



RELATÓRIO FINAL

# LABORATÓRIO DE ENSINO

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ  
2002/2003

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

## **RELATÓRIO FINAL**

CAULI CUKIER

CHEILA MONTEIRO DA CRUZ

JANEIA MARIA BERNARDO SILVA

GLAYCIMARA AZEREDO BARRETO PESSANHA

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

(2002/2003)

## SUMÁRIO

Introdução .....	2
Desenvolvimento.....	3
Conclusão.....	6
Anexos.....	7
Bibliografia.....	8

## INTRODUÇÃO:

Ao longo dos dois primeiros períodos do Curso de Licenciatura em Matemática, viemos planejando e propondo um projeto, com funções, onde a presença do computador foi muito importante, para dinamizar a aplicação do trabalho.

O programa utilizado para desenvolver as atividades foi o Winplot, pois possui comandos simples, que viabilizaram o trabalho.

As atividades foram aplicadas a dez alunos do Ensino Médio do CEFET-CAMPOS, durante dois tempos (100 minutos), no Laboratório de Informática, da referida instituição.

Esse projeto tem como objetivo, comparar gráficos de funções do tipo  $g(x) = x^3 + k$ ,  $h(x) = (x + k)^3$  com o gráfico da função  $f(x) = x^3$ , para que pudessem observar os zeros e as translações horizontais e verticais.

## DESENVOLVIMENTO

A princípio, antes de apresentar aos alunos o programa Winplot, pedimos para que os alunos traçassem o gráfico da função  $f(x) = x^3$ . Alguns alunos ainda não conheciam este tipo de função, então sugerimos que dessem valores para  $x$  a fim de encontrar suas respectivas imagens.

Sem fazer nenhuma correção, pedimos para que ligassem os computadores e ensinamos a traçar o mesmo gráfico, agora no programa já mencionado. Em seguida pedimos para que comparassem os seus gráficos com o da tela.

Alguns alunos ficaram surpresos, ao ver que o gráfico da função  $f(x) = x^3$  é uma curva e não uma reta como tinham desenhado.

Nesse mesmo sistema de eixos, pedimos para que traçassem a função  $g(x) = -x^3$  e que fizessem comentários sobre o que estavam vendo. A maioria deles entendeu o que houve, sabiam relatar que onde a imagem de  $x$  é positiva na  $f(x) = x^3$ , na  $g(x) = -x^3$  a imagem é negativa, porém não sabiam o termo que deveria ser usado, se oposta ou inversa, então esclarecemos que o que houve realmente foi uma reflexão em torno do eixo  $x$ , alterando os sinais das imagens.

Pedimos para que, sem usar recurso algum, nos dissessem quais eram os zeros das duas funções traçadas na tela. Sem problema algum identificaram. Apresentamos então um recurso do programa que identifica e indica onde estão os zeros de qualquer função traçada.

Após terem feito suas anotações, ensinamos como deletar o gráfico da função  $g(x) = -x^3$  e traçar o gráfico da função  $h(x) = x^3+1$  e  $j(x) = x^3-2$  para que percebessem suas relações com  $f(x) = x^3$ . Eles perceberam que o que parecia

era que o gráfico da função  $f(x) = x^3$  deslocou uma unidade para cima dando o gráfico de  $g(x) = x^3+1$  e duas unidades para baixo dando o gráfico de  $f(x) = x^3-2$ .

Perguntamos se os gráficos se tocavam. Alguns ficaram com dúvida, porém ao usar o recurso "two meting" do programa Winplot que indica as intersecções, quando elas existem, eles perceberam que as curvas não tinham pontos comuns. Também chegou-se a essa conclusão algebricamente.

Novamente pedimos para achassem os zeros da função, direto no computador, e anotassem.

Pedimos que comparassem os gráficos das funções  $g(x) = (x + 1)^3$  e  $h(x) = (x-2)^3$  com o gráfico de  $f(x) = x^3$ . Eles notaram que a movimentação do gráfico foi horizontalmente.

Uma aluna perguntou porque que a função  $h(x) = (x-2)^3$  se deslocou para a direita e não para a esquerda. Para que ela própria respondesse sua dúvida, pedimos para que ela determinasse o zero desta função, que é onde o gráfico toca o eixo  $x$ . Assim ela percebeu que o número que anula esta função é o "2". Após mais alguns esclarecimentos os perceberam que o gráfico de  $h(x) = (x-2)^3$  é obtido a partir do gráfico de  $f(x) = x^3$ , trasladando-se duas unidades para a direita.

