CEFET - CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LABORATÓRIO DE ENSINO

MARIA GABRIELA D`URÇO CONSOLINE

ORIENTADOR: SALVADOR TAVARES

CAMPOS DOS GOYTACAZES
2002/2005

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Esta atividade de Laboratório de Ensino foi elaborada pelos alunos Jeff Chandler Velemen Alves, Maria Gabriela D`Urço Consoline e Marta Martins de Souza do curso de Licenciatura em Matemática do CEFET-Campos/RJ no 1º e 2º período, em 2002, sendo finalizado somente em 2005 (1º semestre).

No 1º período, os alunos pesquisaram sobre o assunto, "A Reta Real" em livros didáticos para conhecerem mais sobre o tema e depois desenvolveram a atividade juntamente com a orientação do professor Salvador Tavares em encontros quinzenais.

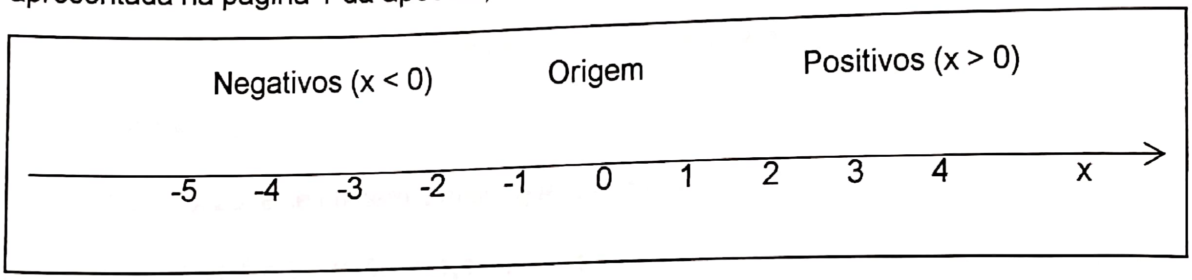
No 2º período, os alunos apresentaram a atividade já pronta à própria turma com o propósito de corrigir algumas falhas, se houvessem, antes de ser aplicada em alguma turma do nível adequado.

A apresentação desta atividade para uma turma de 8ª série não aconteceu no 3º período como estava prevista, devido à disponibilidade do professor, dos alunos e das escolas. A atividade foi apresentada somente pela aluna Maria Gabriela, matriculada no 7º período, pois os outros componentes do grupo abandonaram o curso.

DESENVOLVIMENTO

Este trabalho foi aplicado aos alunos da turma de 8ª série (803), à tarde, no Colégio Estadual Julião Nogueira no dia 21 de março de 2005. Somente nove alunos estavam presentes em sala de aula neste dia, mas apresentaram-se bastante interessados. A própria professora da turma, Márcia Valéria Azevedo de Almeida Ribeiro, também professora do curso de Licenciatura em Matemática do CEFET-Campos assistiu a aula.

Os alunos participaram o tempo todo, respondendo as perguntas e esclarecendo algumas dúvidas, como por exemplo, um aluno que perguntou se ele podia continuar escrevendo os números -6, -7, -8 ... e 5, 6, 7... *na reta real* apresentada na página 1 da apostila, como mostra a figura abaixo:



Os alunos ficaram muito empolgados quando foi pedido para eles usarem a calculadora para descobrir o valor de x tal que $x^2 = 2$, utilizando até três casas decimais.

Antes de começarmos a utilizar uma casa decimal trabalhamos com números inteiros, por exemplo: como queríamos descobrir x tal que $x^2 = 2$, testamos primeiro o número 1 e depois o 2 e vimos que x^2 está entre 1^2 e 2^2, mas um aluno logo disse para que se testasse o número 3, então foi feito $3^2 = 9$ e aí ele percebeu que este era maior que o resultado anterior. Assim, os alunos ficaram anciosos para descobrir o valor de x.

