CEFET CAMPOS

LABORATÓRIO DE ENSINO

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2002/2003

CEFET – CAMPOS/RJ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
LABORATÓRIO DE ENSINO
PROFª.:ORIENTADORA: MÁRCIA VALÉRIA AZEVEDO DE ALMEIDA RIBEIRO
ALUNAS: ALINE LEAL
ANA FRANCISCA RIBEIRO RAMOS DE SOUZA
CRISTIANE RIBEIRO RAMOS
FRANCINE ALVARENGA
MARILENE N. HENRIQUE DE SOUZA

RELATÓRIO - LABORATÓRIO DE ENSINO

CAMPOS DOS GOITACAZES - RJ
2002/2003

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Com a finalidade de iniciar o processo de aprendizagem na elaboração e aplicação de aulas e familiarizar os alunos de Licenciatura em Matemática com situações de sala de aula, desenvolvemos durante os 3 primeiros períodos deste curso do CEFET-CAMPOS, um projeto voltado para a prática de ensino.

No primeiro período do curso, trabalhamos com o software Winplot, na construção de diferentes tipos de gráficos. No segundo período demos início ao processo de elaboração de uma aula, onde escolhemos o conteúdo a ser trabalhado e formulamos as atividades.

Quando estávamos no 3º período(1º semestre de 2003), tivemos a oportunidade de aplicar as atividades preparadas para 14 alunos do 1º período do curso de Licenciatura em Matemática do CEFET-CAMPOS/-RJ. A aplicação das atividades aconteceu no laboratório de informática do CEFET.

O trabalho desenvolvido neste projeto tem como objetivo utilizar o programa Winplot para comparar os gráficos das funções do tipo $g(x) = \frac{k}{x}$, $h(x) = \frac{1}{x} + k$ e $w(x) = \frac{1}{x+k}$ com o gráfico da função $f(x) = \frac{1}{x}$.

Apesar das atividades desse trabalho terem sido aplicadas a alunos do 1.º período do Curso de Licenciatura em Matemática como pré-requisito para a disciplina de Cálculo, é importante ressaltar que essas atividades também podem ser aplicadas para alunos do Ensino Médio, devido à importância das funções trabalhadas em aplicações na Física, Química e em estudos futuros.

DESENVOLVIMENTO

No dia 26 de junho de 2003 às 7h 15min iniciamos a aula, estando todo o grupo presente e a professora orientadora deste trabalho. A turma era composta por quatorze alunos do 1º período do curso de Licenciatura em Matemática do CEFET-CAMPOS.

A aula foi dada em uma sala onde cada aluno tinha a sua disposição um computador .

O programa utilizado para traçar os gráficos foi o Winplot.

Os alunos já conheciam os comandos do Winplot e o gráfico da função $f(x) = \frac{1}{x}$ que já havia sido trabalhado por eles no curso de Licenciatura.

Sendo assim, pedimos para que utilizando o Winplot, os alunos esboçassem os gráficos das funções $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{2}{x}$ e $h(x) = \frac{3}{x}$ num mesmo sistema de eixos para que eles pudessem perceber o que acontecia a medida que o numerador aumentava. Os alunos anotaram suas observações. A seguir temos o que alguns alunos relataram:

" A medida que o numerador aumenta, a curva se afasta cada vez mais do eixo y".

No momento em que perguntamos se os gráficos intersectam os eixos x, os alunos responderam à pergunta: Os gráficos intersectam o eixo x?

"Não, pois o denominador não pode ser zero"

"Não, pois que para isso acontecesse, seria preciso que o x fosse 0, e isso não pode acontecer".

"Não porque na função $f(x) = \frac{1}{x}$, o x nunca será zero, conseqüentemente o y nunca será zero".

Quando perguntamos em relação ao eixo y, os alunos responderam à pergunta: Os gráficos intersectam o eixo y?

"Não pois para que isso acontecesse seria preciso que o x fosse 0 e isso não pode acontecer".

Em relação a justificativa de intersecção dos gráficos com eixo x, observamos que alguns se confundiram, porém após os devidos esclarecimentos eles formularam melhor o que entenderam e disseram:

"Acho que eles nunca irão intersectar o eixo x pois $\frac{1}{x}$ nunca será zero. Também não vai haver intersecção com o eixo y, pois o x nunca será zero".

Aproveitamos este momento para falar das assíntotas horizontais e verticais.

No ítem 3, trabalhamos as funções do tipo $g(x) = \frac{1}{x} + c$, onde c assumia valores positivos e negativos.