Depois de terem preenchido todos os itens da atividade proposta, que se encontra a seguir, os alunos demonstraram satisfação em terem conhecido não só o programa Winplot que facilita os traçados dos gráficos, mas também por terem sido apresentados a este tipo de função, que muitas vezes não é estudada no ensino médio, porém explorada em estudos futuros.

## FICHA DE ATIVIDADES

1. Utilizando lápis e papel, esboce o gráfico da função  $f(x) = x^3$ .
2. Utilizando o Winplot trace o gráfico de  $f(x) = x^3$ . ( $y = x^3$ ). Houve alguma alteração em relação ao que você esboçou?
3. Utilizando o Winplot, represente graficamente as funções  $f(x) = x^3$  e  $g(x) = -x^3$ , num mesmo sistema de eixos. Compare os gráficos e anote suas observações.

3.1 Qual o zero da função  $f$ ? E da função  $g$ ? Use o recurso "one zeros" para confirmar sua resposta.

4. Num mesmo sistema de eixos, esboce o gráfico das funções abaixo, utilizando o Winplot.

$$f(x) = x^3 \quad g(x) = x^3 + 1 \quad h(x) = x^3 - 2 \quad w(x) = x^3 + 1/2 \quad s(x) = x^3 - 1$$

4.1 Compare os gráficos de  $g$ ,  $h$ ,  $w$  e  $s$  com o gráfico de  $f$  e anote suas observações.

4.2 Os gráficos de  $f$ ,  $g$ ,  $w$ , e  $s$  se intersectaram? (Use o recurso "two meeting").

4.3 Encontre os zeros das funções  $f$ ,  $g$ ,  $h$ ,  $w$ , e  $s$ . (Use o recurso "one zeros" para confirmar sua resposta).

4. Num mesmo sistema de eixos, esboce o gráfico das funções abaixo, utilizando o Winplot.

$$f(x) = x^3 \quad g(x) = (x + 1)^3 \quad h(x) = (x - 2)^3 \quad w(x) = (x + 3)^3 \quad s(x) = (x + 1/2)^3$$

5.1 Compare os gráficos de  $g$ ,  $h$ ,  $w$  e  $s$  com o gráfico de  $f$  e anote suas observações.

5.2 Os gráficos de  $f$ ,  $g$ ,  $h$ ,  $w$  e  $s$  se intersectaram? (Use o recurso "two meeting").

5.3 Encontre os zeros das funções  $f$ ,  $g$ ,  $h$ ,  $w$  e  $s$ . (Use o recurso "one zeros" para confirmar sua resposta).

## CONCLUSÃO

Percebemos que os alunos se empolgaram a cada descoberta, se antecipando muitas vezes em questões que seriam colocadas por nós.

O computador facilitou o trabalho de investigação levando o aluno a visualizar as transformações ocorridas.

A partir das observações, eles trocavam idéias entre sí, chegando a conclusões que eram anotadas por eles na ficha de trabalho.

Observamos também, que os alunos tinham mais facilidade de se expressar oralmente do que usar a linguagem escrita.

A cada item trabalhado, percebemos que todos os alunos evoluíam de forma considerável, atingindo, desta forma o objetivo inicialmente proposto.

A metodologia adotada nesse trabalho pode ser estendida para o estudo gráfico de outras funções.

Todo o trabalho foi acompanhado pela professora que nos supervisiona desde o início do curso de Licenciatura em Matemática e antes dele ser aplicado, tivemos bastante tempo para nos familiarizar com o programa Winplot, que foi utilizado na aplicação deste laboratório.

A preparação e aplicação de projetos como este, é de suma importância para quando formos profissionais já estarmos entrosados com o meio e preparados para assumir com segurança nossas próprias turmas.



# ANEXOS



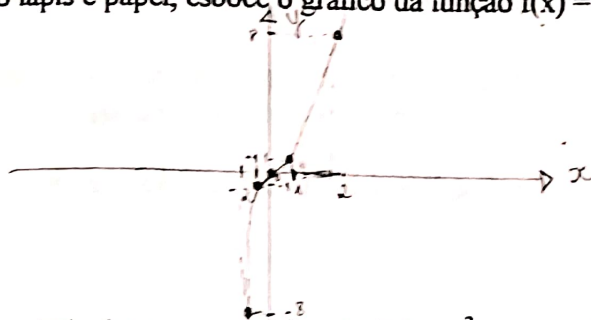
CEFET - CAMPOS/RJ  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FICHA DE TRABALHO

OBJETIVO: Utilizar o programa Winplot para comparar os gráficos de funções do tipo  $g(x) = x^3 + k$  e  $h(x) = (x + k)^3$ ,  $k \in \mathbb{R}^*$ , com o gráfico da função  $f(x) = x^3$ , observando os zeros das funções e as translações verticais e horizontais.