Quando estávamos tentando encontrar o valor de x já utilizando casas decimais, uma aluna se precipitou dizendo que x seria igual a 1,414 pois ela assimilou o valor encontrado 1,4 a algo que ela já conhecia, tanto é que a professora Márcia comentou que existe uma famosa frase e a aluna logo falou: "A bala é doce". Apesar dela ter feito esta conclusão antes do final da atividade, ela não tinha um claro entendimento que este era o valor aproximado de <u>x</u>, pois quando estávamos trabalhando com 3 casas decimais e iríamos elevar o número 1,414 ao quadrado, a mesma aluna disse que o resultado seria <u>2</u>, e quando os outros fizeram esta conta na calculadora e encontraram um valor diferente do que ela havia falado, ela ficou surpresa e entendeu que 1,414 é o valor aproximado de <u>x</u> ou da $\sqrt{2}$.

Nas páginas 2 e 3 da apostila em que se deseja achar o valor de x utilizando casas decimais, todas as conclusões aparecem escritas de uma determinada forma, porém no quadro foram explícitas de outra maneira para facilitar a aprendizagem dos alunos. Vejamos:

<u>APOSTILA, p.2 e 3:</u>

Utilizando uma casa decimal:

$(1,3)^2 = 1,69$ este número ainda é menor que o número 2.

$(1,4)^2 = 1,96$

$(1,5)^2 = 2,25$ este número é maior que o numeral 2.

Assim, $\mathbf{(1,4)^2 < 2 < (1,5)^2}$ **e** $\mathbf{1,4 < x < 1,5}$

Utilizando duas casas decimais:

$(1,41)^2 = 1,98$

$(1,42)^2 = 2,01$

$\mathbf{(1,41)^2 < 2 < (1,42)^2}$ **e** $\mathbf{1,41 < x < 1,42}$

Três casas decimais:

$(1,411)^2 = 1,9909$

$(1,412)^2 = 1,9937$

$(1,413)^2 = 1,9965$

$(1,414)^2 = 1,9993$

$(1,415)^2 = 2,002$

$\mathbf{(1,414)^2 < 2 < (1,415)^2}$

QUADRO:

As conclusões em negrito na apostila foram escritas da seguinte forma no quadro:

- $\mathbf{(1{,}4)^2 < \underline{x^2} < (1{,}5)^2}$ **e** $\mathbf{1{,}4 < x < 1{,}5}$
- $\mathbf{(1{,}41)^2 < \underline{x^2} < (1{,}42)^2}$ **e** $\mathbf{1{,}41 < x < 1{,}42}$
- $\mathbf{(1{,}414)^2 < \underline{x^2} < (1{,}415)^2}$

Após descobrirem o valor de x, foi trabalhado o conceito de número irracional com os alunos.

Na localização do número $\sqrt{2}$ e de outros números na reta real, os alunos também quiseram fazer a construção da reta real para localizarem os pontos, mesmo tendo o desenho na apostila. O que ia sendo feito no quadro era explicado aos alunos e estes reproduziam no verso da apostila (xerox em anexo no trabalho).

Alguns alunos tiveram dificuldade no manuseio de régua e compasso, mas com um pouco de auxílio conseguiram fazer os desenhos propostos. Uma outra dificuldade observada foi para traçar retas perpendiculares e segmentos de mesma medida, apesar de saberem do que se tratava.

Na localização de $\sqrt{4}$, ou melhor, do número 2, os alunos ficaram instigados para realizá-la, já que eles perceberam que esta medida corresponderia ao número 2 marcado na reta real.

Devido à falta de material adequado para o manuseio do professor, foi utilizado um pedaço de barbante como compasso de quadro. Para os alunos havia todo o material necessário na escola.

CONCLUSÃO

Na aplicação desta atividade a participação e a satisfação dos alunos foi de grande valor tanto para a professora em formação quanto para a professora da turma.

Os alunos interagiram todo o tempo respondendo e fazendo perguntas além de não ficarem inibidos e apresentarem um excelente comportamento na presença de outra professora em sala de aula.

Este trabalho envolveu vários assuntos, como por exemplo: raiz quadrada, representação dos números na reta real, enfatizando os números irracionais, Teorema de Pitágoras eretas perpendiculares. Os conteúdos já haviam sido abordados pela professora, assim, os alunos puderam recordá-los e aprender mais sobre os mesmos.

A professora da turma ficou muito orgulhosa em ver os alunos participativos e mostrando o seu conhecimento através das respostas dadas.

