Positivismo* identifica a filosofia que busca seus fundamentos na ciência e na organização técnica e industrial da sociedade moderna. O método científico é o único válido para se chegar ao conhecimento. Reflexões ou juízos que não podem ser comprovados pelo método científico, como os postulados da metafísica, não levam ao conhecimento e não têm valor (Zuin, 2001, p. 53).

século os traçados geométricos com régua e compasso ganharam seu espaço nos currículos, não para serem estudados em sintonia com a geometria euclidiana plana, mas com a finalidade de qualificar operários para o campo industrial.

É válido ressaltar que as Construções Geométricas sempre integraram o currículo de cursos profissionalizantes, mas devido à Revolução Industrial, foram mais difundidas.

O ensino de desenho no início do século XX se fundamentava “nas construções de figuras geométricas com auxílio de instrumentos e do desenho de observação”, e integrava o currículo de várias escolas. Porém, tal saber era acessível a poucos, revela Zuin (2001, p. 72).

No Brasil, nos primeiros trinta anos do século XX as Construções Geométricas integraram oficialmente os currículos escolares. Com a promulgação da LDBEN (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional) de 1961, no entanto, as Construções Geométricas foram desvalorizadas.

1.2 As Construções Geométricas e a Aprendizagem em Geometria

No período de 1931 a 1971, o ensino de Desenho permaneceu oficialmente nos currículos escolares brasileiros, apesar de, em 1961, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional propor opções no currículo, tornando o Desenho disciplina não obrigatória (ZUIN, 2002).

Com a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, lei 5692/71, houve grandes mudanças nos currículos escolares do Ensino Fundamental no Brasil. O ensino de Desenho Geométrico foi declarado opcional, sendo por este motivo banido de muitas escolas. Zuin (2002) verifica em seus estudos que várias instituições de ensino mantiveram as construções geométricas integradas às aulas de Educação Artística. Foram então editados livros na área, voltados para o Desenho Geométrico. Neste contexto podemos observar a valorização dos traçados geométricos por determinados grupos de artistas plásticos.

Somente em 1998, com a publicação dos PCN de Matemática para o terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental, as Construções Geométricas voltaram a fazer parte das discussões escolares.

Ao propor conteúdos para o ensino de Matemática no quarto ciclo, os PCN destacam a importância do papel das Construções Geométricas:

> [...] o aluno identifique o número irracional como um número de infinitas "casas" decimais não-periódicas, identifique esse número com um ponto na reta, situado entre dois racionais apropriados, reconheça que esse número não pode ser expresso por uma razão de inteiros; conheça números irracionais obtidos por raízes quadradas e localize alguns na reta numérica, fazendo uso, inclusive, de construções geométricas com régua e compasso. Esse trabalho inicial com os irracionais tem por finalidade, sobretudo, proporcionar contra-exemplos para ampliar a compreensão dos números (BRASIL, 1998, p. 83).

Quanto ao terceiro ciclo, os PCN apontam que as atividades geométricas centram-se em "Procedimentos de observação, representações e construções de figuras, bem como o manuseio de instrumentos de medidas que permitam aos alunos fazer conjecturas sobre algumas propriedades dessas figuras" (BRASIL, 1998, p. 68).

No mesmo ciclo, os PCN destacam a importância da construção do conhecimento na Geometria, por meio das construções geométricas:

> [...] o ensino de procedimentos de construção com régua e compasso e uso de outros instrumentos, como esquadro, transferidor, estabelecendo-se a relação entre tais procedimentos e as propriedades geométricas que neles estão presentes (BRASIL, 1998, p. 68-69).

As citações evidenciam a preocupação dos PCN de Matemática com o ensino das Construções Geométricas e reiteram a importância de aliá-lo ao estudo de Geometria, permitindo assim a construção do conhecimento. Ao introduzir os traçados geométricos no estudo de Geometria, os PCN têm por objetivo amenizar as dificuldades que surgem quando este vínculo não é estabelecido.

Jesus (2008) relata que as construções geométricas constituem valiosa ferramenta, sendo grandes aliadas no processo de ensino e aprendizagem da Geometria. Zuin (2001), por sua vez, enfatiza que o Desenho Geométrico tem por objetivo estudar as construções da geometria euclidiana plana. É destinado a resolver problemas no plano, com a utilização dos instrumentos de desenho.

Segundo Nascimento (1994), uma das formas de evitar as imperfeições do traçado à mão livre foi a criação de instrumentos para uma representação gráfica mais rigorosa, levando à caracterização do Desenho Geométrico como indispensável para as demais ciências.

Estudos mostram que as Construções Geométricas devem ser ensinadas a partir da teoria da geometria euclidiana plana, pois assim haverá contribuição para a construção do conhecimento em Geometria. Isto é evidenciado a partir da própria história da Matemática.

Nos “Elementos”, Euclides partiu de algumas definições e conceitos primitivos – os axiomas – para chegar aos conceitos derivados – os teoremas – tendo as construções geométricas integradas à teoria. Para os geômetras gregos, as construções geométricas estão vinculadas à teoria da geometria plana desde muito antes de Euclides (Zuin, 2001). Havia então uma forte relação entre as duas disciplinas, que não é levada em consideração pelos professores, tornando as construções geométricas um saber autônomo.

Putnoki (s.d, apud ZUIN, 2001) considera de extrema importância o ensino das construções geométricas que estabeleça as devidas ligações com a teoria da Geometria:

> Acredito que não há Geometria sem Régua e Compasso. Quando muito, há apenas meia Geometria, sem os instrumentos euclidianos. A própria designação Desenho Geométrico me pareça inadequada. No lugar, prefiro Construções Geométricas. Os problemas de construções são parte integrante de um bom curso de Geometria. O aprendizado das construções amplia as fronteiras do aluno e facilita muito a compreensão das propriedades geométricas, pois permite uma espécie de “concretização”. Vejo a régua e o compasso como instrumentos que permitem “experimentar”. Isso, por si só, dá uma outra dimensão aos conceitos e propriedades geométricas.
> [...]
> Em todas as interfaces que a Matemática faz com a linguagem gráfica, o conhecimento de Desenho entra como ferramenta enriquecedora. Por “exemplo, o estudo da Geometria Analítica fica bastante facilitado para alunos que estudaram Desenho.” (PUTNOKI, s.d, apud ZUIN, 2001, p.177).

Dias (1998b, apud ZUIN, 2001), além de ressaltar a importância do ensino de Geometria, destaca a relevância das construções geométricas para a aquisição do conhecimento nesta área da Matemática. A autora ainda menciona o fato dos alunos terem a oportunidade de representar graficamente, por meio do instrumental de desenho, os conceitos geométricos abordados, levando a uma melhor fixação dos mesmos. Isto acontece porque a imagem visual é construída anteriormente à expressão escrita, que aparece mais tarde, quando o conceito já está amadurecido.

É válido reforçar que não se pode negar a importância do ensino de Geometria atrelado ao das Construções Geométricas, já que, desde a Grécia antiga, ambas são estudadas em conjunto. Putnoki (1988) reitera este fato ao afirmar que, “quando Euclides elaborou sua

Geometria, não era sua proposta a execução dos traçados com régua e compasso, mas o estudo da possibilidade de construir figuras com aqueles instrumentos" (PUTNOKI, 1988, p. 13).

2 METODOLOGIA

2.1 Caracterização da Pesquisa

A presente pesquisa caracteriza-se como qualitativa, pois segundo Garnica (2004):

> O adjetivo qualitativa estará adequado às pesquisas que reconhecem: (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-los podem ser (re) configurados; (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (GARNICA, 2004, p.86).

Nestes termos, o estudo previsto nesse trabalho monográfico enquadra-se no delineamento feito por Garnica (2004), pois os resultados obtidos referem-se à turma pesquisada, daí sua transitoriedade. Além disto, esta pesquisa objetiva investigar como se dá o ensino de quadriláteros notáveis quando realizado por meio das Construções Geométricas.

Como seres humanos, providos de sentimentos, é impossível separar a análise feita por uma pessoa de suas impressões sobre o tema. A utilização de metodologias de análise adequadas constitui uma tentativa de executar esta "separação". Por isto, o conjunto das percepções advindo da pesquisa, fruto da análise dos dados, bem como o método empregado para obtê-los, podem ser modificados no decorrer do processo.

Dentre as pesquisas qualitativas, optou-se pelo estudo de caso por ser mais adequado aos objetivos deste trabalho. De acordo com Ponte (2006), um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida, como uma pessoa, instituição, curso ou disciplina, um sistema educativo, uma política, etc.

Os estudos de caso não são exclusivos da Educação, sendo também utilizados em outros campos das Ciências. Particularmente em Educação Matemática, têm se prestado a investigar questões de aprendizagem que envolvem não só os alunos, como também o conhecimento e as práticas profissionais dos professores.

Ainda de acordo com Ponte (2006), um estudo de caso é uma investigação de natureza empírica, ou seja, que se norteia pela experiência. Sendo assim, este trabalho tem como proposta estudar a entidade no seu contexto real, ou seja, os alunos participantes desta pesquisa estarão em seu ambiente escolar e no horário da aula de Matemática.

Sobre os propósitos de estudos de caso, Ponte (2006) afirma:

> Os estudos de caso podem ter diversos propósitos. Como trabalhos de investigação, podem ser essencialmente *exploratórios*, servindo para obter informação preliminar acerca do respectivo objecto de interesse. Podem ser fundamentalmente *descritivos*, tendo como propósito essencial descrever, isto é, dizer simplesmente "como é" o caso em apreço. E, finalmente, podem ser *analíticos*, procurando problematizar o seu objecto, construir ou desenvolver nova teoria ou confrontá- la com teoria já existente (YIN, 1984, apud PONTE, 2006, p.6).

O presente trabalho encaixa-se nos propósitos descritivo e analítico. É descritivo devido à preocupação em descrever o que acontece durante todo o período da aplicação das atividades. É analítico, pois é feita uma reflexão sobre os resultados obtidos, tendo em vista o referencial teórico.

Em consonância com tais propósitos, o trabalho apresenta informações relevantes sobre o objeto em estudo, tais como: se os alunos estudaram Geometria em algum momento de sua vida escolar, se utilizaram o instrumental de desenho anteriormente à aplicação das atividades, ou se já trabalharam com o reconhecimento dos quadriláteros.

Uma das características dos estudos de caso é a possibilidade de utilização de vários tipos de instrumentos e estratégias. Sendo uma investigação de natureza empírica, pode basear-se em análise documental, assim como em entrevistas, observações e relatos, de forma a estudar uma entidade em seu contexto real. Neste trabalho, utilizou-se a observação, a entrevista e os registros escritos dos alunos.

2.2 Identificação dos Participantes da Pesquisa

Nesta pesquisa, o objeto do estudo de caso foi uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal de ensino da cidade de Campos dos Goytacazes, situada no estado do Rio de Janeiro. A escolha ocorreu devido à disponibilidade da professora regente. O grupo era composto de doze alunos na faixa etária de 12 a 17 anos, sendo que nove deles refaziam o 6º ano. A turma havia ficado sem um professor de Matemática durante cinco meses deste mesmo ano.

Realizou-se uma entrevista oral semiestruturada com cada um dos participantes, a fim de conhecê-los com a profundidade necessária à análise dos dados obtidos. A transcrição de todas as entrevistas encontra-se no apêndice K.

Ao analisar as respostas, foi possível perceber que a maioria dos alunos não estudou Geometria, nem utilizou instrumental de desenho nas séries anteriores. O material, quando utilizado, não teve como finalidade a exploração de propriedades de figuras geométricas.

2.3 Estrutura das Atividades Propostas

A elaboração das atividades propostas foi norteada pelo princípio de que os alunos constroem seus conhecimentos quando têm a oportunidade de vivenciar situações didáticas. Neste trabalho, tal princípio se traduz na proposta de levar os alunos a construir, com régua e compasso, os quadriláteros notáveis a partir da definição apresentada, e a investigar suas propriedades por meio de medições e comparações das figuras construídas.

Durante a elaboração das atividades, foi dada especial atenção ao *layout* das páginas, com o objetivo de motivar e atrair a atenção dos alunos, despertando, assim, o interesse pelo estudo dos quadriláteros. Em especial, na apostila “Estudando os Quadriláteros Notáveis”, o título de cada item destacava o quadrilátero que estava sendo estudado naquele tópico. A preocupação com o *layout* também visou amenizar o impacto porventura causado pela metodologia de ensino, a qual priorizava atividades investigativas, pois os alunos da turma objeto do estudo, nunca haviam feito tarefas deste tipo.

Antes de dar início à proposta pedagógica deste trabalho, foi necessário fazer uma revisão dos conteúdos indispensáveis ao desenvolvimento das atividades de Construções Geométricas dos quadriláteros notáveis. Desse modo, foi elaborado um material didático, intitulado *Recordando Alguns Conceitos Geométricos* (Apêndice A), além de duas atividades: *Atividade 1 – Retas Paralelas e Perpendiculares* (Apêndice B) e *Atividade 2 – Ângulos e Segmentos* (Apêndice C). No decorrer da aplicação das Atividades 1 e 2, por sua vez, percebeu-se a necessidade de revisar outros conceitos geométricos e o reconhecimento de instrumentos de Desenho Geométrico utilizados em tais atividades. Foi então criada a *Atividade 3 – Revisando* (Apêndice D).

Para trabalhar a construção com régua e compasso, o reconhecimento e a investigação das propriedades dos quadriláteros notáveis, foi elaborado o material didático *Estudando os Quadriláteros Notáveis* (Apêndice E).

A *Atividade 4 – Exercitando* (Apêndice F), contém seis questões para os alunos construírem os quadriláteros notáveis a partir das medidas dos lados.

A *Atividade 5 – Reconhecendo os Quadriláteros Notáveis* (Apêndice G), apresenta várias figuras dos quadriláteros notáveis em diferentes posições, cabendo ao aluno reconhecer cada um deles.

A *Atividade 6 – Exercícios* (Apêndice H), reúne todos os quadriláteros estudados, para que seja feito o reconhecimento das medidas dos lados e dos ângulos representados.

Todas as definições apresentadas nas atividades foram adaptadas de Dolce e Pompeo (2005).

Para concluir, foi criado um jogo nomeado *Quem sou?* (Apêndice I), contendo nove cartas, cada uma delas trazendo as propriedades de um dos quadriláteros notáveis em estudo. Este jogo tem como proposta investigar se os alunos conseguem identificar os quadriláteros notáveis por meio de suas propriedades.

2.4 Organização dos Encontros

Os encontros foram organizados conforme a tabela a seguir:

Atividades	Objetivos	Datas dos Encontros
Recordando Alguns Conceitos Geométricos	• Estudar conteúdos necessários para as atividades posteriores.	27/08/10
Atividade 1 – Retas Paralelas e Perpendiculares	• Construir e identificar retas paralelas e perpendiculares com o auxílio do par de esquadros.	27/08/10 e 03/09/10
Atividade 2 - Ângulos e Segmentos	• Utilizar o transferidor para medir os ângulos;	03/09/10

	• Transportar segmentos e ângulos utilizando régua e compasso.	
Atividade 3 - Revisando	• Identificar os itens estudados até a Atividade 2.	29/09/10
Estudando os Quadriláteros Notáveis	• Construir os quadriláteros notáveis a partir de suas definições; • Investigar suas propriedades.	29/09/10 01/10/10, 20/10/10, 27/10/10 e 03/11/10
Atividade 4 - Exercitando	• Construir os quadriláteros notáveis com as medidas de lados apresentadas, e verificar se os alunos apreenderam suas definições.	10/11/10
Atividade 5 – Reconhecendo os Quadriláteros Notáveis	• Reconhecer os quadriláteros notáveis que estão dispostos em diferentes posições.	17/11/10
Atividade 6 – Exercícios	• Utilizar as propriedades identificadas nas construções dos quadriláteros notáveis para determinar as medidas dos lados e dos ângulos.	17/11/10
Jogo – Quem sou?	• Identificar os quadriláteros notáveis por meio das propriedades apresentadas em forma de 'dicas' nas cartas do jogo.	17/11/10
Entrevista Oral e Individual	• Averiguar o que os alunos aprenderam. • Conhecer o histórico dos alunos a respeito do estudo de Geometria e Construções Geométricas.	24/11/10

Tabela 1: Registros dos encontros. Fonte: Autoras.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

A estruturação da pesquisa e a análise dos dados coletados estão apoiados nos estudos realizados por Hershowitz e Vinner (1994), Vygotsky (1993), Piaget e Inhelder (1993), Dias (1998a), Camargo (2006) e Ponte, Brocado e Oliveira (2005). À exceção de Vygotsky, estes autores investigaram aspectos diversos da construção de conceitos geométricos e os dois últimos discutem a investigação matemática como metodologia de ensino.

Piaget e Inhelder (1993) pesquisaram o desenvolvimento da noção de reta em crianças. Concluíram que a transição da reta perceptiva para a reta representativa supõe o desenvolvimento de um processo de visualização, isto é, a criança percebe a reta, mas para representá-la graficamente é necessária uma tomada de consciência do alinhamento dos pontos nela contidos. Os autores afirmam que, para uma representação simbólica ultrapassar o campo perceptivo, é preciso que o sujeito compreenda.

> [...] que dois pontos X e Y podem ser colocados em relação com o observador S <u>por intermédio da linha do olhar</u> SXY (grifo das autoras). [...] a reta representativa difere, assim, da reta perceptiva (...) pela tomada de consciência dos pontos de vista (PIAGET e INHELDER, 1993, p. 183).
> [...] essa diferenciação dos pontos de vista é suficiente para permitir aos sujeitos operações espontâneas de mirada que constituem em assegurar o alinhamento dos postes (material usado no experimento dos autores) por sua projeção uns sobre os outros, o primeiro marcando todos os seguintes do ponto de vista do observador (PIAGET e INHELDER, 1993, p. 184).

A ação de mirada citada acima é caracterizada por Hershowitz e Vinner (1994) como visualização. Elas afirmam que esta é imprescindível para a formação de imagens apropriadas relacionadas a conceitos geométricos, além de enfatizar a necessidade de pesquisas sobre o desenvolvimento da visualização, apesar das muitas investigações já realizadas.

Dias (1998a) afirma que a visualização interfere fortemente na compreensão de conceitos geométricos, citando a confusão que os alunos fazem entre os termos retas paralelas e perpendiculares e suas respectivas imagens representativas:

> Esta dificuldade de ligar o nome à figura, acontece porque este aluno não formou os conceitos em questão, isto é, os conceitos de retas paralelas e perpendiculares não têm significado para ele, uma vez que apenas

> memorizou nomes e algumas imagens a ele apresentadas (DIAS, 1998a, p. 18).

A situação descrita acima pode ser explicada pela Psicologia Cognitiva. Vygotsky (1994) afirmou que a utilização de estímulos externos para lembrar-se de algo ou de executar uma ação não é comum em crianças muito pequenas, uma vez que este comportamento só surge mais tarde. Portanto, para que uma criança aprenda o nome de um objeto ou ação, não basta mostrar-lhe uma figura e dizer seu nome. É necessário que ela construa relações entre a imagem e a palavra. No caso das retas paralelas e perpendiculares, exposto na citação de Dias (1998a), observa-se que não é suficiente apresentar aos alunos a imagem de retas paralelas ou perpendiculares e seus respectivos nomes para que aprendam. Faz-se necessário dar condições pedagógicas para que eles estabeleçam relações entre as imagens das retas paralelas ou perpendiculares e seus nomes, e as Construções Geométricas podem contribuir neste sentido.

De modo geral, Dias (1998a) esclarece que é necessário prover situações didáticas nas quais o aluno possa criar relações entre o objeto geométrico estudado e seu representante figural:

> Desenhar o conceito geométrico estudado funciona como um elo entre a figura e o nome, e este elo ajuda o aluno a compreender e a perceber detalhes no conceito estudado, agindo assim sobre o aluno de modo a contribuir para a formação de tal conceito.
> Observe-se que a expressão "desenhar o conceito geométrico estudado", embora possa de início parecer inadequada – pois geralmente o que se desenha é uma figura – mostra-se bastante adequada, quando se considera o modo como se deve orientar a aquisição do conteúdo dos conceitos conforme recomendado por Davidov (DIAS, 1998a, p. 18).

Davidov afirma que os alunos devem ter a oportunidade de desenvolver na escola tarefas que os levem a extrair o princípio do objeto proposto, ou seja, construir o conceito do objeto e representá-lo em modelos para investigar as suas propriedades (Garnier, Bednarz e Ulanovskaya, 1996).

Desta forma, é necessário que o aluno faça uso da investigação matemática, pois por meio desta será capaz de construir o conhecimento. De acordo com Ponte, Brocado e Oliveira (2005, p.13), "[...] investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades [...]".

Dias (1998a) alerta para a limitação da construção gráfica em relação ao conceito geométrico, afirmando que tal fato decorre do próprio conceito e dos recursos técnicos disponíveis para sua representação gráfica. Porém, longe de tornar-se um obstáculo, essa limitação pode constituir um desafio para o pensamento. Piaget e Inhelder (1993) sustentam esta colocação:

> O domínio espacial (...) beneficia-se de um duplo privilégio: os observáveis figurativos inserem-se muito diretamente nas transformações racionais e estas transformações são elas mesmas representáveis, sob uma forma figurativa, de onde esta mistura de capacidade operatória e de representação visual que os matemáticos têm chamado de intuição geométrica. Ora, se esta está sujeita a limitações (não se pode desenhar uma curva de Juden), ou mesmo erros (as curvas que não comportam tangentes, contradizem a intuição), guarda todo seu valor heurístico, porque é adequada por aproximações. (...) Numa palavra, a união extraída do figurativo e do operativo é, ao mesmo tempo, própria do domínio espacial e o indício das conexões específicas que ele comporta entre as operações geométricas do sujeito e os observáveis do objeto (PIAGET e INHELDER, 1993, p. 270-271).
> [...] toda a evolução da Geometria é de uma formalização progressiva, que dissocia as formas operatórias de seu conteúdo figurativo (...) a "intuição" geométrica inicial é, pouco, dissociada numa formalização, no que diz respeito às operações do sujeito, cada vez mais centradas na forma e numa física geométrica, no que diz respeito ao conteúdo, juntando-se então, aos da dinâmica em geral (PIAGET e INHELDER, 1993, p. 271 - 272).

As construções geométricas podem ser compreendidas como o desenho dos observáveis figurativos por meio de processos geométricos, os quais seriam as transformações racionais representáveis. Estas representações – do objeto e de suas transformações – encontram-se relacionados com a própria construção e a formalização crescente do pensamento geométrico. Evidencia-se, assim, a contribuição das Construções Geométricas para a construção dos conceitos geométricos, pois exigem que o sujeito 'coloque em jogo' diferentes pontos de vista e a visualização dos objetos geométricos.

Outra contribuição das Construções Geométricas para a elaboração dos conceitos geométricos pelos alunos pode ser estudada à luz da teoria piagetiana sobre a construção do conhecimento baseada em desequilíbrios das estruturas mentais. Estes conduzem ao reequilíbrio por meio de dois processos: a assimilação e a acomodação.

Ao estudar um novo objeto geométrico, o aluno interage com o mesmo, levando a um desequilíbrio de suas estruturas mentais. O desenvolvimento e a intensidade da interação sujeito – objeto possibilitarão modificações nestas estruturas mentais, que conduzem à construção do conhecimento geométrico. É nesta fase que a utilização das construções geométricas, aliada à observação do ambiente físico ou de modelos, permite a ação do objeto sobre o sujeito (o aluno), desencadeando o processo de assimilação e acomodação.

É possível observar que, muitas vezes, as aulas de Matemática são centradas no professor e complementadas com treino de algoritmos, geralmente, sem espaço para reflexão e discussão. Desta forma o que há por parte dos alunos é uma aceitação das regras que os professores determinam, afirma Camargo (2006). Diante essa situação pode-se observar que não é oferecido ao aluno à oportunidade de buscar estratégias para expor seu ponto de vista tornando-os meros reprodutores.

O ensino e aprendizagem em Matemática não estão vinculado exclusivamente aos treinos das técnicas mencionadas anteriormente. Para Ponte, Brocado e Oliveira (2005) o aluno aprende quando:

> mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações. Ao requerer a participação do aluno na formulação de questões a estudar, essa atividade tende a favorecer o seu envolvimento na aprendizagem (p.23).

O PCN afirma que:

> Para atender as demandas do trabalho contemporâneo é inegável que a Matemática pode dar uma grande contribuição à medida que explora a resolução de problemas e a construção de estratégias como um caminho para ensinar e aprender Matemática na sala de aula. Também o desenvolvimento da capacidade de investigar, argumentar, comprovar, justificar e o estímulo à criatividade, à iniciativa pessoal e ao trabalho coletivo favorecem o desenvolvimento dessas capacidades (BRASIL, 1998, p.34).

Esta citação comprova a importância das atividades de caráter investigativo em sala de aula, em que é proporcionado ao aluno o desenvolvimento da capacidade de investigação. Ponte, Brocado e Oliveira (2005) defendem o uso de atividades de investigação matemática no desenvolvimento de conceitos. Eles destacam que “[...] o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem [...]” (p. 23).

Pelo exposta acima, este trabalho explorou em sua proposta pedagógica, o viés investigativo, pois as autoras concordam com os autores citados, quando afirmam que as atividades escolares de investigação contribuem para a construção significativa de conceitos matemáticos.

Ao longo do capítulo de relato e análise da pesquisa, as ideias aqui expostas continuarão sendo discutidas, tendo em vista as situações vivenciadas durante a investigação.

4 RELATO E ANÁLISE DA PESQUISA

4.1 Teste Exploratório

As atividades elaboradas foram inicialmente experimentadas com um grupo de seis professoras em formação, que cursavam o 5º período do curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública no município de Campos dos Goytacazes-RJ. Neste trabalho, elas são identificadas como “participantes”, para evitar confusão com o termo “professoras em formação”, que se refere às autoras deste trabalho.

As atividades foram aplicadas com a finalidade de apontar possíveis falhas, para que as mesmas fossem corrigidas antes de serem validadas com os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, público-alvo desta pesquisa.

4.1.1 Relato do Teste Exploratório

O teste exploratório ocorreu nos dias 18 e 25 de agosto de 2010, perfazendo 5 horas em horário extraclasse. As participantes do teste já haviam cursado as disciplinas de Construções Geométricas e Geometria Descritiva I e II e Geometria I e II, nas quais é estudada a Geometria Euclidiana Plana. Participaram ativamente, sugerindo modificações no material elaborado e abordagens para o conteúdo.

Foram propostas algumas mudanças no material didático e nas atividades, as quais serão citadas a seguir. As figuras apresentadas fazem parte da versão para a qual é sugerida a mudança.

No item 4 (Figura 3) do material *Recordando Alguns Conceitos Geométricos*, foi sugerido que a posição relativa de duas retas no plano fosse classificada em paralelas e concorrentes.

4) Posição relativa de duas retas no plano

Quando consideramos duas retas distintas de um mesmo plano a posição de uma em relação à outra pode ser classificada em: paralelas, concorrentes e perpendiculares.

Figura 3: Item 4 da apostila Recordando Alguns Conceitos Geométricos. Fonte: Autoras.

Na *Atividade 1- Retas Paralelas e Perpendiculares*, na primeira questão item a (Figura 4), sugeriu-se que a palavra “retas” fosse substituída por “segmentos”, e que fossem retirados os segmentos de retas que formavam o quadro, deixando apenas os pontos. Já no item b, foi sugerida a troca de “retas” por “semirretas”, bem como a retirada dos segmentos de reta que formavam o contorno do quadro (Figura 5).

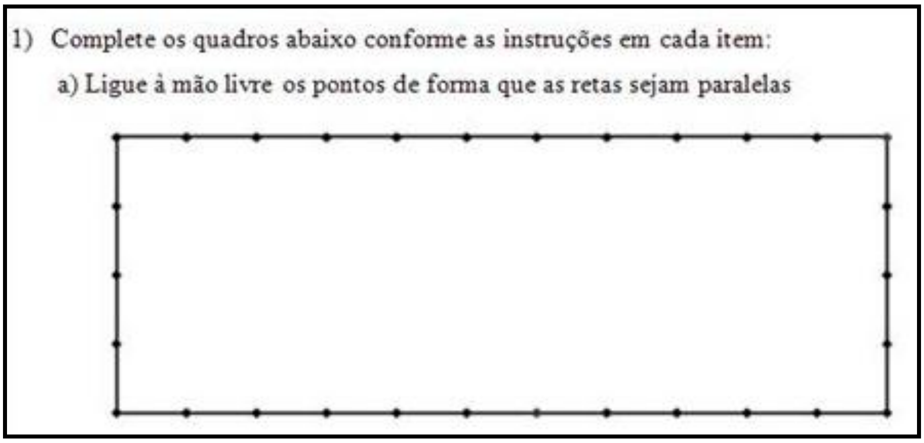


Figura 4: Item a da primeira questão da Atividade 1. Fonte: Autoras.

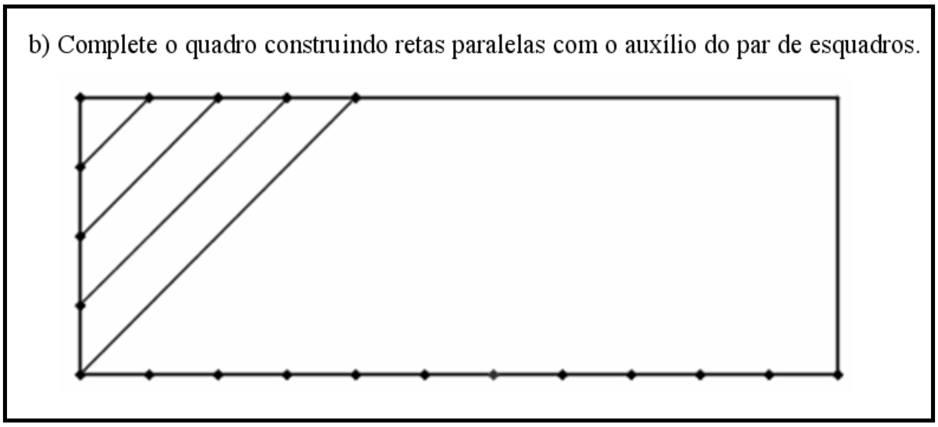


Figura 5: Item b da primeira questão da Atividade 1. Fonte: Autoras.

Na quarta questão (Figura 6), houve a sugestão de numerar os nomes das ruas ilustradas no mapa, a fim de facilitar o registro escrito pelos alunos.

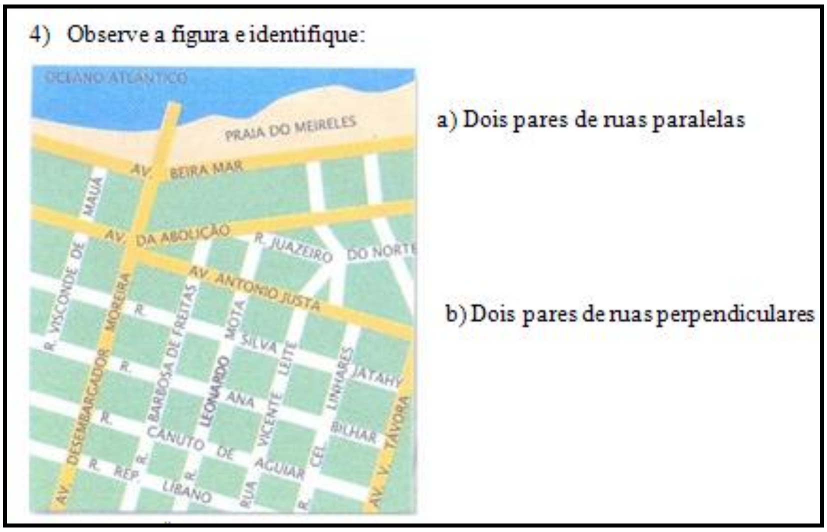


Figura 6: Questão 4 da Atividade 1. Fonte: Silveira; Marques (2006, p. 243).

A fim de despertar o interesse dos alunos nesta questão, as professoras em formação substituíram o mapa por outro, das ruas próximas ao local da escola na qual seriam aplicadas as atividades.

Na sexta questão (Figura 7), as participantes alertaram para a necessidade de variação da posição do ponto em relação à reta, pois nas questões anteriores e posteriores a esta, o ponto estava localizado acima da reta r, o que poderia levar os alunos a pensar que ele deveria estar sempre no semiplano superior.

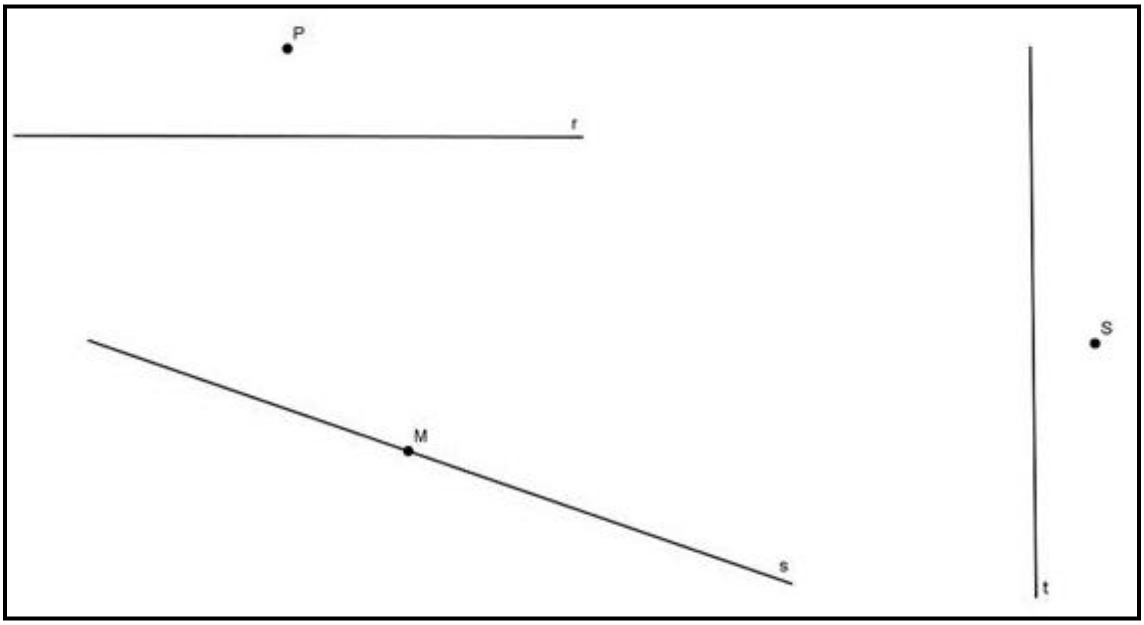


Figura 7: Questão 6 da Atividade 1. Fonte: Autoras.

Na questão 1 da *Atividade* 2 (Figura 8), foi sugerido diminuir o tamanho dos pontos, a fim de melhorar a precisão ao posicionar o transferidor para medir os ângulos.

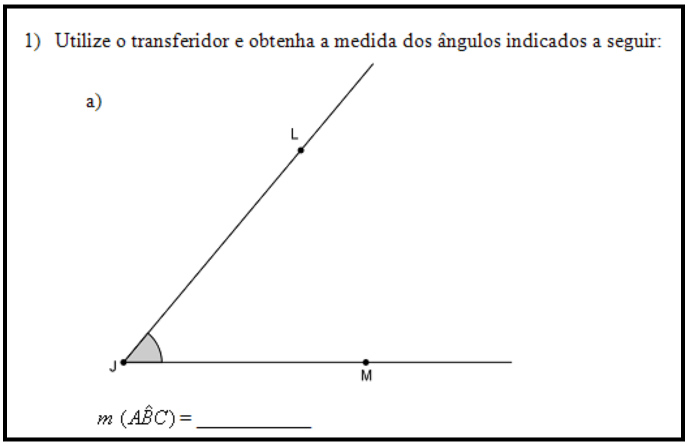


Figura 8: Questão 1 da Atividade 2. Fonte: Autoras.

Na terceira questão (Figura 9) desta atividade, a sugestão foi trocar a palavra “segmento” por “semirreta” no enunciado.

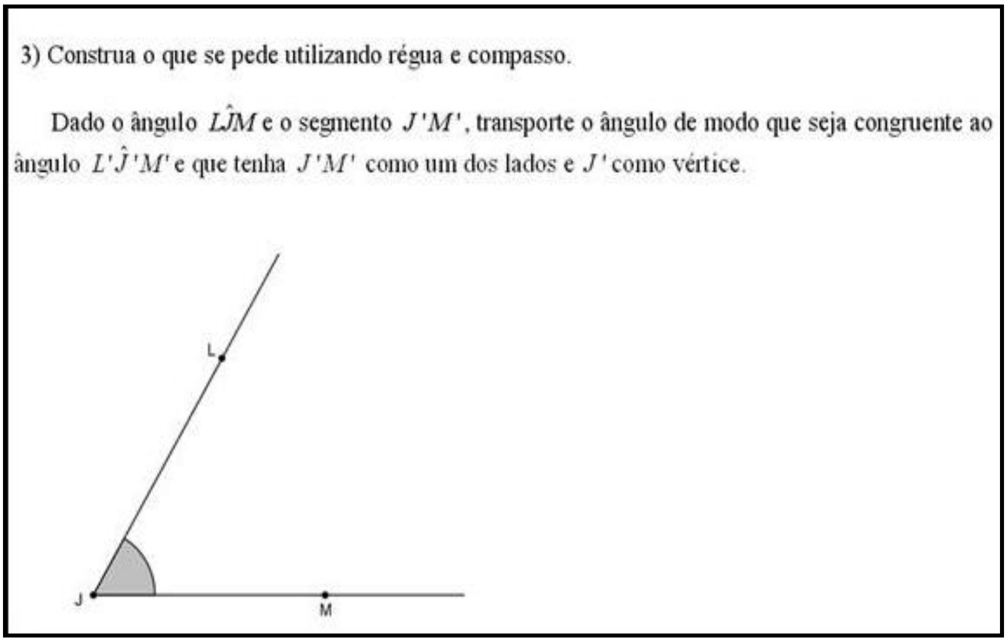


Figura 9: Terceira questão da Atividade 2. Fonte: Autoras.

Na Introdução da atividade *Estudando os Quadriláteros Notáveis*, as professoras em formação desenharam alguns polígonos côncavos, convexos e entrelaçados no quadro de giz, para que as participantes verificassem quais das figuras eram quadriláteros. Foi possível perceber que houve dificuldade de identificar que o polígono entrelaçado possuía quatro lados. Devido a este fato, as participantes sugeriram, e as professoras em formação e a orientadora acataram, retirar o polígono entrelaçado na aplicação da atividade para a turma do 6º ano do Ensino Fundamental.

As participantes também sugeriram que, ao invés de desenhar os polígonos no quadro, os mesmos fossem confeccionados em cartolina colorida.

A figura do quadrilátero qualquer (Figura 10) foi retirada do material didático em questão, pois a impressão da construção feita no *Software* Geogebra[4] estava causando erros nas medidas dos segmentos e dos ângulos. Logo após a aplicação do teste exploratório, as professoras em formação e a orientadora decidiram construir esta figura com o instrumental de desenho em uma folha à parte, que seria entregue aos alunos no momento da atividade.

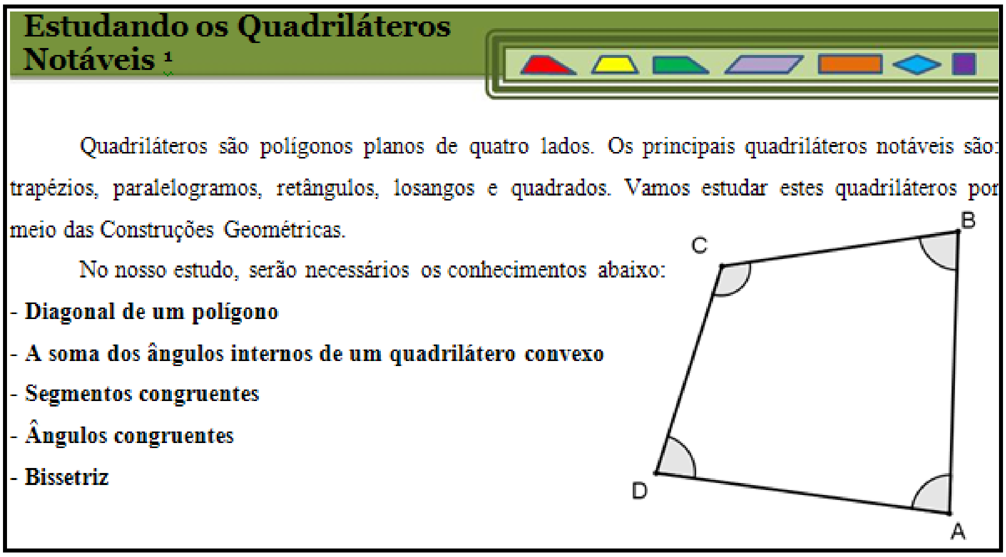


Figura 10: Quadrilátero Qualquer. Fonte: Autoras.