Quando perguntamos o que aconteceu com o gráfico dessas funções em relação ao gráfico da função $f(x) = \frac{1}{x}$, os alunos disseram: "A função subiu duas unidades", "A função desceu uma unidade".

Aproveitamos este momento e trabalhamos as assíntotas verticais e horizontais que também foram traçadas.

No último item, trabalhamos as funções do tipo $g(x) = \frac{1}{x+c}$, onde c assumia valores positivos e negativos.

Quando pedimos para comparar os gráficos dessas funções com o gráfico de $f(x)= \frac{1}{x}$, os alunos descreveram o que observavam dizendo: "Quando c assume valor positivo, o gráfico se deslocava para a esquerda e quando c é negativo o gráfico se deslocava para a direita".

Aproveitamos este momento para trabalhar as assíntotas horizontas e verticais e traçá-las.

CONCLUSÃO

A partir das atividades apresentadas, podemos perceber a importância da preparação do conteúdo a ser trabalhado, pois a segurança em dominar, até certo ponto o que se ensina, influencia grandemente na clareza da apresentação.

Outro fator importante, é que nem sempre as situações fluem exatamente como imaginamos ou planejamos. De acordo com algumas questões levantadas, podemos aproveitar oportunidades para rever ou introduzir conceitos que estão deficientes.

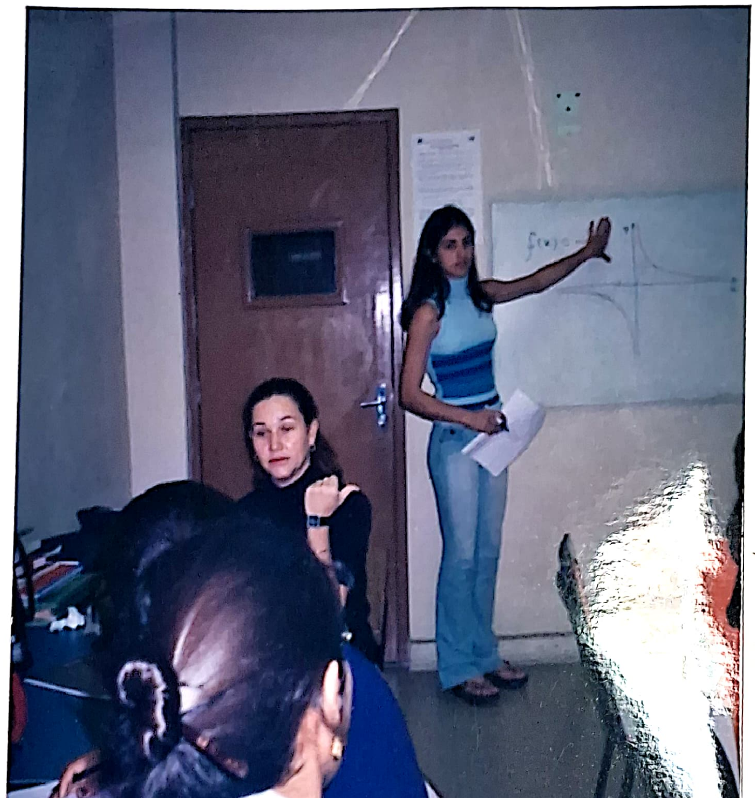
Notamos que a maioria dos alunos não tinham estudado as funções trabalhadas no Ensino Médio.

Destacamos então, a importância da apresentação, já que a função $f(x)=\frac{1}{x}$ e suas alterações, são utilizadas e aplicadas em situações da Física e Química(Lei de Boyle-Gases)*. No Ensino Médio.

É válido lembrar que a todo momento, as alunas licenciadas, acompanharam os alunos individualmente na utilização do software , nas alterações dos gráficos e nas conclusões.

* veja no anexo III

ANEXO I



ANEXO II

Nara Cláudia
G Santo

1º período

CEFET – CAMPOS/RJ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FICHA DE TRABALHO

OBJETIVO: Utilizar o programa Winplot para comparar os gráficos das funções do tipo $g(x)=\frac{k}{x}$, $h(x)=\frac{1}{x}+k$ e $w(x)=\frac{1}{x+k}$ com o gráfico da função $f(x)=\frac{1}{x}$.

ATIVIDADES

1- Utilizando o Winplot represente graficamente as funções abaixo, num mesmo sistema de eixos.

$$f(x)=\frac{1}{x} \qquad g(x)=\frac{2}{x} \qquad h(x)=\frac{3}{x}$$

1.1- O que acontece com os gráficos quando o numerador aumenta?

O gráfico se afasta dos 2 eixos (x e y).