Ao final do trabalho, os alunos elogiaram a aula e perguntaram quando haveria um outro projeto para ser apresentado na turma deles.

BIBLIOGRAFIA

- Larson / Hostetler / Edwards - Cálculo com aplicações - 4º Edição

ANEXO

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICO DE CAMPOS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

A RETA REAL

MARIA GABRIELA D`URÇO CONSOLINE

ORIENTADOR: SALVADOR TAVARES

CAMPOS DOS GOYTACAZES
2002.2

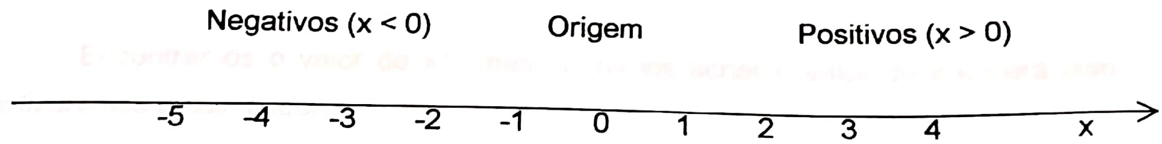
A RETA REAL

Introdução

Os números reais podem ser representados em um sistema coordenado chamado a reta real (ou eixo x). O sentido positivo (para a direita) é representado por uma seta e indica o sentido dos valores crescentes de x.

O ponto da reta real correspondente a zero é chamado origem. Os números à direita da origem são positivos e os números à esquerda da origem são negativos.

Cada ponto na reta real corresponde a um e um só número real e cada número real corresponde a um e um só ponto na reta real.



- Quanto mais à direita maior é o número e quanto mais à esquerda menor o número.

  Assim:

  $3 > 1$; lê-se: "3 é maior que 1" ou "3 está à direita de 1"

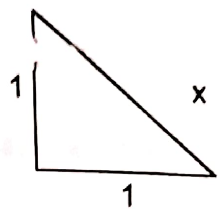
  $-3 < -1$; lê-se: "-3 é menor que -1" ou "-3 está à esquerda de -1"

Representar os números reais

(Nesta atividade enfatizamos a representação dos números irracionais)

Constrói-se um triângulo retângulo isósceles de catetos iguais a um e hipotenusa x.

Qual será a medida da hipotenusa?



Através do Teorema de Pitágoras acha-se a medida de x. Então, temos:

$x^2 = 1^2 + 1^2$

$x^2 = 1 + 1$

$x^2 = 2$

Encontramos o valor de x^2, mas queremos achar o valor de x e para isso utilizaremos a calculadora.

Vamos descobrir o valor de x tal que $x^2 = 2$

$x^2 = 2$

$1^2 = 1 \rightarrow 1 < 2$

$2^2 = 4 \rightarrow 4 > 2$ logo, o número real 2 está entre 1^2 e 2^2.

$\mathbf{1^2 < x^2 < 2^2}$, logo $\mathbf{1 < x < 2}$

Utilizando uma casa decimal:

$(1,3)^2 = 1,69$ este número ainda é menor que o número 2.

$(1,4)^2 = 1,96$

$(1,5)^2 = 2,25$ este número é maior que o numeral 2.

Assim, $\mathbf{(1,4)^2 < 2 < (1,5)^2}$ e $\mathbf{1,4 < x < 1,5}$

Utilizando duas casas decimais:

$(1,41)^2 = 1,98$

$(1,42)^2 = 2,01$

$\mathbf{(1,41)^2 < 2 < (1,42)^2}$ **e** $\mathbf{1,41 < x < 1,42}$

Três casas decimais:

$(1,411)^2 = 1,9909$

$(1,412)^2 = 1,9937$

$(1,413)^2 = 1,9965$

$(1,414)^2 = 1,9993$

$(1,415)^2 = 2,002$

$\mathbf{(1,414)^2 < 2 < (1,415)^2}$

Concluímos então, que $\underline{\mathbf{1,414 < x < 1,415}}$.

Se utilizarmos este processo indefinidamente você acha que encontraremos um valor exato para x tal que $x^2 = 2$?