No tópico 1 - Trapézio (Figura 11) do mesmo material, foi apontada uma correção na definição, trocando "dois lados" por "um par de lados opostos". Esta mudança era necessária para evitar que todo paralelogramo fosse também trapézio.

[4] É um *software* gratuito de matemática dinâmica que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo. Fonte: http://www.professores.uff.br/hjbortol/geogebra/geogebra.overview.html

1- Trapézio

É o quadrilátero que possui dois lados paralelos. Esses lados são chamados de bases e a distância entre suas bases é chamada de altura.

Figura 11: Tópico 1- Trapézio. Fonte: Autoras.

No tópico 1.1 – Trapézio Escaleno item a (Figura 12), foi sugerido acrescentar algumas informações no enunciado, tais como: substituir “Separe os ângulos $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$ do trapézio ABCD que você recebeu e, por meio de recorte, verifique se a soma dos ângulos tomados dois a dois apresentam um valor constante.” por “Usando o transferidor meça os ângulos $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$ do trapézio ABCD que você recebeu e em seguida separe-os por meio de recorte e verifique se a soma dos ângulos internos tomados dois a dois apresentam um valor constante”.

1.1- Trapézio Escaleno

Neste trapézio os lados não-paralelos não são congruentes.

? ? *Vamos investigar?*

a) Separe os ângulos $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$ do trapézio ABCD que você recebeu e, por meio de recorte verifique se a soma dos ângulos tomados dois a dois apresentam um valor constante.

Figura 12: Tópico 1.1 - Trapézio Escaleno. Fonte: Autoras.

No tópico 5 – Quadrado, as participantes, ao fazer a construção do quadrado segundo a definição apresentada, utilizaram apenas a congruência dos lados, esquecendo-se da congruência dos ângulos. Então, a orientadora interveio, perguntando como teriam certeza de que os quatros ângulos também eram congruentes. No item c desse mesmo tópico (Figura 13), foi sugerido que se fizesse uma tabela para facilitar o registro das respostas dos alunos.

> c) Após a construção deste quadrilátero e a identificação de suas propriedades, o que você pode observar que há em comum entre:
>
> - o quadrado e o retângulo
>
> - o quadrado e o losango
>
> O que você pode concluir?

Figura 13: Item c do tópico 5. Fonte: Autoras.

4.2 Experimentação da Pesquisa

Para experimentação das atividades elaboradas foi escolhida uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal de ensino da cidade de Campos dos Goytacazes. A professora regente comunicou às autoras desta pesquisa que esta turma havia ficado sem professor de Matemática desde o começo do ano letivo de 2010 até o dia 10 de junho do mesmo ano. Contudo, isto não impossibilitou o desenvolvimento das atividades elaboradas.

4.2.1 Primeiro Encontro

Ocorreu no dia 27 de agosto de 2010, com duração de 2 horas e a presença de 9 alunos. No primeiro momento, foi entregue aos alunos o material didático que tem como título *Recordando Alguns Conceitos Geométricos* (Apêndice A), contendo os pré-requisitos. Ao iniciar a aula, comentou-se que a apostila tinha como objetivo recordar alguns conceitos geométricos. Em todas as questões, as professoras em formação observaram os alunos para auxiliá-los em suas possíveis dificuldades, fosse com o uso do instrumental de desenho ou na resolução correta das tarefas propostas.

A condução de todas as questões pautou-se pelas recomendações de Dias (1998a), segundo a qual a exploração do ambiente físico deve iniciar o estudo do objeto geométrico, para, em seguida, trabalhar sua representação gráfica.

Uma das professoras em formação iniciou a explicação comentando que os conceitos de ponto, reta e plano são conceitos primitivos, sendo assim o que se tem é a ideia intuitiva destes objetos.

No item 1.1, após a leitura, uma das professoras em formação indagou aos alunos o que eles entendiam por ponto. Ainda encabulados, apenas alguns responderam que seria a marca feita com ponta do lápis, e um mostrou usando a ponta do lápis (Figura 14), "a estrela no céu", "o ponto no quadro feito com caneta". As professoras em formação levaram para a sala de aula um cubo (Figura 15), para mostrar que seus vértices exprimem a ideia de ponto.

Figura 14: Noção intuitiva de ponto feita por um aluno. Fonte: Autoras.

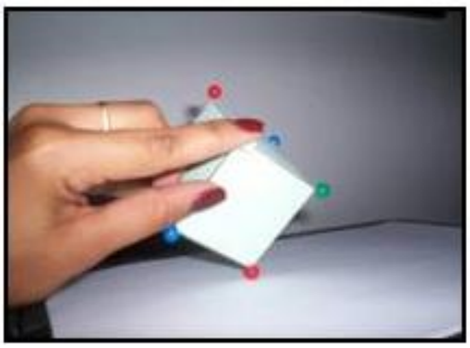


Figura 15: Foto do cubo de cartolina.
Fonte: Autoras.

No item 1.2, para explicar reta, foi perguntado aos alunos o que eles entendiam por reta. Eles imediatamente se manifestaram, apontando a linha do contorno do quadro, da porta, da mesa e a madeira que rodeava a parte interna da parede da sala de aula. Foi então mostrado aos alunos o cubo, para indicar que dois vértices consecutivos determinam uma aresta e a reta que a contém.

No item 1.3, foi indagado aos alunos o que eles entendiam por plano, e neste momento nenhum deles se manifestou, até que um dos alunos falou: "ah, essa aí ninguém sabe!". As professoras em formação, ao perceberem que eles realmente não sabiam, disseram aos alunos que na sala de aula havia muitos planos. Nesse momento, eles começaram a falar que tudo poderia ser um plano. Um dos alunos falou: "que o apagador era um plano", e a professora em formação mostrou que a base onde se encontra a película do apagador seria um plano.

Em seguida, uma das professoras em formação comentou que o plano é a superfície, indicando quais objetos da sala de aula davam a ideia de planos: o tampo da mesa e a capa do caderno. A partir daí, os alunos foram citando o chão, o teto, o quadro, a base do cubo e a parede. Neste momento, foi mostrado aos alunos que as faces do cubo dão a ideia de plano.

Pôde-se constatar que a exploração do ambiente físico possibilitou aos alunos começar a construir os conceitos abstratos de ponto, reta e plano (DIAS, 1998a).

Ao explicar os conceitos de semirreta e segmento de reta, foi possível perceber que os alunos compreenderam a definição.

Ao iniciar o estudo de ângulos, uma das professoras em formação perguntou aos alunos se eles já haviam ouvido esta palavra ou se já haviam estudado. Alguns responderam que sim, outros que não. Um aluno disse que "ângulo é aquele de 90º", apontando para o canto do quadro.

Em seguida, uma das professoras em formação comentou sobre os ponteiros do relógio (hora e minuto, por exemplo) para mostrar que a figura formada pelos ponteiros é um ângulo. Foi desenhado no quadro um ângulo para indicar o vértice e os lados (Figura 16), mostrando como nomeá-lo. A seguir, uma das professoras em formação desenhou ângulos com abertura igual, menor ou maior do que 90º. Neste momento um aluno perguntou "qual era o nome" desses ângulos, e uma das professoras em formação respondeu que eram classificados em reto, agudo ou obtuso, respectivamente.

Figura 16: Indicação do vértice e lados de um ângulo feito pela professora em formação no quadro. Fonte: Autoras.

Em seguida, foi perguntado aos alunos se já conheciam o transferidor. Alguns disseram que sim. Foram então mostrados o transferidor de 180º e o de 360º. Sua utilização foi explicada no momento da realização das atividades, nas quais era necessário o transferidor de 180º.

Para estudar retas paralelas e perpendiculares, utilizou-se o cubo com o auxílio de canudos. Uma das professoras em formação mostrou aos alunos as retas paralelas (Figura 17) representadas por canudos, e perguntou se estas retas “se encontrariam em algum momento”.

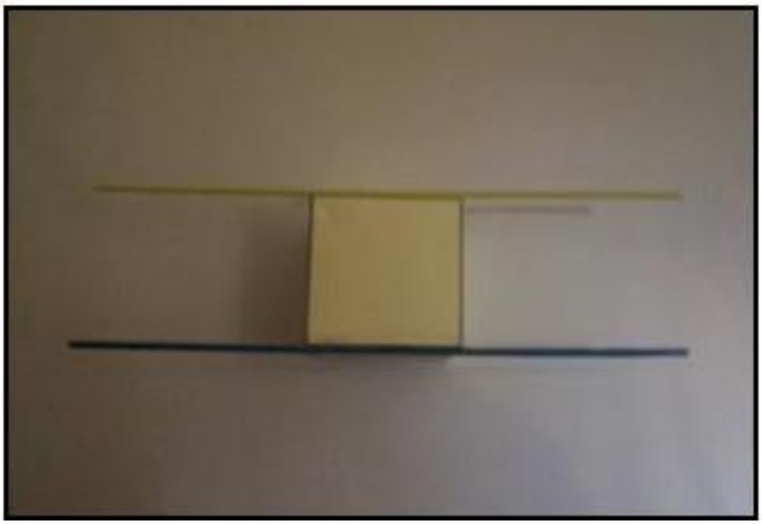


Figura 17: Representação das retas paralelas por canudos.
Fonte: Autoras.

Diante do silêncio dos alunos, as professoras em formação afirmaram que “não se encontrariam”, lembrando ainda que eram infinitas. Ao abordar retas perpendiculares, uma das professoras em formação mostrou no cubo duas retas perpendiculares (Figura 18) representadas por canudos, e perguntou qual era o ângulo formado por essas retas (Figura 19). Novamente, os alunos ficaram em silêncio, então a professora em formação chamou a atenção para os ângulos dos cantos do quadro, da porta, da mesa e da folha. Deste modo, os alunos compreenderam que as retas perpendiculares formavam ângulos de 90º e exemplificaram com os ângulos dos cantos da parede e do chão.

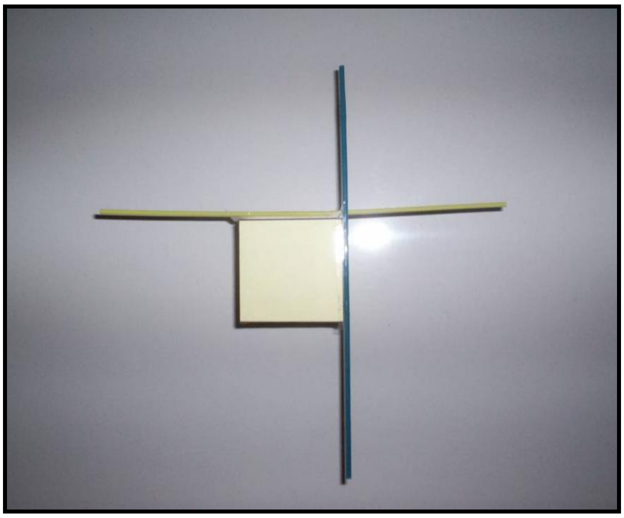


Figura 18: Retas perpendiculares no cubo.
Fonte: Autoras.

Figura 19: Apresentação das retas perpendiculares aos alunos. Fonte: Autoras.

Ao utilizar o cubo como modelo concreto do objeto geométrico cubo, associando suas arestas e vértices com retas e pontos, tomou-se o cuidado de enfatizar para os alunos que tal modelo era apenas uma representação. No caso das retas, foi observado que eram infinitas, e que o canudo utilizado era a representação de apenas uma parte da reta. Tais cuidados foram necessários para que o aluno não confunda o elemento geométrico, que é abstrato, com o seu representante físico naquele momento. A falta de rigor no uso de materiais concretos para representar conceitos geométricos pode ir na contramão de seu objetivo, ou seja, ao invés de contribuir para a formação do conceito geométrico estudado, pode levar o aluno a pensar que o objeto físico é o próprio objeto geométrico, afastando-o do processo de abstração do conceito estudado (PAIS, 1996).

Foram apresentados outros instrumentos de construções geométricas tais como par de esquadros e compasso, e novamente perguntado se já conheciam ou utilizaram. Uns disseram que já haviam utilizado, outros que não, e alguns pensavam que o esquadro era para ser usado como uma régua comum. Tais afirmações dos alunos permitiram inferir que os mesmos nunca haviam utilizado o par de esquadros para traçar retas paralelas ou perpendiculares, o que foi constatado no decorrer da resolução das atividades. A função do compasso conhecida pelos alunos era a de traçar circunferências. A professora em formação complementou que "servia também para transportar medidas".

Em seguida, foram feitas as *Atividades 1* (Apêndice B) e *2* (Apêndice C), que integravam os pré-requisitos. Na *Atividade 1*, primeira questão, item a, os alunos ligaram os pontos sem atentar para a solicitação do enunciado, de que os segmentos fossem paralelos (Figura 20). Tão logo as professoras em formação observaram isto, explicaram como deveria ser realizada a tarefa (Figura 21), e eles foram conseguindo desenvolver as atividades sem dificuldades. Houve traçados bem interessantes (Figuras 22 e 23).

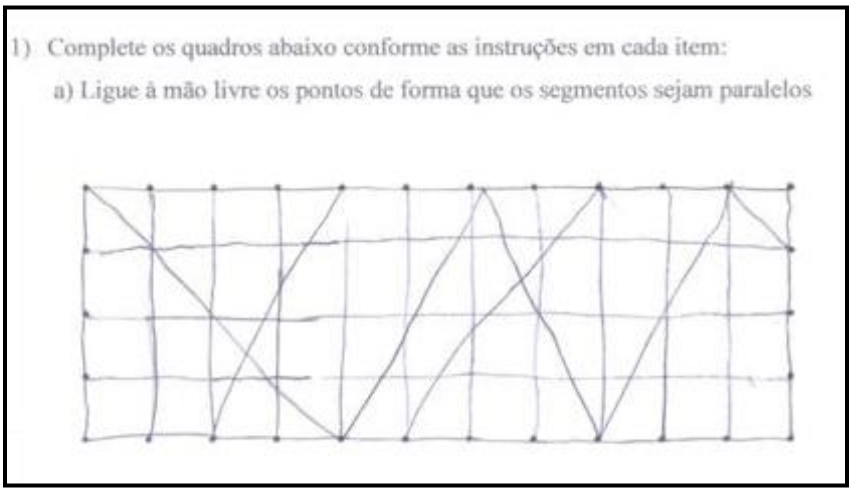


Figura 20: Item a da primeira questão. Fonte: Protocolos de pesquisa.

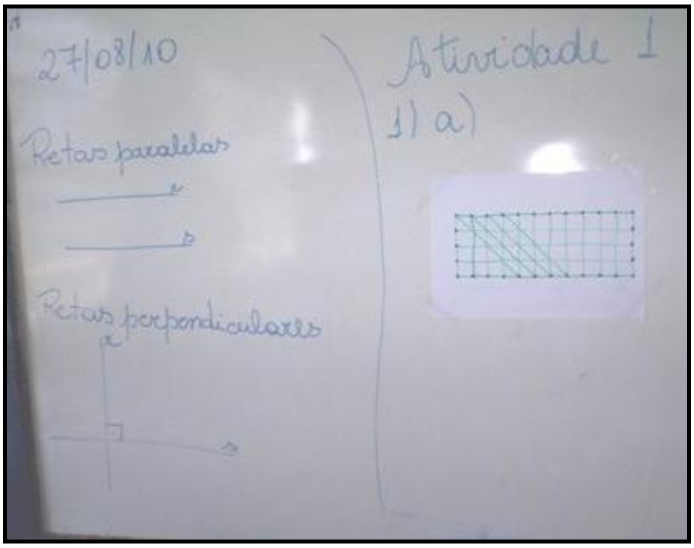


Figura 21: Explicação do item a. Fonte: Autoras.

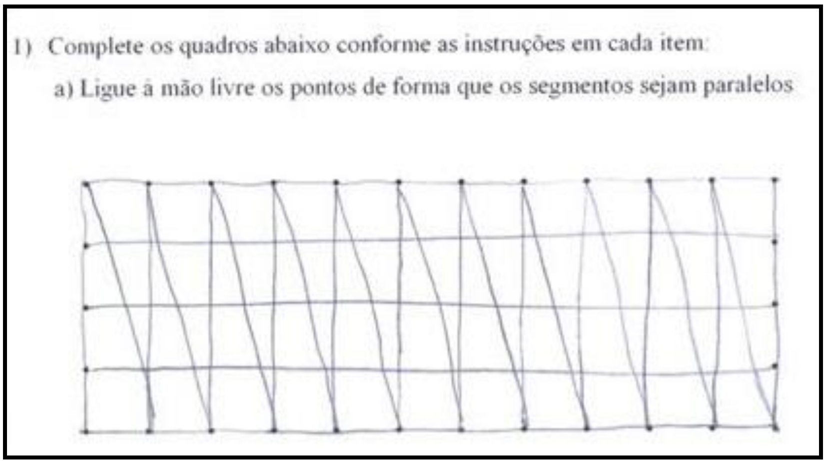


Figura 22: Resolução da Atividade 1 item a por um aluno. Fonte: Protocolos de pesquisa.

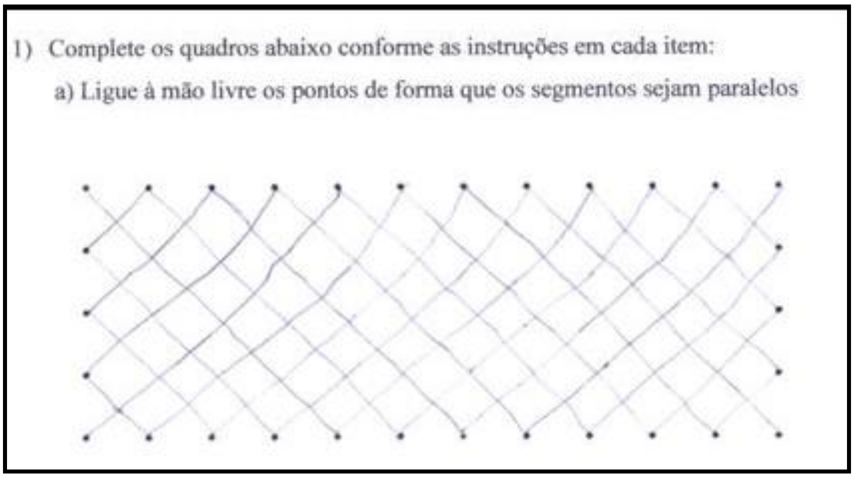


Figura 23: Resolução da Atividade 1 item a feita por outro aluno. Fonte: Protocolos de pesquisa.

No item b, uma das professoras em formação perguntou como deveriam proceder para que as retas ficassem paralelas. Os alunos disseram que bastava usar a régua para ligar um ponto ao outro. Alguns chegaram inclusive a desenhar uma linha horizontal para orientar o traçado (Figura 24). Outro aluno, ao final de cada segmento desenhou um círculo, dando ideia de ponto, seguindo o modelo da primeira questão (Figura 25).

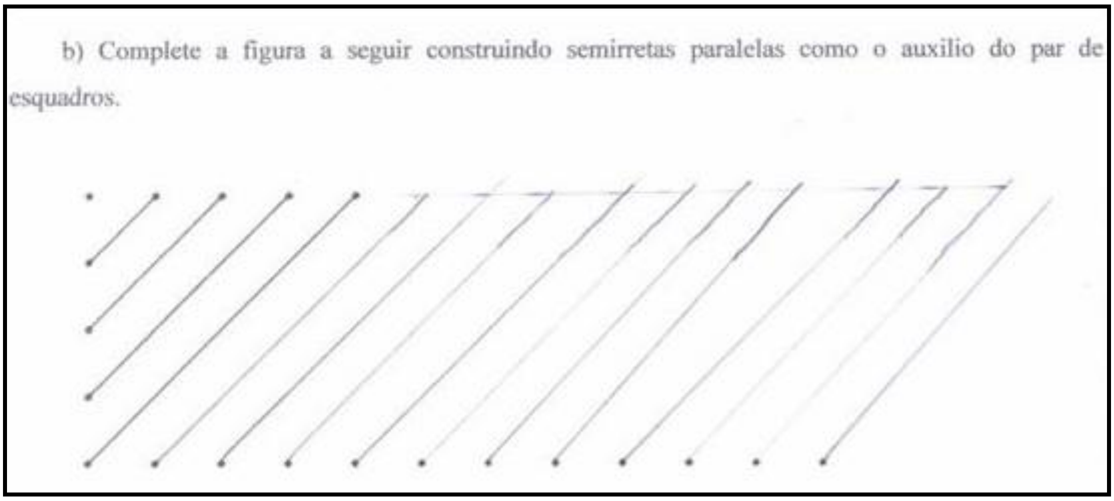


Figura 24: Construção da linha horizontal na parte superior. Fonte: Protocolos de pesquisa.

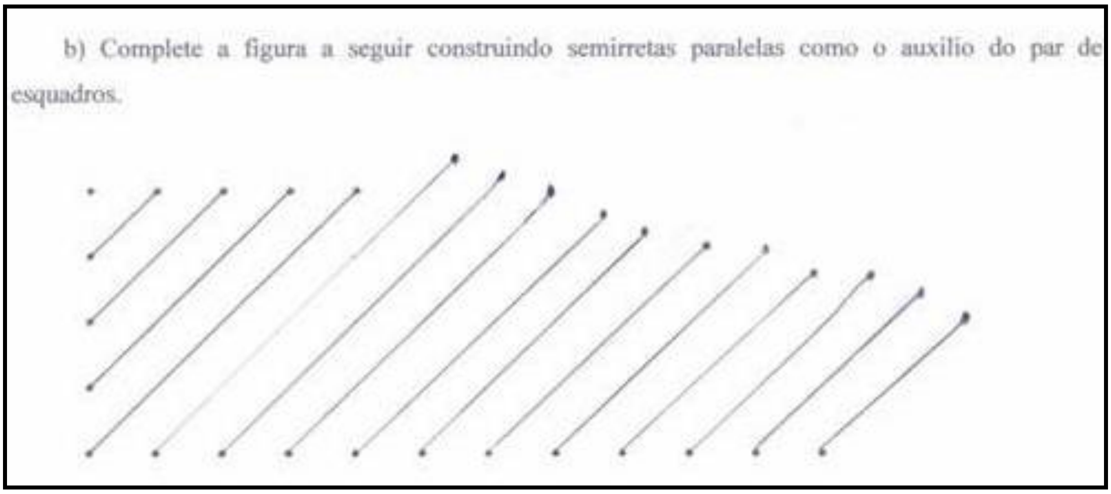


Figura 25: Construção das semirretas paralelas. Fonte: Protocolos de pesquisa.

As professoras em formação alertaram que o traçado poderia não resultar em semirretas paralelas. Uma das professoras em formação perguntou à turma o que poderia ser feito para que garantir que as semirretas traçadas eram realmente paralelas. Alguns alunos falaram em utilizar a régua. Este momento foi então de descoberta, pois não haviam utilizado o par de esquadros. As professoras em formação auxiliaram os alunos individualmente no traçado das semirretas paralelas com o par de esquadros. Podemos observar uma das professoras em formação auxiliando um dos alunos (Figura 26) e um aluno posicionando o par de esquadros na construção das retas paralelas na questão1 item b da *Atividade 1* (Figura 27).

Figura 26: Professora em formação auxiliando na Atividade 1, primeira questão item b. Fonte: Autoras.

Figura 27: Aluno posicionando o par de esquadros no item b. Fonte: Autoras.

Na segunda questão, um aluno quis ir ao quadro traçar a reta paralela (Figura 28), e uma das professoras em formação o auxiliou (Figura 29). Na figura 30 é possível observar a construção da reta paralela feita pelo aluno.

Figura 28: Aluno fazendo construção da reta paralela. Fonte: Autoras.

Figura 29: Professora em formação auxiliando o aluno. Fonte: Autoras.

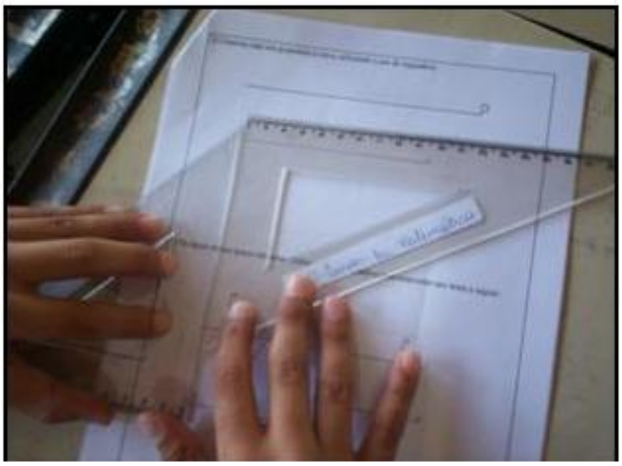


Figura 30: Aluno conferindo as retas. Fonte: Autoras.

Na terceira questão, foi possível observar um dos alunos utilizando o par de esquadros para conferir se as retas eram paralelas (Figura 31). Um aluno havia respondido no item b que as retas z, v e x eram paralelas a w. Neste momento, uma das professoras em formação pediu que ele conferisse com o par de esquadros, constatando que a reta z não era paralela às demais (Figura 32).

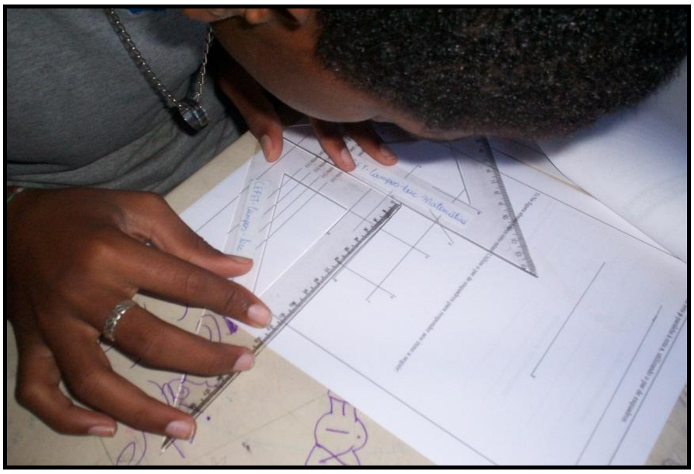


Figura 31: Aluno conferindo as retas. Fonte: Autoras.

Figura 32: Aluno conferindo a reta z. Fonte: Autoras.

Na quarta questão (Figura 33), eles acharam interessante o fato do mapa usado para identificar as retas paralelas e perpendiculares ser das ruas próximas à escola. Não houve dificuldade em desenvolver essa questão. Foi possível observar que os alunos, ao conferirem suas respostas uns com os outros, verificaram que elas estavam diferentes. Logo, concluíram que havia respostas incorretas. Em vista deste fato, as professoras em formação enfatizaram que no mapa havia vários pares de ruas paralelas e perpendiculares, por isso as respostas estavam diferentes.

Figura 33: Questão 4 da Atividade 1. Fonte: http://maps.google.com.br

Na quinta questão, uma das professoras em formação indagou aos alunos como poderia ser feita a construção e o que eles entendiam por perpendicular. Alguns alunos responderam que "seria quando se cruzam", mas não lembraram que estas retas formam um ângulo de 90º entre si, talvez por não ter associado o nome à imagem. Este fato pode ser justificado pelo fato do aluno estar em processo de construção do conceito de retas perpendiculares, uma vez que este conceito inclui o de ângulo reto. Note que parte da definição não foi esquecida: a de que as retas perpendiculares possuem um ponto de intersecção. Esta fase evidencia que as estruturas mentais do aluno encontram-se em desequilíbrio, mas caminhando em direção à acomodação e assimilação (PIAGET e INHELDER, 1993).

Após construírem as retas perpendiculares, as professoras em formação auxiliaram os alunos com o uso do transferidor para que eles pudessem conferir que o ângulo formado entre elas era de 90° (Figura 34).

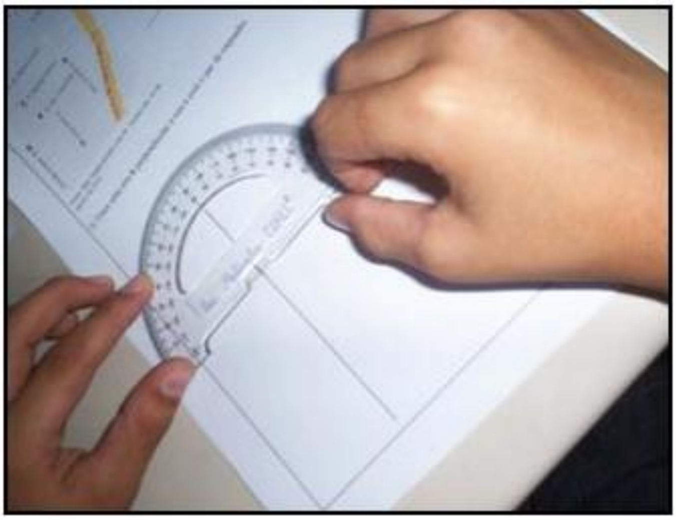


Figura 34: Aluno utilizando o transferidor para conferir o ângulo. Fonte: Autoras.

4.2.2 Segundo Encontro

Ocorreu no dia 03 de setembro de 2010, com duração de 1 hora e 40 minutos e a presença de 9 alunos, sendo que um deles era novo na escola. Prosseguiu-se com a sexta questão, da *Atividade 1*, a qual solicitava o traçado de retas paralelas e perpendiculares utilizando o par de esquadros. Alguns alunos responderam corretamente aos itens a, b e c, nos quais foi possível constatar que estavam mais hábeis com o par de esquadros, posicionando-os corretamente (Figura 35).

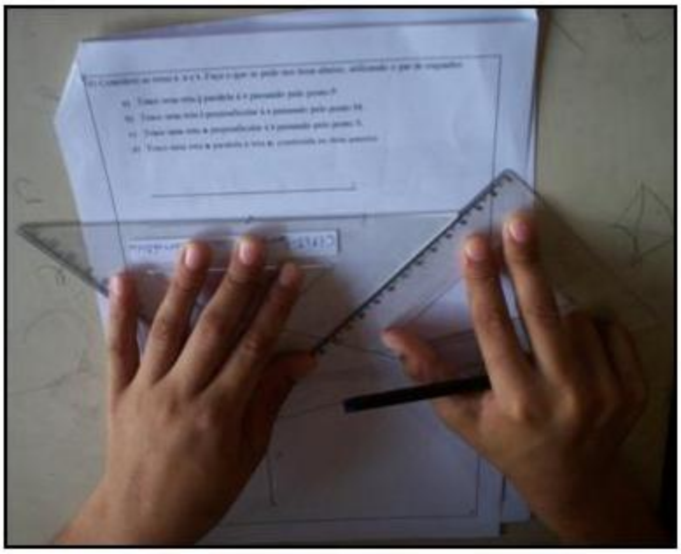


Figura 35: Posicionamento do par de esquadros para a construção das retas solicitadas. Fonte: Autoras.

Alguns alunos pediram para ir ao quadro resolver os itens da sexta questão da Atividade 1 (Figura 36). No item d, era solicitado o traçado de uma reta n paralela à reta u, construída no item anterior. Observou-se que 83% dos alunos pensaram que a reta n teria que, necessariamente, intersectar a reta t (Figura 37).

Figura 36: Aluno construindo a reta j paralela à reta r passando pelo ponto P. Fonte: Autoras.

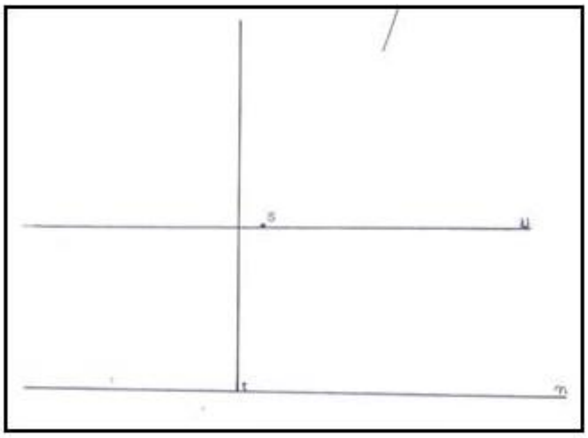


Figura 37: Construção da reta n paralela a u.
Fonte: Protocolos de pesquisas.

A seguir, é apresentada a construção feita por um aluno no quadro branco. Primeiro ele posicionou o par de esquadros (Figura 38), depois retirou o esquadro de apoio e traçou a reta (Figura 39). É importante observar que este aluno fez a construção sem auxílio das professoras em formação.

Figura 38: Posicionamento do par de esquadros. Fonte: Autoras.

Figura 39: Construção da reta.
Fonte: Autoras.

Na *Atividade 2*, primeira questão, foi solicitada a medição dos ângulos por meio do transferidor. Em um primeiro momento, a utilização deste instrumento foi explicada no quadro, pois apesar de alguns já o conhecerem, ainda não o haviam utilizado para tal finalidade. Este fato foi comprovado porque, mesmo após a explicação, os alunos ainda demonstraram dúvidas sobre como medir. Assim, as professoras em formação auxiliaram individualmente os alunos, apenas no item a.

No item e, alguns alunos apresentaram dúvida com relação à medida do ângulo nulo, pensando que poderia ser 180°. Após esclarecimento da professora em formação, todos compreenderam. Para complementar a explicação, a outra professora em formação formou com as mãos a representação da abertura de um ângulo, afirmando que, se um dos lados do ângulo ficasse sobreposto ao outro (a professora em formação levou uma mão de encontro à outra), a abertura seria nula e o ângulo mediria 0°.

Na segunda questão, ao perguntar à turma como poderiam construir o segmento A'B' com a mesma medida do segmento AB, um dos alunos respondeu: "com a régua". Foi explicado que não estaria errado, mas que no processo a ser estudado seria usado o compasso, por apresentar maior precisão. Então, uma das professoras em formação fez o transporte do segmento passo a passo com os alunos. Eles mostraram que não ter muita habilidade no manuseio, pois fechavam ou abriam o compasso no momento do transporte (Figura 40). O capricho e a precisão foram percebidos após a orientação individual (Figura 41).

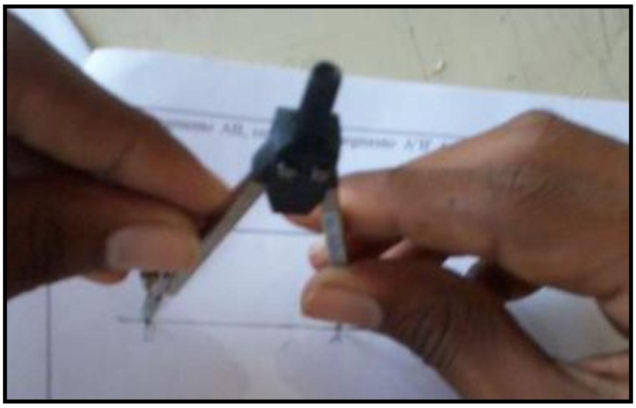


Figura 40: Transporte de segmento. Fonte: Autoras.

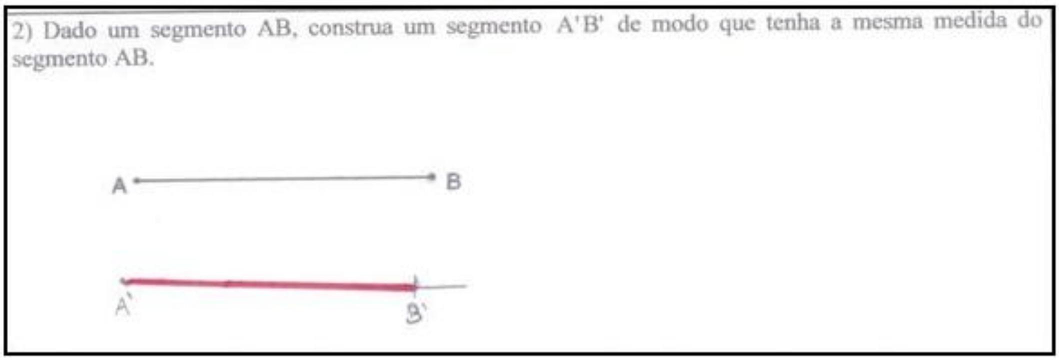


Figura 41: Capricho e precisão do aluno. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Na terceira questão, foi perguntado aos alunos como poderiam fazer para transportar o ângulo. Diante do silêncio da turma, uma das professoras em formação explicou o processo: abrir o compasso com qualquer abertura, fixar a ponta seca no vértice J (Figura 42) e traçar um arco sem mexer na abertura do compasso; em seguida, colocar a ponta seca do compasso no ponto J' do segmento J'M', sem mexer na abertura do compasso; fixar a ponta seca no vértice J' e transportar o arco (Figura 43).

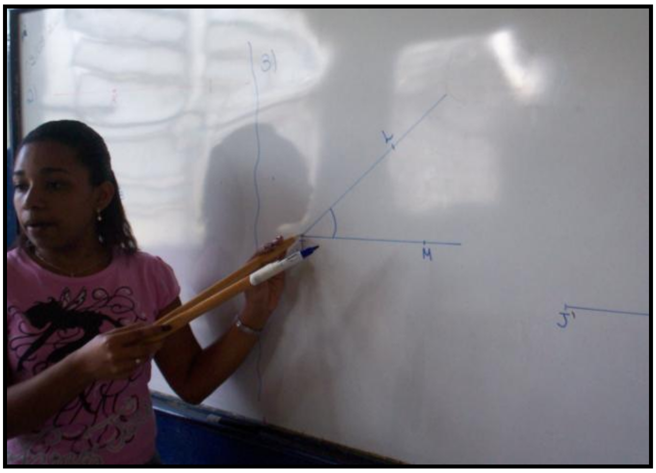


Figura 42: Primeiro passo para o transporte de ângulo.
Fonte: Autoras.

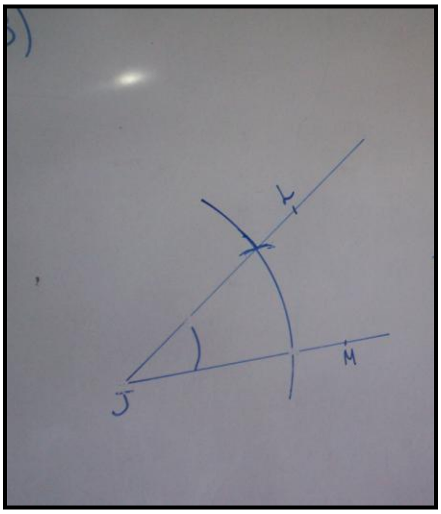


Figura 43: Transporte de arco.
Fonte: Autoras.

Neste momento perguntou-se aos alunos o que deveria ser feito para que o ângulo J' tivesse a mesma medida do ângulo J. Um aluno respondeu "com a régua", outro disse "com o transferidor", e um outro fez um gesto com os dedos polegar e indicador indicando a abertura do ângulo (Figura 44). Uma das professoras disse que estava certo, e perguntou de que maneira poderiam transportar a medida indicada por ele, e a resposta foi "com o compasso".

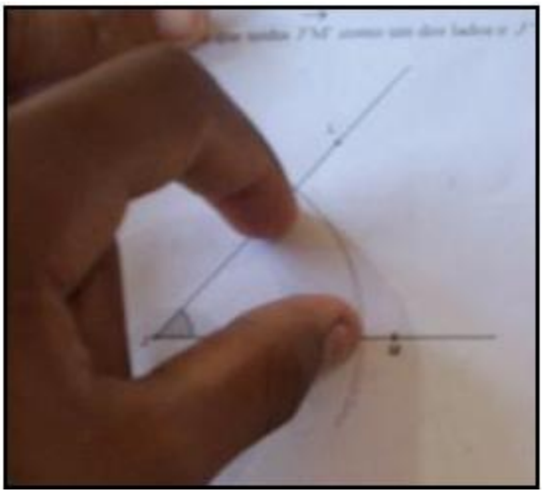


Figura 44: Indicação feita pelo aluno para transportar o ângulo.   Fonte: Autoras.