1.2- Os gráficos intersectam o eixo x ? (Use o recurso one zeros)*

Não Porque na função $f(x)=\frac{1}{x}$, o x nunca poderá ser zero, consequentemente o y nunca será zero

1.3- Os gráficos intersectam o eixo y ? *

Não Porque para o tocar o eixo y, o x teria que ser zero, e nessa função x não pode ser zero ($\frac{1}{0}$ é uma indeterminação)

1.4- Qual é o domínio das funções ?

$D = \mathbb{R}^*$

1.5- Os gráficos se intersectam? (Use o recurso "two meeting")

Não Exemplo: $\frac{1}{x}=\frac{2}{x} \Rightarrow \boxed{x=2x}$

1.6- Observações:

Como o domínio é $\mathbb{R}^*$ p/ $\boxed{x=2x}$ ser verdadeiro o x terá que ser zero, e isso não pode acontecer

* Use o recurso view zoom out e ative no comando Btns a opção Drag zoom RB e com o botão direito do mouse selecione os gráficos para observar melhor.

2- Num mesmo sistema de eixos, esboce o gráfico das funções abaixo, utilizando o winplot.

$$f(x) = \frac{1}{x} \qquad\qquad g(x) = -\frac{1}{x}$$

2.1- Compare os gráficos e registre o que você observou.

Os gráficos são simétricos, tanto em relação ao eixo x, quanto em relação ao eixo y.

3- Utilizando o Winplot represente graficamente as funções abaixo, num mesmo sistema de eixos.

$$f(x) = \frac{1}{x} \qquad g(x) = \frac{1}{x} + 1 \qquad h(x) = \frac{1}{x} + 3 \qquad w(x) = \frac{1}{x} - 3$$

3.1- Compare os gráficos de g, h e w com o gráfico de f e anote suas observações.

A medida que se acrescenta 1 unidade (gx) e 3 unidade (hx) o gráfico sobe 3 unidades. E em $w(x)$ o gráfico desce 3 unidades.

A assíntota vertical não se altera $x=0$, mas a assíntota horizontal se altera na $f(x)$ era $y=0$ e já na $g(x)$ é $y=1$

4- Utilizando o Winplot represente graficamente as funções abaixo, num mesmo sistema de eixos.

$$f(x) = \frac{1}{x} \qquad g(x) = \frac{1}{x+1}\ k \qquad h(x) = \frac{1}{x-1}\ k \qquad w(x) = \frac{1}{x+2}\ k$$

4.1- Compare os gráficos de g, h e w com o gráfico de f e anote suas observações.

A assíntota verticae se altera p/ esquerda ou p/ a direita, ≠ unidades de cada do fator k (positivo p/ esquerda e negativo p/ a direita e o gráfico também

A assíntota horizontae não se alterou

Alunos responsáveis: Aline Carvalho Leal
Ana Francisca Ramos de Souza
Cristiane Ribeiro Ramos
Francine Gomes Machado de Alvarenga
Marilene N.H. de Souza

3.º Período – Licenciatura em Matemática - 2003

Viviane dos

CEFET – CAMPOS/RJ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FICHA DE TRABALHO

OBJETIVO: Utilizar o programa Winplot para comparar os gráficos das funções do tipo $g(x)=\frac{k}{x}$, $h(x)=\frac{1}{x}+k$ e $w(x)=\frac{1}{x+k}$ com o gráfico da função $f(x)=\frac{1}{x}$.

ATIVIDADES

1- Utilizando o Winplot represente graficamente as funções abaixo, num mesmo sistema de eixos.

$$f(x)=\frac{1}{x} \qquad g(x)=\frac{2}{x} \qquad h(x)=\frac{3}{x}$$

1.1- O que acontece com os gráficos quando o numerador aumenta?

A medida que o numerador aumenta, o gráfico se afasta do eixo x e do eixo y.

1.2- Os gráficos intersectam o eixo x ? (Use o recurso one zeros)*

Não

O gráfico nunca intersectará o eixo x e o eixo y, pois y nunca assumirá valor 0. $\frac{1}{0}$?

1.3- Os gráficos intersectam o eixo y ? *

Não

1.4- Qual é o domínio das funções ?

$D = \mathbb{R}^*$

1.5- Os gráficos se intersectam? (Use o recurso "two meeting")

Não

1.6- Observações:

Caso se intersectassem, $\frac{1}{x} = \frac{2}{x}$

$x = 2x \rightarrow$ só ocorreria se $x = 0$,

porém x não pode ser 0

$D = \mathbb{R}^*$

* Use o recurso view zoom out e ative no comando Btns a opção Drag zoom RB e com o botão direito do mouse selecione os gráficos para observar melhor.