Não, pois se continuarmos utilizando mais casas decimais para encontrar $x^2 = 2$, não encontraremos um número exato nem periódico, ou seja, x é um número irracional.

<u>Número irracional</u> *– é aquele que não pode ser representado como a razão de dois números inteiros (ou como uma decimal finita ou infinita periódica).*

Voltando à resolução do problema $x^2 = 2$:

Descobrimos que: $(1,414)^2 = 2$

$x \cong 1,414$

Fazendo na calculadora a $\sqrt{2}$ obtemos o seguinte resultado:

$\sqrt{2} = 1,41421356...$

Percebe-se então, que $x = \sqrt{2}$.

Mas para não usar a expansão decimal desse número x, adota-se o símbolo $\sqrt{\ }$.

Alguns irracionais ocorrem com tanta freqüência nas aplicações que os matemáticos criaram símbolos especiais para representá-los.

Exemplos: $\sqrt{2} = 1,41421356...$

$\pi = 3,1415926535...$

Agora, vamos localizar o número $\sqrt{2}$ na reta real.

Existe uma forma geométrica para representar a $\sqrt{2}$, para isso utilizamos o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo.

Assim, constrói-se um triângulo retângulo isósceles com catetos iguais a um. Através do teorema de Pitágoras acha-se o valor de x (hipotenusa) e com um compasso com abertura x ($x = \sqrt{2}$) ponta seca na origem, marcamos o numeral $\sqrt{2}$ na reta real.

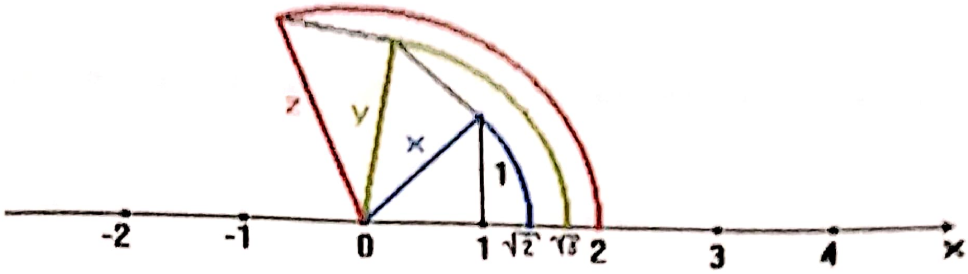
Teorema de Pitágoras

$x^2 = 1^2 + 1^2$

$x^2 = 1 + 1$

$x^2 = 2$

$x = \sqrt{2}$



De maneira análoga, achamos o numeral $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$ . . .

Localizando $\sqrt{3}$:

$y^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2$

$y^2 = 1 + 2$

$y^2 = 3$

$y = \sqrt{3}$

Com o mesmo processo marcamos o numeral $\sqrt{3}$ na reta real.

Localizando $\sqrt{4}$:

$z^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2$

$z^2 = 1 + 3$

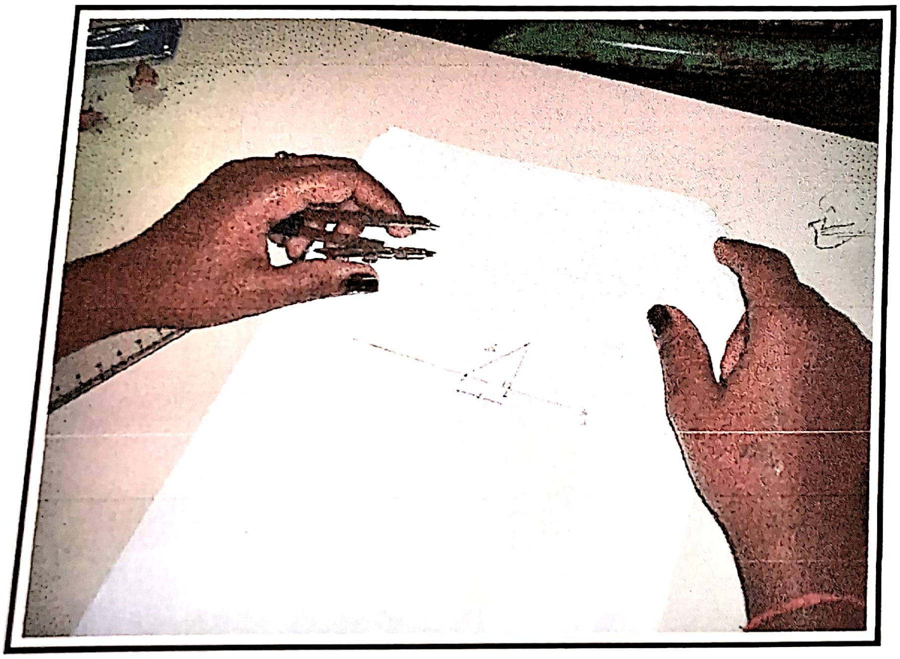
$z^2 = 4$

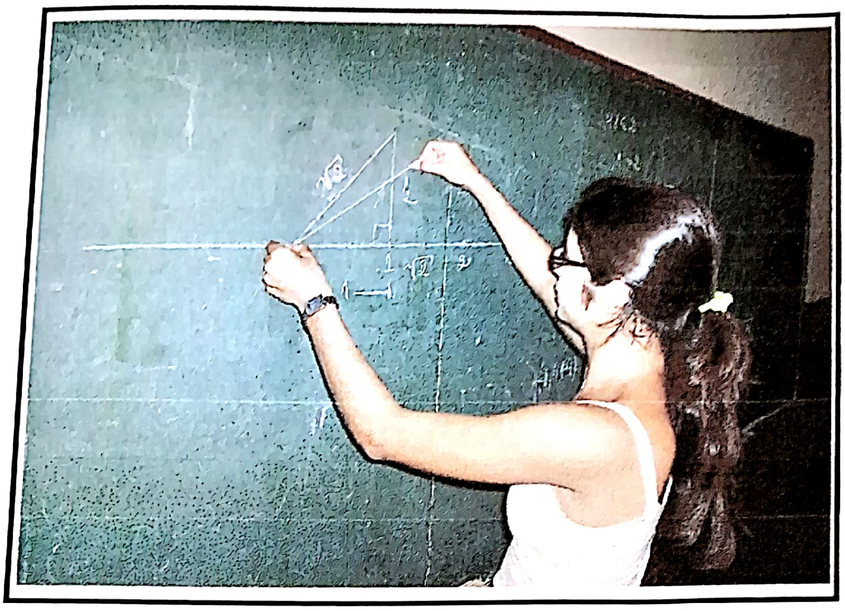
$z = \sqrt{4}$

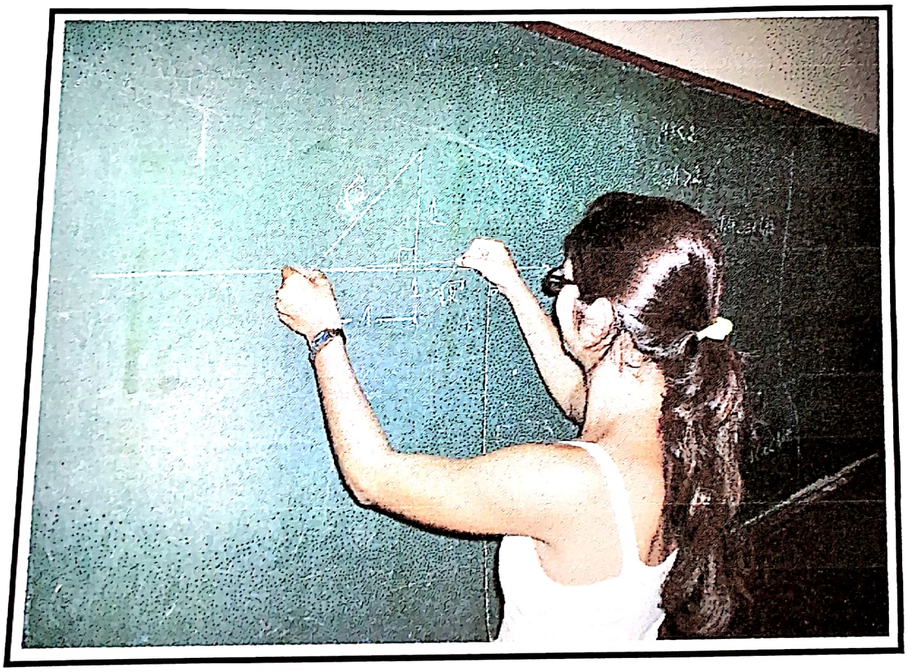
$z = 2$

Assim, marcamos o numeral $\sqrt{4}$ na reta real.