Assim, uma das professoras em formação mostrou no quadro, para todos os alunos, como seria o transporte da abertura do ângulo LJM (Figura 45) indicado pelo aluno na figura 44. Em seguida, foi feito o transporte do ângulo para o arco traçado anteriormente no desenho do segmento J'M' (Figura 46).

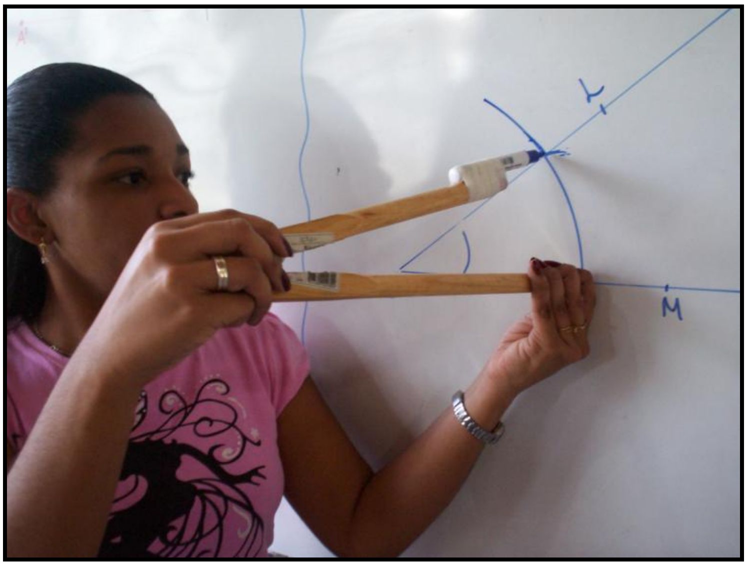


Figura 45: Marcando a interseção do arco com o segmento JL.
Fonte: Autoras.

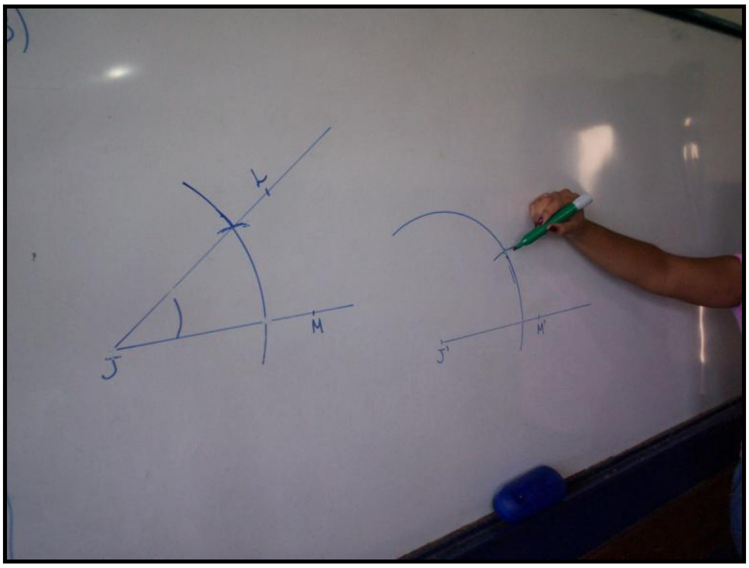


Figura 46: Transporte da abertura do arco. Fonte: Autoras.

A seguir, temos a imagem de um dos alunos executando o mesmo processo feito no quadro por uma das professoras em formação (Figura 47), onde podemos perceber a segurança do aluno ao segurar o compasso para não modificar sua abertura.

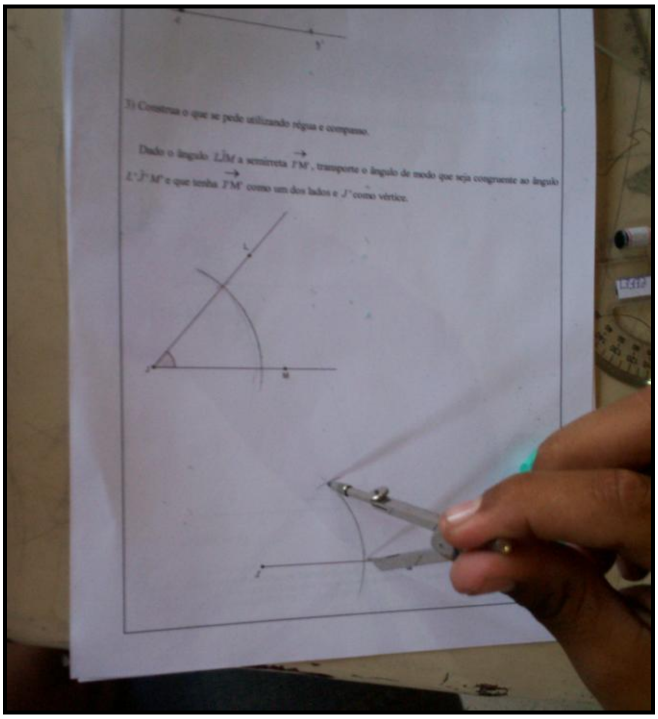


Figura 47: Execução do processo de transporte de ângulo. Fonte: Autoras.

Por fim, foi traçado por umas das professoras em formação (Figura 48) no quadro, e também por um dos alunos (Figura 49) a semirreta com origem no vértice J’ passando pelo ponto de intersecção dos arcos anteriormente traçados, com o auxílio da régua, finalizando o transporte.

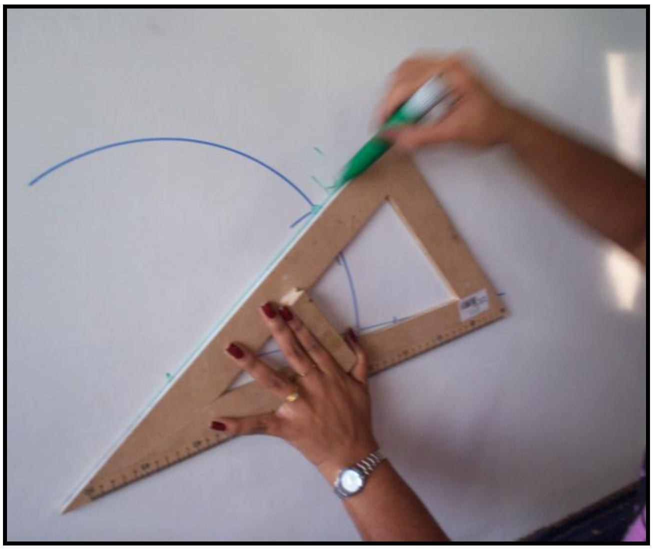


Figura 48: Traçado do segmento J’L’. Fonte: Autoras.

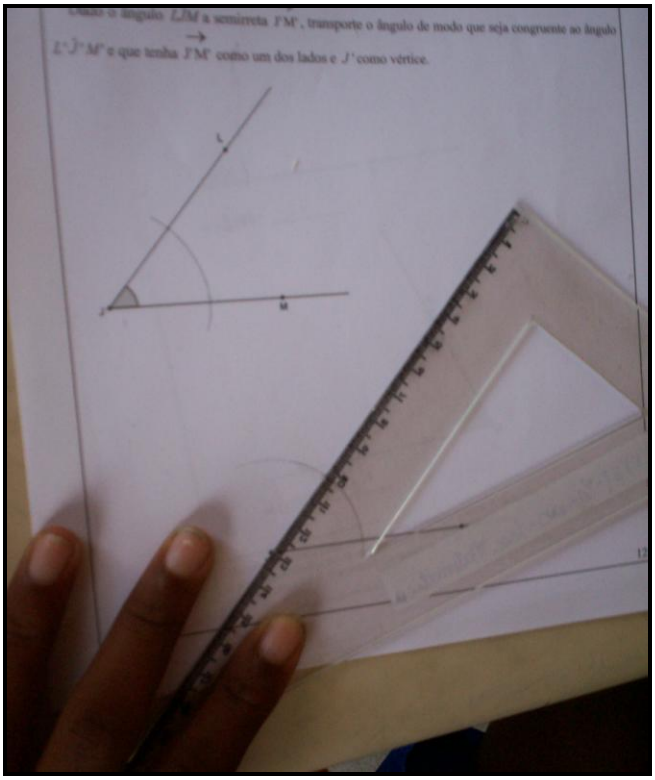


Figura 49: Traçado do segmento J’L’. Fonte: Autoras.

Ao terminar o traçado do transporte do ângulo, foi pedido aos alunos que, com o auxílio do transferidor, medissem os dois ângulos (Figura 50) e conferissem se estavam com a mesma medida.

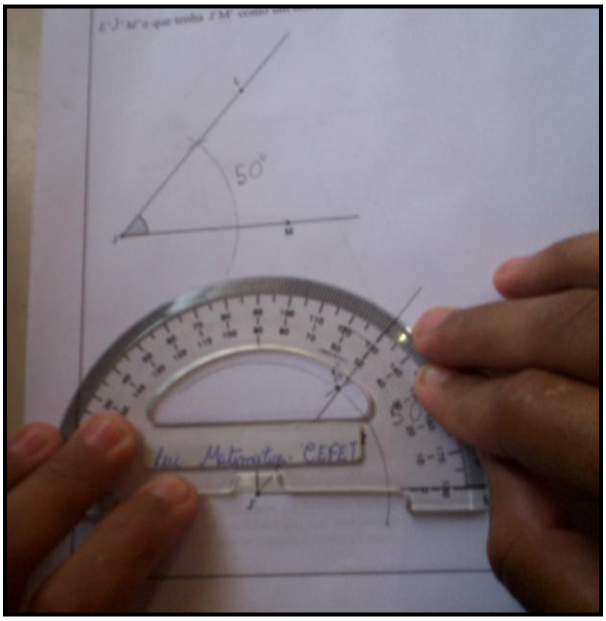


Figura 50: Aluno conferindo a medida dos ângulos.
Fonte: Autoras.

4.2.3 Terceiro Encontro

Aconteceu no dia 29 de setembro de 2010, com duração de 50 minutos e a presença de 10 alunos. Devido a uma reforma na escola, os alunos ficaram duas semanas sem fazer atividades. Assim, com o objetivo de revisar as *Atividades 1* e *2*, foi elaborada a *Atividade 3* (Apêndice D), na qual eram apresentadas imagens de ponto, reta, retas paralelas, retas perpendiculares, segmento de reta, ângulo, transferidor, compasso, esquadro de 60º e de 45º, para que os alunos fizessem o reconhecimento. Antes de entregar a atividade aos alunos, as professoras em formação avisaram que esta deveria ser feita sem consultarem uns aos outros, e que a mesma não seria corrigida em sala de aula.

Figura 51: Aluno resolvendo a Atividade 3. Fonte: Autoras.

Ao término da revisão, iniciou-se a proposta pedagógica deste trabalho. Foi entregue aos alunos a apostila intitulada *Estudando os Quadriláteros Notáveis* (Apêndice E). Para introduzir o conteúdo, uma das professoras em formação perguntou aos alunos o que eles entendiam por quadrilátero. Para completar a pergunta, perguntou-se já haviam ouvido a palavra ‘quadrilátero’. Um dos alunos falou “quadrado”. A professora em formação complementou, dizendo que quadrado seria um dos quadriláteros que iríamos estudar. A professora perguntou então o que representaria o “quadri” na palavra ‘quadriláteros’. Imediatamente a maioria dos alunos soube responder que seria “quatro”, e ao perguntar o que representaria “láteros”, também souberam responder que seria “lados”. Para concluir a ideia dos alunos, a professora disse que uma figura geométrica que apresenta quatro lados é chamada de quadrilátero. Ao terminar esta explicação, um aluno perguntou se existiam “triláteros”. A professora orientadora disse que tal denominação existia, mas não era usada. Para tal caso usamos a palavra ‘triângulo’.

Em seguida, foram dispostas no quadro diferentes figuras de cartolina (quadrado, losango, paralelogramo, retângulo, trapézio, pentágono, triângulo e um quadrilátero côncavo), (Figura 52) para que os alunos fizessem o reconhecimento daquelas que seriam quadriláteros. Neste momento foi possível perceber que eles compreenderam a definição de quadriláteros. Entre as figuras apresentadas havia um quadrilátero côncavo, então a professora explicou que tal quadrilátero recebia um nome especial, mas que estudaríamos apenas os convexos.

A recorrência à etimologia da palavra quadrilátero, acrescida de contraexemplos, mostrou-se eficiente na construção do conceito. A exploração do significado linguístico do termo, mesclada às imagens, suscitou uma situação didática adequada à formação de relações entre o sujeito – alunos e o objeto geométrico – quadrilátero, o que desencadeou o aprendizado do conceito em estudo (VYGOTSKY, 1993).

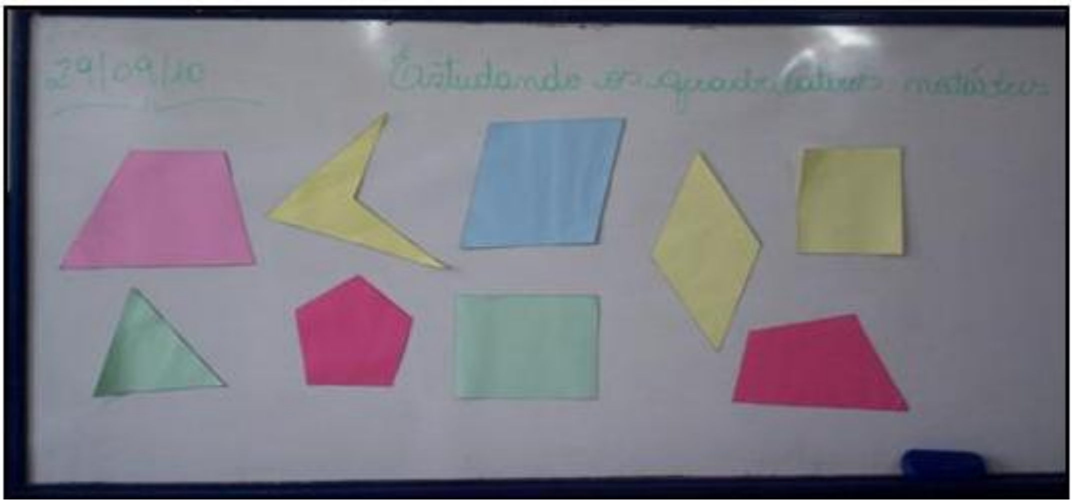


Figura 52: Figuras em cartolina.   Fonte: Autoras.

Para prosseguir com o estudo dos quadriláteros por meio das construções geométricas, seriam necessários pré-requisitos tais como os conceitos de diagonal, soma dos ângulos internos, segmentos congruentes, ângulos congruentes e bissetriz. Deste modo, optou-se por estudar tais objetos geométricos por meio da representação gráfica dos mesmos, em vez de apresentar a definição e a imagem relacionada. Esta conduta está em consonância com as ideias de Dias (1998a). Um quadrilátero qualquer, desenhado numa folha à parte (Figura 53), foi entregue aos alunos para que, por meio de construções e medições, construíssem os conceitos geométricos citados acima.

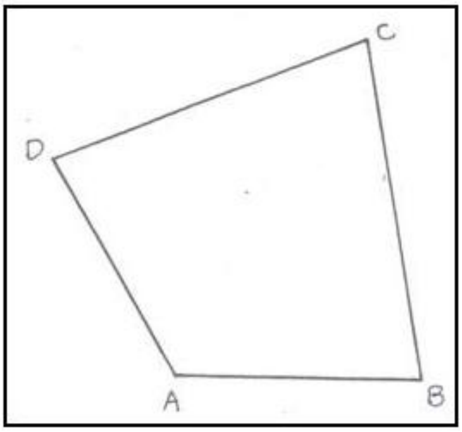


Figura 53: Quadrilátero qualquer.
Fonte: Autoras.

Neste momento, uma das professoras em formação perguntou aos alunos se eles sabiam o que era diagonal. A maioria disse não saber. Um aluno respondeu que era "uma linha meio torta", outro que é "uma reta caída". Então, a professora em formação explicou que diagonal de um quadrilátero é um segmento de reta que une um vértice ao vértice oposto, e foi então pedido que, com o auxílio da régua, traçassem o segmento (Figura 54).

Figura 54: Construção da diagonal feita por um aluno.
Fonte: Autoras.

Foi pedido também que, com o auxílio do transferidor, medissem todos os ângulos internos do quadrilátero (Figura 55), e que, em seguida, somassem esses ângulos. Por fim, concluiu-se que a soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero é 360º (Figura 56).

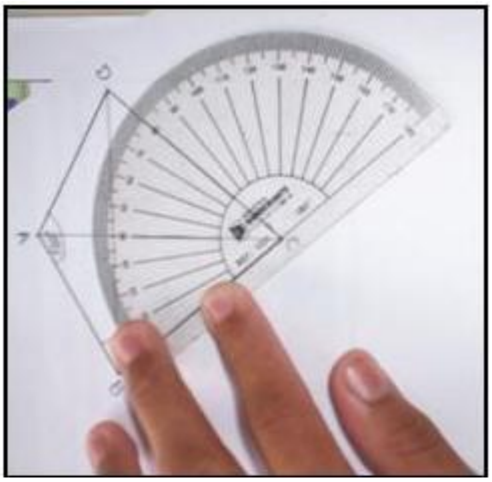
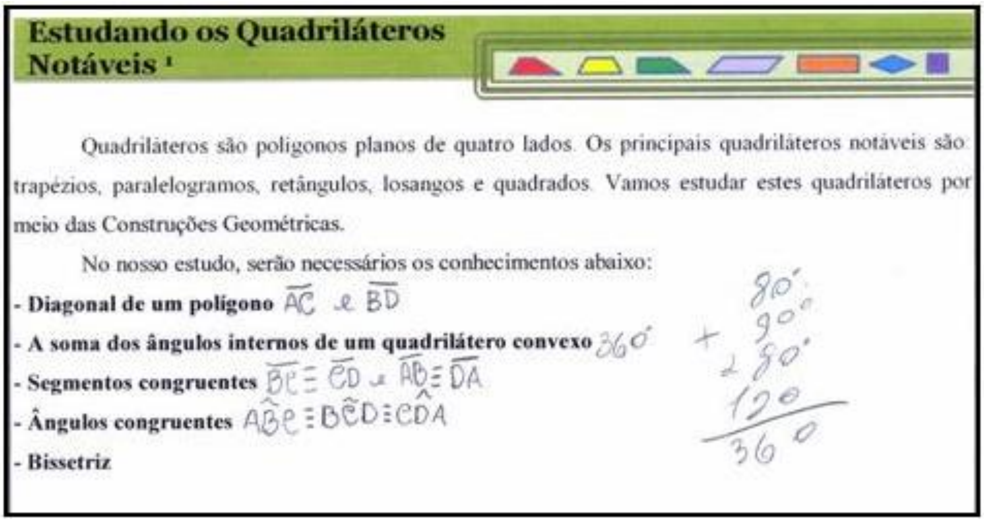


Figura 55: Aluno medindo o ângulo interno do quadrilátero. Fonte: Autoras.



Estudando os Quadriláteros Notáveis [1]

Quadriláteros são polígonos planos de quatro lados. Os principais quadriláteros notáveis são: trapézios, paralelogramos, retângulos, losangos e quadrados. Vamos estudar estes quadriláteros por meio das Construções Geométricas.

No nosso estudo, serão necessários os conhecimentos abaixo:

- **Diagonal de um polígono** $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$
- **A soma dos ângulos internos de um quadrilátero convexo** 360°
- **Segmentos congruentes** $\overline{BC} \equiv \overline{CD}$ e $\overline{AB} \equiv \overline{DA}$
- **Ângulos congruentes** $A\hat{B}C \equiv B\hat{C}D \equiv C\hat{D}A$
- **Bissetriz**

$$\begin{array}{r} 80° \\ 90° \\ +\ 80° \\ 120 \\ \hline 360 \end{array}$$

Figura 56: Registro feito pelo aluno da soma dos ângulos internos do quadrilátero.
Fonte: Protocolos de pesquisa.

A seguir, pediu-se aos alunos que medissem com a régua todos os lados do quadrilátero (Figura 57). Foi então perguntado se havia lados de mesma medida. Os alunos responderam que havia dois lados com a mesma medida. Foi dito então que tais segmentos são chamados de congruentes, termo este desconhecido por todos os alunos.

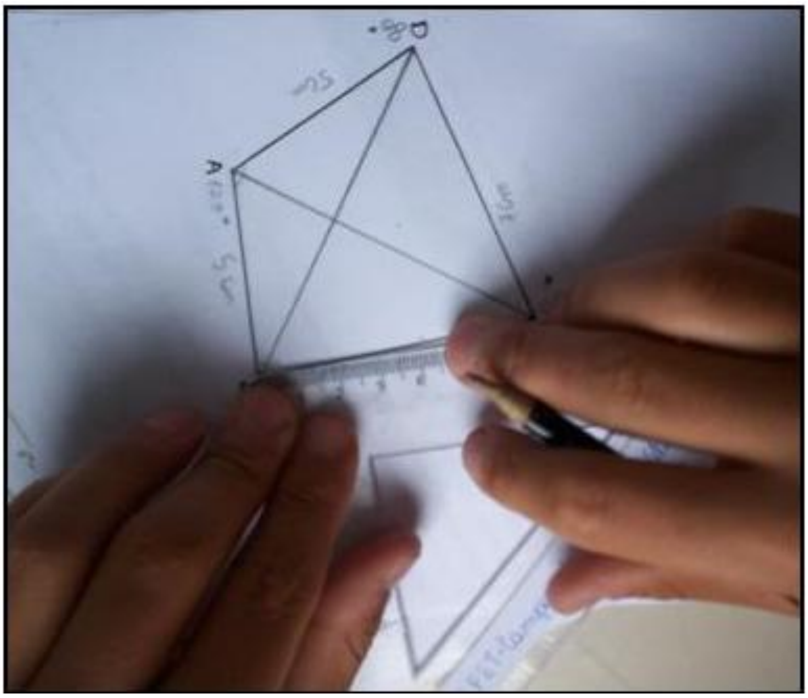


Figura 57: Aluno medindo os lados do quadrilátero. Fonte: Autoras.

Foi indagado ainda se havia ângulos de mesma medida. Os alunos responderam que sim, e as professoras disseram que estes ângulos são chamados de congruentes.

Os alunos não sabiam o que era bissetriz, então a professora explicou que bissetriz é uma semirreta que divide o ângulo em duas partes iguais. Como eles já haviam traçado a diagonal do quadrilátero, apenas pediu-se que medissem os ângulos formados entre cada diagonal e os lados adjacentes. Esta ação serviu para alertar aos alunos que nem sempre a diagonal será a bissetriz do ângulo. Porém, devido à desatenção dos alunos, provavelmente provocada pelo toque do sinal para o término da aula, esta percepção não foi alcançada.

Ao término do encontro as professoras em formação e a professora da turma concordaram que os alunos não compreenderam o conteúdo como esperado. Deste modo, foi decidido que o retomariam no próximo encontro, já que era de grande importância para as próximas atividades.

4.2.4 Quarto Encontro

Ocorreu no dia 01 de outubro de 2010, com duração de 1 hora e 40 minutos e a presença de 10 alunos.

Ao corrigir a *Atividade 3*, foi possível perceber que a maioria dos alunos estava confundindo reta, segmento de reta, retas paralelas e retas perpendiculares. Assim, antes de retomar o assunto do encontro anterior, uma das professoras em formação comentou com os alunos que, ao corrigir a atividade, percebera que eles haviam confundido determinadas definições, e que isto não poderia continuar acontecendo, pois tais definições seriam necessárias para as construções dos quadriláteros notáveis.

Diante disso, foi feita uma revisão, para a qual foi elaborado um cartaz (Figura 58) com a ilustração das figuras e seus respectivos nomes. Este cartaz foi concluído dentro de sala, junto com os alunos, pois nele estavam expostas apenas as figuras, e os nomes foram colocados em conjunto.

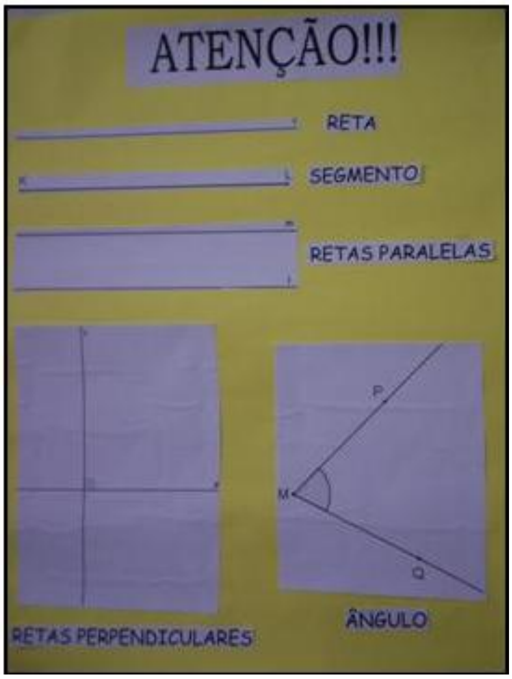


Figura 58: Cartaz das figuras. Fonte: Autoras.

O fato dos alunos não apresentarem rendimento satisfatório na atividade de revisão pode ser justificado pela interrupção no processo de assimilação e acomodação (PIAGET e INHELDER, 1993).

Foi entregue aos alunos a figura de um quadrilátero qualquer (Figura 59), semelhante à do encontro anterior, sendo que esta apresentava a marcação dos ângulos internos com arcos ao invés de letras. Também foi entregue uma folha (Figura 60) onde deveria ser feito o registro. Esta folha apresentava a identificação dos ângulos para que o aluno escrevesse a medida obtida com o auxílio do transferidor, e os demais conceitos estudados no quadrilátero qualquer, apresentados no encontro anterior.

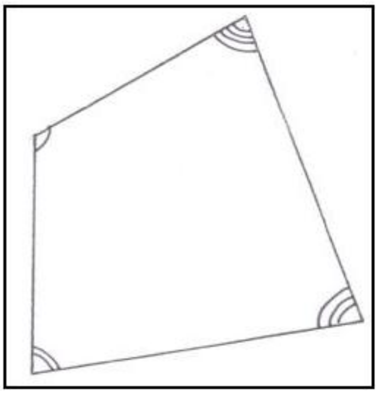
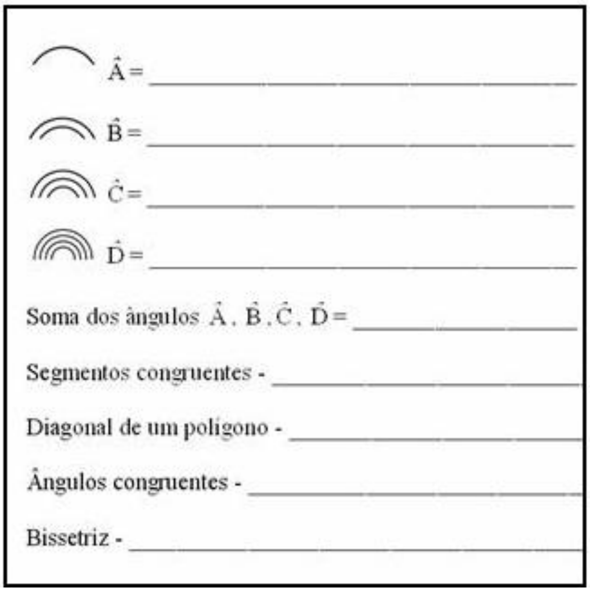


Figura 59: Quadrilátero com as marcações dos ângulos internos. Fonte: Protocolos de pesquisa.



$\hat{A} =$ ____________________

$\hat{B} =$ ____________________

$\hat{C} =$ ____________________

$\hat{D} =$ ____________________

Soma dos ângulos $\hat{A}$. $\hat{B}$. $\hat{C}$. $\hat{D} =$ ____________

Segmentos congruentes - ____________

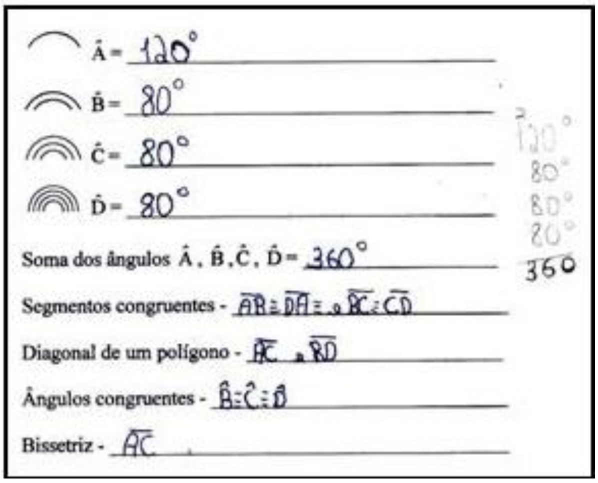
Diagonal de um polígono - ____________

Ângulos congruentes - ____________

Bissetriz - ____________

Figura 60: Ficha de registros. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Em um primeiro momento, os alunos mediram cada ângulo. A seguir, somaram todos estes ângulos para concluir que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero qualquer é igual a 360º (Figura 61). Também mediram cada lado do quadrilátero (Figura 62). Após traçarem a diagonal e identificarem quais ângulos eram congruentes, foi solicitado que recortassem a figura (Figura 63) para dobrar o quadrilátero pela diagonal (Figura 64), e, em seguida, pela bissetriz, a fim de verificar que estes elementos geralmente não coincidem. Os alunos conseguiram entender isso com facilidade por meio da dobradura, e um deles disse: “quando dobrou, dividiu e ficou 40º”.



Â = 120°

B̂ = 80°

Ĉ = 80°

D̂ = 80°

Soma dos ângulos Â, B̂, Ĉ, D̂ = 360°

Segmentos congruentes - $\overline{AB} \cong \overline{DA}$ e $\overline{BC} \cong \overline{CD}$

Diagonal de um polígono - $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$

Ângulos congruentes - $\hat{B} \cong \hat{C} \cong \hat{D}$

Bissetriz - $\overline{AC}$

120°
80°
80°
80°
360

Figura 61: Soma dos ângulos internos na ficha de registro. Fonte: Protocolos de pesquisa.

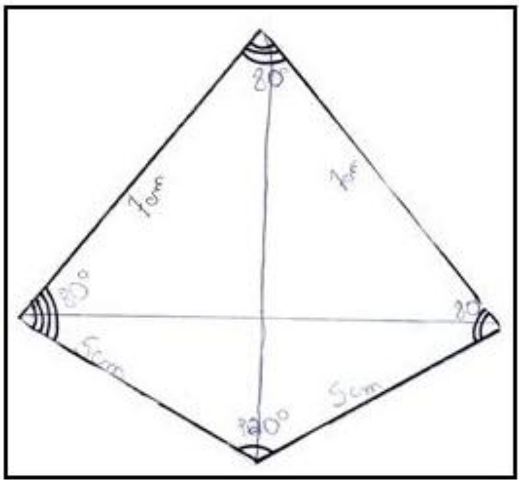


Figura 62: Registro das medidas dos lados do quadrilátero. Fonte: Protocolos de pesquisa.

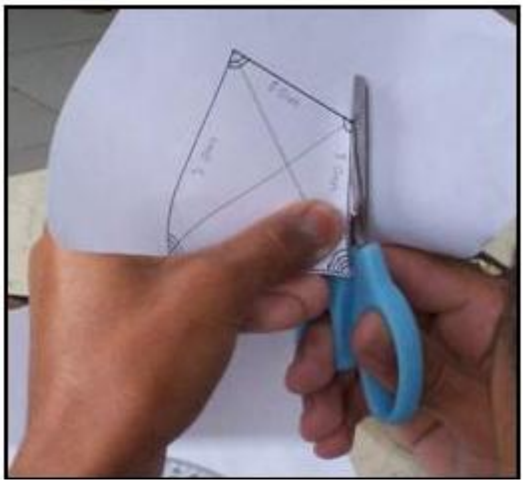


Figura 63: Recorte feito no quadrilátero.

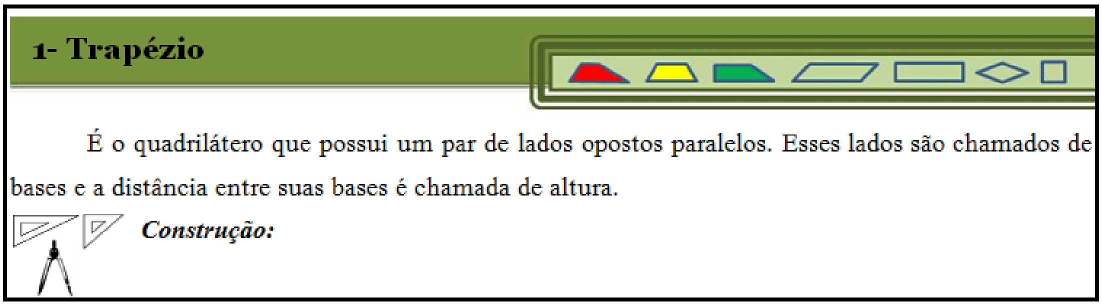
Fonte: Autoras.

Figura 64: Dobradura feita nas diagonais do quadrilátero. Fonte: Autoras.

Vale ressaltar que a ação de medição aliada à de dobradura possibilitou a construção de relações significativas entre o sujeito - alunos e os objetos geométricos - bissetriz de ângulo e diagonais, indicando que os alunos começavam a construir tais conceitos geométricos (VYGOTSKY, 1993).

Após esta retomada de conteúdos do encontro anterior, foi iniciada a construção dos quadriláteros. Uma das professoras em formação perguntou se algum dos alunos já ouvira falar em trapézio. Eles responderam que não, mas conheciam o quadrado.

Para a construção do Trapézio, tópico 1 da atividade *Estudando os Quadriláteros Notáveis*, leu-se a definição com os alunos e foi proposto que construíssem um trapézio baseando-se na definição dada (Figura 65).



1- Trapézio

É o quadrilátero que possui um par de lados opostos paralelos. Esses lados são chamados de bases e a distância entre suas bases é chamada de altura.

Construção:

Figura 65: Definição de Trapézio. Fonte: Autoras.

Foi perguntado aos alunos como fariam para construir os lados paralelos do trapézio. Um deles disse: “com a régua”, mas a pergunta desencadeou o diálogo a seguir, onde P representa a fala da (s) professora (s) em formação e A, a fala dos alunos. Esta notação será usada a partir deste ponto, em todos os diálogos.

P: Como traço uma reta paralela?

A: Com o esquadro.

P: Como? (perguntando a posição em que deveria estar o esquadro)

A: Bota um de apoio, caminha, solta, tira e traça.

A professora seguiu todo o processo dito pelo aluno. Em seguida, continuou o diálogo.

P: Para ser quadrilátero, a figura tem que apresentar quantos lados?

A: Quatro.

P: Então como faço para fechar?

A: Com a régua.

Assim, a professora foi "fechando" os lados do quadrilátero, conforme solicitado pelo aluno. Paralelamente ao diálogo, os alunos construíam passo a passo o trapézio escaleno, como se pode observar nas Figuras 66, 67, 68 e 69.

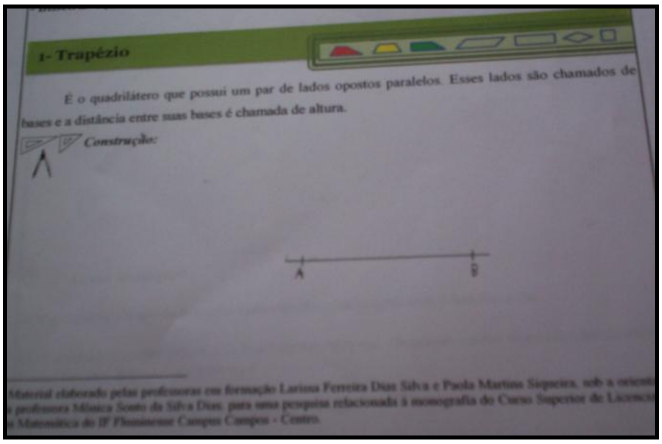


Figura 66: Segmento de reta. Fonte: Autoras.

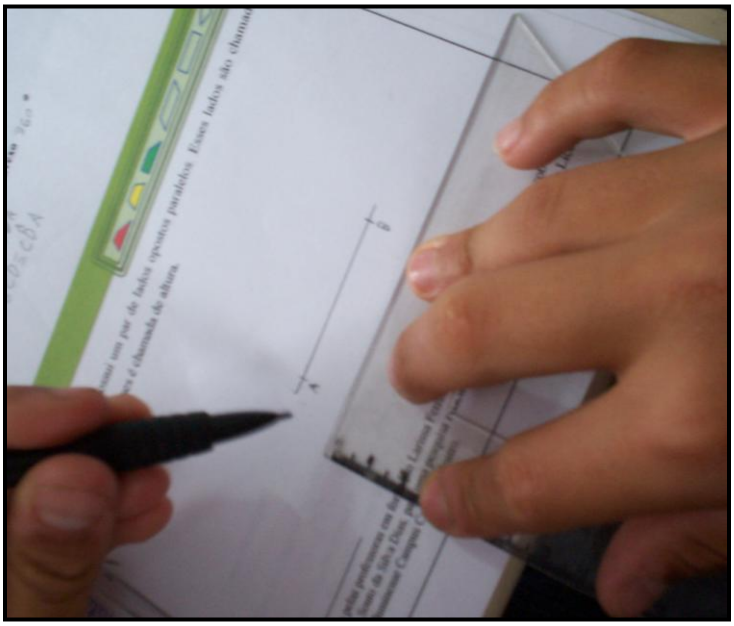


Figura 67: Aluno traçando a reta paralela. Fonte: Autoras.

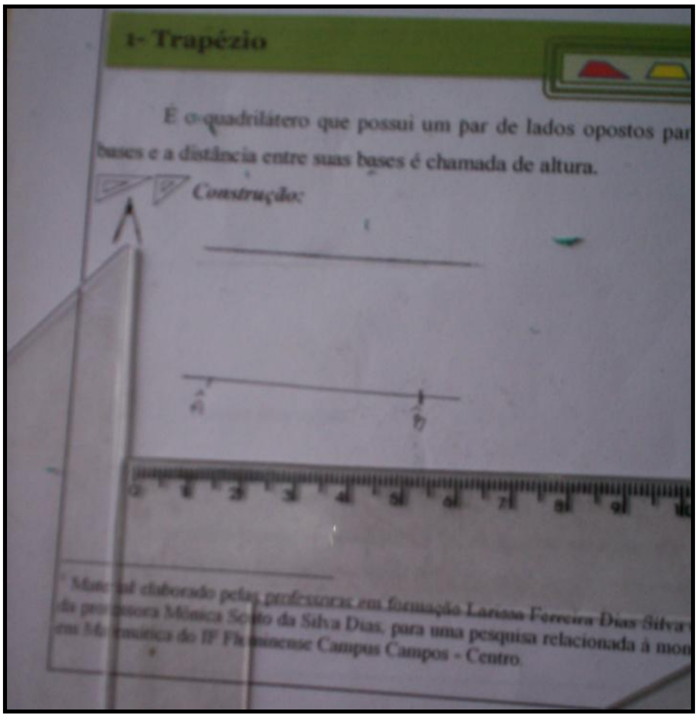


Figura 68: Aluno concluindo a construção do trapézio.
Fonte: Autoras.

Figura 69: Aluno concluindo a construção do trapézio. Fonte: Autoras.

Cada aluno obteve um trapézio diferente, tanto em relação às medidas quanto à posição das bases, o que foi percebido por eles. Um aluno chegou a apagar a sua construção por pensar que estava errada. Uma das professoras em formação esclareceu que os trapézios eram diferentes porque cada um havia escolhido medidas distintas, como mostra a figura 70.