2- Num mesmo sistema de eixos, esboce o gráfico das funções abaixo, utilizando o winplot.

$$f(x) = \frac{1}{x} \qquad\qquad g(x) = -\frac{1}{x}$$

2.1- Compare os gráficos e registre o que você observou.

Existe uma simetria entre ambos os gráficos

3- Utilizando o Winplot represente graficamente as funções abaixo, num mesmo sistema de eixos.

$$f(x) = \frac{1}{x} \qquad g(x) = \frac{1}{x} + 1 \;\; y = 1 \qquad h(x) = \frac{1}{x} + 3 \;\; y = 3 \qquad w(x) = \frac{1}{x} - 3 \;\; y = -3$$

3.1- Compare os gráficos de g, h e w com o gráfico de f e anote suas observações.

A assíntota vertical não se alterou e a horizontal se alterou em K unidades (fator da soma ou subtração).

4- Utilizando o Winplot represente graficamente as funções abaixo, num mesmo sistema de eixos.

$$f(x) = \frac{1}{x} \qquad g(x) = \frac{1}{x+1}\,K \qquad h(x) = \frac{1}{x-1}\,K \qquad w(x) = \frac{1}{x+2}\,K$$

4.1- Compare os gráficos de g, h e w com o gráfico de f e anote suas observações.

A assíntota vertical se altera para a esquerda ou p/ a direita, k unidades de acordo com o fator K (positivo p/ esquerda e negativo p/ a direita) e a assíntota horizontal não se alterou.

Alunos responsáveis: Aline Carvalho Leal
Ana Francisca Ramos de Souza
Cristiane Ribeiro Ramos
Francine Gomes Machado de Alvarenga
Marilene N.H. de Souza

3.º Período – Licenciatura em Matemática - 2003

CEFET – CAMPOS/RJ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FICHA DE TRABALHO

OBJETIVO: Utilizar o programa Winplot para comparar os gráficos das funções do tipo $g(x)=\frac{k}{x}$, $h(x)=\frac{1}{x}+k$ e $w(x)=\frac{1}{x+k}$ com o gráfico da função $f(x)=\frac{1}{x}$.

ATIVIDADES

1- Utilizando o Winplot represente graficamente as funções abaixo, num mesmo sistema de eixos.

$$f(x)=\frac{1}{x} \qquad g(x)=\frac{2}{x} \qquad h(x)=\frac{3}{x}$$

1.1- O que acontece com os gráficos quando o numerador aumenta?

Eles distam cada vez mais do (0,0), (ponto de origem)

1.2- Os gráficos intersectam o eixo x ? (Use o recurso one zeros)*

Não, pois o denominador não pode ser zero

1.3- Os gráficos intersectam o eixo y ? *

Não, pois o x ~~[illegible]~~ não pode assumir o valor zero

1.4- Qual é o domínio das funções ?

$\mathbb{R}^*$

1.5- Os gráficos se intersectam? (Use o recurso "two meeting")

Eles não se intersectam

1.6- Observações:

* Use o recurso view zoom out e ative no comando Btns a opção Drag zoom RB e com o botão direito do mouse selecione os gráficos para observar melhor.

2- Num mesmo sistema de eixos, esboce o gráfico das funções abaixo, utilizando o winplot.

$$f(x) = \frac{1}{x} \qquad\qquad g(x) = -\frac{1}{x}$$

2.1- Compare os gráficos e registre o que você observou.

As funções são simétricas opostas.

3- Utilizando o Winplot represente graficamente as funções abaixo, num mesmo sistema de eixos.

$$f(x) = \frac{1}{x} \qquad g(x) = \frac{1}{x} + 1 \qquad h(x) = \frac{1}{x} + 3 \qquad w(x) = \frac{1}{x} - 3$$

3.1- Compare os gráficos de g, h e w com o gráfico de f e anote suas observações.

Ao somarmos k unidades da mesma função, ela Transla-
rizontalmente. Onde K é assintote da função

4- Utilizando o Winplot represente graficamente as funções abaixo, num mesmo sistema de eixos.

$$f(x) = \frac{1}{x} \qquad g(x) = \frac{1}{x+1} \qquad h(x) = \frac{1}{x-1} \qquad w(x) = \frac{1}{x+2}$$

4.1- Compare os gráficos de g, h e w com o gráfico de f e anote suas observações.