ATIVIDADES

1- Utilizando lápis e papel, esboce o gráfico da função  $f(x) = x^3$ .



x	y
-2	-8
-1	-1
0	0
1	1
2	8

2- Utilizando o Winplot trace o gráfico de  $f(x) = x^3$ . ( $y = x^3$ ). Houve alguma alteração em relação ao que você esboçou?  
Não.

3- Utilizando o Winplot represente graficamente as funções  $f(x) = x^3$  e  $g(x) = -x^3$ , num mesmo sistema de eixos. Compare os gráficos e anote suas observações.

*Trata-se de uma mesma curva, sendo que uma é decrescente e a outra é crescente.*

*Inde um ponto da curva passa em ponto positivo e a outra em ponto negativo.*

3.1- Qual o zero da função  $f$ ? E da função  $g$ ? Use o recurso one zeros para confirmar sua resposta.

*O zero da função  $f = 0$*

*é o zero da função  $g = 0$*

4- Num mesmo sistema de eixos, esboce o gráfico das funções abaixo usando o winplot.

$$f(x) = x^3$$

$$g(x) = x^3 + 1$$

$$h(x) = x^3 - 2$$

$$w(x) = x^3 + \frac{1}{2}$$

$$s(x) = x^3 - 1$$

4.1- Compare os gráficos de  $g, h, w$  e  $s$  com o gráfico de  $f$  e anote suas observações.

Comparando o gráfico de  $g$  com o de  $f$ , nota-se que aumentei uma unidade.

Comparando o gráfico de  $h$ , nota-se que diminuí 2 unidades.

Comparando o gráfico de  $w$ , nota-se que aumentei 1/2 unidade.

Comparando o gráfico de  $s$ , nota-se que diminuí 1 unidade.

4.2- Os gráficos de  $f, g, h, w$  e  $s$  se intersectam? (Use o recurso "two meeting") \* não.

4.3- Encontre os zeros das funções  $f, g, h, w$  e  $s$ . (Use o recurso one zeros para confirmar sua resposta).

$$f(x) = 0$$

$$g(x) = -1$$

$$h(x) = 1,26$$

$$w(x) = -0,79$$

$$s(x) = 1$$

5- Num mesmo sistema de eixos, esboce o gráfico das funções abaixo, utilizando o winplot.

$$f(x) = x^3$$

$$g(x) = (x + 1)^3$$

$$h(x) = (x - 2)^3$$

$$w(x) = (x + 3)^3$$

$$s(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^3$$

5.1- Compare os gráficos de  $g, h, w$  e  $s$  com o gráfico de  $f$  e anote suas observações.

Comparando o  $g$ , nota-se que desloca 1 unidade p/ direita.

Comparando o  $h$ , nota-se que || duas unidades p/ direita.

Comparando o  $w$ , nota-se que desloca 3 unidades p/ esquerda.

Comparando o  $s$ , nota-se que || 1 unidade p/ direita.

5.2- Os gráficos de  $f$ ,  $g$ ,  $h$ ,  $w$  e  $s$  se intersectam? (Use o recurso "two meeting") \*

não .

5.3- Encontre os zeros das funções  $f$ ,  $g$ ,  $h$ ,  $w$  e  $s$ . ( Use o recurso one zeros para confirmar sua resposta).

$$f(x) = 0$$

$$g(x) = -1$$

$$h(x) = 2$$

$$w(x) = -3$$

$$s(x) = 0,5$$

\* Use o recurso view zoom out e ative no comando Btms a opção Drag zoom RB e com o botão direito do mouse selecione os gráficos para observar melhor.

Alunos responsáveis:

Cauli Cukier

Cheila Monteiro da Cruz

Glacymara Azeredo Barreto Pessanha

Janea Maria Bernardo Silva

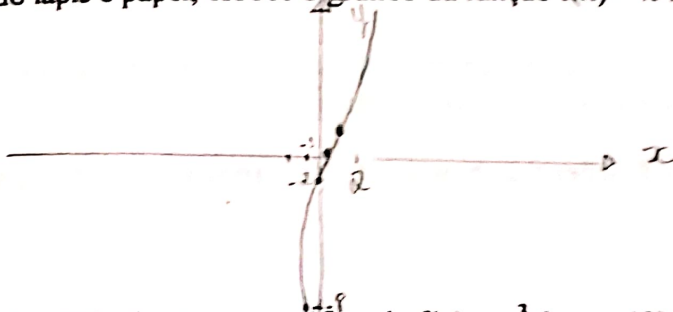
3.º Período – Licenciatura em Matemática - 2003

FICHA DE TRABALHO

OBJETIVO: Utilizar o programa Winplot para comparar os gráficos de funções do tipo  $g(x) = x^3 + k$  e  $h(x) = (x + k)^3$ ,  $k \in \mathbb{R}$ , com o gráfico da função  $f(x) = x^3$ , observando os zeros das funções e as translações verticais e horizontais.