FOTOGRAFIAS DA APRESENTAÇÃO DO LABORATÓRIO DE ENSINO

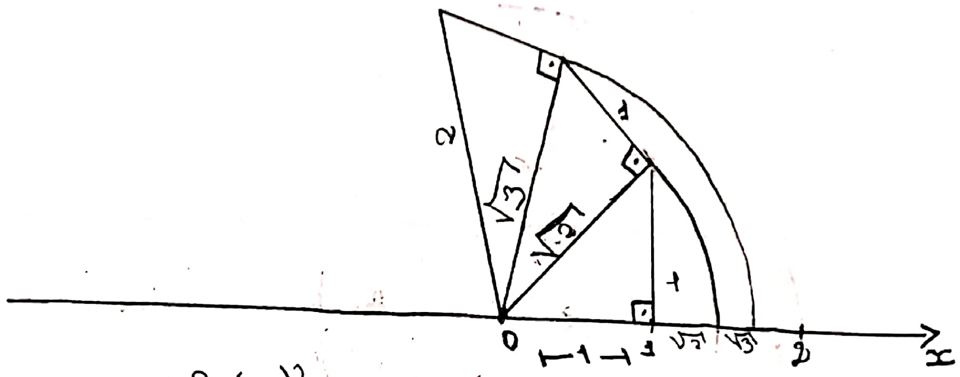






ATIVIDADES DE ALGUNS ALUNOS

NOME: JULIANA CORRÊA DO CARMO TURMA: 803



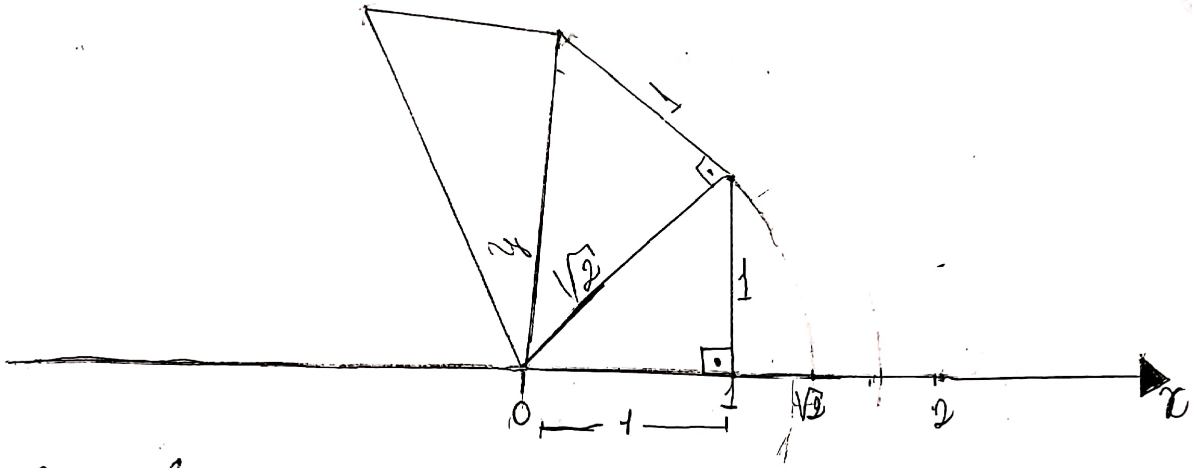
$y^2 = (\sqrt{2})^2 + 1$

$y^2 = 2 + 1$

$y^2 = 3$

$y = \sqrt{3} \cong 1,732050808$

NOME: JEAN PIERRE DOS SANTOS TURMA: 803



$y^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$

$y^2 = 2+1$

$y^2 = 3$