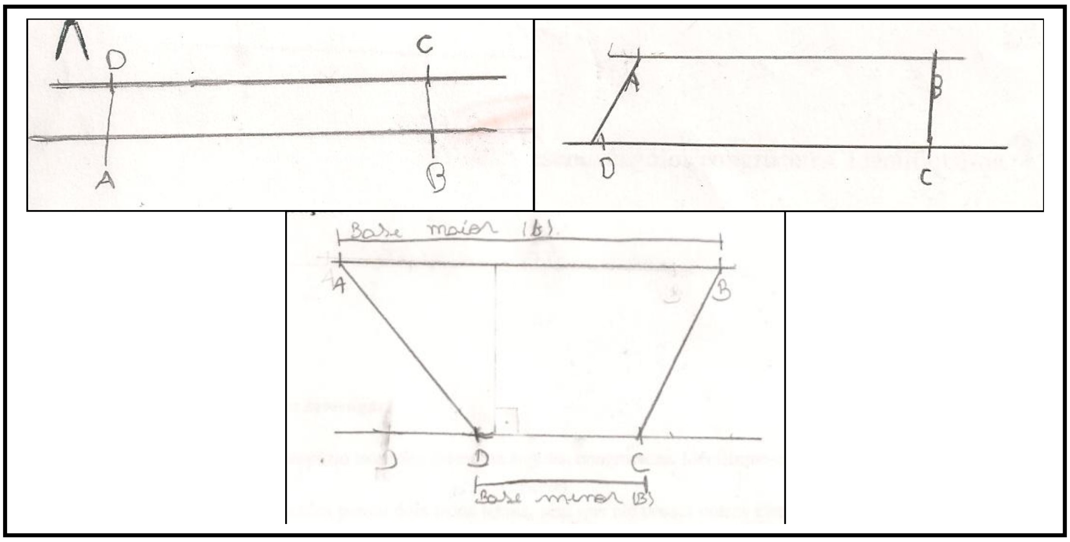
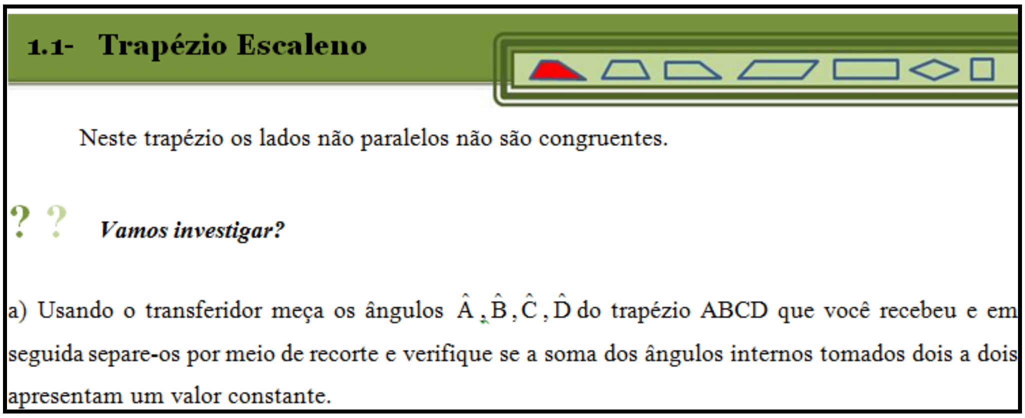


Figura 70: Algumas construções feitas por alguns alunos. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Posteriormente à construção, uma das professoras em formação comentou que alguns trapézios, devido às suas características, recebem nomes especiais, sendo classificados em escalenos, isósceles e trapézios retângulos.

No tópico 1.1- Trapézio Escaleno (Figura 71) foi feita a leitura da definição, afirmando que o trapézio construído anteriormente por eles se enquadrava nas características deste.


1.1- Trapézio Escaleno

Neste trapézio os lados não paralelos não são congruentes.

? ? *Vamos investigar?*

a) Usando o transferidor meça os ângulos $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$ do trapézio ABCD que você recebeu e em seguida separe-os por meio de recorte e verifique se a soma dos ângulos internos tomados dois a dois apresentam um valor constante.

Figura 71: Definição do Trapézio Escaleno. Fonte: Autoras.

Iniciou-se a investigação da propriedade do trapézio qualquer. Para isso foi distribuída aos alunos a figura de um trapézio qualquer (Figura 72), solicitando que medissem os ângulos com o transferidor (Figura 73), e os separassem por meio de recorte (Figura 74), a fim de verificar se a soma dos ângulos tomados dois a dois apresentava valor constante (Figura 75).

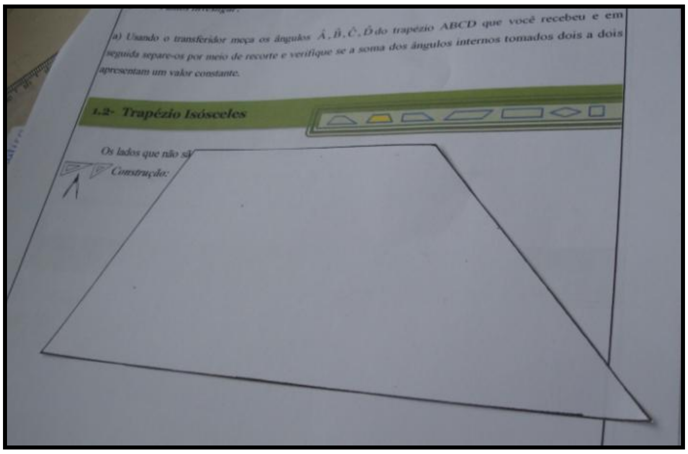


Figura 72: Trapézio qualquer. Fonte: Autoras.

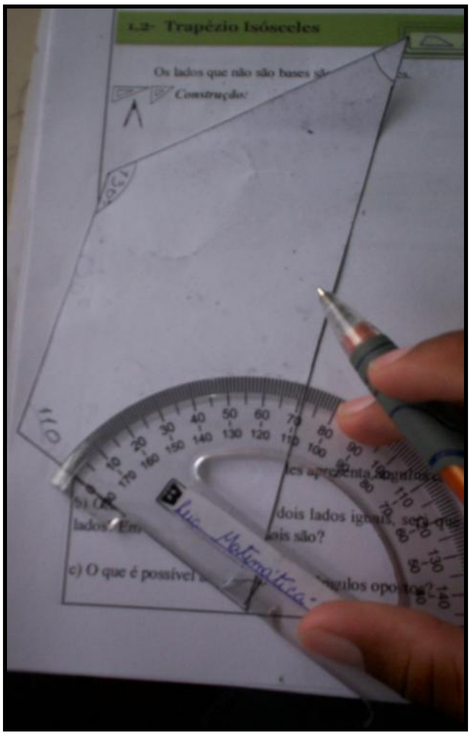


Figura 73: Aluno medindo os ângulos.
Fonte: Autoras.

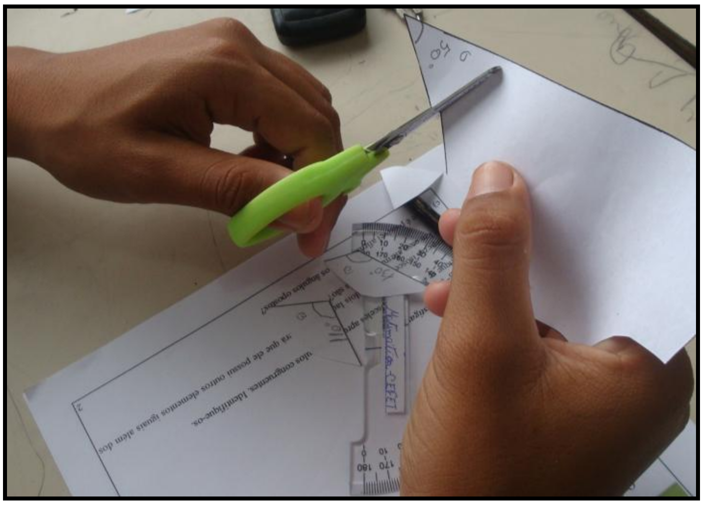


Figura 74: Aluno recortando os ângulos. Fonte: Autoras.

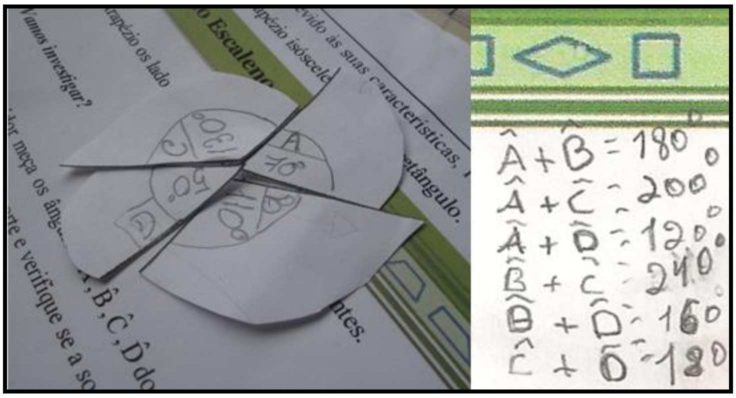


Figura 75: Organização dos ângulos para verificar um valor constante e registro dos cálculos. Fonte: Autoras.

Os alunos agruparam os ângulos de modo adjacente (Figura 76), dois a dois, e somaram suas medidas.

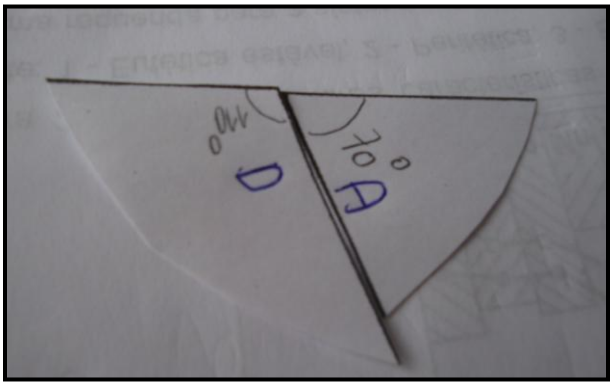


Figura 76: Disposição dos ângulos dois a dois, feita por um aluno. Fonte: Autoras.

4.2.5 Quinto Encontro

Ocorreu no dia 20 de outubro, com duração de 1 hora e 40 minutos e a presença de 11 alunos.

A aula foi iniciada retomando a construção feita no tópico 1- Trapézio, com o objetivo de identificar a base maior, a base menor e a altura. Para isso, uma das professoras em formação solicitou primeiramente a leitura da definição do trapézio. Em seguida, colou no quadro a figura do trapézio (Figura 77), perguntando aos alunos qual seria a base maior e qual a base menor. Um aluno respondeu que eram “os lados inclinados”. Então, a professora retomou a definição, chamando a atenção para o fato de que as bases de um trapézio são paralelas. Após os alunos identificarem-nas corretamente, registraram-nas em sua folha (Figura 78).

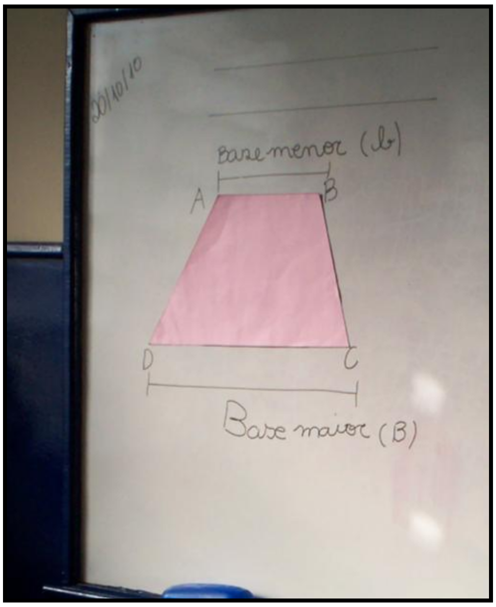


Figura 77: Figura do trapézio. Fonte: Autoras.

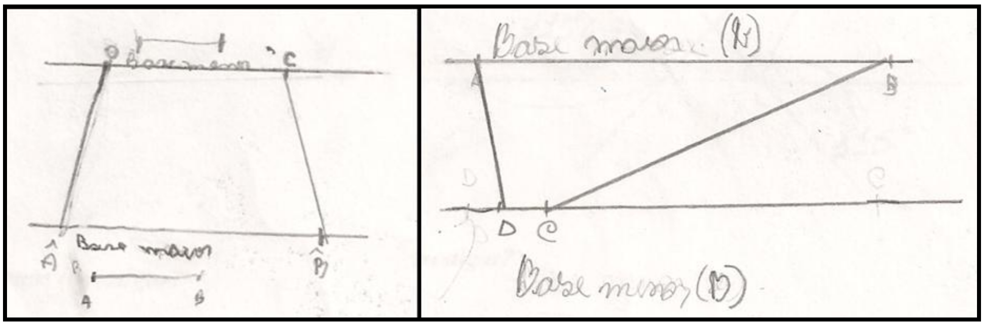


Figura 78: Registro da construção de dois alunos. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Antes de definir altura de trapézio, a professora em formação perguntou: “Vocês sabem o que é altura?”. Os alunos não responderam. Ela esclareceu então que a altura do trapézio é a distância entre as bases. Em seguida, perguntou “Como vamos medir essa altura?”. Diante do silêncio da turma, a professora perguntou aos alunos como eles posicionariam uma fita métrica para medir a altura, se a usariam na posição horizontal, vertical ou inclinada. Eles disseram “em pé”. A partir disto, retomou a definição de altura do trapézio, chamando a atenção para o que eles disseram sobre altura e também mostrando que esta é perpendicular à base (Figura 79). Este fato confirma o que Dias (1998a) relata a respeito do fato dos alunos já possuírem um conceito de altura de qualquer objeto.

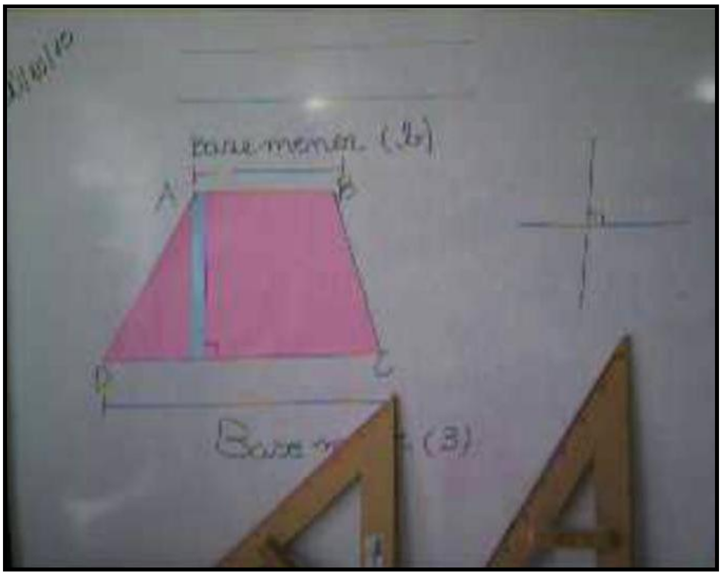


Figura 79: Conceituando altura do trapézio.   Fonte: Autoras.

Logo em seguida foi feita a leitura da definição do Tópico 1.2- Trapézio Isósceles (Figura 80), enfatizando para os alunos que os lados não paralelos eram congruentes.

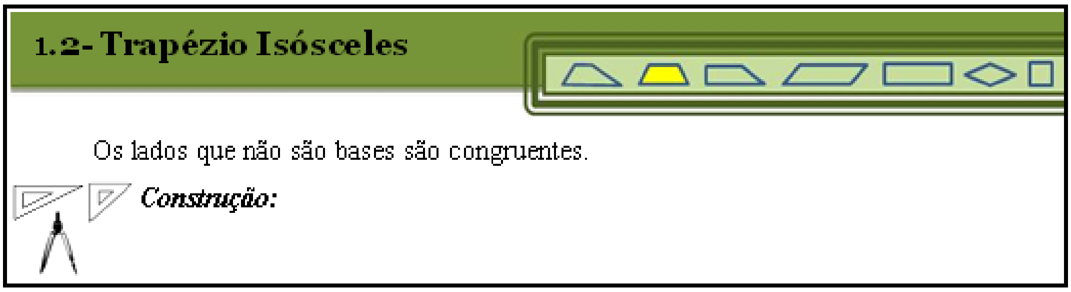


Figura 80: Definição do Tópico 1 Trapézio Isósceles.   Fonte: Autoras.

Após a leitura, perguntou-se aos alunos como seria iniciada essa construção. Como nenhum deles respondeu, uma das professoras em formação afirmou que, segundo a definição apresentada, sabia-se que os lados que não são bases eram congruentes, mas também alertou que eles já sabiam outra coisa sobre qualquer trapézio: que suas bases são paralelas.

Foi perguntado como seria possível construir as bases paralelas, e um dos alunos respondeu “primeiro a reta e depois a paralela”. Foi então desenhada uma reta marcando dois pontos, e em seguida traçou-se uma paralela a ela (Figura 81).

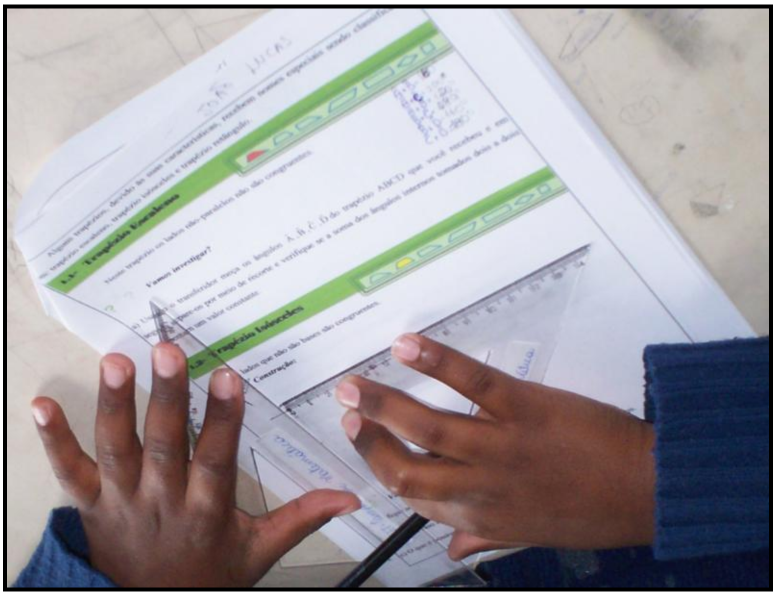


Figura 81: Aluno traçando as retas paralelas. Fonte: Autoras.

Depois, foi perguntado à turma como fariam para que os lados fossem congruentes. Os alunos ficaram em silêncio no primeiro momento, e logo depois falaram “com a régua”. Então, uma das professoras em formação perguntou o que garantiria que os lados seriam iguais. A turma se manteve em silêncio. Assim, a professora em formação comentou “vocês se lembram quais instrumentos que estão sobre a sua mesa e que utilizamos para transportar medidas?”. Eles responderam “o transferidor” e logo depois “o compasso”.

Diante das respostas, a professora em formação comentou que utilizaria o compasso para construir os lados que não são as bases, de forma que ficassem congruentes. Para isso deveriam fixar a ponta seca do compasso no primeiro ponto marcado na reta e abrir o compasso com abertura maior do que a distância entre as retas paralelas (Figura 82), ou seja, as bases, construindo um arco que intersectaria a reta que continha a outra base. Prosseguindo, este procedimento deveria ser repetido para o outro ponto da reta, tomando o cuidado de manter a mesma abertura do compasso.

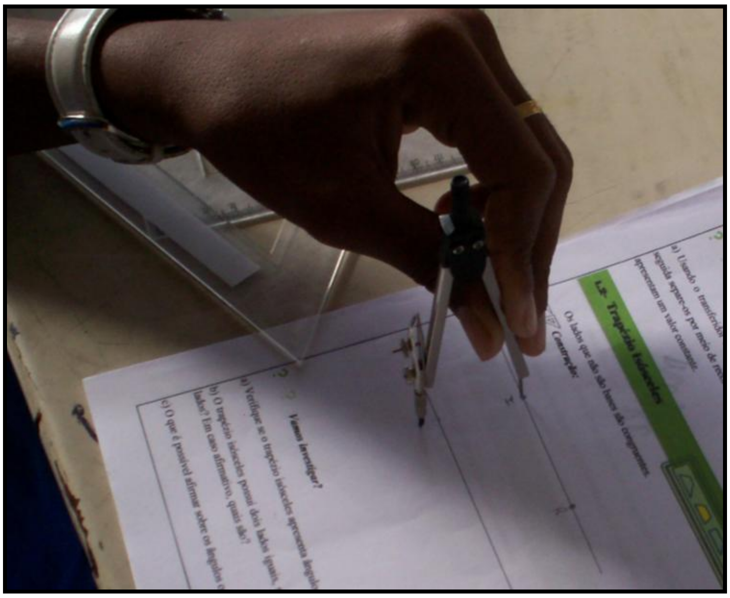


Figura 82: Processo de construção dos lados congruentes do trapézio. Fonte: Autoras.

Ao finalizarem, as professoras em formação verificaram a construção feita por cada aluno, e constataram que havia um erro considerável nas medidas dos lados congruentes (Figura 83), em grande parte das construções. Este erro se deu no momento do transporte da medida do outro lado não base, pois foi possível perceber que os alunos estavam modificando a abertura do compasso no momento de transportar tal medida. Este erro talvez tenha sido gerado pela falta de habilidade na utilização do instrumental de desenho. Deste modo, as professoras em formação resolveram refazer a construção (Figura 84) com os alunos, alertando-os para minimizar o erro no transporte do segmento, segurando o compasso na haste que tem a ponta seca, e não em ambas.

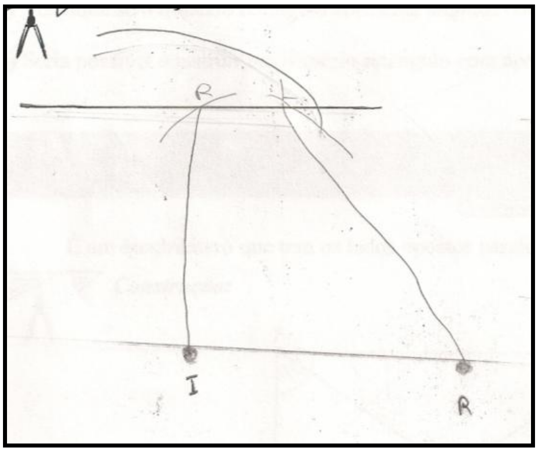


Figura 83: Construção dos lados à mão livre.
Fonte: Protocolos de pesquisa.

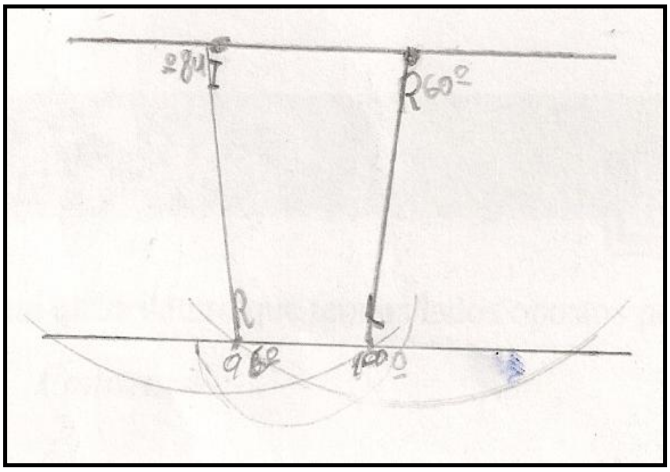


Figura 84: Construção dos lados com erro de transporte da medida. Fonte: Protocolos de pesquisa.

É importante destacar que as professoras em formação orientaram os alunos para que não apagassem a construção com erro de medida, refazendo-a no verso da folha.

Quando os alunos refizeram a construção, foi possível perceber que houve, quando muito,erros mínimos de precisão (Figura 85). Logo em seguida foi iniciada a investigação, na qual os alunos não apresentaram dificuldade. Um dos alunos, ao responder o item c, fez a conta para provar sua resposta (Figura 86).

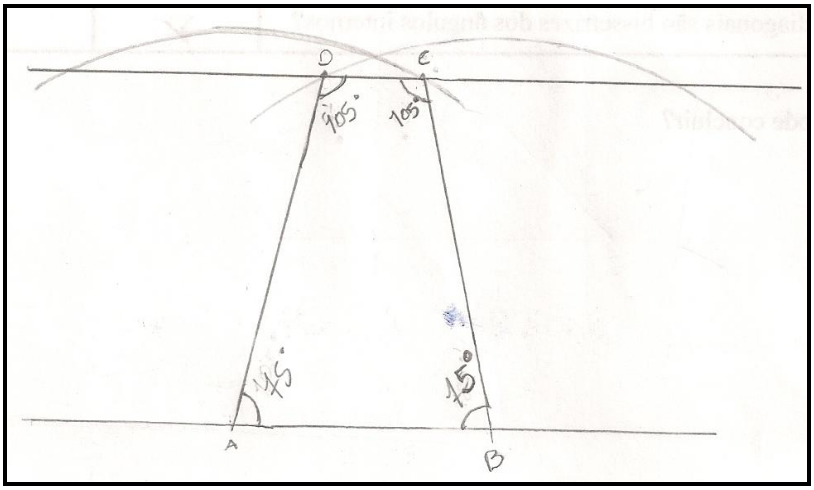


Figura 85: Construção com erro mínimo de precisão. Fonte: Protocolos de pesquisa.

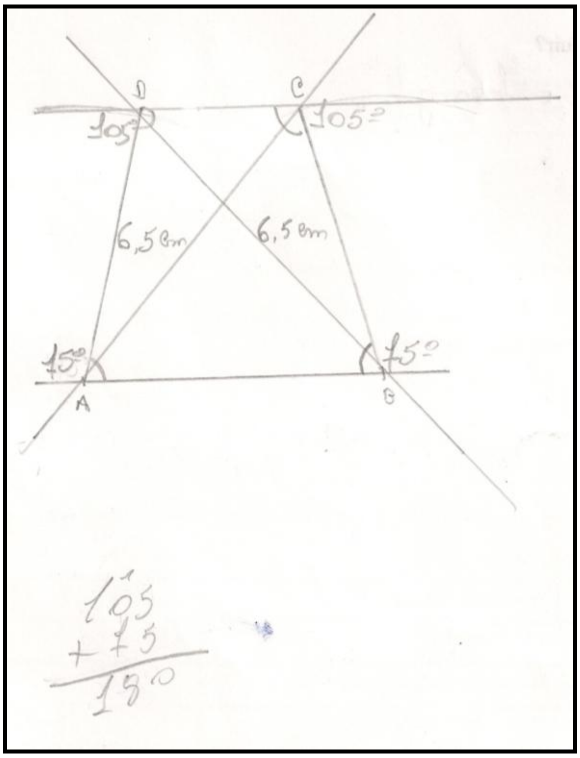


Figura 86: Cálculo feito pelo aluno para provar sua resposta. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Nesta aula, os alunos estavam inquietos, tornando o trabalho inviável. Sendo assim, a orientadora propôs, junto com as professoras em formação e a regente da turma, dividi-la em dois grupos, A e B. Cada professora em formação ficaria responsável por um determinado grupo, em ambientes físicos diferentes. Esta atitude foi uma tentativa de minimizar os problemas de indisciplina. Neste momento, gerou-se um novo problema: o espaço físico da escola não comportava muitas salas de aula, e no horário desta atividade, todas as salas estavam ocupadas. A solução foi alocar um grupo na sala de aula e o outro no refeitório da escola. Esta divisão permaneceu até o término da *Atividade 4*.

4.2.6 Sexto Encontro

Aconteceu no dia 27 de outubro de 2010, com duração de 1 hora e 40 minutos e a presença de 10 alunos, sendo 5 do grupo A e 5 do grupo B.

No grupo A, a aula foi iniciada com a construção do Trapézio Retângulo, tópico 1.3 (Figura 87) sendo feita a leitura da definição com os alunos.

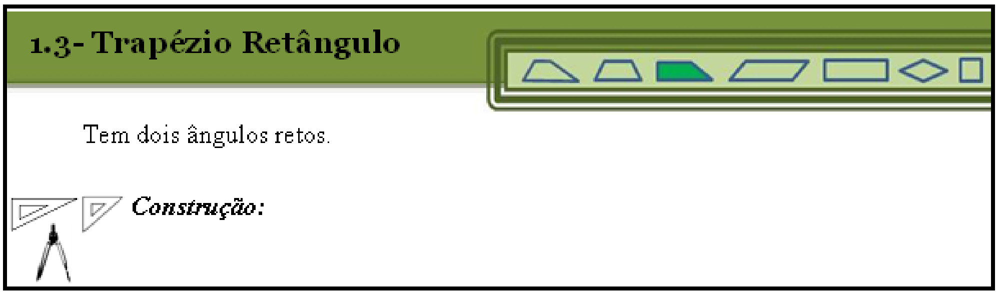


Figura 87: Tópico 1.3- Trapézio Retângulo. Fonte: Autoras.

Foi perguntado aos alunos o que fariam para iniciar esta construção. Uma vez que ficaram em silêncio, foi recordado que já sabiam algo sobre as bases dos trapézios. Perguntou-se o que seria feito para construir estas bases, e um aluno lembrou-se das retas paralelas. Foi feita, então, a construção das retas paralelas. Em seguida, indagou-se aos alunos quais eram as retas que formavam ângulos retos. Um deles falou “aquela que se cruza”. Uma das professoras em formação acrescentou que eram as retas perpendiculares. Assim, solicitou-se aos alunos que construíssem uma reta perpendicular às retas paralelas já construídas, e foi-se perguntando como seria ‘fechada’ a figura. Os alunos perceberam que no trapézio há sempre um lado oblíquo às bases (‘inclinado’).

Com base no exposto acima, pôde-se constatar que os alunos já começavam a assimilar o conceito de retas paralelas, pois referiram-se a elas corretamente. Contudo, ainda havia um caminho a percorrer para a compreensão completa do significado de retas perpendiculares. Note, que neste momento do trabalho, ainda persistia apenas uma das características das retas perpendiculares: a sua concorrência em um ponto.

Nas Figuras 88 e 89, há construções desse quadrilátero, feitas por alunos. Merecem destaque, em ambos, a indicação da medida de cada ângulo e a representação do ângulo reto.

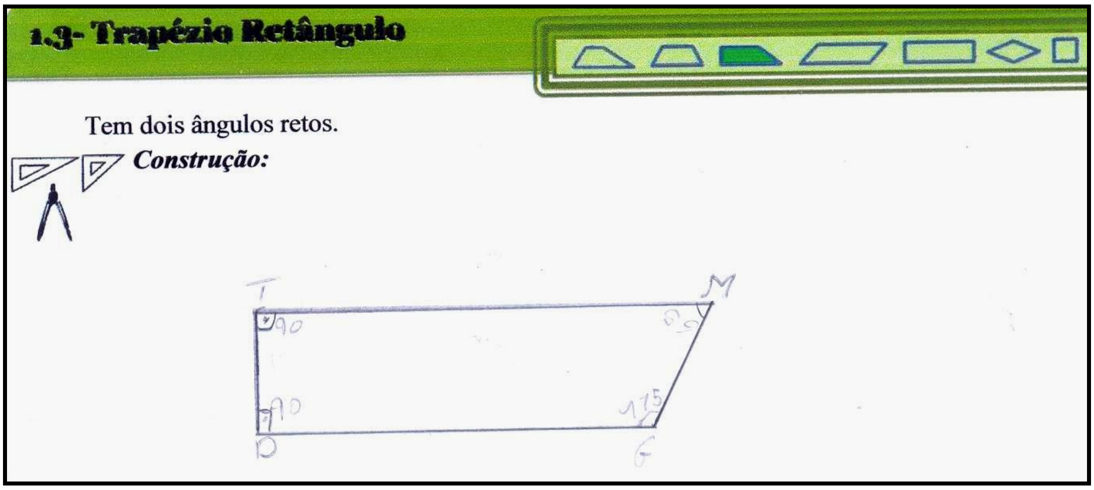


Figura 88: Construção feita por um aluno. Fonte: Protocolos de pesquisa.

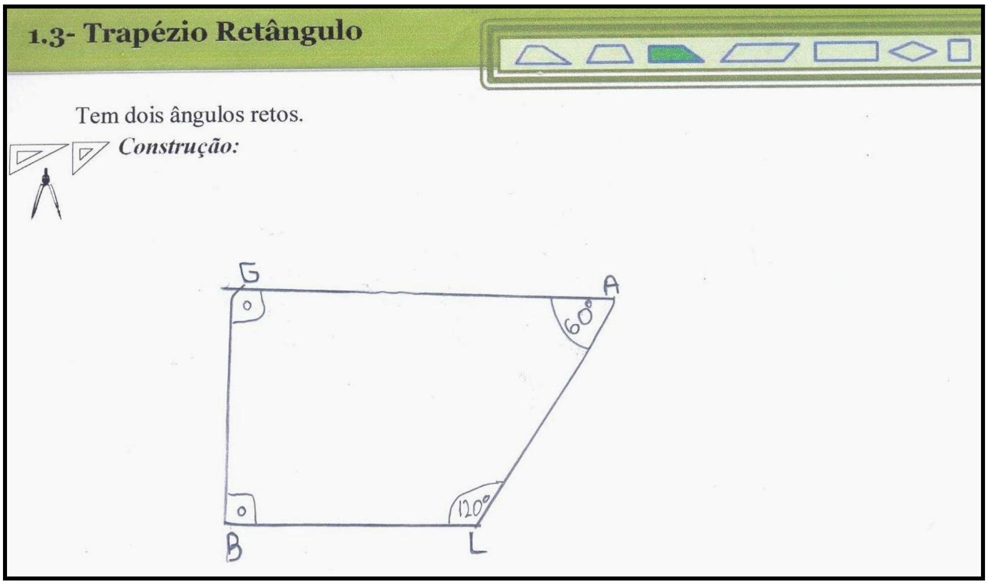


Figura 89: Construção feita por outro aluno. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Posteriormente à construção desse quadrilátero, a partir da leitura da definição teve início a construção do Paralelogramo - Tópico 2 (Figura 90).

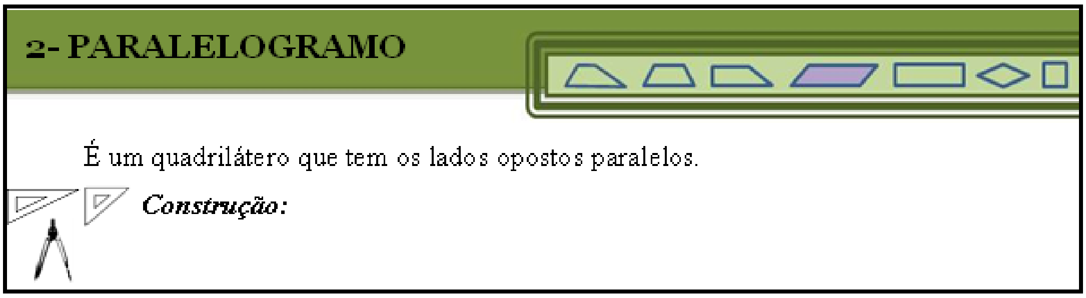


Figura 90: Tópico 2 - Paralelogramo. Fonte: Autoras.

Os alunos começaram a construção traçando um par de lados opostos paralelos. Em relação ao outro par, a maioria desenhou segmentos oblíquos aos já construídos (Figura 91).

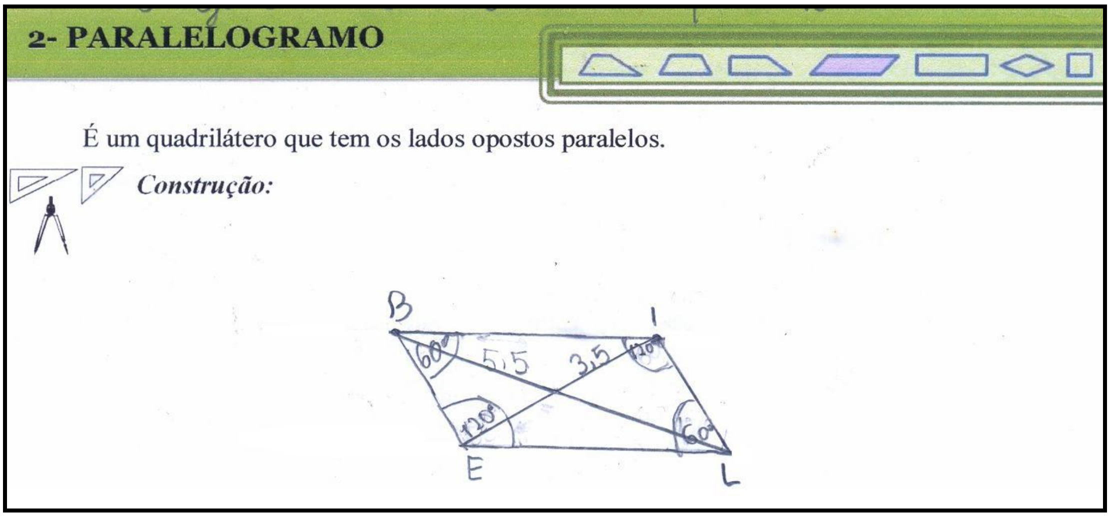


Figura 91: Construção do paralelogramo feita por um aluno do grupo A. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Um aluno, provavelmente sem intenção, construiu um retângulo (Figura 92). Ao perceber que sua construção estava diferente dos outros, logo quis apagá-la. Uma professora em formação interveio, afirmando que a construção também estava correta. Então, chamou a atenção dos outros alunos para o fato de que, na construção feita pelo colega, os lados opostos também eram paralelos, portanto o quadrilátero construído também era um paralelogramo. Este fato, não planejado pelas professoras em formação, possibilitou discutir a relação de inclusão existente entre os conjuntos dos retângulos e dos paralelogramos. Note que esta situação só foi possível porque permitiu-se a cada aluno fazer sua própria construção a partir da compreensão da definição de paralelogramo, criando uma situação de desequilíbrio (PIAGET e INHELDER, 1993).

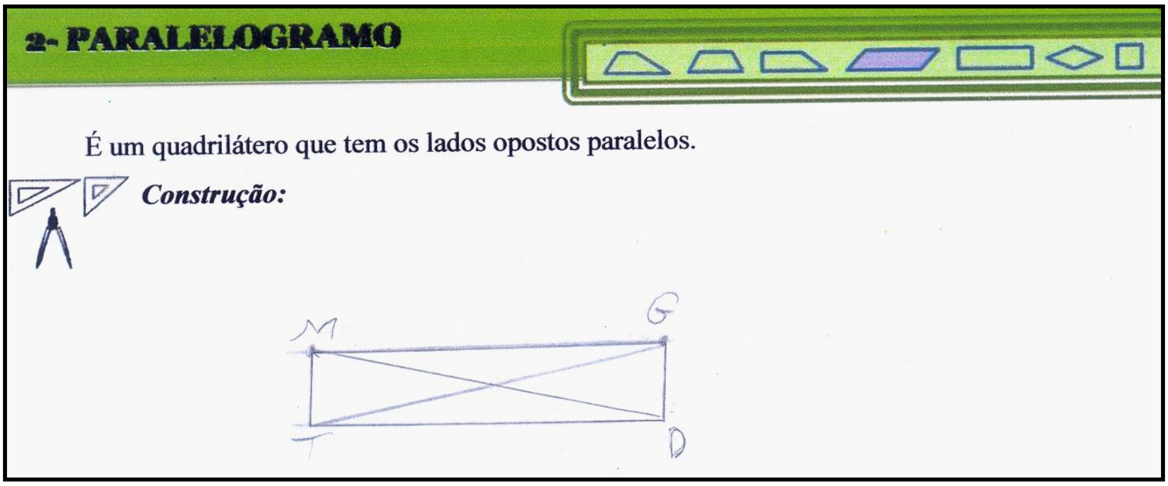


Figura 92: Construção do retângulo feita por um aluno do grupo A. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Para dar início à construção do Retângulo- tópico 3 (Figura 93), foi feita a leitura da definição com os alunos.

