



LABORATÓRIO DE ENSINO

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2002/2003**

**LABORATÓRIO DE ENSINO
RELATÓRIO**

MESTRA E ORIENTADORA: MÁRCIA VALÉRIA AZEVEDO DE ALMEIDA RIBEIRO

ALUNOS: EUZÉBIO CAVALCANTI
MARCÉLIA LOPES
MYLANE BARRETO
SABRINA RANGEL
WILLIANA AZEREDO

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
2003

SUMÁRIO

| | |
|------------------|----|
| INTRODUÇÃO | 1 |
| DESENVOLVIMENTO | 2 |
| CONCLUSÃO | 6 |
| DEMONSTRAÇÃO | 8 |
| FIXA DE TRABALHO | 9 |
| ANEXO I | 12 |
| ANEXO II | 28 |
| BIBLIOGRAFIA | 32 |

INTRODUÇÃO

Este relatório visa a apresentação das atividades desenvolvidas no Laboratório de Ensino.

Nesta atividade utilizamos a informática para melhorar a compreensão do conteúdo proposto. O software usado foi o Winplot.

O tema em estudo faz parte do conteúdo programático do Ensino Médio. Portanto, ao elaborarmos as atividades para aplicação, procuramos fazê-las de modo a levar os alunos a terem uma melhor visualização de alguns fatos difíceis de serem observados usando somente lápis e papel.

A ficha de trabalho se compõe de atividade de traçado de gráficos que tem como objetivo fazer com que os alunos observem, utilizando o Winplot, o que acontece com o gráfico da função quadrática, escrita na forma $f(x)=ax^2+bx+c$, quando variamos o parâmetro a e mantemos fixos os parâmetros b e c .

DESENVOLVIMENTO

A aplicação das atividades desenvolvidas no Laboratório de Ensino foi realizada no CEFET – Campos, no dia 19 de Maio de 2003 para cinco alunos da 2ª série do Ensino Médio, da instituição acima citada. A aplicação teve duração de 2 (dois) horários de aula (100 minutos), com a orientação do professor responsável pela disciplina.

As atividades propostas foram desenvolvidas em dupla (por escolha dos alunos), onde cada dupla tinha à sua disposição um computador, porém o registro das atividades era individual. O grupo responsável pela aplicação dispunha de um computador ligado a uma televisão para interagir com os alunos e um quadro branco para eventuais explicações.

O tema proposto foi o estudo do comportamento gráfico da função quadrática escrita na forma $f(x)=ax^2+bx+c$, quando variamos o parâmetro a e deixamos os parâmetros b e c fixos.

Na aplicação das atividades propostas foi utilizado o software Winplot, para permitir aos alunos uma melhor visualização do que acontece com o gráfico da função quadrática nesta condição.

A princípio foram explicados os comandos do programa, que eram desconhecidos por eles, mas não foi apresentada grande dificuldade para a utilização. O software Winplot foi escolhido devida sua facilidade de manuseio.

A ficha de trabalho apresentava 5 (cinco) itens, onde cada função apresentada tinha valor distinto para o parâmetro a e os parâmetros b e c fixos.

No item 1 tivemos as seguintes funções:

a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

$$b) g(x) = 2x^2 - 4x + 3$$

$$c) h(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 3$$

$$d) r(x) = 4x^2 - 4x + 3$$

Em cada item, após esboçar os gráficos das funções pedidas, os alunos faziam observações, tais como:

“Todos os gráficos são parábolas, pois são gráficos de funções quadráticas”;

“As parábolas têm concavidade voltada para cima, pois $a > 0$ ”;

“Quanto maior o valor de a , mais fechada é a parábola”;

“As parábolas intersectam o eixo das ordenadas no ponto $(0, C)$, ou seja no ponto $(0, 3)$ ”.

Após traçar a reta pedida no item 1.2 ($y = -2x + 3$) e desenvolver o item 1.3, eles observaram que os vértices das parábolas são pontos que pertencem a esta reta.

No segundo item foram propostas as seguintes funções:

$$a) f(x) = -x^2 + x$$

$$b) g(x) = -2x^2 + x$$

$$c) h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x$$

$$d) r(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x$$

$$e) w(x) = -\frac{1}{3}x^2 + x, \text{ e as observações foram:}$$

As observações feitas pelos alunos foram:

“As parábolas têm concavidade voltada para baixo, pois $a < 0$ ”;

“Quando $a < 0$, quanto maior o valor de a , mais aberta é a parábola”;

"As parábolas intersectam o eixo das ordenadas no ponto (0,0), pois o valor de $c=0$ ".