Ao somarmos k unidades no denominador na mesma func-
ma função Translada verticalmente

Alunos responsáveis: Aline Carvalho Leal
Ana Francisca Ramos de Souza
Cristiane Ribeiro Ramos
Francine Gomes Machado de Alvarenga
Marilene N.H. de Souza

3.º Período – Licenciatura em Matemática - 2003

ANEXO III

4-2. Relação pressão-volume: Lei de Boyle

Robert Boyle (Seção 1-2) é mais conhecido hoje pelo que se conhece como *Lei de Boyle*. Na última metade do século XVII, Boyle e Edme Mariotte, um físico francês, independentemente estudaram o modo como o volume ocupado por um gás a uma determinada temperatura varia quando a pressão sob o gás variava. Cada um usou um aparelho semelhante àquele

Lei de Boyle e o gás ideal

Medidas muito precisas indicam que o produto PV para o hidrogênio a 20°C não é absolutamente constante. (O hidrogênio não segue a lei de Boyle "exatamente".) Outros gases também se desviam ligeiramente da lei de Boyle no seu comportamento PV. Além disso, pode ser mostrado que a extensão do desvio do comportamento da lei de Boyle é maior a baixa temperatura e altas pressões. Como *todos os gases se aproximam do comportamento da lei de Boyle a baixas pressões e altas temperaturas*, achamos conveniente falar de *gás ideal*, um gás hipotético que obedece exatamente a lei de Boyle a todas as temperaturas e pressões. Isto nos permite dizer que o comportamento PV *de um gás real* (um que realmente existe) *se aproxima do de um gás ideal quando a temperatura é aumentada ou. quando a pressão é abaixada.*

Os resultados de uma série de medidas de pressão-volume determinados no hidrogênio a temperatura ambiente são resumidos na Tabela 4-1. Duas coisas são aparentes destes dados: a primeira é que, quando a pressão no hidrogênio sobe, seu volume diminui. A segunda é que o aumento na pressão e a diminuição no volume ocorrem de tal modo que o *produto* da pressão e volume permanece constante. Esta constância do produto PV foi que atraiu a atenção de Boyle e Mariotte. Seus resultados podem ser resumidos:

$$PV = k$$

onde P representa a pressão do gás, V é o seu volume e k é um número imutável (uma constante) e tem um valor determinado para qualquer temperatura dada (determinada) e quantidade (número de moles) de gás. Fazendo-se n representar o número de moles do gás e T, a temperatura, podemos escrever

$$PV = k \qquad (\text{a } T,\ n \text{ constantes})$$

Esta relação é conhecida como a *lei de Boyle*[4].

A lei de Boyle pode ser enunciada de um modo alternativo. Dividindo ambos os lados da igualdade acima por P, obtemos

$$V = k\,\frac{1}{P}$$

O símbolo k é uma constante de proporcionalidade e, desse modo, em palavras, isto significa que o volume de uma determinada quantidade de um gás é inversamente proporcional à sua pressão a temperatura constante. (Pressão e volume são inversamente proporcionais entre si.)

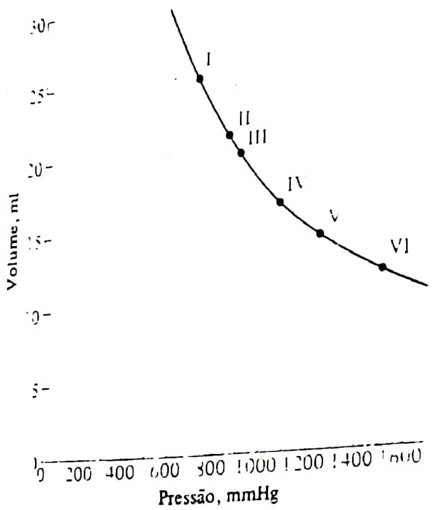


Figura 4-5. Lei de Boyle: P *versus* V.

O comportamento da lei de Boyle é apenas parte da definição do gas ideal; outras partes desta definição seguirão brevemente. Para muitos gases, próximos da temperatura ambiente e pressão atmosférica normal, não são grandes os desvios do comportamento do gás ideal. Consideraremos a natureza e causa destes desvios na Seção 11-1.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

-MANRIQUE, Ana Lúcia. BIANCHINI, Bárbara Lutcuf. SILVA, Benedito Antônio. DUBUS, Maria Thereza Goulart. SOUZA, Vera Helena Giusti. Atividades para o estudo de funções em ambiente computacional. São Paulo: Iglu Editora, 2002.

- BARUFI, Maria Cristina Bonomi. LAURO, Maria Mendias. Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando o microcomputador.CAEM-IME/USP s/d.

- GRACIAS, Telma A. Souza. Transformações de Funções Quadráticas. Anais II EBRAPEM – UNESP – Rio Claro SP, 1998.

-RUSSEL, John Blair. Química Geral. São Paulo: Editora Mc Grau - Hill do Brasil Ltda, 1980.