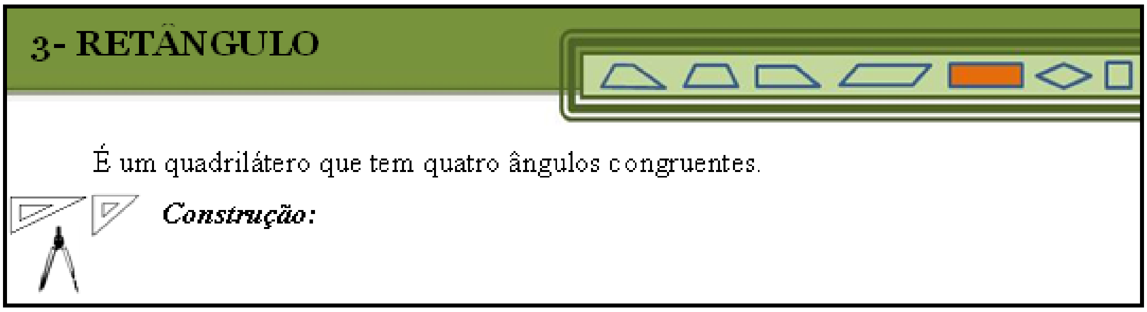


Figura 93: Tópico 3 - Retângulo. Fonte: Autoras.

Antes de iniciar a construção, discutiu-se com os alunos sobre a medida de cada ângulo do retângulo. Sabendo que este quadrilátero tem quatro ângulos congruentes, por definição, uma das professoras em formação indagou: “como vamos fazer para descobrir quanto vale cada ângulo desse quadrilátero?”. Os alunos nada responderam. A professora acrescentou, perguntando: “quanto é a soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero?” Um dos alunos lembrou-se e disse 360º. Pediu-se então que eles dividissem 360 por 4, e o resultado da divisão seria o valor de cada ângulo interno do retângulo (Figura 94). Feito isto, foi comentado com os alunos que, apenas com as retas perpendiculares, seria possível construir este quadrilátero, e eles foram auxiliados na construção.

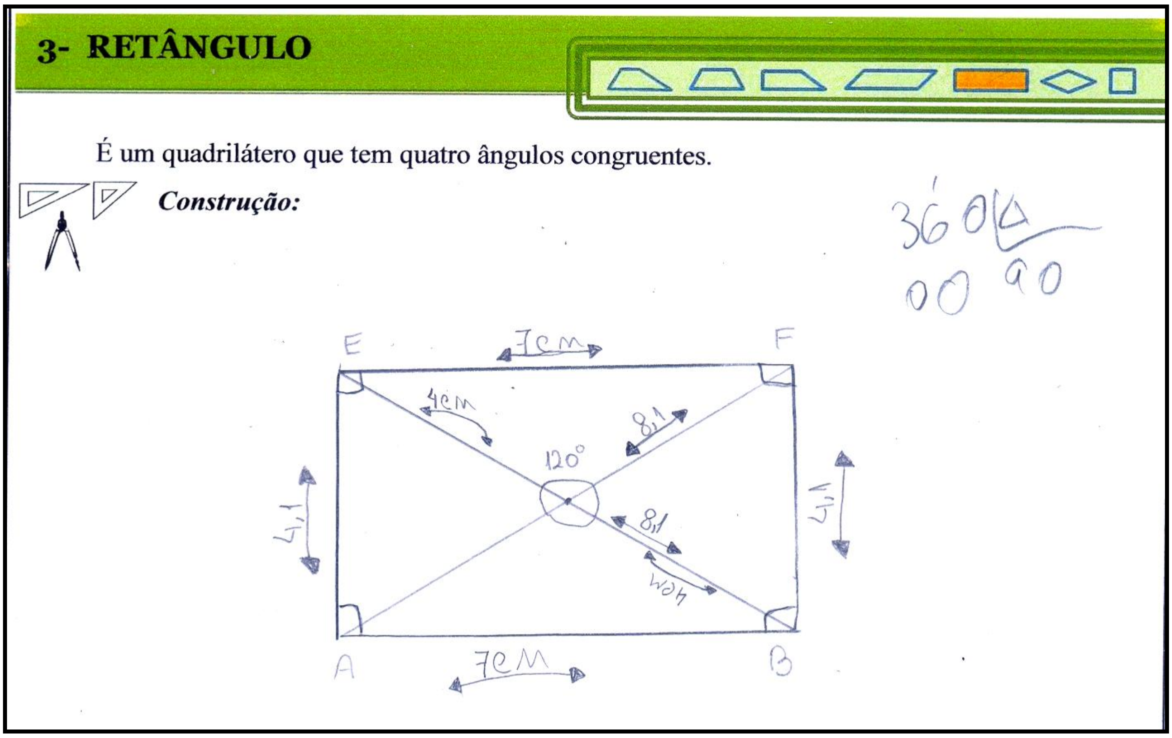


Figura 94: Construção do retângulo feita por um aluno do grupo A. Fonte: Protocolos de pesquisa.

No grupo B, iniciou-se a aula com a leitura da definição do trapézio retângulo, seguida de sua construção. A seguir tem-se o diálogo desta construção, com a notação já citada.

P: como poderíamos iniciar a construção?

A: faz uma reta e marca um ponto.

(A professora fez o que o aluno havia sugerido.)

P: E agora, o que faremos?

(Após um curto período de silêncio.)

A: Constrói aquela reta, paralela.

P: Agora está faltando o ângulo de 90°, como iremos fazer para construir?

(Os alunos nada responderam.)

P: Qual instrumento utilizamos para traçar ângulo?

A: O transferidor.

P: Temos apenas o transferidor para construir o ângulo de 90°? Vocês não se lembram do nome das retas que formam um ângulo de 90º?

A: Perpendicular.

Logo após o diálogo, alguns alunos posicionaram o par de esquadros corretamente para traçar a reta perpendicular. Em seguida, um deles percebeu que, ao traçar a reta perpendicular a uma das retas, na reta paralela logo surgia outro ângulo de 90º. Este episódio realça a contribuição do desenho geométrico para a construção do conceito de retas perpendiculares, especificamente. No início das atividades, os alunos relacionavam retas perpendiculares a retas que se cruzam. Após várias construções de retas perpendiculares utilizando transferidor e par de esquadros, eles já apresentavam indícios de que começavam a elaborar tal conceito. É verdade que ainda não mencionavam o nome "perpendiculares" de modo imediato ao serem questionados, mas relacionavam-nas às características corretas e sabiam representá-las graficamente. A dificuldade com a palavra nos remete ao que Vygotsky (1993) afirma sobre ser a linguagem a última expressão a desenvolver-se, e que isto só é possível se o aluno construiu relações significativas com o objeto.

No item b (Figura 95) da investigação, um aluno respondeu que seria possível construir apenas um ângulo de 90°. Diante da resposta do aluno, a professora em formação explicou que, quando se tem duas retas paralelas, ao traçar uma reta perpendicular a uma delas, esta será perpendicular também à outra, formando dois ângulos de 90°, na intersecção do par de paralelas com sua perpendicular.

? ? ***Vamos investigar?***

a) Verifique se o trapézio retângulo apresenta ângulos congruentes. Identifique-os.

b) Seria possível construir um trapézio retângulo com apenas um ângulo reto?

Figura 95: Investigação do trapézio retângulo. Fonte: Autoras.

Na construção do paralelogramo, pediu-se que um dos alunos lesse a definição. Após a leitura, um deles perguntou o que eram lados opostos. Após a explicação da professora, os alunos iniciaram a construção, traçando os pares de lados paralelos e utilizando corretamente o par de esquadros, sob a orientação da professora em formação.

Depois que os alunos construíram o paralelogramo, a professora em formação verificou as construções feitas, percebendo então que um dos alunos havia construído um quadrado (Figura 96), outro aluno, um retângulo (Figura 97), e outro, um paralelogramo (Figura 98) na forma que encontramos nos livros didáticos (Figura 99). Além disso, outros dois alunos construíram um quadrilátero qualquer (Figura 100).

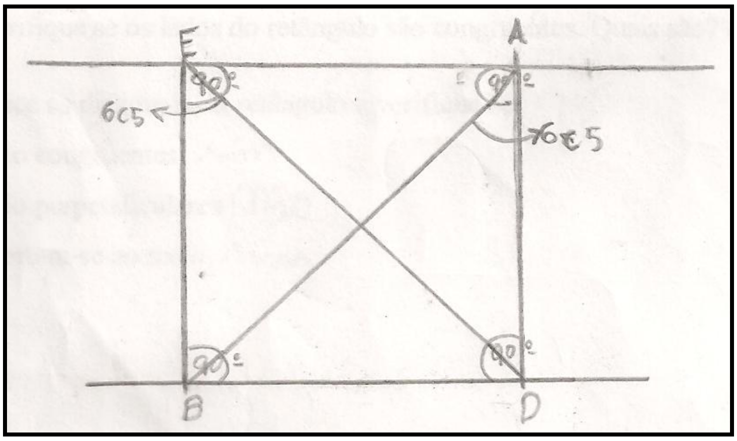


Figura 96: Quadrado gerado na construção do paralelogramo.
Fonte: Protocolos de pesquisa.

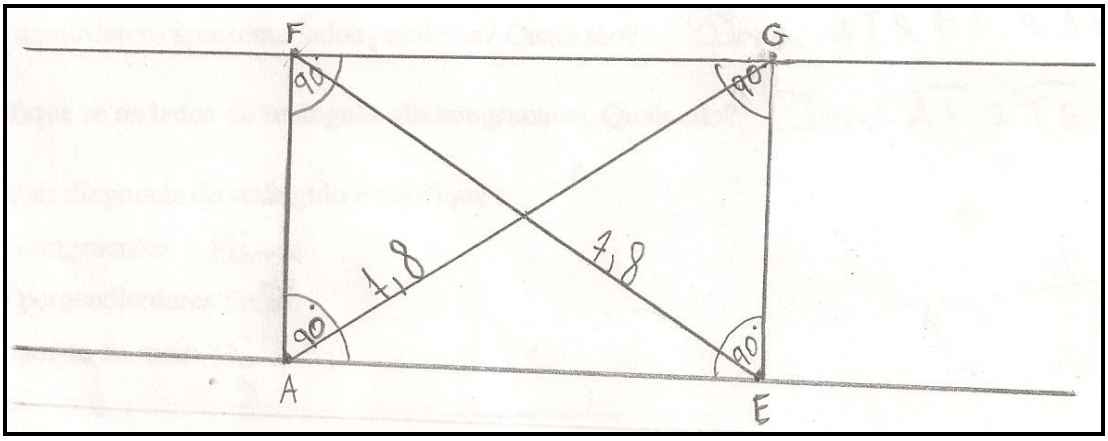


Figura 97: Retângulo gerado na construção do paralelogramo. Fonte: Protocolos de pesquisa.

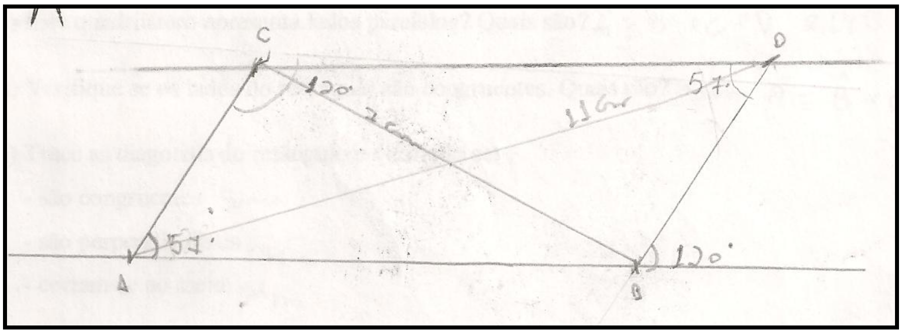


Figura 98: Paralelogramo gerado na construção do paralelogramo.
Fonte: Protocolos de pesquisa.

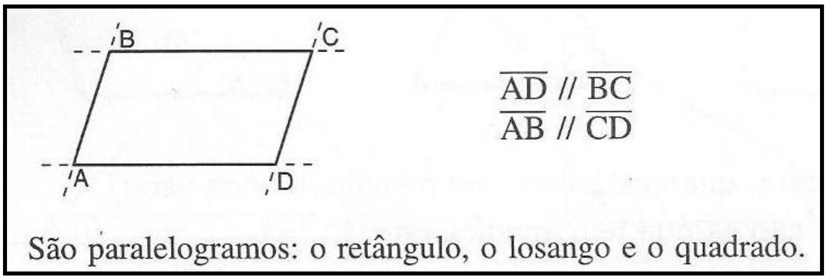


Figura 99: Ilustração do paralelogramo no livro didático. Fonte: Lima, Filho e Filho (1996, p.174)

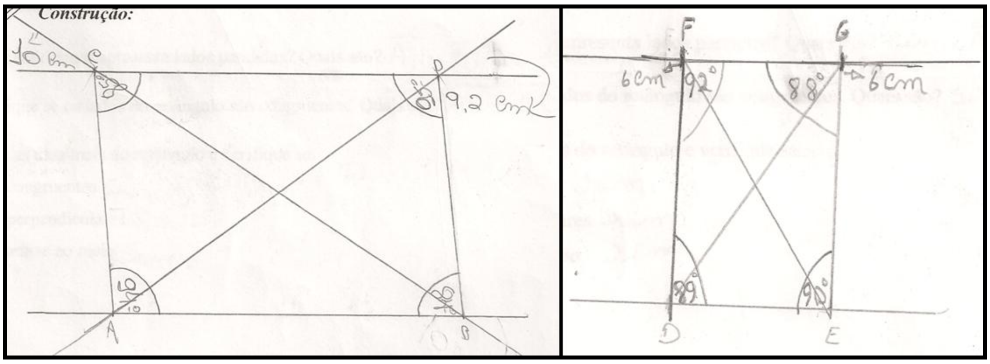


Figura 100: Quadriláteros quaisquer gerados na construção do paralelogramo por dois dos alunos. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Ao responder as perguntas da investigação, houve diversas respostas, devido às construções distintas. Cabe ressaltar que os alunos não discutiram o porquê das respostas diferentes. Entretanto, a orientadora afirmou que, embora distintas, as figuras 96, 97 e 98 eram paralelogramos porque atendiam a definição. Já as outras (Figura 100), não a atendiam.

Prosseguindo, foi iniciada a construção do retângulo. Um dos alunos leu a definição e começaram a construção corretamente, com os quatros ângulos de 90°. Ao responder às perguntas da investigação, a única dificuldade foi utilizar a notação de segmento.

Ao término do encontro, as professoras em formação e a orientadora refletiram sobre a proposta de dividir a turma em dois grupos. Concluiu-se que o grupo A, que realizou as atividades no refeitório, apresentou alto grau de dispersão em relação ao grupo B, que permaneceu em sala de aula, admitindo que o espaço físico influenciou o desenvolvimento da atividade. A fim de verificar esta hipótese, foi combinado que, no próximo encontro, o espaço físico dos grupos seria invertido.

4.2.7 Sétimo Encontro

Ocorreu no dia 03 de novembro de 2010, com duração de 1 hora e 40 minutos e a presença de 8 alunos, sendo 3 do grupo A e 5 do grupo B.

No grupo A, a aula foi iniciada relembrando oralmente a construção do retângulo e dando início à investigação. Não houve problemas no momento de investigar, sendo possível perceber que os alunos já detinham os significados de diagonal, segmentos congruentes e retas perpendiculares.

Ao ser feita a leitura da definição de Losango- Tópico 4 (Figura 101), iniciou-se sua construção.

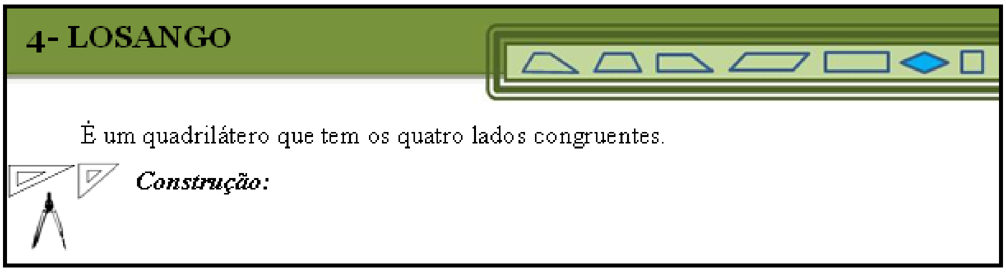


Figura 101: Tópico 4 - Losango. Fonte: Autoras.

Perguntou-se aos alunos como começariam a construção. Sugeriram começar "pelo lado inclinado", influenciados pela imagem do quadrilátero que ilustrava o título (Figura 102).

Figura 102: Imagem do losango. Fonte: Autoras.

Construíram uma reta inclinada (Figura 103) e marcaram os pontos E e G, obtendo um segmento.

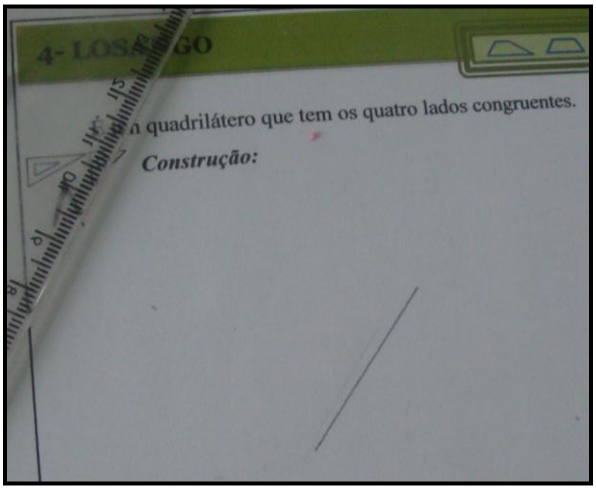


Figura 103: Construção do lado inclinado.
Fonte: Autoras.

A professora em formação indagou aos alunos como fariam para construir os outros lados. Como eles não responderam, foi sugerido traçar uma semirreta com origem em E, representando o outro lado do quadrilátero. Já que tal quadrilátero tem os quatro lados congruentes, questionou-se como fariam para deixar este e os outros lados com a mesma medida. Alguns sugeriram “com a régua”, outro lembrou-se do compasso. Com a orientação da professora, realizou-se a construção segundo o roteiro a seguir: i) foi fixada a ponta seca do compasso no vértice E; ii) com abertura até o ponto G, construiu-se um arco encontrando a semirreta anteriormente traçada no ponto F (Figura104); iii) mantendo a abertura do compasso, fixou-se a ponta seca em G, e traçou-se um arco; iv) foi repetido o procedimento para o ponto F, determinando o vértice H no encontro dos dois arcos.

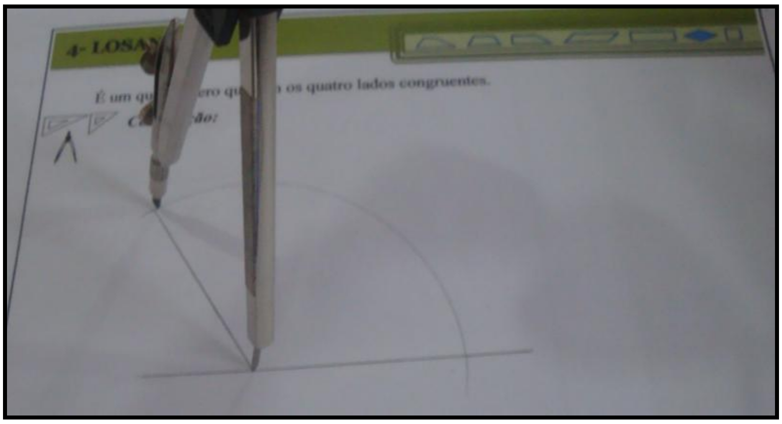


Figura 104: Aluno construindo o losango. Fonte: Autoras.

Nesse momento os alunos acharam que não iria dar certo, queriam saber como iriam “fechar” a figura, alguns até questionaram que não estava igual ao losango pintado na faixa ilustrativa da página. Então foi pedido que eles ligassem com a régua o ponto F ao ponto H, e este ao ponto G (Figura 105), finalizando a construção como mostra a Figura 106.

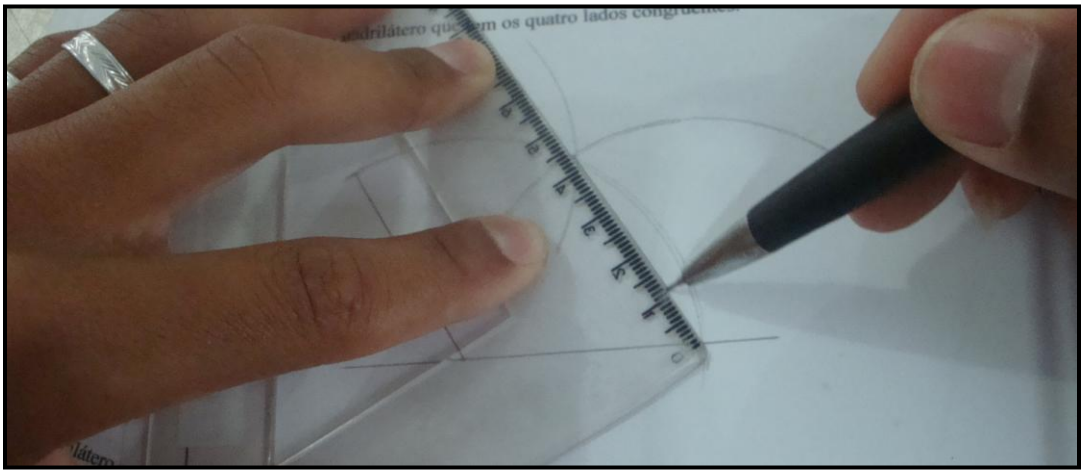


Figura 105: Construção do segmento de reta do ponto F ao H. Fonte: Autoras.

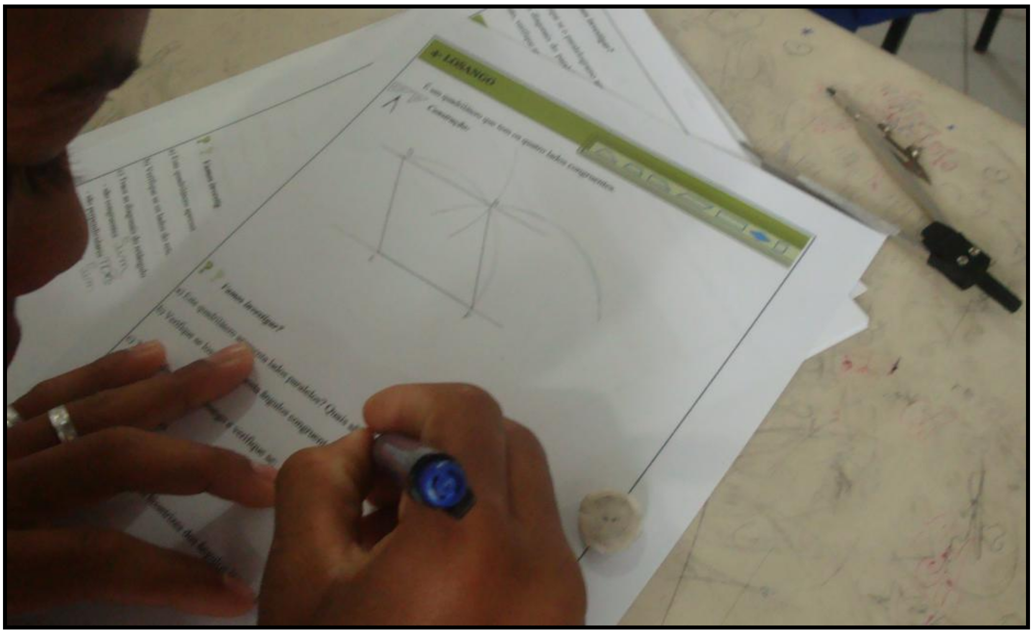


Figura 106: Construção do losango feita por um aluno do grupo A. Fonte: Autoras.

Ao término da construção, um aluno questionou: “será que está tudo do mesmo tamanho?”. Os alunos não tiveram dificuldades em responder às perguntas do tópico *Vamos investigar?*. Um aluno percebeu, antes de medir, que os ângulos opostos eram congruentes.

A última construção foi a do Quadrado - Tópico 5 (Figura 107).

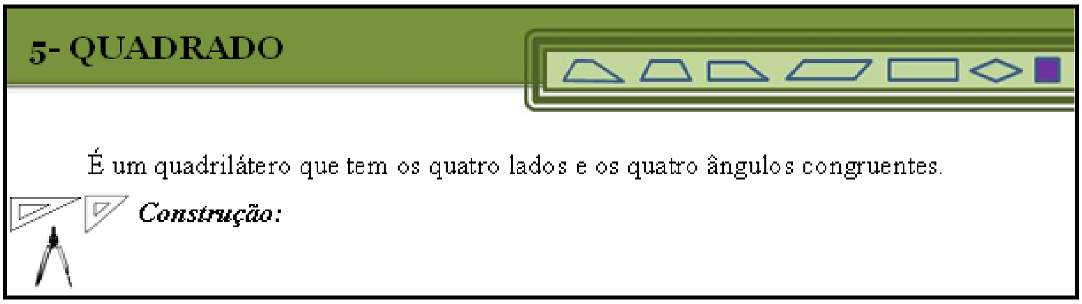


Figura 107: Tópico 5- Quadrado.   Fonte: Autoras.

Após a leitura da definição, perguntou-se como começar a construção. Um aluno disse: “com a régua”. Então, construiu-se uma reta, marcando dois pontos, A e B, sobre ela. Em seguida foi traçada a reta perpendicular passando pelo ponto A e determinando o ponto C através do transporte da medida de AB para a perpendicular traçada. Em seguida, foram traçadas paralelas em relação à AB e AC (Figura 108).

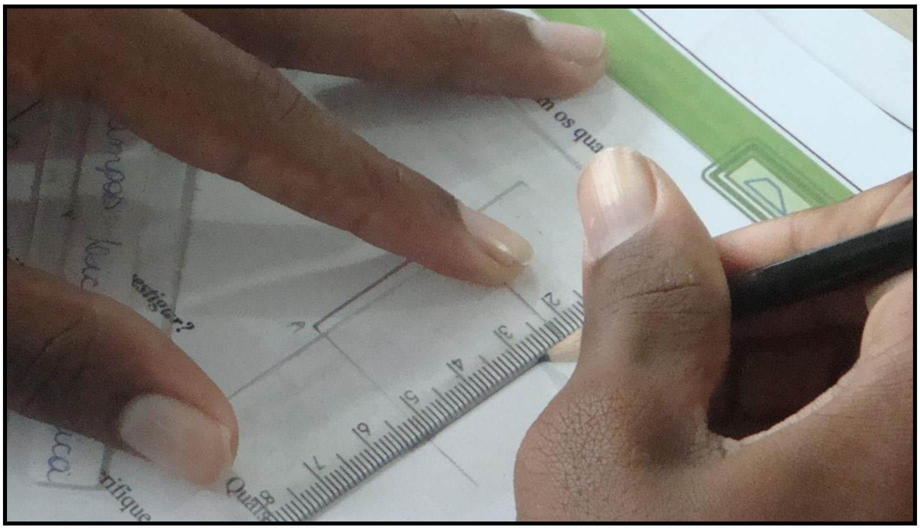


Figura 108: Traçado da reta paralela em relação ao lado AC.   Fonte: Autoras.

Os alunos não tiveram dificuldades para responder às perguntas do tópico *Vamos investigar?*. No item b (Figura 109), ao traçar as diagonais (Figura 110) um aluno imediatamente constatou que eram perpendiculares, girando a folha para visualizar a perpendicularidade. Esta ação pode ser creditada à influência de figuras prototípicas, pois a maioria das retas perpendiculares estudadas neste trabalho, e até mesmo suas construções, apresentavam uma reta horizontal e outra vertical [5].

No item c (Figura 111), foi possível perceber que os alunos entenderam as propriedades comuns ao quadrado e ao retângulo, pois não tiveram dificuldade em preencher a primeira tabela.

b) Trace as diagonais do quadrado e verifique se:

- são congruentes
- são perpendiculares
- cortam-se ao meio

Figura 109: Item b da investigação do quadrado.
Fonte: Autoras.

Figura 110: Aluno do grupo A traçando a diagonal do quadrado.
Fonte: Autoras.

[5] GRAVINA, Maria Alice. Geometria Dinâmica: Uma Nova Abordagem para o aprendizado da Geometria. 1996. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/EDUCACAO_E_TECNOLOGIA/GEODINAMICA.PDF>. Acesso em: 19 mai. 2011.

c) Após a construção deste quadrilátero e a identificação de suas propriedades, o que você pode observar que há em comum entre:

Quadrado e Retângulo	SIM	NÃO
Têm lados opostos paralelos?	X	
Têm lados opostos paralelos e congruentes?		X
Têm todos os lados congruentes?		X
Têm todos os ângulos congruentes?	X	
Têm ângulos medindo 90º?	X	
Têm diagonais congruentes?	X	
As diagonais são bissetrizes dos ângulos internos?	X	

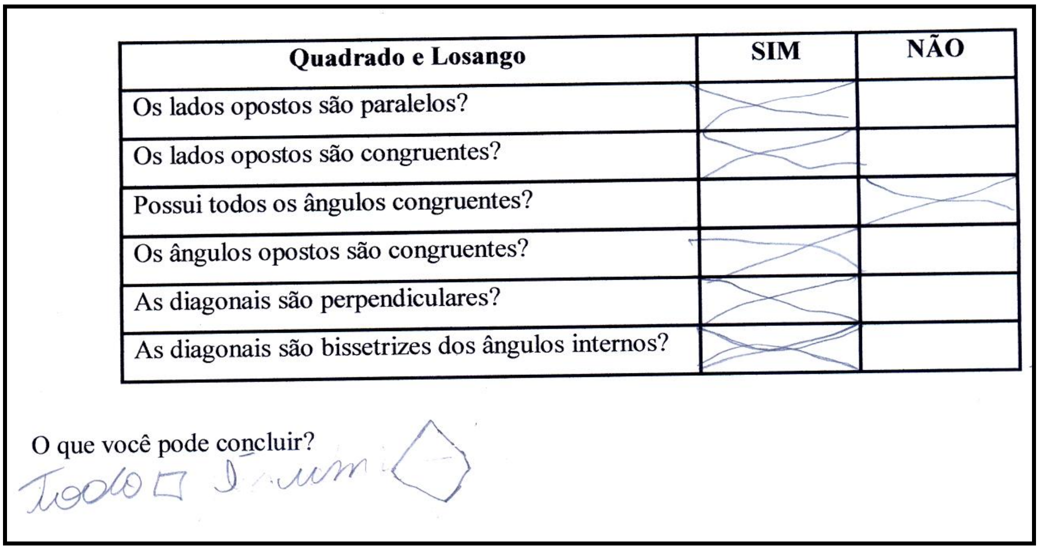
O que você pode concluir?

Todo quadrado é um Retâgulo

6

Figura 111: Primeira tabela preenchida por um aluno do grupo A.
Fonte: Protocolos de pesquisa.

Ao completar a primeira tabela, um aluno disse: “o retângulo tem quase tudo igual ao do quadrado”, a professora em formação acrescentou que, por isso, todo quadrado é um retângulo. Ao completar a segunda tabela (Figura 112), os alunos não concluíram imediatamente que todo quadrado é um losango. Diante disso, a professora em formação esboçou no quadro a figura de um quadrado e de um losango para comparar com os alunos suas propriedades. Ao perguntar se o losango poderia ser quadrado, alguns alunos responderam que não, outros disseram que sim. A professora em formação explicou então que o losango não poderia ser quadrado porque não apresentava todos os ângulos congruentes.



Quadrado e Losango	SIM	NÃO
Os lados opostos são paralelos?	X	
Os lados opostos são congruentes?	X	
Possui todos os ângulos congruentes?		X
Os ângulos opostos são congruentes?	X	
As diagonais são perpendiculares?	X	
As diagonais são bissetrizes dos ângulos internos?	X	

O que você pode concluir?

Todo □ é um ◇

Figura 112: Segunda tabela preenchida por um aluno do grupo A. Fonte: Protocolos de pesquisa.

No grupo B, a aula foi iniciada com a construção do losango, pedindo para que um dos alunos lesse a definição. Após a leitura, a professora em formação perguntou o que eram lados congruentes, ao que um dos alunos respondeu “que têm a mesma medida”. A construção foi iniciada, traçando uma reta e marcando um segmento. Em seguida, construiu-se um arco cujo raio era igual à medida do segmento marcado, e cujo centro era um de seus extremos. Este processo foi repetido mais duas vezes, como pode ser visto na figura 113.

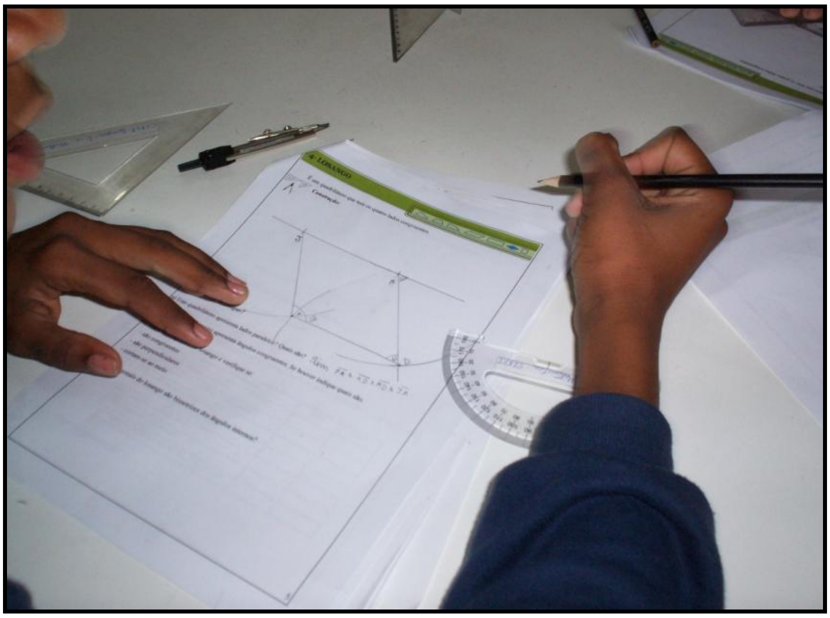


Figura 113: Construção do Losango feita por um aluno do grupo B. Fonte: Autoras.

Logo após a construção, foi feita a investigação da figura construída, na qual todos os alunos conseguiram observar claramente o paralelismo dos lados, apesar das figuras construídas apresentarem pequenos erros de medida de segmento e de ângulo. Eles também traçaram corretamente as diagonais do losango (Figura 114).

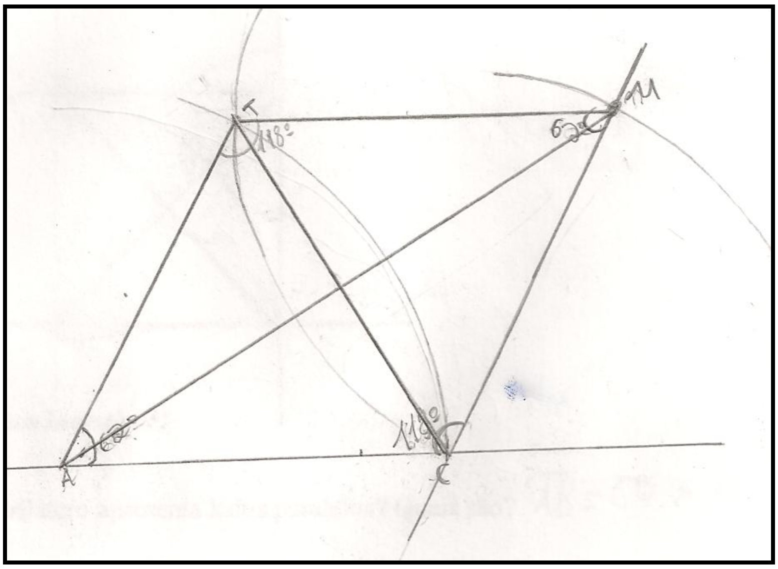


Figura 114: Traçado da diagonal do losango feita por um aluno do grupo B. Fonte: Protocolos de pesquisa.

No item d da investigação, os alunos disseram não se lembrar "o que era bissetriz dos ângulos internos". Então, a professora em formação disse: "é um segmento de reta que divide o ângulo em dois ângulos congruentes".

Os alunos leram a definição de quadrado e iniciaram a construção traçando um segmento, sendo ele a base do quadrado. Em seguida, com a ponta seca em uma extremidade do segmento traçaram um arco cujo raio era igual ao lado do quadrado. Cabe ressaltar que eles transportaram a medida com erro mínimo de precisão. Neste momento, um dos alunos exclamou: "agora sim consegui sem mexer no compasso!". Traçaram então uma reta perpendicular passando em cada ponto da extremidade do segmento e pelo arco formado, finalizando com o traçado da reta paralela à base, obtendo assim o quadrado (Figura 115).

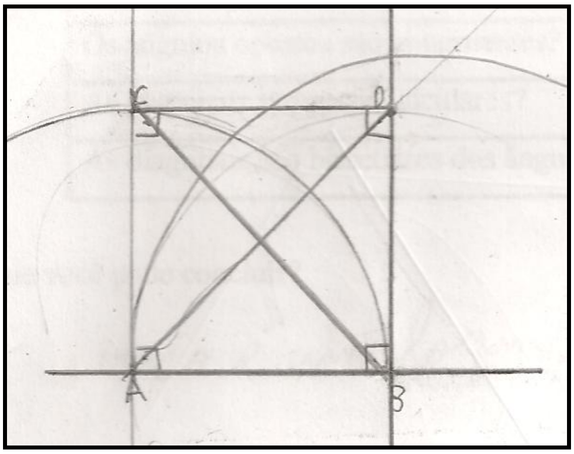


Figura 115: Construção do quadrado feita por um aluno do grupo B. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Em seguida, foram respondendo sozinhos os itens a e b do *Vamos investigar?*. A professora em formação pôde constatar o progresso na autonomia dos alunos ao traçarem as diagonais e verificar se eram perpendiculares. Foi possível observar, ainda, que os alunos já sabiam identificar retas perpendiculares.

O item c do *Vamos investigar?* foi feito individualmente, sob a orientação da professora em formação, devido ao fato de alguns alunos ainda estarem fazendo os itens anteriores. Constatou-se que a orientação individual possibilitou uma melhor compreensão das propriedades comuns ao quadrado e ao retângulo, bem como ao quadrado e ao losango.

Ao perguntar a dois alunos se o losango poderia ser quadrado e se o quadrado poderia ser losango, estes responderam negativamente a ambas. Diante da resposta, a professora em formação mudou a posição da folha na qual eles haviam construído o quadrado, de modo que os lados ficassem inclinados, e seguiu-se o diálogo:

A: Agora é. Ele está igual a uma pipa.

P: E agora, o quadrado é um losango?

A: Sim.

P: E o losango pode ser um quadrado?

A: Não, os ângulos são diferentes.

4.2.8 Oitavo Encontro

Aconteceu no dia 10 de novembro de 2010, com duração de 1 hora e 40 minutos e a presença de 9 alunos, sendo 5 do grupo A e 4 do grupo B. Iniciou-se a aula em ambos os grupos enfatizando que, nas construções dos quadriláteros notáveis feitas anteriormente, não havia medidas prévias dos lados, e que a proposta da *Atividade 4* (Apêndice F) era fazer a construção desses quadriláteros com as medidas dadas em cada questão.

Ao entregar a atividade e os instrumentos de desenho aos alunos, foi possível perceber que alguns deles já tentavam fazer a construção antes da professora em formação começar a explicar. Neste momento, a professora em formação chamou a atenção de todos para a leitura do enunciado em todas as questões. Com o intuito de verificar se os alunos saberiam construir os quadriláteros solicitados, foram feitos alguns questionamentos semelhantes aos realizados no tópico *Estudando os Quadriláteros Notáveis*. Verificou-se que os alunos já apresentavam certa habilidade com os instrumentos de desenho e na construção de retas paralelas e perpendiculares, além de identificar corretamente qual era o quadrilátero solicitado em cada questão. Houve dúvida apenas na construção do losango, no transporte do segmento com o compasso.

Na questão 6, um aluno utilizou transporte de segmento por iniciativa própria. Este fato demonstra seu aprendizado tanto do conteúdo como do método de construção.

No grupo B, os alunos construíram os quadriláteros solicitados nas duas primeiras questões apenas utilizando o par de esquadros, e não apresentaram dificuldade.