ATIVIDADES

1- Utilizando lápis e papel, esboce o gráfico da função  $f(x) = x^3$ .



x	y
-2	-8
-1	-1
0	0
1	1
2	8

2- Utilizando o Winplot trace o gráfico de  $f(x) = x^3$ . (  $y = x^3$  ). Houve alguma alteração em relação ao que você esboçou ?

não

3- Utilizando o Winplot represente graficamente as funções  $f(x) = x^3$  e  $g(x) = -x^3$ , num mesmo sistema de eixos. Compare os gráficos e anote suas observações.

Trata-se de uma mesma curva, sendo que uma é crescente e a outra é decrescente.

3.1- Qual o zero da função  $f$ ? E da função  $g$ ? Use o recurso one zeros para confirmar sua resposta.

O zero da função  $f = 0$   
O zero da função  $g = 0$

4- Num mesmo sistema de eixos, esboce o gráfico das funções abaixo, utilizando winplot.

$$f(x) = x^3$$

$$g(x) = x^3 + 1$$

$$h(x) = x^3 - 2$$

$$w(x) = x^3 + \frac{1}{2}$$

4.1- Compare os gráficos de  $g, h, w$  e  $s$  com o gráfico de  $f$  e anote suas observações.

Comparando o gráfico de  $f$  com o de  $g$ , nota-se que deslocou-se para cima uma unidade.

Comparando com o gráfico de  $h$ , nota-se que deslocou-se para baixo duas unidades.

Comparando com o gráfico de  $w$ , nota-se que deslocou-se para cima meio unidade.

4.2- Os gráficos de  $f, g, h, w$  e  $s$  se intersectam? (Use o recurso "two meeting") \*

não.

4.3- Encontre os zeros das funções  $f, g, h, w$  e  $s$ . (Use o recurso one zeros para confirmar sua resposta).

$$f(x) = 0$$

$$g(x) = -1$$

$$h(x) = 3,26$$

$$w(x) = -0,79$$

$$s(x) = 3$$

5- Num mesmo sistema de eixos, esboce o gráfico das funções abaixo, utilizando winplot.

$$f(x) = x^3$$

$$g(x) = (x + 1)^3$$

$$h(x) = (x - 2)^3$$

$$w(x) = (x + 3)^3$$

$$s(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^3$$

5.1- Compare os gráficos de  $g, h, w$  e  $s$  com o gráfico de  $f$  e anote suas observações.

Comparando com  $g$ , nota-se que deslocou-se 1 unidade para a esquerda.

Comparando com  $h$ , nota-se que deslocou-se 2 unidades para a direita.

Comparando com  $w$ , nota-se que deslocou-se 3 unidades para a esquerda.

Comparando com  $s$ , nota-se que deslocou-se meio unidade para a direita.

5.2- Os gráficos de  $f$ ,  $g$ ,  $h$ ,  $w$  e  $s$  se intersectam? (Use o recurso "two meeting") \*

não.

5.3- Encontre os zeros das funções  $f$ ,  $g$ ,  $h$ ,  $w$  e  $s$ . ( Use o recurso one zeros para confirmar sua resposta).

$$f(x) = 0$$

$$g(x) = -3$$

$$h(x) = 2$$

$$w(x) = -3$$

$$s(x) = 0,5$$

\* Use o recurso view zoom out e ative no comando Btms a opção Drag zoom RB e com o botão direito do mouse selecione os gráficos para observar melhor.

Alunos responsáveis:

Cauli Cukier

Cheila Monteiro da Cruz

Glacymara Azeredo Barreto Pessanha

Janea Maria Bernardo Silva

3.º Período – Licenciatura em Matemática - 2003



**BIBLIOGRAFIA**

- MANRIQUE, Ana Lúcia. BIANCHINI, Bárbara Lucif. SILVA, Benedito Antônio. DUBUS, Maria Thereza Goulart. SOUZA, Vera Helena Giusti. Atividades para o estudo de funções em ambiente computacional. São Paulo: Iglu Editora, 2002.
- BARUFI, Maria Cristina. LAURO, Maria Mendias. Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando o microcomputador. CAEM-IME/USP. S/d.
- GRACIAS, Telma A. Souza. Transformações de funções Quadráticas. Anais II EBRAPEM – UNESP – Rio Claro SP, 1998.