$y = \sqrt{3} \cong 1{,}732050808$

$z^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2$

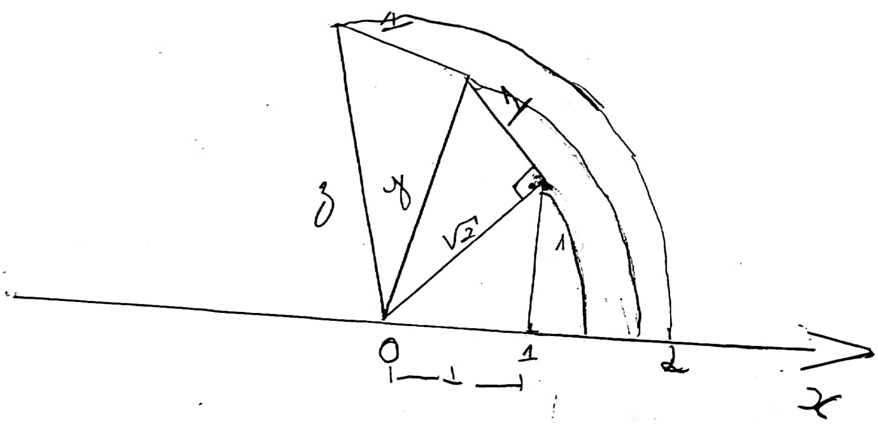
$z^2 = 3 + 1$

$z^2 = 4$

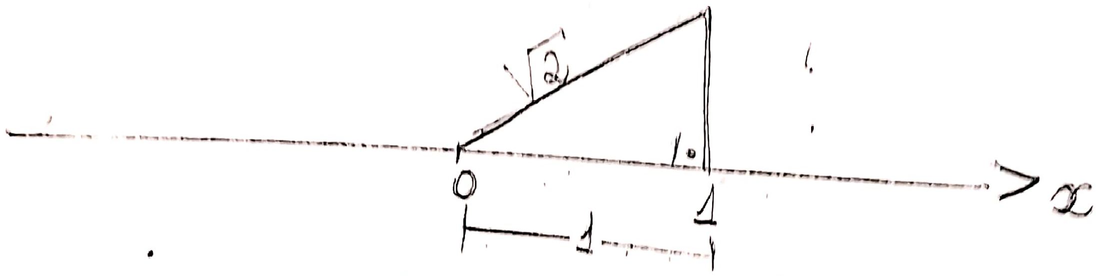
$z = \sqrt{4}$

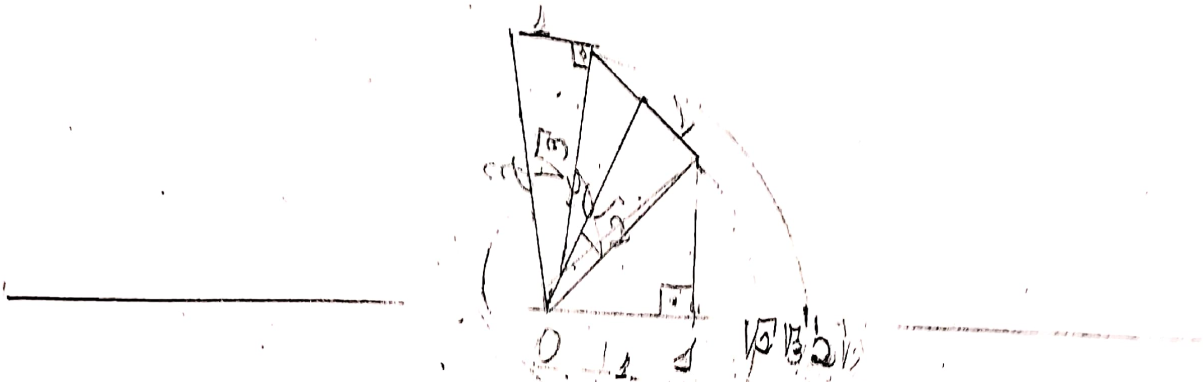
$z = 2$

NOME : WASHINGTON S. RIBEIRO TURMA: 803



NOME: RAFAEL PESSANHA DA SILVA   TURMA: 903





$y^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$

$z^2 = (\sqrt{3})^2 + 2^2$