Ao construir os lados paralelos do paralelogramo na questão 3, um dos alunos construiu a base medindo 4 cm e o lado medindo 3 cm, sendo este último perpendicular à base. Ao comparar sua construção com a do colega que estava próximo, ele apagou e construiu um paralelogramo com os lados inclinados. Esta ação foi observada pela professora em formação, que perguntou por que ele havia apagado. O aluno respondeu que a construção do colega estava diferente da sua, ou seja, apresentava o lado com medida 3 cm inclinado. Então, então ele achou que havia errado.

Diante dessa situação, a professora em formação explicou que sua construção não estava errada, perguntando se ele 'se lembrava da definição de paralelogramo'. Ele disse "mais ou menos". Então, a professora em formação leu a definição, ressaltando que não é afirmado que os lados opostos têm que ser necessariamente inclinados (referindo-se à sua construção), apenas paralelos.

Nesta mesma questão, outro aluno perguntou se o paralelogramo poderia ter um ângulo de 90º. A professora em formação respondeu que poderia, mas não necessariamente. Após ouvir esta resposta, ele não fez a construção ângulos de 90º.

Foi possível perceber que, da quarta questão em diante, os alunos apresentaram mais dificuldades. Ao iniciar a construção do losango, observou-se que não se lembravam das propriedades deste quadrilátero. Então, a professora em formação explicou: “Você se lembra do quadrilátero que construímos na semana passada, que você falou que parecia uma pipa? Lembra-se do nome dele?”. Ele respondeu: “agora lembro.”

O aluno construiu utilizando apenas o par de esquadros, sem utilizar o compasso para transportar as medidas, e esse quadrilátero (Figura 116) “fechou” corretamente.

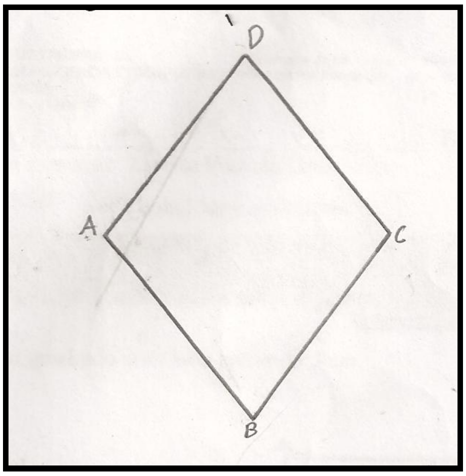


Figura 116: Construção do aluno utilizando apenas o par de esquadros.
Fonte: Protocolos de pesquisa.

Ao observar este fato, a professora em formação falou para ele que isso não acontecia sempre, e que havia ocorrido uma coincidência, pois o processo utilizado por ele não garantia que o quadrilátero construído seria um losango. Em seguida, a professora em formação mostrou a forma correta de construí-lo.

Na quinta questão, os alunos lembraram-se de que as bases de qualquer trapézio são paralelas, mas perguntaram o que iriam fazer após a construção destas. Então, a professora em formação recordou que, para um quadrilátero ser um trapézio escaleno, ele precisa apenas ter as bases paralelas e os outros lados, que não são bases, podem ter qualquer medida. Após a recordação, eles finalizaram a construção.

Na sexta questão, não se lembraram do trapézio retângulo e construíram apenas as bases paralelas, não sabendo como prosseguir. A professora em formação indagou se a palavra “retângulo” não os lembrava de algo que haviam construído na aula anterior. Eles responderam “que tinha a ver com ângulo, ângulo de 90º”. Pode-se afirmar que esta percepção só foi possível devido às construções realizadas.

A professora em formação prosseguiu, perguntando se eles recordavam-se do fato de que, ao traçar um ângulo de 90º e prolongar a reta perpendicular ao lado de um quadrilátero, esta cortaria a reta paralela ao lado citado, formando mais um ângulo de 90º. O silêncio da turma indicou que eles não se recordavam da construção do trapézio retângulo. Então, a professora em formação os orientou na construção.

Nesta atividade foi possível perceber que, dos quatro alunos, apenas um deles teve a preocupação de nomear os quadriláteros construídos.

4.2.9 Nono Encontro

Ocorreu no dia 17 de novembro de 2010, com duração de 1 hora e 20 minutos e a presença de 9 alunos. As atividades previstas para este momento - *Atividade 5* (Apêndice G) e *Atividade 6* (Apêndice H), foram elaboradas para avaliar o conhecimento dos alunos sobre os quadriláteros estudados. Por isto, não houve necessidade de organizar a turma em dois grupos. Tais atividades foram aplicadas sem aviso prévio, para serem resolvidas individualmente, sem consulta ao material didático ou às professoras em formação.

No início da aula, foi entregue aos alunos a *Atividade 5*, que tinha por objetivo avaliar o reconhecimento dos quadriláteros notáveis dispostos em diferentes posições. Alguns alunos sentiram necessidade de utilizar os instrumentos de desenho para conferir as propriedades dos quadriláteros. Tais instrumentos não foram entregues no começo da aula, como de costume, mas estavam disponíveis. O objetivo era observar se os alunos iriam solicitá-los, caso sentissem necessidade.

Segue a análise das respostas obtidas, tanto qualitativa como quantitativa. Esta última está ilustrada por gráficos, nos quais deve-se considerar a população de 100% para o quantitativo de 9 alunos que participaram das Atividades 5 e 6.

A *Atividade 5* constituía-se de uma questão apenas, solicitando que os alunos observassem as figuras numeradas de 1 a 16, e em seguida preenchessem a tabela (Figura 117), identificando cada uma.

Quadriláteros Notáveis	*Número(s) da(s) figura(s)*
Trapézio Escaleno	
Trapézio Isósceles	
Trapézio Retângulo	
Paralelogramo	
Retângulo	
Losango	
Quadrado	

Figura 117: Tabela de registro dos alunos. Fonte: Autoras.

É possível observar, no gráfico 1, que nenhum dos alunos conseguiu identificar os três trapézios escalenos que estavam dispostos entre os 16 quadriláteros, e que o percentual de "nenhum acerto" foi bastante elevado.

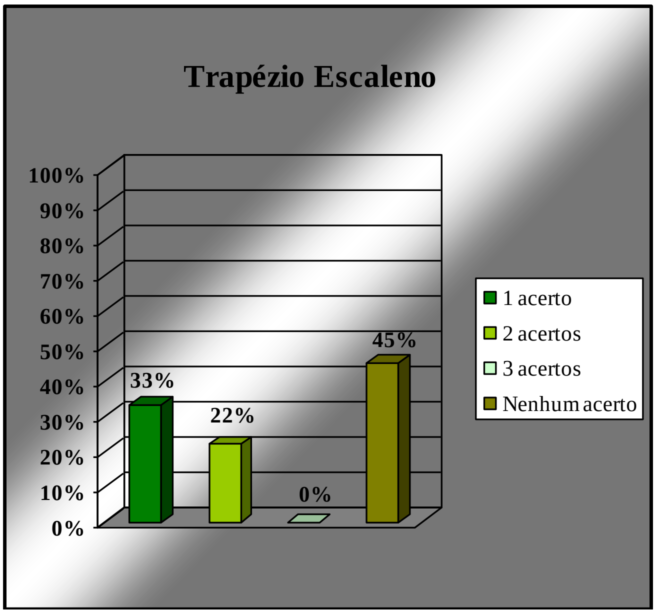


Gráfico 1: Trapézio Escaleno, Atividade 5. Fonte: Autoras.

No item Trapézio Isósceles, apenas 22% (Gráfico 2) dos alunos reconheceram como trapézio isósceles um dos dois que havia. Observa-se que o percentual de “nenhum acerto” também foi alto.

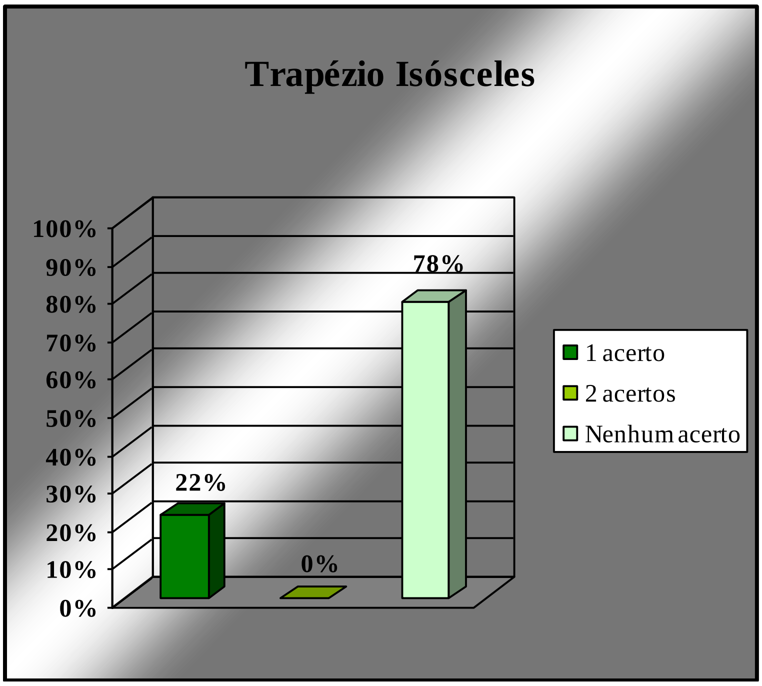


Gráfico 2: Trapézio Isósceles, Atividade 5. Fonte: Autoras.

Para o item Trapézio Retângulo (Gráfico 3), dois acertos representavam 100%. Constatou-se que 11% dos alunos identificaram os dois trapézios retângulos, e o mesmo percentual identificou apenas um deles.

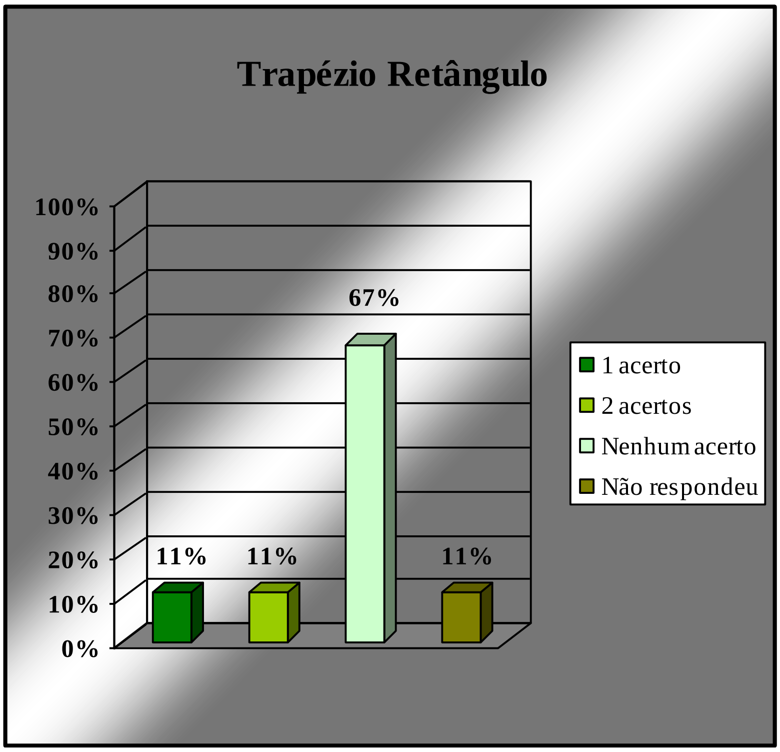


Gráfico 3: Trapézio Retângulo, Atividade 5. Fonte: Autoras.

Pode-se afirmar que o erro dos alunos não estava em visualizar se o quadrilátero era ou não um trapézio, pois todos consideraram a figura como um trapézio em suas respostas. Infere-se que a dúvida tenha ocorrido em relação à classificação, que tem maior grau de complexidade.

No item Paralelogramo (Gráfico 4), constatou-se que a maioria identificou de um a quatro paralelogramo dentre os nove existentes. Havia quadriláteros que não eram apenas paralelogramos, mas também retângulos ou losangos, o que pode justificar o resultado. Este fato corrobora o que é afirmado sobre figuras prototípicas, pois ao desenhar os quadriláteros notáveis com o instrumental de desenho, os alunos utilizavam sempre um par de lados na posição horizontal, o que pode ter reforçado a mentalização dos quadriláteros nesta posição.

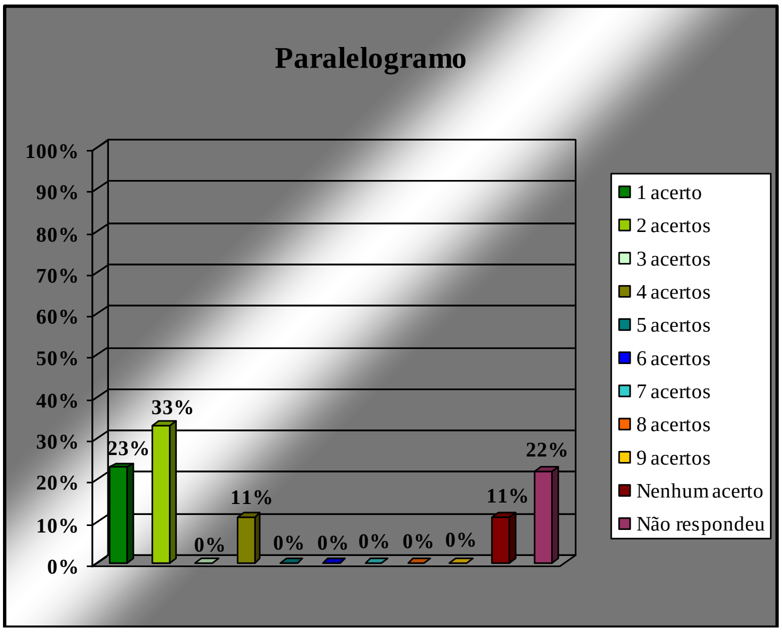


Gráfico 4: Paralelogramo, Atividade 5. Fonte: Autoras.

No item Retângulo (Gráfico 5), 67% dos alunos acertaram três dos cinco existentes, e 78% identificou de 1 a 3 retângulos. Este índice de acertos superior aos anteriores se justifica por ser o retângulo uma figura muito comum no cotidiano dos alunos, já que muitos objetos têm esta forma. O retângulo de número 3, que possuía dois lados na posição horizontal, foi identificado por sete dos nove alunos, o que reforça a questão das figuras prototípicas.

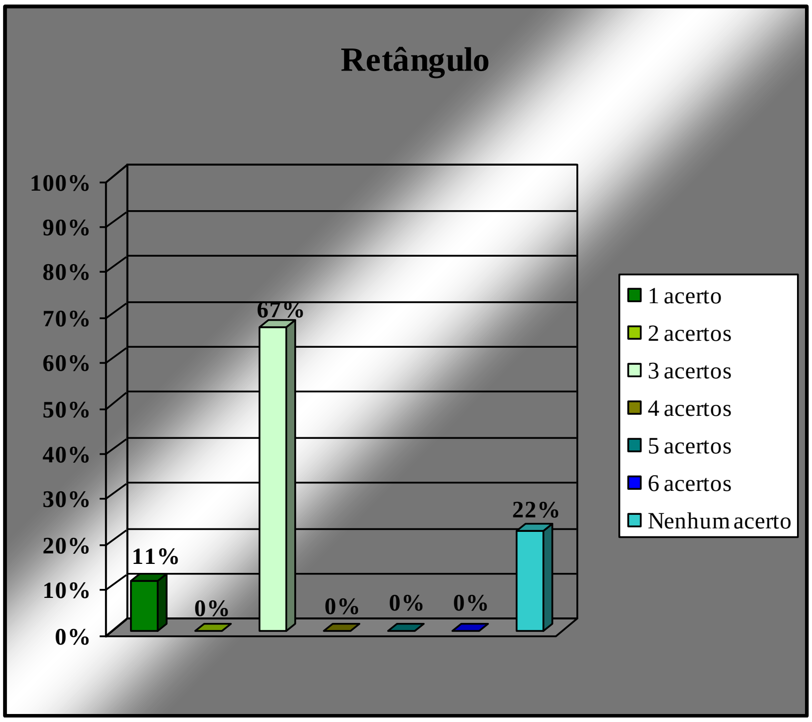


Gráfico 5: Retângulo, Atividade 5. Fonte: Autoras.

No item Losango (Gráfico 6), 67% dos alunos identificaram o losango na posição prototípica (quadrilátero 6). Os alunos que obtiveram três acertos não levaram em consideração que o quadrado também seria um losango. Este índice de acertos, elevado em relação aos do trapézio e paralelogramo, justifica-se pela associação que eles fazem com a pipa, um brinquedo que faz parte de seu cotidiano. Este fato pode ser explicado de acordo com Vygotsky (1993).

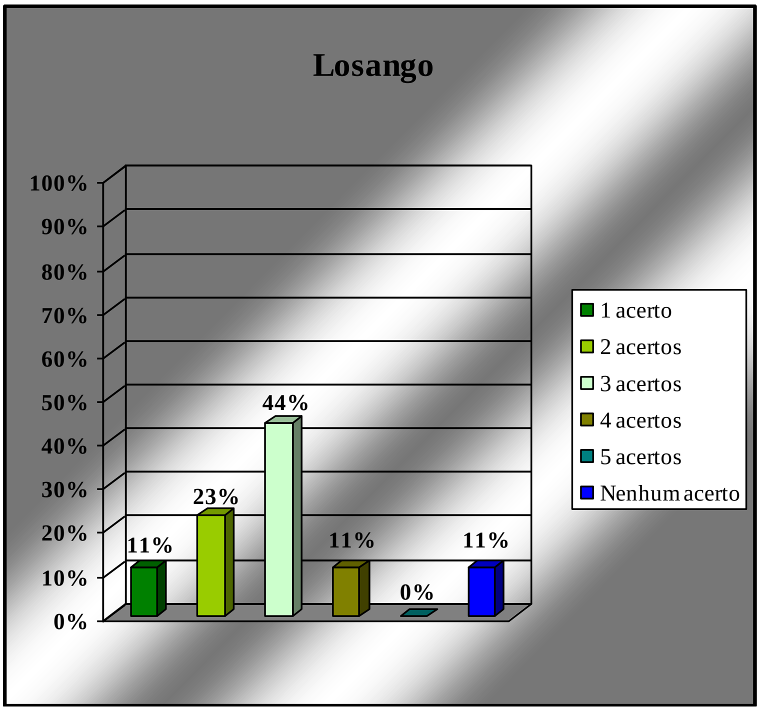


Gráfico 6: Losango, Atividade 5. Fonte: Autoras.

No item Quadrado (Gráfico 7), 44% dos alunos identificaram os dois quadrados existentes, e todos identificaram o quadrado na posição prototípica (quadrilátero 1 da atividade). Três alunos identificaram os retângulos como quadrados. Tal fato pode ter ocorrido porque, no dia a dia, muitos se referem ao retângulo como sendo quadrado.

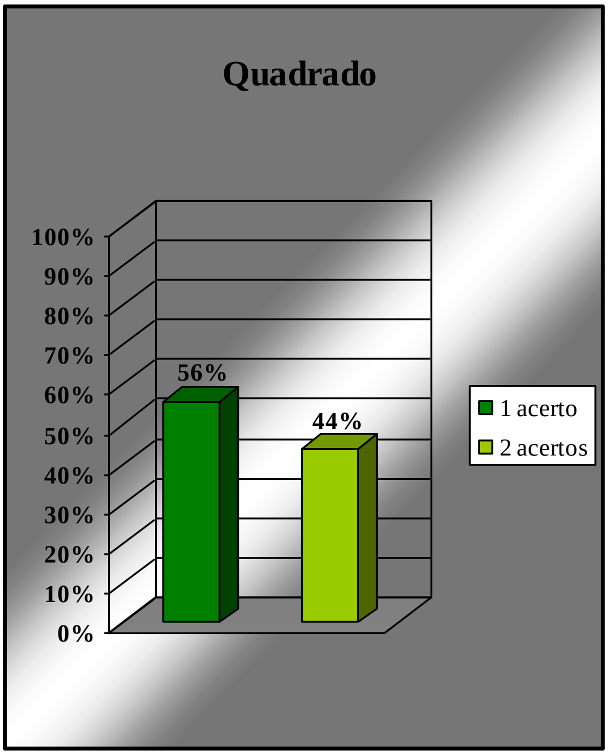


Gráfico 7: Quadrado, Atividade 5. Fonte: Autoras.

Ao término da *Atividade 5*, foi entregue a *Atividade 6*, que tinha por objetivo utilizar as propriedades que foram identificadas nas construções dos quadriláteros notáveis na resolução de questões.

Os gráficos a seguir ilustram os resultados obtidos, de acordo com o que foi identificado em cada item. Esta atividade era composta de uma questão contendo 7 itens nomeados de *a* a *g*.

Diante das respostas apresentadas no item a – quadrado (Gráfico 8), é possível perceber que os alunos compreenderam a definição de quadrado. Em relação aos ângulos, este resultado é relevante, já que os ângulos retos não estavam identificados com a notação tradicional.

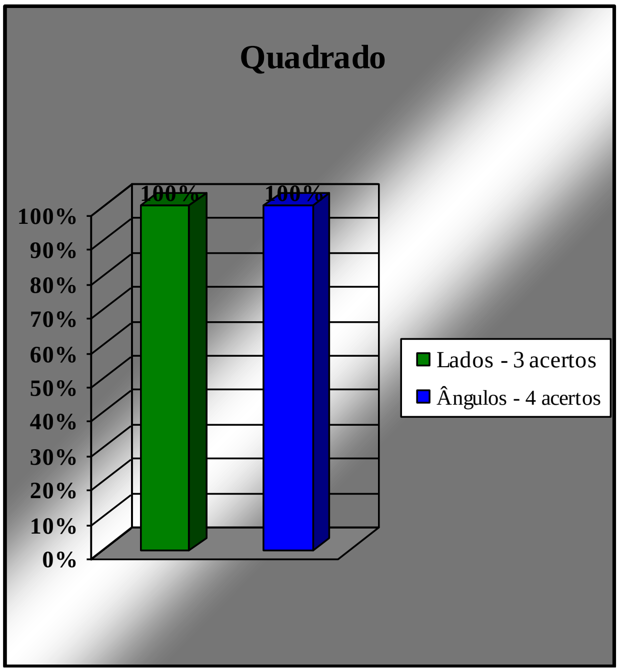


Gráfico 8: Quadrado, Atividade 6. Fonte: Autoras.

No item b – retângulo (Gráfico 9), 78% dos alunos acertaram as duas solicitações em relação aos lados, já 100% desses acertaram as medidas dos ângulos. Em relação aos ângulos, foi possível observar que ocorreu fato semelhante ao item a.

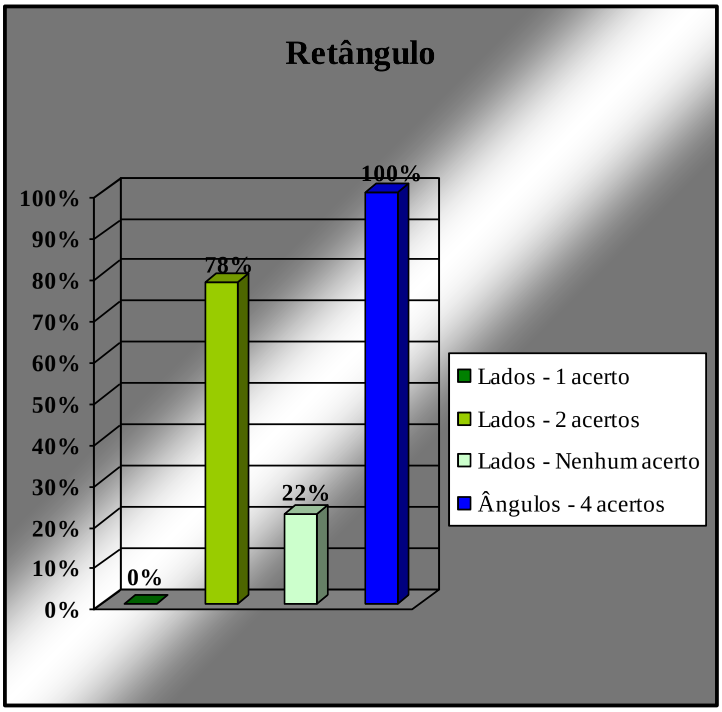


Gráfico 9: Retângulo, Atividade 6. Fonte: Autoras.

No item c – losango (Gráfico 10), todos os alunos acertaram as três medidas dos lados, e quanto aos ângulos, 67% deles acertaram apenas uma das medidas solicitadas. Ao observar o gráfico, percebe-se que, em relação às medidas dos lados do losango, todos os alunos alcançaram o quantitativo máximo de acertos considerados. Deste modo, pode-se afirmar que os alunos compreenderam a definição de losango. Contudo, 33% dos alunos não prestaram atenção ou não aprenderam a propriedade dos ângulos internos de um losango.

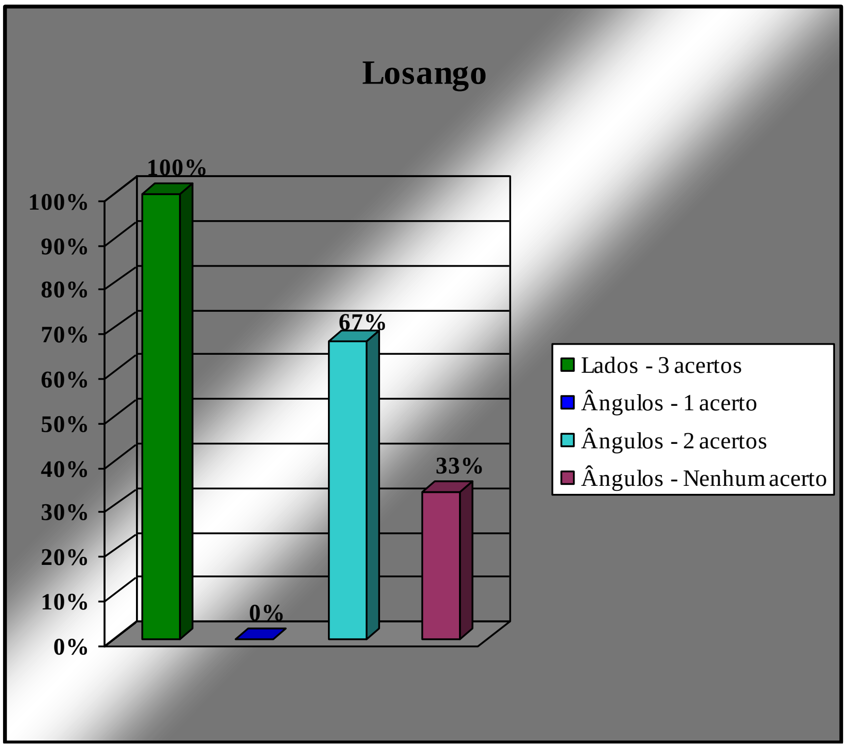


Gráfico 10: Losango, Atividade 6. Fonte: Autoras.

No item d – trapézio retângulo (Gráfico 11), 78% dos alunos obtiveram de um a dois acertos no que diz respeito aos ângulos. Tal resultado é relevante, pois a medida de um dos ângulos retos não foi dada. Vale ressaltar que 45% dos alunos acertaram as duas medidas dos ângulos, comprovando o resultado com cálculos registrados (Figura 118).

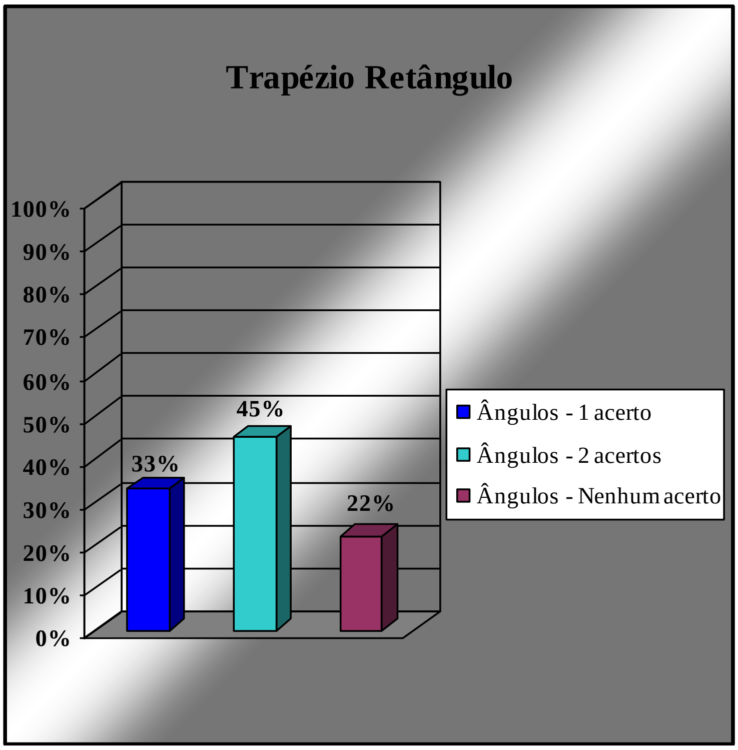


Gráfico 11: Trapézio Retângulo, Atividade 6. Fonte: Autoras.

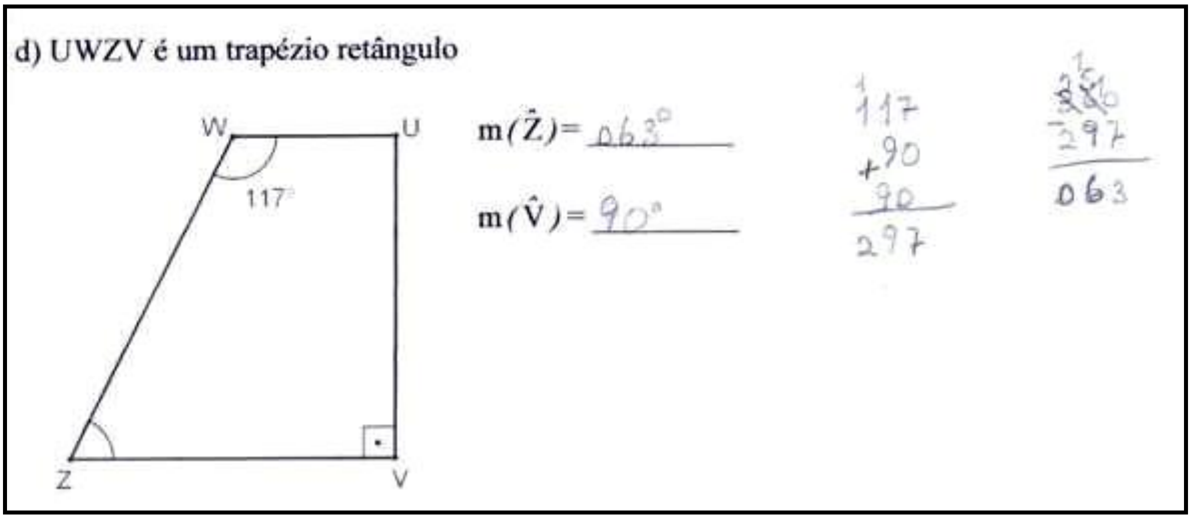


Figura 118: Registro dos cálculos. Fonte: Protocolos de pesquisa.

No item e – trapézio isósceles (Gráfico 12), ao observar o gráfico é possível perceber que a maioria dos alunos reconheceu a propriedade do trapézio isósceles quanto aos lados, uma vez que na figura deste item foi apresentada apenas a medida de um dos lados oblíquos, para que os alunos inferissem a medida do outro lado. Quanto à medida dos ângulos, 78% dos alunos acertaram de um a dois.

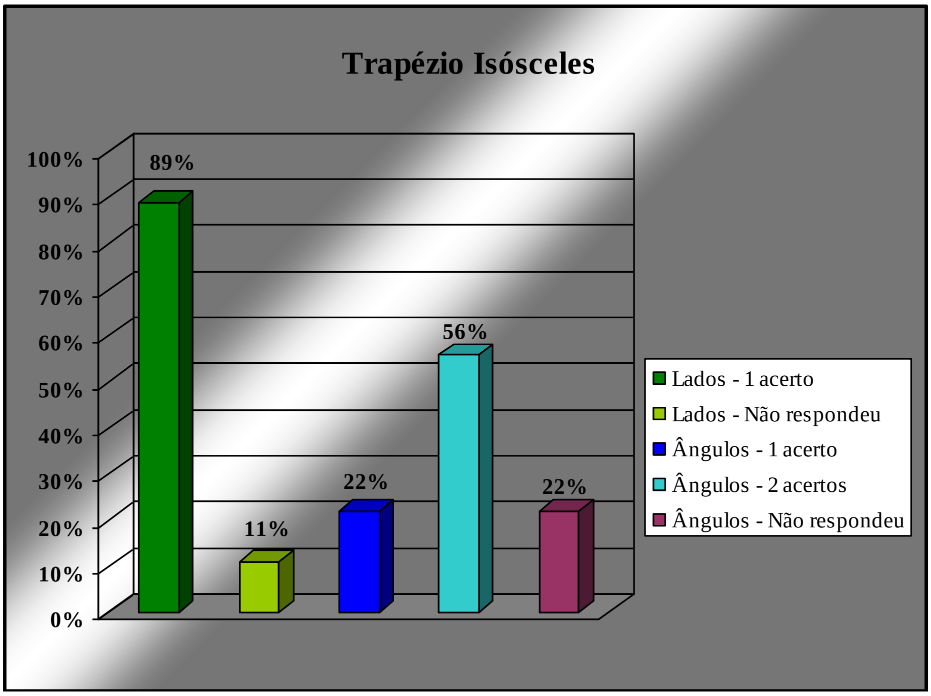


Gráfico 12: Trapézio Isósceles, Atividade 6. Fonte: Autoras.

No item f – paralelogramo (Gráfico 13), em relação à medida dos lados, 78% dos alunos acertaram pelo menos um deles, e em relação aos ângulos, 56% acertaram ambas as medidas solicitadas.

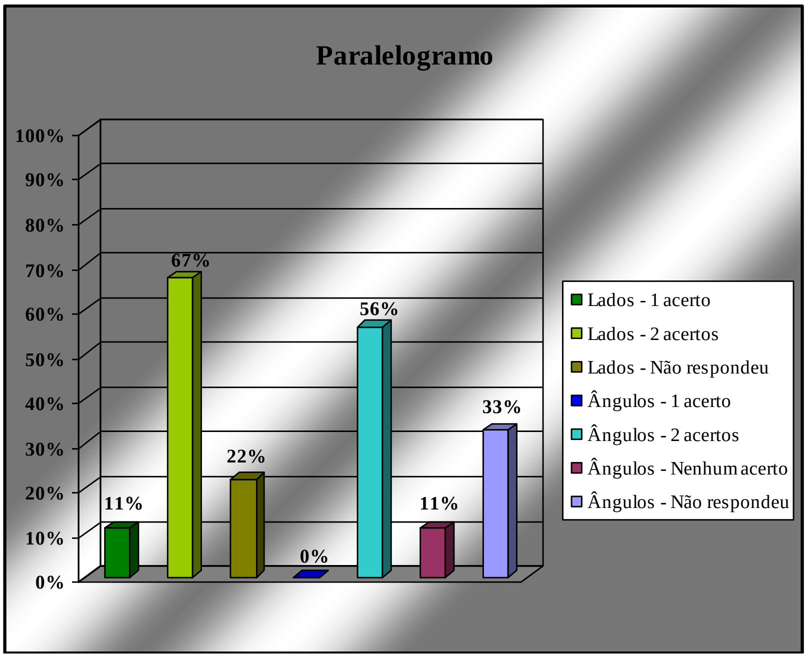


Gráfico 13: Paralelogramo, Atividade 6. Fonte: Autoras.

No item g – trapézio escaleno (Gráfico 14), ao analisar as respostas e observar o registro dos cálculos feitos pelos alunos para respondê-lo (Figura 119), verificou-se que alguns deles alunos encaminharam o raciocínio de forma correta o raciocínio, ao somar os três ângulos apresentados e subtrair de 360º para encontrar o valor do ângulo pedido. Entretanto, os 33% que não acertaram apresentaram dúvidas ao efetuar a conta de subtração.

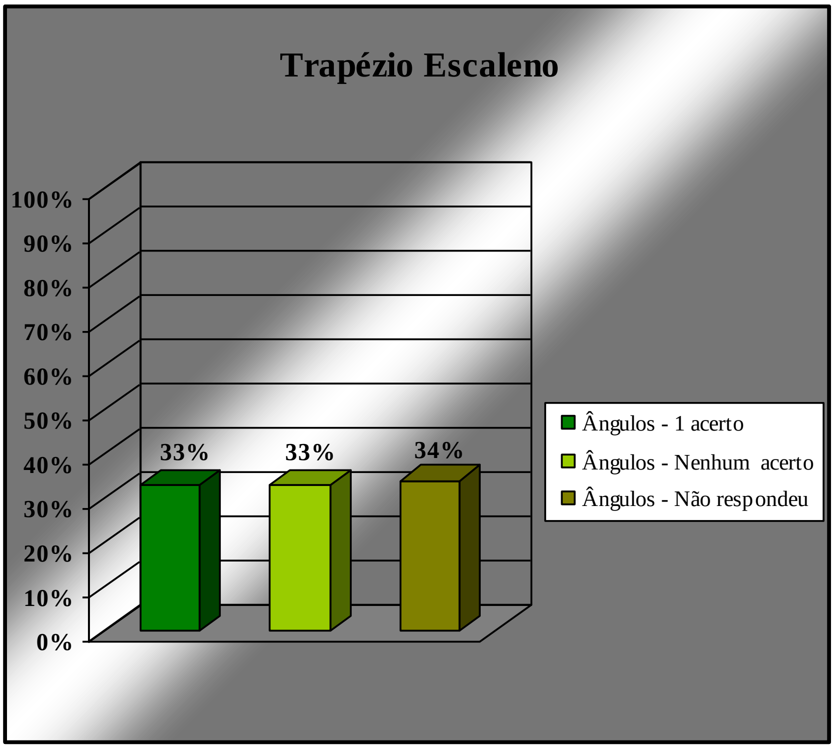


Gráfico 14: Trapézio Escaleno, Atividade 6. Fonte: Autoras.

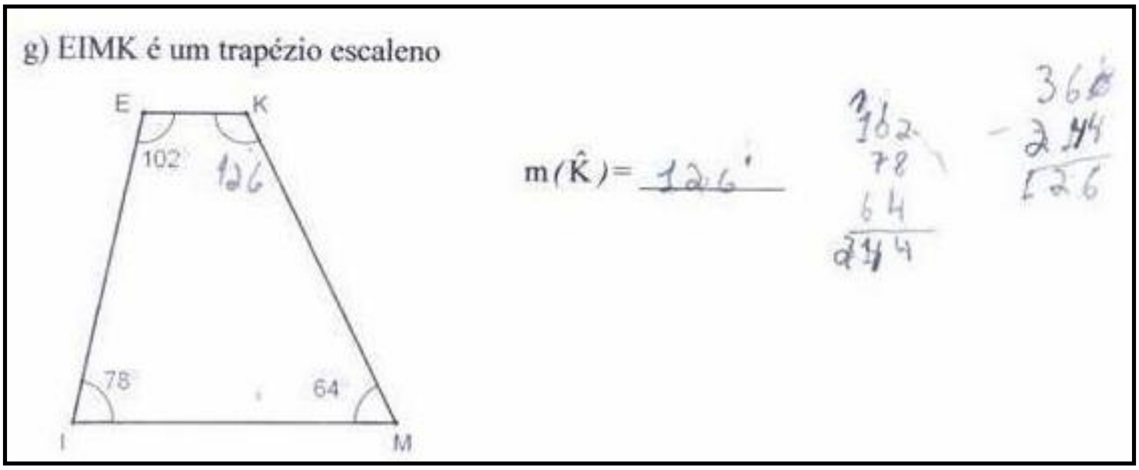


Figura 119: Registro dos cálculos. Fonte: Protocolos de pesquisa.

Após as atividades 5 e 6, a turma foi dividida novamente nos dois grupos, A e B, com os mesmos integrantes que trabalharam nas atividades anteriores, para a realização do jogo, relatado na próxima seção deste trabalho.

4.3 Relato do Jogo

A escolha de trabalhar o jogo neste trabalho teve o intuito de avaliar o conteúdo abordado de forma motivadora, a fim de desenvolver o raciocínio lógico, estimular a participação e a criatividade do aluno.

O objetivo do jogo foi verificar se os alunos conseguiriam identificar um quadrilátero notável por meio de suas propriedades.

No início do jogo foi dito aos alunos as regras do jogo e que havia cartas com apenas um quadrilátero como resposta, e outras com dois quadriláteros. Em seguida as cartas foram numeradas de 1 a 8 em seu verso para melhor identificação das respostas pelas professoras em formação. A seguir, é apresentada a análise desta atividade, e a descrição completa encontra-se no apêndice K.

Durante o jogo foi possível perceber a interação entre os alunos para encontrar a resposta correta, e o desejo de ganhar o jogo, se empenhando para acertar as respostas. Desta forma, os alunos se envolveram com a atividade, buscaram estratégias de jogo, uma delas foi de fazer o esboço das figuras (Figura 120) em suas carteiras e no verso das cartas.

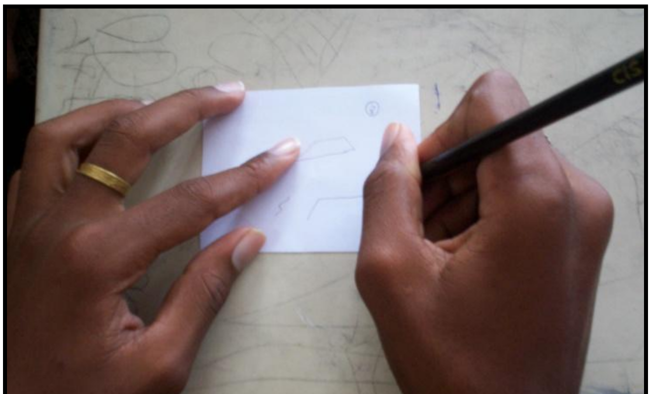


Figura 120: Esboço das figuras. Fonte: Autoras.

Foi possível perceber que os alunos compreenderam o conteúdo que foi abordado, pois respondiam corretamente o quadrilátero que estava sendo procurado. Tanto o grupo A quanto o grupo B acertam o quadrilátero que estava sendo solicitado na carta retirada, sendo que algumas cartas havia como resposta mais de um quadrilátero, este fato fez com que um dos grupos não ganhasse.

4.4 Breve Análise das Entrevistas

Ao iniciar a entrevista individual, os primeiros alunos a serem entrevistados estavam encabulados, talvez com medo de falar algo errado, então respondiam apenas com palavras monossílabas, como sim e não.

Os alunos que apresentavam as respostas monossílabas foram os que eram mais participativos, já os alunos que eram indisciplinados foram os que responderam com respostas mais longas, isso pode ser comprovado na transcrição da fala dois alunos retirada das que se encontra no apêndice K. Deste modo, não foi possível extrair das falas dos alunos elementos relevantes para a análise dos dados da pesquisa.

A seguir temos a transcrição da entrevista, a letra P representa a fala da professora em formação e A fala do aluno:

> P: Eu queria que você falasse uma coisa que você gostou e outra que você não gostou dessas atividades.
>
> O que você gostou?
>
> A: O que eu gostei foi de ter conhecido vocês e aprendido.
>
> P: Eu queria que você falasse uma coisa que você gostou e uma coisa que você não gostou desse projeto, dessas atividades.
>
> A: Ué eu gostei da explicação que ela deu, do jeito que vocês trataram a gente e o que eu não gostei foi quando eu fiquei fora da sala.

As falas citadas anteriormente surpreenderam as professoras em formação, pois esperavam essas respostas dos alunos mais participativos.

A entrevista confirmou o fato dos alunos não tem utilizado o instrumental de desenho em suas aulas de Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa buscou-se estudar as contribuições das Construções Geométricas para a construção dos conceitos de quadriláteros notáveis. Para tanto, delineou-se uma investigação pautada na construção dos quadriláteros, com instrumental de desenho geométrico, a partir da interpretação de suas definições. Os sujeitos da pesquisa foram alunos de uma turma dos Anos Finais da Educação Básica (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental), de uma escola pública municipal da cidade de Campos dos Goytacazes-RJ.

O caráter experimental da investigação a caracteriza como pesquisa qualitativa, optando por um estudo de caso, cuja unidade foi uma turma de 12 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Os instrumentos de coletas de dados foram atividades desenvolvidas pelos alunos sob a orientação das professoras em formação, entrevistas semiestruturadas e as observações das professoras em formação colhidas durante a aplicação das atividades. Em relação às entrevistas, foi possível perceber que durante a sua realização os alunos ficaram muito tímidos, este fato revela o motivo das respostas monossílabas apresentadas na transcrição das respostas dos alunos que se encontra no apêndice K.

Observou-se que os alunos desenvolveram a habilidade para manusear corretamente os instrumentos de Desenho Geométrico (par de esquadros, compasso, réguas graduada e transferidor), a fim de traçar corretamente construções básicas como retas paralelas e perpendiculares, utilizar a graduação da régua para construir segmentos com medidas pré-estabelecidas, assim como medi-los. O compasso também foi corretamente utilizado para transferência e comparação de medidas, e o transferidor para medição e construção de ângulos com medidas previamente estabelecidas.

As habilidades desenvolvidas pelos alunos, descritas acima, foram fundamentais para a execução da proposta pedagógica, uma vez que esta exigia que os alunos participassem ativamente de ações de construção, medição e comparação de segmentos e ângulos, a fim de investigar as propriedades dos quadriláteros notáveis. Cabe ressaltar que este objetivo da pesquisa foi alcançado.

Um fato que interferiu demasiadamente no andamento do trabalho foi o comportamento dos alunos, que se mostraram indisciplinados e, muitas vezes, desinteressados, obrigando as professoras em formação a modificar o planejamento, na tentativa de envolvê-los nas atividades, obtendo êxito com frequência. Este fato evidencia que o trabalho com instrumental de Desenho Geométrico solicita do professor um acompanhamento individual do aluno. A falta de habilidade inicial de alguns alunos com o manuseio pode ser motivo de desistência e distração, o que prejudica a aprendizagem. Esta pesquisa mostrou que a persistência das professoras em formação em envolver os alunos nas tarefas propostas, foi determinante para que os mesmos iniciassem a construção dos conceitos dos quadriláteros notáveis e apreendessem as propriedades destes.

O relato do parágrafo anterior ganha nova dimensão ao relembrar que os sujeitos desta pesquisa foram alunos com histórico de repetência não só em Matemática, como em várias disciplinas do currículo, o que minimizou consideravelmente as suas expectativas de aprender Geometria. Foi necessário um trabalho efetivo de motivação para que aqueles se engajassem na execução das tarefas.

Com relação à proposta pedagógica deste trabalho, é possível afirmar que o aluno, ao desenhar com instrumental, o que implicou num certo grau de precisão, diferente de quando apenas se esboça a mão livre uma figura, permitiu ao mesmo uma imersão no campo conceitual do quadrilátero estudado. Ao ler e interpretar a definição de cada quadrilátero notável, e construí-lo com precisão a partir do entendimento daquela, o aluno penetra nas particularidades do objeto, pois, do contrário, não seria possível representá-lo. Ainda que esta representação seja construída com a mediação do professor ou de um colega, ela exige, ao menos, a atenção ao roteiro de construção. E é por meio da ação de construir, que o objeto age sobe o aluno, forçando mudanças em suas estruturas mentais, provocando o desencadeamento da aprendizagem daquele objeto geométrico desenhado (PIAGET e INHELDER, 1993; DIAS, 1998a).

Outro ponto a destacar foi que, apesar da proposta pedagógica ter sido avaliada positivamente, esta poderia ter sido desenvolvida com mais profundidade junto aos alunos, o que não ocorreu devido aos mesmos não apresentarem pré-requisitos necessários para o trabalho em conjunto com a proposta citada acima. Este fato reforça os resultados que apontam o abandono das disciplinas de Geometria e Construções Geométricas na Educação Básica.

Observou-se que na representação gráfica dos quadriláteros notáveis por meio das construções geométricas, é preciso atentar para a tendência em posicionar um dos lados sempre na horizontal (como consequência, outro sempre estará também na horizontal, se o primeiro for considerado base no caso dos trapézios), o que reforça a influência das figuras prototípicas. Sugere-se variar a posição do segmento inicial, a fim de minimizar a influência citada acima.

Retomando à questão de pesquisa, pode-se afirmar que o estudo integrado das Construções Geométricas com Geometria permite ao aluno construir de modo significativo os conceitos geométricos. Esta significação diz respeito à associação do elemento geométrico ao seu nome, o que inclui o reconhecimento de alguma ou todas as propriedades métricas e de posição de tal elemento. No entanto, não se pode desconsiderar o fator tempo de aprendizagem (PAIS, 2002), que é o tempo necessário para cada aluno apreender o objeto matemático, sob a pena de prejudicar a construção do conhecimento. Questões sobre a viabilidade da proposta pedagógica deste trabalho em turmas da Educação Básica, com relação a aspectos organizacionais e pedagógicos, constituem vertentes a serem investigadas.

Em vista do descrito nos parágrafo anteriores, recomenda-se que as construções geométricas sejam trabalhadas associadas a outros recursos didáticos tais como dobraduras, material concreto, *softwares* de geometria dinâmica, a fim de atender aos variados aspectos do processo de aprendizagem em Geometria.

O jogo, utilizado neste trabalho como motivação, mostrou-se um recurso muito adequado à faixa etária pesquisada. Observou-se que o envolvimento dos alunos foi tão grande, que a busca pela resposta correta foi mais intensa do que no momento das atividades 5 e 6.

Espera-se que as conclusões aqui expostas possam contribuir para a discussão sobre o trabalho conjunto de Geometria e Construções Geométricas na Educação Básica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A origem da Geometria. Disponível em: <http://www.colegiocatanduvas.com.br/desgeo/introducao/index.html>. Acesso em: 24 jan. 2010.

BERLINGHOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q.; Tradução Elza Gomide e Helena Castro. **A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas.** 2ª ed. São Paulo: Blücher, 2010.

BOYER, Carl B., Tradução Elza F. Gomide. **História da Matemática.** 2ª ed. São Paulo: Blücher, 1996.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

CAMARGO, Rosangela Perussi de. **Tarefas investigativas de matemática: uma análise de três alunas de 8ª série do Ensino Fundamental.** 2006. 128f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006. Disponível em: <http://www.ppge.ufpr.br/teses/M06_camargo.pdf>. Acesso em: 22 jul. 2011.

CARVALHO, César Augusto Sverberi. **Jogos para 5ª série do ensino fundamental**. Revista do Professor de Matemática. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 3º quadrimestre, n. 58, p. 7-12, 2005.

DIAS, Mônica Souto da Silva. **A Importância do desenho na Construção dos Conceitos Geométricos.** 1998a. 189f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Santa Úrsula, Rio de Janeiro, 1998.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar 9: geometria plana**. 8ª ed. São Paulo: Atual, 2005.

EUCLIDES. Biografia. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/euclides/euclides.htm>. Acesso em: 22 abr. 2011.

EVES, Howard. Tradução Hygino H. Domingues. **Introdução à história da matemática para uso em sala de aula.** Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

EVES, Howard. Tradução Hygino H. Domingues. **Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula.** Vol. 3; São Paulo: Atual, 1992.

GARNICA, Antônio Vicente Marafioti. História oral e Educação Matemática. In: **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. BORBA, M.C.; ARAÚJO, J. L. (org.). Belo Horizonte: Autêntica, 2004, p.77-98.

GARNIER, Catherine; BEDNARZ, Nadine e ULANOVSKAYA, Irina. **Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista. Escola russa e ocidental**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GOOGLE Maps Brasil. Disponível em: <http://maps.google.com.br>. Acesso em: 16 ago. 2010.

HERSHKOWITZ, Rina e VINNER, Shlomo. in **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo: Atual Editora, 1994, p. 273.

JESUS, Gilson Bispo de. **Construções Geométricas: uma alternativa para desenvolver conhecimentos acerca da demonstração em uma formação continuada.** 2008. 235f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2008. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/gilson_bispo_jesus.pdf>. Acesso em: 12 jun. 2011.

LIMA, Maria Apparecida Barroso de; FILHO, Nicola Siani e FILHO,Thales do Couto. **Matemática...você constrói**. 5ª série. Rio de Janeiro: Eudiouro, p. 174, 1996.

NASCIMENTO, Roberto Alcarria. **O ensino do desenho na educação brasileira: apogeu e decadência de uma disciplina escolar.** 1994. 75f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, 1994. Disponível em: < http://www2.faac.unesp.br/posgraduacao/design/docs/Textos_Alcarria/dissertacaodemestrado_robertoalcarria.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2011.

OLIVEIRA, Clézio Lemes de. **Importância do Desenho Geométrico**. Disponível em: <http://www.matematica.ucb.br/sites/000/68/00000002.pdf>. Acesso em: 01 mar. 2010.

Os Elementos de Euclides Frontespício da primeira edição inglesa Londres 1570. Disponível em: < http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/elementos-euclides/imagens.htm>. Acesso em: 24 jan. 2011.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PAIS, Luiz Carlos. **Intuição, Experiência e Teoria Geométrica**. Revista Zetetiké Campinas, SP, v. 4, n. 6, p. 65 – 74, jul./ dez. 1996.

PERES, Gilmer Jacinto. **O triângulo e suas propriedades um estudo de caso com alunos do Ensino Médio**. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/09/CC97996068615.pdf >. Acesso em: 01 mar. 2010.

PIAGET, Jean; INHELDER, Pärbel. **A Representação no Espaço da Criança**. Tradução de Bernardina Machado Albuquerque. Porto Alegre: Editora Artes Médicas, 1993.

PONTE, João Pedro (2006). **Estudos de caso em educação matemática**. Revista Bolema, *25*, 105-132.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

PUTNOKI, José Carlos. **Elementos de Geometria & Desenho Geométrico.** Vol. 1; 4ª ed. São Paulo: Scipione, 1993.

PUTNOKI, José Carlos. **Que se Devolvam a Euclides a Régua e o Compasso.** Revista do Profesor de Matemática. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 2º semestre, n. 13, p. 13-17, 1988.

SILVEIRA, Ênio; MARQUES, Cláudio. **Matemática Contextualizada**. 6º ano. Recife: Construir, p. 243, 2006.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **A Formação Social da Mente**. São Paulo: Editora Martins Fontes, 1994.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Editora Martins Fontes, 1993.

WAGNER, Eduardo. **Construções Geométricas**. Rio de Janeiro: SBM, 1993.

WAGNER, Eduardo. **Uma introdução às Construções geométricas.** Disponível em: <http://www.mtm.ufsc.br/ensinomedio/jul-09/const-geometricas.pdf>. Acesso em: 10 mai. 2010.

ZUIN, E. S. L.. **Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil.** 2001. 211 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/1843/FAEC-85DGQB/1/zuin_elenice_disserta_nopw.pdf >. Acesso em: 25 jan. 2011.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 3º e 4º ciclos do ensino fundamental e o ensino das construções geométricas entre outras considerações**. (PUC MINAS). GT 19- Educação Matemática. 2002. Disponível em: <http://www.anped.org.br/reunioes/25/excedentes25/elenicezuint19.rtf>. Acesso em: 01 mar. 2010.

APÊNDICES

APÊNDICE A: Recordando Alguns Conceitos Geométricos

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação

Nome: ____ Data: ___/___/___

Professoras em formação: Larissa Ferreira Dias Silva
Paola Martins Siqueira

RECORDANDO ALGUNS CONCEITOS GEOMÉTRICOS [1]

1) Ponto, Reta e Plano

Ponto, reta e plano são conceitos primitivos e por essa razão não apresentam uma definição. O que se tem é a idéia intuitiva desses conceitos primitivos.

1.1) Ponto

Observe o cubo ABCDEFGH, (Figura 1) a seguir, os vértices A, B, C, D, E, F, G e H desta figura expressam a idéia de ponto. Um ponto será sempre nomeado pelas letras maiúsculas do alfabeto latino.

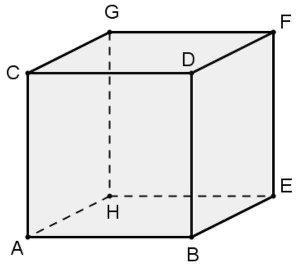


Figura 1: Cubo ABCDEFGH

1.2) Reta

Ao observar o cubo ABCDEFGH, (Figura 2) a seguir, podemos perceber que dois vértices consecutivos G e F determinam uma aresta e a reta que a contém. Uma reta será sempre nomeada com as letras minúsculas do alfabeto latino.

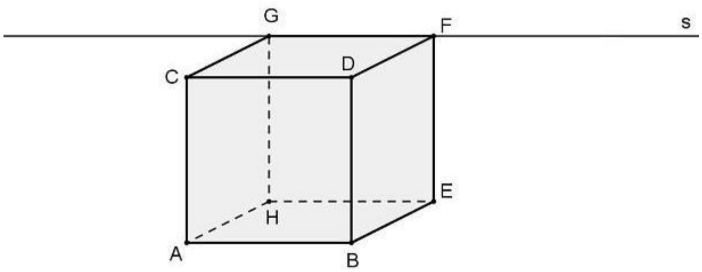


Figura 2: Cubo ABCDEFGH com a reta *s*

---

[1] Material elaborado pelas professoras em formação Larissa Ferreira Dias Silva e Paola Martins Siqueira, sob a orientação da professora Mônica Souto da Silva Dias, para uma pesquisa relacionada à monografia do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do IF Fluminense Campus Campos - Centro.

1.3) Plano

Observe o cubo ABCDEFGH, (Figura 3) a seguir, a face CDFG dá a idéia de um plano. Um plano será sempre nomeado por letras gregas minúsculas: α (alfa), β (beta), γ (gama),...

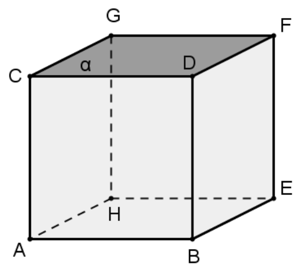


Figura 3: Cubo com a face CDFG em destaque

2) Semirreta e Segmento de reta

2.1) Semirreta[2]

Consideremos a reta *r* e o ponto *O*, a seguir (figura 4):

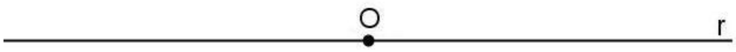


Figura 4: Reta r

O ponto *O* divide a reta *r* em duas semirretas: $\overrightarrow{Or_1}$ e $\overrightarrow{Or_2}$. O ponto *O* é a origem das semirretas. As semirretas r_1 e r_2 podem ser representadas por:

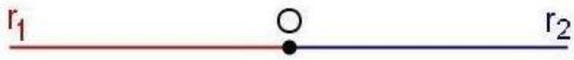


Figura 5: Semirreta

A semirreta é uma parte da reta, que tem origem e é infinita num só sentido.

2.2) Segmento de reta [7]

Se considerarmos uma reta *r* e sobre ela marcarmos dois pontos, A e B, distintos, o conjunto de pontos formado pelo ponto A, pelo B e por todos os pontos da reta que estão entre A e B é chamado segmento de reta $\overline{AB}$.

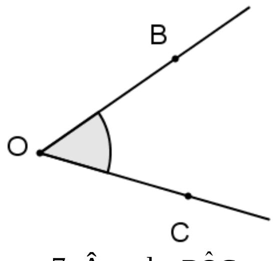
Figura 6: Segmento de reta

O segmento de reta $\overline{AB}$ é representado por: $\overline{AB}$

[7](Adaptado) SILVEIRA, Ênio; MARQUES, Cláudio. Matemática Contextualizada: 6º ano. Ensino Fundamental. Recife: Construir, 2006.

3) Ângulo

É a figura formada por duas semirretas de mesma origem. As semirretas são seus lados e o vértice é o ponto de origem das duas semirretas.



Ângulo: $B\hat{O}C$ ou $C\hat{O}B$ ou $\hat{O}$

Lados: $\overrightarrow{OB}$ e $\overrightarrow{OC}$

Vértice: O

Figura 7: Ângulo $B\hat{O}C$

3.1) Medida de um ângulo

Para medir ângulos utilizamos um instrumento denominado transferidor, que tem como unidade o grau, cujo símbolo é **º**. Os transferidores podem ser de meia volta (180º) (Figura 8) ou de volta completa (360º) (Figura 9).

Figura 8: Transferidor de meia volta

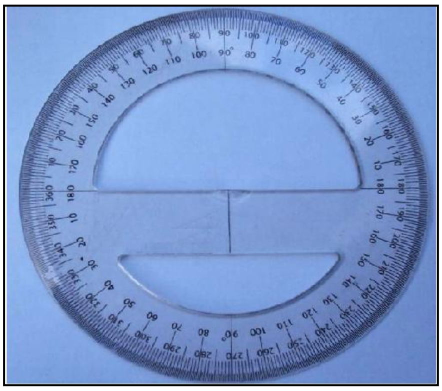


Figura 9: Transferidor volta completa

4) Posição relativa de duas retas no plano

Quando consideramos duas retas distintas de um mesmo plano a posição de uma em relação à outra pode ser classificada em: paralelas e concorrentes.

4.1) Retas Paralelas

As retas são paralelas quando estão no mesmo plano e não apresentam nenhum ponto em comum. Observe na (Figura 10) a seguir, as retas *s* e *t* são paralelas.

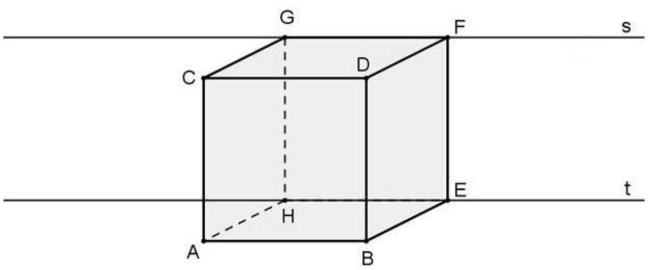


Figura 10: Retas paralelas

4.2) Retas Perpendiculares

Quando duas retas concorrentes formam um ângulo reto, ou seja, igual a 90º dizemos que elas são retas perpendiculares. Observe (figura 11) a seguir, as retas *t* e *p* são perpendiculares.

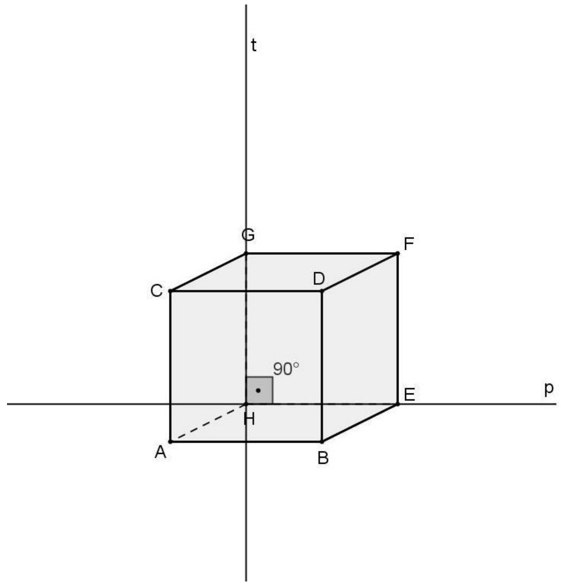


Figura 11: Retas perpendiculares

ALGUNS INSTRUMENTOS DE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

1) Par de esquadros

É utilizado para traçar segmentos, retas paralelas e retas perpendiculares ou para medir e desenhar alguns ângulos. Um dos pares tem os ângulos de 90º, 45º e 45º (Figura 12) e o outro tem os ângulos de 90º, 60º e 30º (Figura 13).

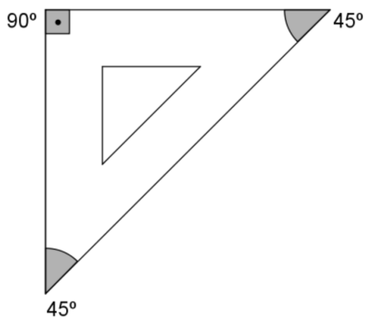


Figura 12: esquadro de 45°

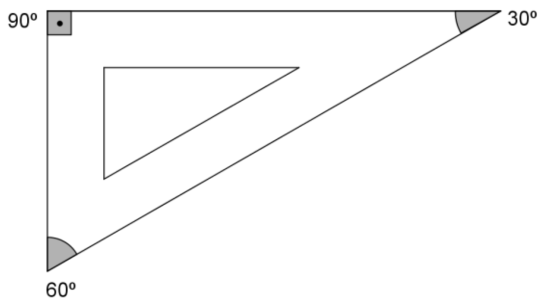


Figura 13: esquadro de 60°

2) Compasso

É um instrumento utilizado para traçar circunferências e arcos de circunferência e também para transportar medidas. Numa de suas hastes temos uma ponta metálica chamada de ponta seca e, na outra, o grafite que deve estar sempre bem afiado e com a mesma altura da ponta seca.


Figura 14: Compasso

APÊNDICE B: Atividade 1

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação

Nome: ____ Data: ___/___/___

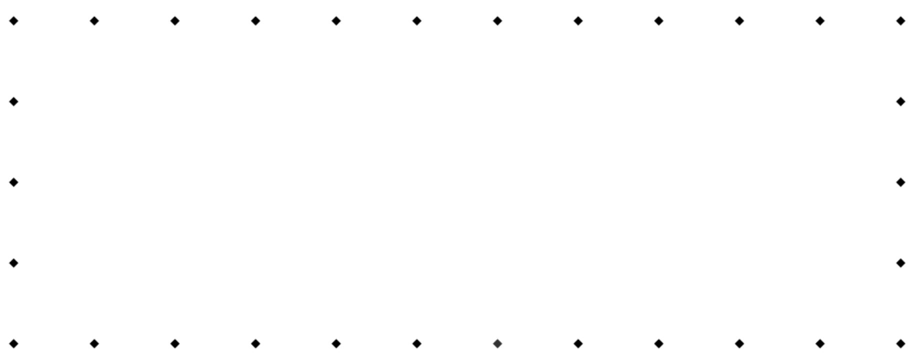
Professoras em formação: Larissa Ferreira Dias Silva

Paola Martins Siqueira

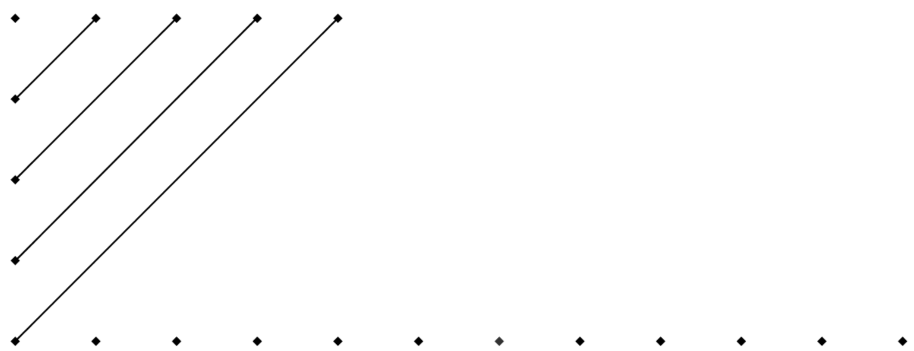
Atividade 1 - RETAS PARALELAS E PERPENDICULARES [1]

1) Complete os quadros abaixo conforme as instruções em cada item:

a) Ligue à mão livre os pontos de forma que os segmentos sejam paralelos



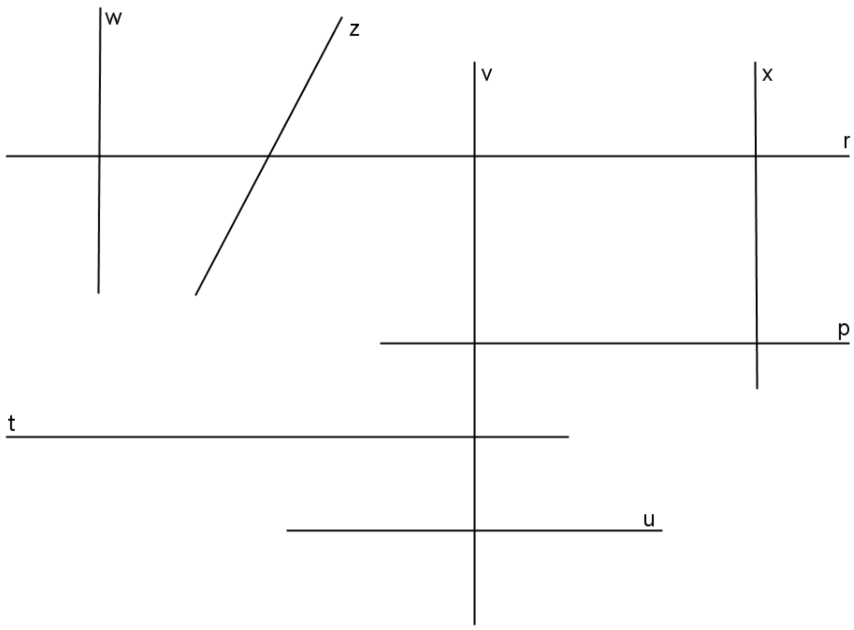
b) Complete a figura a seguir construindo semirretas paralelas como o auxilio do par de esquadros.



[1] Material elaborado pelas professoras em formação Larissa Ferreira Dias Silva e Paola Martins Siqueira, sob a orientação da professora Mônica Souto da Silva Dias, para uma pesquisa relacionada à monografia do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do IF Fluminense Campus Campos - Centro.

2) Construa uma reta **p** paralela à reta **s**, utilizando o par de esquadros.

3) Na figura abaixo temos oito retas. Utilize o par de esquadros para responder aos itens a seguir:



a) A reta **p** é paralela à (às) reta (s) ______________________________
b) A reta **w** é paralela à (às) reta (s) ______________________________
c) A reta **z** é paralela à (às) reta (s) ______________________________
d) A reta **r** é paralela à (às) reta (s) ______________________________

4) Observe a figura e identifique:

Fonte: http://maps.google.com.br. Acesso em: 16 de agosto de 2010.

a) Dois pares de ruas paralelas

____

____

b) Dois pares de ruas perpendiculares

____

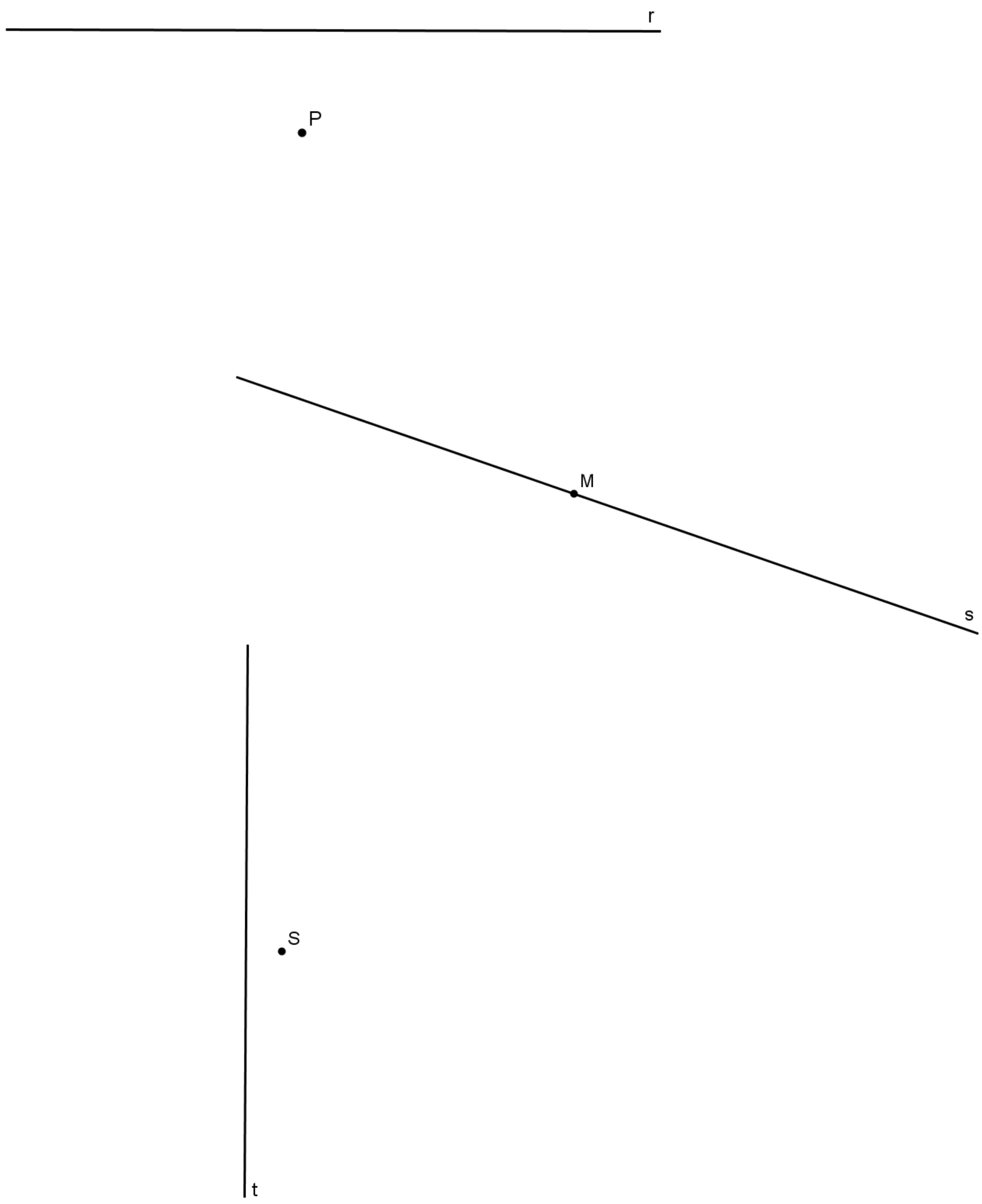
____

5) Trace uma reta **b** perpendicular à reta **s** com o par de esquadro.

s

6) Considere as retas **r**, **s** e **t**. Faça o que se pede nos itens abaixo, utilizando o par de esquadro:

a) Trace uma reta **j** paralela à **r** passando pelo ponto P.
b) Trace uma reta **i** perpendicular à **s** passando pelo ponto M.
c) Trace uma reta **u** perpendicular à **t** passando pelo ponto S.
d) Trace uma reta **n** paralela à reta **u**, construída no item anterior.



APÊNDICE C: Atividade 2

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação

Nome:____ Data:___/___/___

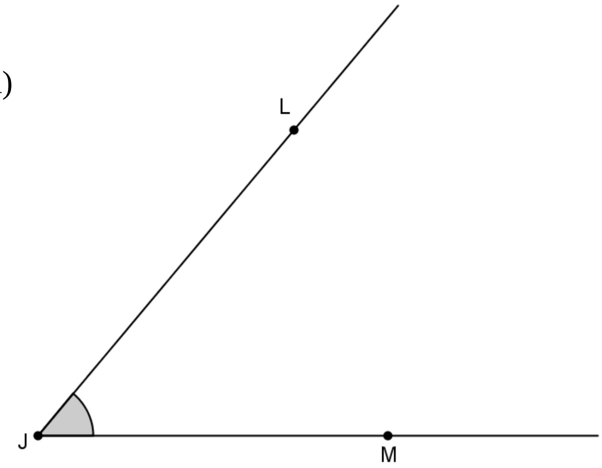
Professoras em formação: Larissa Ferreira Dias Silva

Paola Martins Siqueira

Atividade 2 - ÂNGULOS E SEGMENTOS [1]

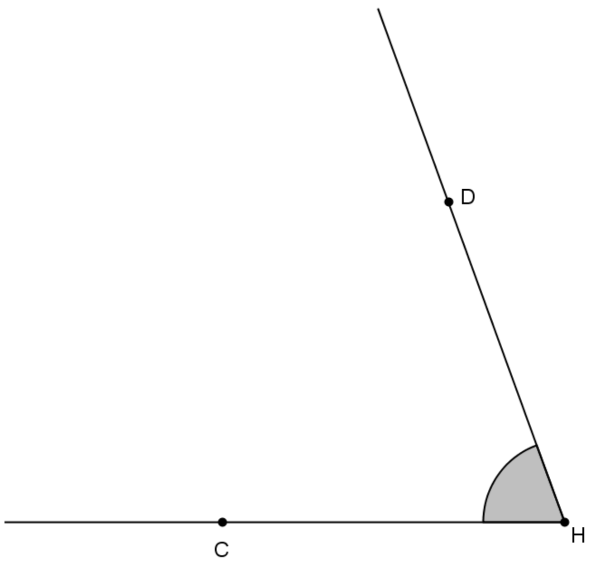
1) Utilize o transferidor e obtenha a medida dos ângulos indicados a seguir:

a)



$m\ (A\hat{B}C) =$ ___________

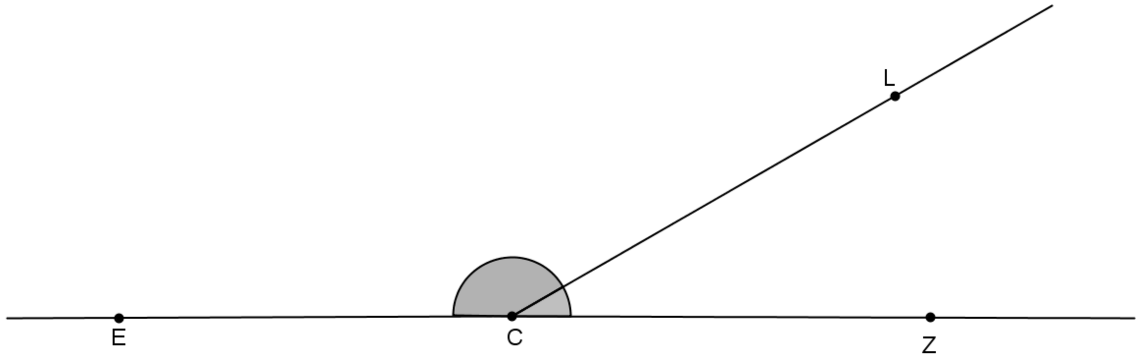
b)



$m\ (D\hat{H}C) =$ _________

[1] Material elaborado pelas professoras em formação Larissa Ferreira Dias Silva e Paola Martins Siqueira, sob a orientação da professora Mônica Souto da Silva Dias, para uma pesquisa relacionada à monografia do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do IF Fluminense Campus Campos - Centro.

c)

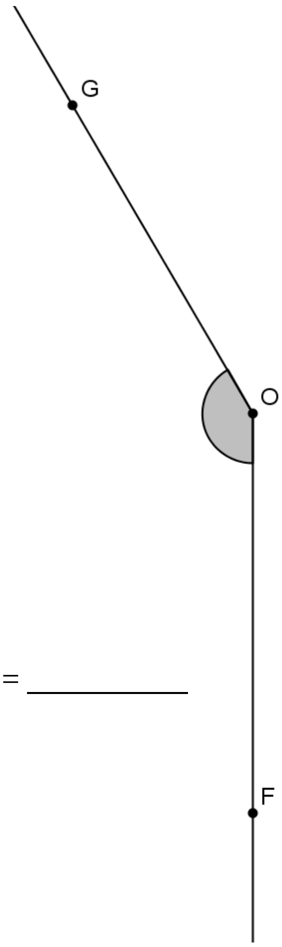


$m(Z\hat{C}L) =$ ___________

$m(E\hat{C}L) =$ ___________

$m(E\hat{C}Z) =$ ___________

d)



$m(F\hat{O}G) =$ ___________

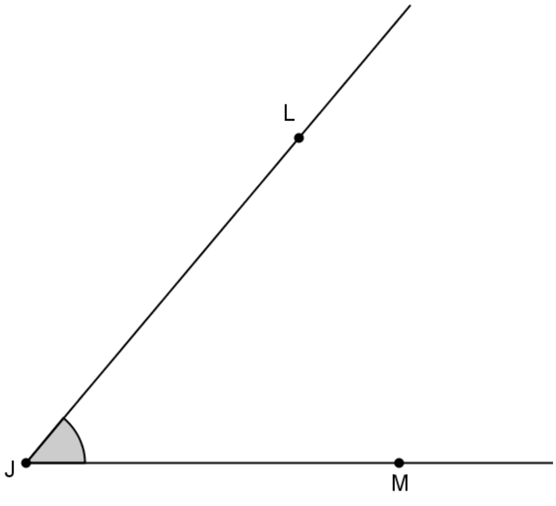
e)

$m(A\hat{O}B) =$ ___________

2) Dado um segmento AB, construa um segmento $A'B'$ de modo que tenha a mesma medida do segmento AB.

3) Construa o que se pede utilizando régua e compasso.

Dado o ângulo $L\hat{J}M$ a semirreta $\overrightarrow{J'M'}$, transporte o ângulo de modo que seja congruente ao ângulo $L'\hat{J}'M'$ e que tenha $\overrightarrow{J'M'}$ como um dos lados e J' como vértice.



APÊNDICE D: Atividade 3

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação
Profissional e Tecnológica

Ministério
da Educação

Nome: ____ Data: ___/___/___

Professoras em formação: Larissa Ferreira Dias Silva

Paola Martins Siqueira

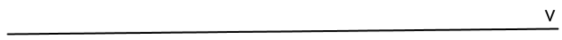
Atividade 3 - REVISANDO [1]

1) Numere os parênteses abaixo de acordo com os nomes apresentados acima:

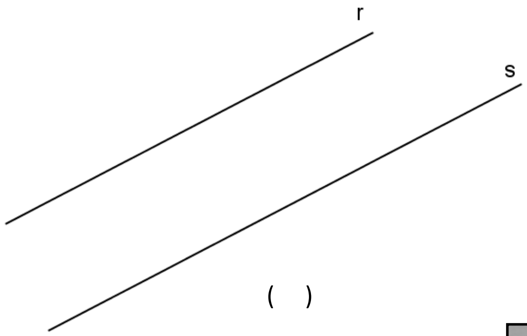
1- Ponto 2- Esquadro de 60° 3- Transferidor 4- Compasso 5- Reta 6- Ângulo

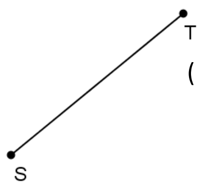
7- Esquadro de 45° 8- Retas paralelas 9- Retas perpendiculares 10-Segmento de reta

( )

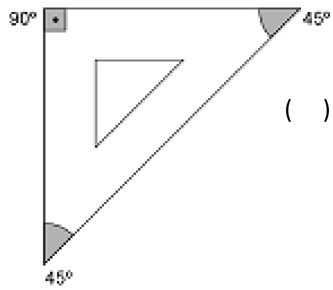


( )



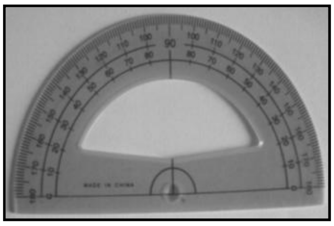


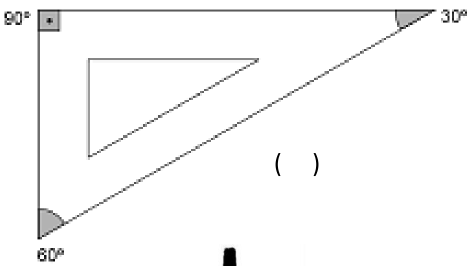
( )



( )

( )

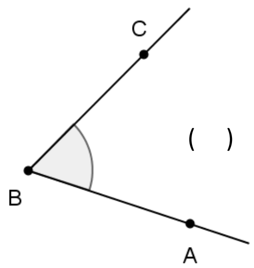




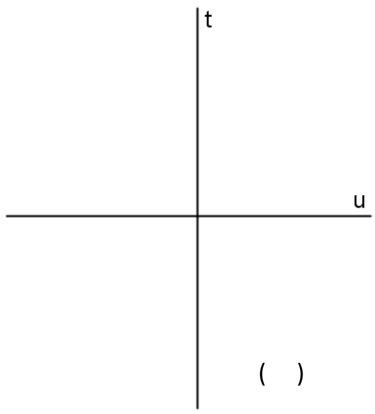
( )

( )

( )



( )



( )

[1] Material elaborado pelas professoras em formação Larissa Ferreira Dias Silva e Paola Martins Siqueira, sob a orientação da professora Mônica Souto da Silva Dias, para uma pesquisa relacionada à monografia do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do IF Fluminense Campus Campos - Centro.

APÊNDICE E: Proposta Pedagógica - Estudando os Quadriláteros Notáveis

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica — Ministério da Educação

Nome: ____ Data: ___/___/___

Professoras em formação: Larissa Ferreira Dias Silva

Paola Martins Siqueira

Estudando os Quadriláteros Notáveis [1]

Quadriláteros são polígonos planos de quatro lados. Os principais quadriláteros notáveis são: trapézios, paralelogramos, retângulos, losangos e quadrados. Vamos estudar estes quadriláteros por meio das Construções Geométricas.

No nosso estudo, serão necessários os conhecimentos abaixo:

- Diagonal de um polígono

- A soma dos ângulos internos de um quadrilátero convexo

- Segmentos congruentes

- Ângulos congruentes

- Bissetriz

1- Trapézio

É o quadrilátero que possui um par de lados opostos paralelos. Esses lados são chamados de bases e a distância entre suas bases é chamada de altura.

Construção:

[11] Material elaborado pelas professoras em formação Larissa Ferreira Dias Silva e Paola Martins Siqueira, sob a orientação da professora Mônica Souto da Silva Dias, para uma pesquisa relacionada à monografia do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do IF Fluminense Campus Campos - Centro.

Alguns trapézios, devido às suas características, recebem nomes especiais sendo classificados em: trapézio escaleno, trapézio isósceles e trapézio retângulo.

1.1- Trapézio Escaleno

Neste trapézio os lados não-paralelos não são congruentes.

? ? ***Vamos investigar?***

a) Usando o transferidor meça os ângulos $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$ do trapézio ABCD que você recebeu e em seguida separe-os por meio de recorte e verifique se a soma dos ângulos internos tomados dois a dois apresentam um valor constante.

1.2- Trapézio Isósceles

Os lados que não são bases são congruentes.

Construção:

? ? ***Vamos investigar?***

a) Verifique se o trapézio isósceles apresenta ângulos congruentes. Identifique-os.

b) O trapézio isósceles possui dois lados iguais, será que ele possui outros elementos iguais além dos lados? Em caso afirmativo, quais são?

c) O que é possível afirmar sobre os ângulos opostos?

1.3- Trapézio Retângulo

Tem dois ângulos retos.

Construção:

? ? ***Vamos investigar?***

a) Verifique se o trapézio retângulo apresenta ângulos congruentes. Identifique-os.

b) Seria possível construir um trapézio retângulo com apenas um ângulo reto?

2- PARALELOGRAMO

É um quadrilátero que tem os lados opostos paralelos.

Construção:

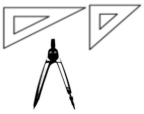
? ? ***Vamos investigar?***

a) Verifique se o paralelogramo apresenta ângulos congruentes. Identifique-os.

b) As diagonais do paralelogramo são congruentes? Verifique. As diagonais se encontram em um ponto, verifique se esse ponto divide as diagonais ao meio.

3- RETÂNGULO

É um quadrilátero que tem quatro ângulos congruentes.



Construção:

? ? ***Vamos investigar?***

a) Este quadrilátero apresenta lados paralelos? Quais são?

b) Verifique se os lados do retângulo são congruentes. Quais são?

c) Trace as diagonais do retângulo e verifique se:

- são congruentes
- são perpendiculares
- cortam-se ao meio

4- LOSANGO

É um quadrilátero que tem os quatro lados congruentes.

Construção:

? ? ***Vamos investigar?***

a) Este quadrilátero apresenta lados paralelos? Quais são?

b) Verifique se losango apresenta ângulos congruentes.

c) Trace as diagonais do retângulo e verifique se:

- são congruentes
- são perpendiculares
- cortam-se ao meio

d) As diagonais do losango são bissetrizes dos ângulos internos?

5- QUADRADO

É um quadrilátero que tem os quatro lados e os quatro ângulos congruentes.

Construção:

? ? ***Vamos investigar?***

a) Este quadrilátero apresenta lados paralelos? Quais são?

b) Trace as diagonais do quadrado e verifique se:

- são congruentes
- são perpendiculares
- cortam-se ao meio

c) Após a construção deste quadrilátero e a identificação de suas propriedades, o que você pode observar que há em comum entre:

Quadrado e Retângulo	**SIM**	**NÃO**
Têm lados opostos paralelos?		
Têm lados opostos paralelos e congruentes?		
Têm todos os lados congruentes?		
Têm todos os ângulos congruentes?		
Têm ângulos medindo 90º?		
Têm diagonais congruentes?		
As diagonais são bissetrizes dos ângulos internos?		

O que você pode concluir? ____

____

____

Quadrado e Losango	**SIM**	**NÃO**
Os lados opostos são paralelos?		
Os lados opostos são congruentes?		
Possui todos os ângulos congruentes?		
Os ângulos opostos são congruentes?		
As diagonais são perpendiculares?		
As diagonais são bissetrizes dos ângulos internos?		

O que você pode concluir? ____

____

____

APÊNDICE F: Atividade 4

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação
Profissional e Tecnológica

Ministério
da Educação

Nome: ____ Data: ___/___/___

Professoras em formação: Larissa Ferreira Dias Silva

Paola Martins Siqueira

Atividade 4 - Exercitando

1) Construa um quadrado com lado medindo *3 cm*.

2) Construa um retângulo sabendo que um de seus lados mede *4 cm* e outro *3 cm*.

3) Sabendo que um paralelogramo tem os lados medindo *4 cm* e *3 cm*, construa esse paralelogramo.

4) Construa um losango com os lados medindo *4 cm*.

5) Construa um trapézio conhecendo suas bases, base maior *5 cm* e base menor *3 cm*.

6) Construa um trapézio retângulo sabendo que suas bases medem *5 cm* e *3 cm*.

APÊNDICE G: Atividade 5

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

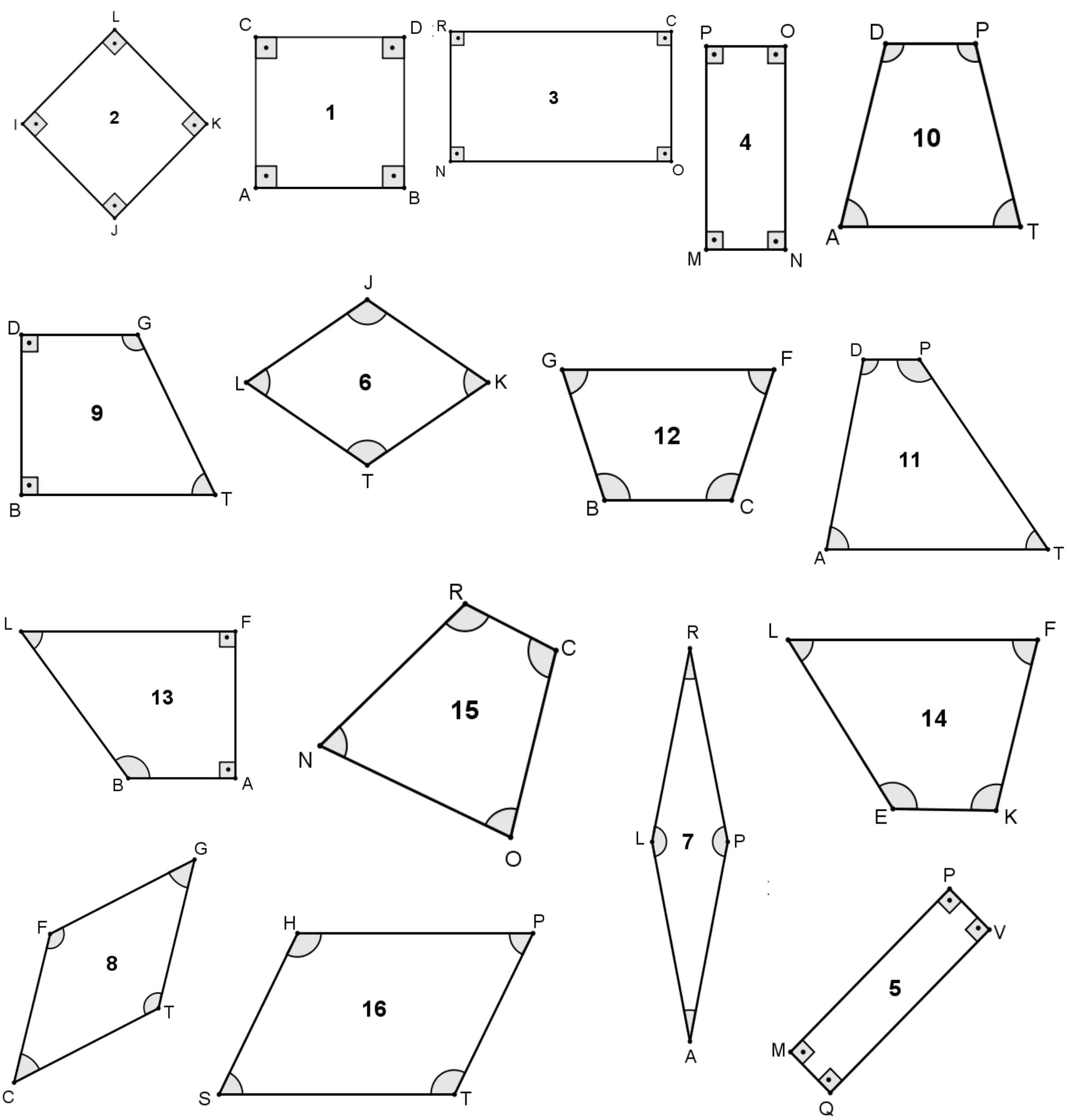
Nome: ____ Data: ___/___/___

Professoras em formação: Larissa Ferreira Dias Silva

Paola Martins Siqueira

Atividade 5 - Reconhecendo os Quadriláteros Notáveis [1]

1- Observe as figuras e em seguida preencha a tabela identificando cada uma delas:



[1] Material elaborado pelas professoras em formação Larissa Ferreira Dias Silva e Paola Martins Siqueira, sob a orientação da professora Mônica Souto da Silva Dias, para uma pesquisa relacionada à monografia do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do IF Fluminense Campus Campos-Centro.

Quadriláteros Notáveis	***Número(s) da(s) figura(s)***
Trapézio Escaleno	
Trapézio Isósceles	
Trapézio Retângulo	
Paralelogramo	
Retângulo	
Losango	
Quadrado	

APÊNDICE H: Atividade 6

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Ministério da Educação

Nome: ____ Data: ___/___/___

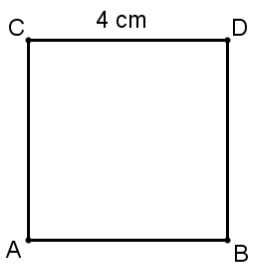
Professoras em formação: Larissa Ferreira Dias Silva

Paola Martins Siqueira

Atividade 6 – Exercícios [1]

1- Determine as medidas dos lados e dos ângulos apresentados em cada figura a seguir:

a) DCAB é um quadrado



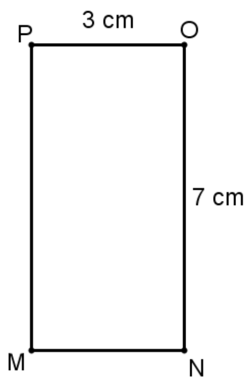
$\overline{CA}$ = _________ $m(\hat{C})$ = _________

$\overline{AB}$ = _________ $m(\hat{A})$ = _________

$\overline{DB}$ = _________ $m(\hat{B})$ = _________

$m(\hat{D})$ = _________

b) OPMN é um retângulo



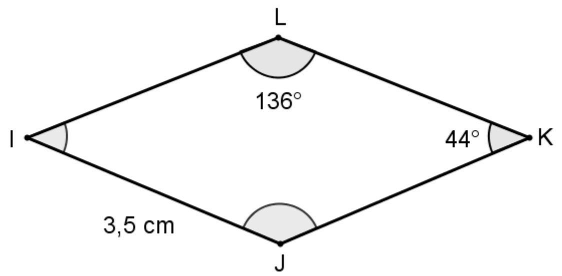
$\overline{PM}$ = _________ $m(\hat{P})$ = _________

$\overline{NM}$ = _________ $m(\hat{M})$ = _________

$m(\hat{N})$ = _________

$m(\hat{O})$ = _________

c) LIJK é um losango



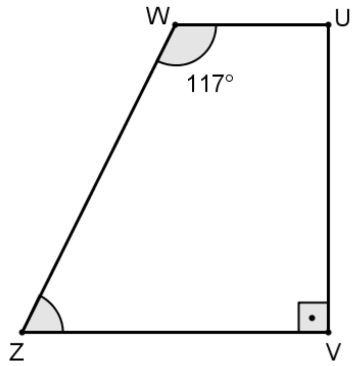
$\overline{IL}$ = _________ $m(\hat{J})$ = _________

$\overline{KL}$ = _________ $m(\hat{L})$ = _________

$\overline{JK}$ = _________

[1] Material elaborado pelas professoras em formação Larissa Ferreira Dias Silva e Paola Martins Siqueira, sob a orientação da professora Mônica Souto da Silva Dias, para uma pesquisa relacionada à monografia do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do IF Fluminense Campus Campos - Centro.

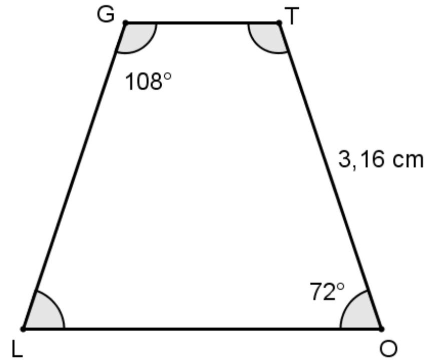
d) UWZV é um trapézio retângulo



$m(\hat{Z}) =$ _________

$m(\hat{V}) =$ _________

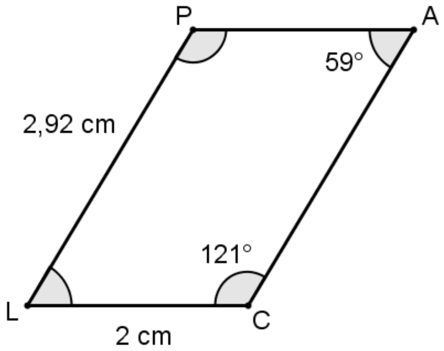
e) TGLO é um trapézio isósceles



$\overline{GL} =$ _________ $m(\hat{T}) =$ _________

$m(\hat{L}) =$ _________

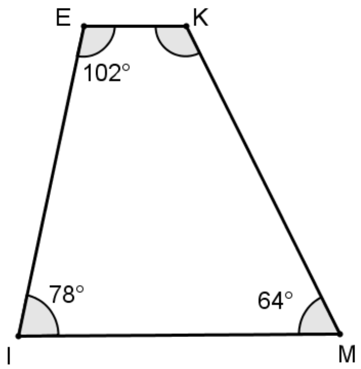
f) CLPA é um paralelogramo



$\overline{AP} =$ _________ $m(\hat{L}) =$ _________

$\overline{CA} =$ _________ $m(\hat{P}) =$ _________

g) EIMK é um trapézio escaleno



$m(\hat{K}) =$ _________

APÊNDICE I: Jogo

(1) Trapézio Escaleno

Quem sou?

1- Tenho um par de lados opostos paralelos chamados de base.

2- Meus lados não paralelos não são congruentes.

3- As medidas dos meus ângulos internos não são congruentes.

(2) Trapézio Retângulo

Quem sou?

1- Tenho um par de lados não paralelos que não são congruentes.

2- Tenho ângulos medindo 90°.

3- Apenas dois dos meus ângulos medem 90º.

(3) Quadrado e Losango

Quem sou?

1- Tenho quatro lados congruentes.

2- Tenho diagonais perpendiculares.

(4) Retângulo

Quem sou?

1- Tenho os quatro ângulos congruentes.

2- Meus lados são paralelos.

3- Apresento diagonais congruentes.

4- Minhas diagonais se encontram no ponto médio.

5- Minhas diagonais não são perpendiculares.

(5) Quadrado e Retângulo

Quem sou?

1- Tenho lados congruentes.

2- Tenho ângulos medindo 90º.

3- Meus quatro ângulos são congruentes.

(6) Trapézio Isósceles

Quem sou?

1- Tenho um par de lados opostos paralelos.

2- Tenho um par de lados não paralelos congruentes.

3- Tenho uma base maior e uma base menor.

4- Meus ângulos opostos somam 180º.

(7) Quadrado

Quem sou?

1- Tenho lados paralelos.

2- Tenho quatro lados congruentes.

3- Tenho quatro ângulos congruentes.

(8) Losango

Quem sou?

1- Tenho os lados congruentes.

2- Minhas diagonais são perpendiculares.

3- Ângulos opostos congruentes.

4- As medidas das minhas diagonais não são congruentes.

APÊNDICE J: Relato do jogo

Para iniciar o jogo, foi escolhido um aluno de cada grupo para tirar "par ou ímpar", a fim de decidir qual deles seria o primeiro a jogar. A seguir temos os comentários e a pontuação de cada rodada, em que o primeiro valor da pontuação é a do grupo A e a segunda é do grupo B, será expressa da seguinte forma: Pontuação: __ x __.

1ª rodada - O grupo que ganhou no "par ou ímpar" foi o grupo A, então foi solicitado que um aluno do grupo retirasse uma carta para o grupo B (Figura 1), a primeira carta a ser retirada foi a carta de número 6, os alunos do grupo B não souberam responder. Em seguida a carta foi lida para o grupo A e não souberam responder também. Mediante os dois grupos não saberem responder, uma das professoras em formação foi ao quadro explicar a resposta certa, fazendo o esboço do desenho de acordo com as propriedades presentes na carta retirada.

Pontuação: 0 x 0

Figura 1: Grupo B, lendo a carta. Fonte: Autoras.

2 ª rodada - O grupo B retirou a carta de número 4 para o grupo A. Após a retirada da carta a professora em formação leu as propriedades dos quadriláteros e em seguida foi dado um tempo de uns cinco minutos para os alunos do grupo A (Figura 2) responderem. Após, eles responderam que era um quadrilátero, o que foi confirmado por uma das professoras em formação, mas indagou-os quais dos quadriláteros estudados eram, e eles responderam: "o quadrado".

As professoras em formação informaram ao grupo A que a resposta estava errada, em seguida, um dos alunos do grupo A perguntou as professoras em formação o que eram diagonais congruentes, então foi dito as eles que são segmentos de reta que ligam um vértice a outro não consecutivo, e que apresentam a mesma medida. Logo após as propriedades foram lidas novamente para o grupo que havia retirado à carta, e eles responderam corretamente, informando que a resposta era um trapézio escaleno.

Em seguida uma das professoras em formação foi ao quadro fazer a construção de acordo com as propriedades dadas.

Pontuação: 0 x 1

Figura 2: Grupo A, discutindo a resposta. Fonte: Autoras.

3ª rodada - O grupo A retirou a carta de número 8 para o grupo B, assim que foram lidas as propriedades um dos alunos do grupo B respondeu que era um quadrado, o que estava errado. Nenhum aluno do grupo A soube responder.

Diante deste fato, foi feita a construção no quadro, esclarecendo o porquê da resposta do grupo B estar errada. No momento do esboço feito no quadro um aluno do grupo B diz: "eu fiz essa parada", ou seja, foi uma construção feita por ele, da qual havia se lembrado. Este fato evidencia a influência das construções geométricas no aprendizado da Geometria.

Pontuação: 0 x 1

4ª rodada - O grupo A retirou a carta 2 para o grupo B, os alunos deste responderam corretamente que era trapézio retângulo. Uma das professoras em formação desenhou o quadrilátero no quadro a fim de enfatizar a resposta correta.

Pontuação: 0 x 2

5ª rodada- O grupo B retirou a carta de número 1 para o grupo A, após a leitura das propriedades dos quadriláteros do qual a carta representava, os alunos se reuniram e disseram que não sabiam o nome do quadrilátero. Entretanto, mostraram na ilustração da carta, que tinha todos os quadriláteros estudados na ordem da construção feita na atividade de titulo Estudando os Quadriláteros Notáveis. Como o aluno não se lembrava do nome do quadrilátero, apontou-o na carta e disse que era o desenho vermelho, acertando a resposta. Em seguida, foi feito o esboço da figura no quadro com os alunos.

Pontuação: 1 x 2

6ª rodada- O grupo A retirou a carta de número 7 para o grupo B, após a leitura das propriedades os alunos se reuniram e rapidamente responderam corretamente que era o quadrado.

Pontuação: 1 x 3

7ª rodada- O grupo B retirou a carta de número 5 para o grupo A, que respondeu apenas quadrado. Um dos alunos do grupo A justificou o erro, afirmando que entenderam que a propriedade apresentada na carta dizia que a figura tinha "apenas" quatro lados congruentes.

Nesta rodada nenhum dos dois grupos respondeu corretamente.

Pontuação: 1 x 3

8ª rodada- O grupo A retirou a carta de número 3 para o grupo B, mas este não conseguiu identificar quais dos quadriláteros era a resposta certa.

Imediatamente a carta foi lida para o grupo A, então este grupo chegou a conclusão que a resposta era losango. Porém, a resposta não foi aceita por que a carta apresentava dois quadriláteros como resposta: o quadrado e o losango. Quando uma das professoras em formação frisou que a carta poderia ter duas respostas, logo o grupo respondeu quadrado e paralelogramo.

Diante dessa última resposta errada, foi feita no quadro o esboço das duas figuras de acordo com as propriedades lidas por uma das professoras em formação.

Pontuação: 1 x 3

No final do jogo um dos alunos do grupo A ao perceber que o grupo B tinha ganhado o jogo ele disse: "professora pra gente só caiu as mais difíceis".

Quando as professoras em formação informaram aos alunos do termino do jogo e que o grupo B tinha ganhado o jogo com 3 pontos a um ponto do grupo A (Figura 3), o grupo A ficou triste, pois eles não haviam ganhado o prêmio do jogo, mas quando uma das professoras em formação informou que eles também iriam ganhar o prêmio. Quando os alunos foram saindo da sala de aula, alguns alunos falaram que estavam contentes agradeceram pelo prêmio e disseram que haviam gostado do jogo.

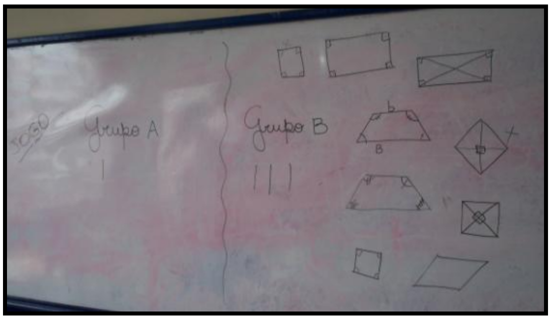


Figura 3: Pontuação final do jogo e o esboço das figuras. Fonte: Autoras.

APÊNDICE K: Entrevistas

Aluno 1

Duração: 40 seg.

ENTREVISTA ORAL E INDIVIDUAL

A seguir encontra-se a transcrição da entrevista, em que a letra P indica a fala da professora em formação e a letra A, a fala do aluno.

P: Você já estudou Geometria antes destes encontros?

A: Não.

P: Em suas aulas de Matemática, você utilizou material de desenho geométrico, como par de esquadros, compasso e transferidor?

A: Não.

P: Você nunca tinha usado esses materiais na escola?

A: Não.

P: Você já usou dobradura?

A: Também não.

P: O que você achou das atividades do projeto?

A: Bom.

P: Você acha que utilizar o material de desenho para construir as figuras ajuda a entender o conteúdo?

A: Ajuda.

P: Quanto tempo você estuda nessa série? É a primeira vez que está fazendo essa série?

A: Aham.

P: Você quer falar mais alguma coisa sobre o trabalho?

A: Não.

Aluno 2

Duração: 49 seg.

ENTREVISTA ORAL E INDIVIDUAL

A seguir encontra-se a transcrição da entrevista, em que a letra P indica a fala da professora em formação e a letra A, a fala do aluno.

P: Você já estudou Geometria antes destes encontros?

A: Não.

P: Em suas aulas de Matemática, você utilizou material de desenho geométrico, como par de esquadros, compasso e transferidor?

A: Não.

P: Você já utilizou dobradura em suas aulas de Matemática?

A: Não.

P: Utilizou outro recurso além de dobradura?

A: Não.

P: O que você achou das atividades do projeto?

A: Boa, é ótima.

P: Você acha que utilizar o material de desenho para construir as figuras ajuda a entender o conteúdo?

A: Sim.

P: Quanto tempo você estuda nesta série?

A: Um ano.

P: É a primeira vez que você faz essa série?

A: É.

Aluno 3

Duração: 01 min. 22 seg.

ENTREVISTA ORAL E INDIVIDUAL

A seguir encontra-se a transcrição da entrevista, em que a letra P indica a fala da professora em formação e a letra A, a fala do aluno.

P: Você já estudou Geometria antes destes encontros?

A: Não.

P: Em suas aulas de Matemática, você utilizou material de desenho geométrico, como par de esquadros, compasso e transferidor?

A: Já, já, desenhando.

P: Então você utilizou esses instrumentos como?

A: Desenhando.

P: Você já utilizou dobradura em suas aulas de Matemática?

A: Não.

P: Outro recurso além de dobradura?

A: Não.

P: O que você achou das atividades do projeto?

A: Muito legal.

P: Ajudou a aprender alguma coisa?

A: Ajudou a construir os negócios lá, quadrado melhorzinho com o compasso.

P: Você acha que utilizar o material de desenho para construir as figuras ajuda a entender o conteúdo?

A: Aí eu não sei não, porque é muito difícil Simone passar isso.

P: Mas, por exemplo, com a gente no projeto você utilizou os materiais de desenho. Você achou que ajudou você a entender as propriedades dos quadriláteros?

A: Sim, ajudou.

P: Quanto tempo você estuda nesta série?

A: Há dois anos.

P: Eu queria que você falasse um ponto positivo e um ponto negativo dessas atividades do projeto? Um ponto positivo, o que você acha que foi de bom?

A: Tudo.

P: Um ponto negativo tem alguma coisa?

A: Não.

Aluno 4

Duração: 02 min. 07 seg.

ENTREVISTA ORAL E INDIVIDUAL

A seguir encontra-se a transcrição da entrevista, em que a letra P indica a fala da professora em formação e a letra A, a fala do aluno.

P: Você já estudou Geometria antes destes encontros?

A: Já

P: Em qual série que você já estudou Geometria, você lembra?

A: 4ª

P: Em suas aulas de Geometria, você utilizou material de desenho geométrico, como par de esquadros, compasso e transferidor?

A: Já.

P: E como que você usou esses materiais? Para fazer o quê?

A: Desenhos, geometrias.

P: Você já utilizou dobradura em suas aulas de Matemática ou de Geometria? Já.

P: A professora nas aulas de Matemática e de Geometria só utilizava o quadro como recurso ou ela fazia outras coisas com vocês?

A: Fazia outras coisas.

P: E quais eram você lembra?

A: Não

P: O que você achou das atividades do projeto?

A: Boa.

P: Você acha que utilizar o material de desenho para construir as figuras ajuda a entender o conteúdo?

A: Ajuda.

P: Quanto tempo você estuda nesta série?

A: Duas, dois anos.

P: Eu queria que você falasse um ponto positivo e um ponto negativo dessas atividades do projeto. Um ponto positivo, o que você acha que foi de bom?

A: Entendi não.

P: O que você acha que as atividades do projeto te proporcionou de bom? Uma coisa boa que ficou para você, você saberia me dizer alguma coisa?

A: Não

P: Um ponto negativo, você gostou das atividades? Isso que eu queria que você me dissesse se você gostou ou não, se ficou alguma negativa ou positiva. O que você gostou mais das atividades do projeto?

A: Desenhos.

P: Uma coisa então que você não gostou?

A: Quando ficava medindo.

P: Ah, de medir, mas você gostou de construir as figuras?

A: É.

Aluno 5

Duração: 02 min. 02 seg.

ENTREVISTA ORAL E INDIVIDUAL

A seguir encontra-se a transcrição da entrevista, em que a letra P indica a fala da professora em formação e a letra A, a fala do aluno.

P: Você já estudou Geometria antes destes encontros?

A: Não.

P: Em suas aulas de Matemática, você utilizou material de desenho geométrico? Como par de esquadros, compasso e transferidor.

A: Sim.

P: E como que você usou esses materiais você lembra?

A: Não.

P: A professora fazia construções com você como a gente fez? Ou utilizava só para medir? Como que era? Me diz alguma coisa se você lembra.

A: Eu lembro que eu usei o compasso, o transferidor e a régua para fazer o triângulo e o quadrado e para medir os ângulos.

P: Você já utilizou dobradura em suas aulas de Matemática ou de Geometria?

A: Não.

P: A professora só utilizava o quadro com você ou ela utilizava outras coisas?

A: As outras coisas também.

P: E você saberia me dizer quais eram?

A: A explicação na mesa e só.

P: O que você achou das atividades do projeto?

A: Ué, boa!

P: Você acha que utilizar o material de desenho para construir as figuras ajuda a entender o conteúdo? Ficou alguma coisa daquelas propriedades toda. Na hora do jogo, por exemplo, você lembrou das propriedades por conta das construções? Ajudou você em alguma coisa, construir as figuras?

A: Ajudou.

P: Quanto tempo você estuda nesta série?

A: Um ano.

P: Eu queria que você falasse uma coisa que você gostou e uma coisa que você não gostou desse projeto, dessas atividades.

A: Ué, eu gostei da explicação que ela deu, do jeito que vocês trataram a gente e o que eu não gostei foi quando eu fiquei fora da sala.

Aluno 6

Duração: 02 min. 01 seg.

ENTREVISTA ORAL E INDIVIDUAL

A seguir encontra-se a transcrição da entrevista, em que a letra P indica a fala da professora em formação e a letra A, a fala do aluno.

P: Você já estudou Geometria antes destes encontros?

A: Sim.

P: Você lembra o que você já estudou de Geometria? O conteúdo, qual foi o conteúdo que você já estudou de Geometria? Você se lembra?

A: Não.

P: Você lembra em qual série você estudou isso?

A: 4ª.

P: Em suas aulas de Geometria, você utilizou material de desenho geométrico, como par de esquadros, compasso e transferidor?

A: Não.

P: Você já utilizou dobradura em suas aulas de Matemática ou de Geometria?

A: Não.

P: A professora utilizava só do quadro para dar aula ou ela tinha outros meios para dar essa aula? Outros recursos, ela fazia outras coisas nas aulas de Matemática ou de Geometria?

A: Não.

P: Ela utilizava só o quadro então?

A: Sim.

P: O que você achou das atividades do projeto?

A: Muito bom! Gostei! Legal!

P: Você acha que utilizar o material de desenho para construir as figuras ajuda a entender o conteúdo?

A: Sim.

P: Quanto tempo você estuda nesta série?

A: Primeira vez.

P: Eu queria que você falasse uma coisa que você gostou e outra que você não gostou dessas atividades.

P: O que você gostou?

A: O que eu gostei foi de ter conhecido vocês e aprendido.

P: Teve alguma coisa da atividade que você não gostou?

A: Não.

Aluno 7

Duração: 01 min. 27 seg.

ENTREVISTA ORAL E INDIVIDUAL

A seguir encontra-se a transcrição da entrevista, em que a letra P indica a fala da professora em formação e a letra A, a fala do aluno.

P: Você já estudou Geometria antes destes encontros?

A: Não.

P: Em suas aulas de Geometria, você utilizou material de desenho geométrico, como par de esquadros, compasso e transferidor?

A: Sim

P: E como que você usou esses materiais? Você lembra? Era para fazer o que, que você utilizava esses materiais?

A: Ah, várias coisas. Retas, essas coisas assim.

P: Você já utilizou dobradura em suas aulas de Matemática ou de Geometria?

A: Não

P: A professora quando ela dava aula de Matemática para você ela utilizava só o quadro ou ela fazia outras coisas na sala de aula?

A: Outras coisas.

P: E você saberia me dizer quais coisas eram?

A: Não.

P: O que você achou das atividades do projeto?

A: Muito bom!

P: Você acha que utilizar o material de desenho para construir as figuras ajuda a entender o conteúdo?

A: Sim.

P: Quanto tempo você estuda nesta série?

A: Hum, não sei!

P: Você já repetiu de ano?

A: Não.

P: Então é a primeira vez nessa série?

A: É.

P: Eu queria que você falasse para mim uma coisa que você gostou e outra que você não gostou dessas atividades? Pode ser sincero.

A: Eu gostei de tudo!

Aluno 8

Duração: 01 min. 28 seg.

ENTREVISTA ORAL E INDIVIDUAL

A seguir encontra-se a transcrição da entrevista, em que a letra P indica a fala da professora em formação e a letra A, a fala do aluno.

P: Você já estudou Geometria antes destes encontros?

A: Não.

P: Em suas aulas de Matemática, você utilizou material de desenho geométrico, como par de esquadros, compasso e transferidor?

A: Alguns. O esquadro e a régua só.

P: E você lembra para que você usava isso? Era para fazer o quê?

A: Pra fazer linha reta para não ficar curvada com onda.

P: Você já utilizou dobradura nas suas aulas de Matemática ou de Geometria? Você lembra quando a gente fez aquela questão da bissetriz que agente utilizou uma dobradura?

A: Não, não. Nunca usei isso não.

P: Então, foi a primeira vez com a gente?

A: Foi, foi.

P: A professora quando dava aula para vocês ela utilizava só o quadro ou ela utilizava outros recursos na aula?

A: A maioria era no quadro.

P: O que você achou das atividades do projeto?

A: Ué, foi bom. Essa escola nunca teve essas coisas assim. Foi bom!

P: Então você achou que proporcionou uma coisa boa para vocês?

A: É, foi.

P: Você acha que utilizar o material de desenho para construir as figuras ajuda a entender o conteúdo?

A: Sim.

P: Quanto tempo você estuda nessa série?

A: Dois anos.

P: Eu queria que você falasse para mim uma coisa que você gostou e uma coisa que você não gostou dessas atividades.

A: Não teve, eu gostei de tudo.

Aluno 9

Duração: 02 min. 37 seg.

ENTREVISTA ORAL E INDIVIDUAL

A seguir encontra-se a transcrição da entrevista, em que a letra P indica a fala da professora em formação e a letra A, a fala do aluno.

P: Você já estudou Geometria antes destes encontros?

A: Já!

P: Você se lembra o que você já estudou de Geometria?

A: Não.

P: E qual série que você estudou Geometria, você lembra?

A: Eu acho que foi na 4ª.

P: Em suas aulas de Matemática, você utilizou material de desenho geométrico, como par de esquadros, compasso e transferidor?

A: Sim, era Iracema.

P: E você lembra para que você usava esses materiais? Como que você utilizava isso, era pra que?

A: Ah, esqueci professora!

P: Você já fez essas construções que a gente fez aqui alguma vez? Você por exemplo já construiu alguma vez os quadriláteros?

A: Já!

P: Qual era? Você lembra? Era o quadrado, era o retângulo?

A: Foi na 4ª série com Iracema aqui do lado.

P: Ela tinha o compasso? Fazia no quadro?

A: Não, ela pediu para gente comprar o nosso material e ela tinha o dela.

P: E ela ia à mesa ajudando vocês?

A: Ia.

P: Mas você não lembra qual figura que você construiu não?

A: Não.

P: A professora utilizava dobradura com vocês?

A: Não.

P: A professora só utilizava o quadro ou ela fazia outras coisas na sala?

A: Ela utilizava o quadro e vinha na nossa cadeira ensinar a gente.

P: O que você achou das atividades do projeto?

A: Bom!

P: Você acha que utilizar o material de desenho para construir as figuras ajuda a entender o conteúdo?

A: Sim.

P: Ajudou em que?

A: Muitas coisas.

P: Quanto tempo você estuda nessa série?

A: Nem sei!

P: Já repetiu de ano quantas vezes?

A: Deixa eu lembrar aqui! Três anos.

P: Eu queria que você falasse para mim uma coisa que você gostou e outra que você não gostou dessas atividades.

P: O que você gostou?

A: Gostei das atividades, das explicações de tudo!

P: Alguma coisa que você não gostou que você queira falar?

A: Quando eu sai da sala.