Após traçar a reta pedida no item 2.2 cuja equação é $y = \frac{1}{2}x$ e fazer o item 2.3 eles observaram que os vértices das parábolas são pontos que pertencem a esta reta.

As funções do terceiro item foram:

a) $f(x) = x^2 + 2$

b) $g(x) = -x^2 + 2$

c) $h(x) = 3x^2 + 2$

d) $w(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$.

As observações feitas pelos alunos foram:

"As parábolas têm o mesmo vértice, no ponto (0,2), ou seja, os vértices são coincidentes, e que este é o ponto de intersecção entre elas".

Após traçarem os gráficos das funções, do item 4:

a) $f(x) = x^2$

b) $g(x) = -\frac{1}{2}x^2$

c) $h(x) = 3x^2$

d) $w(x) = -x^2$

e) $r(x) = \frac{1}{2}x^2$

f) $s(x) = -3x^2$, os alunos observaram que:

“As parábolas, por exemplo, das letras a) e d), são simétricas em relação ao eixo x , pois os valores do parâmetro a são opostos (1 e -1)”.

Em cada item foi pedido que eles dessem exemplos de funções com $a > 0$ ou $a < 0$ para que percebessem se as relações observadas se mantinham independente do sinal do parâmetro a .

No item 5 (considerações finais) foi demonstrada que a equação da reta que passa pelo vértice das parábolas das funções do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, quando variamos o parâmetro a e deixamos b e c fixos é dada por $y = \frac{b}{2}x + c$.

CONCLUSÃO

É muito fácil encontrar alunos dizendo que odeiam a Matemática. Isso acontece porque eles não a conseguem compreender, sendo assim, passam a ter sentimentos negativos, fechando os "portões" para a aprendizagem, prejudicando então a assimilação do conteúdo.

Para que essa realidade seja mudada é preciso que nós educadores busquemos também mudanças na forma de ensinar para despertar o interesse dos alunos pela Matemática. Pensando assim sugerimos o uso da tecnologia no ensino da Matemática, de modo a despertar a curiosidade dos alunos e principalmente facilitar a visualização de certos aspectos difíceis de serem observados usando apenas lápis e papel.

Na aplicação desta atividade, o uso do software Winplot, permitiu aos alunos uma melhor visualização do comportamento do gráfico da função quadrática, escrita na forma $f(x)=ax^2+bx+c$, quando variamos o parâmetro a e mantemos os parâmetros b e c fixos.

Ao trabalharmos os conceitos teóricos com a informática, permitimos aos alunos uma melhor visão daquilo que só era feito com papel e lápis e talvez, as observações feitas na tela do computador passariam despercebidas sem o seu uso.

Ao desenvolver as atividades os alunos interagiam entre si, com o programa e com o grupo responsável pela aplicação do trabalho.

É importante ressaltar que ao final do trabalho os alunos puderam chegar às generalizações necessárias partindo das observações viabilizadas pelo software utilizado.

A utilização da informática proporciona aos alunos a oportunidade de terem uma educação de melhor qualidade.

É uma pena que a realidade do sistema brasileiro ainda não permita que todos os educadores disponham dessas tecnologias tão necessárias para o seu dia-a-dia na sala de aula.

DEMONSTRAÇÃO

Queremos mostrar que os vértices das parábolas que representam a função quadrática $f(x)=ax^2+bx+c$, quando variamos o a e deixamos b e c fixos, são pontos de uma reta cuja equação é $y = \frac{b}{2}x + c$.

Seja $V(x_v, y_v)$ onde $x_v = -\frac{b}{2a}$ e $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$.

Sendo $x_v = -\frac{b}{2a}$ temos $a = -\frac{b}{2x_v}$ (I)

Substituindo I em $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$, temos:

$$\begin{aligned} y_v &= -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-b^2 + 4\left(\frac{-b}{2x_v}\right)c}{4\left(\frac{-b}{2x_v}\right)} = \frac{-b^2 - \frac{2bc}{x_v}}{\frac{-2b}{x_v}} = \\ &= \frac{-b^2x_v - 2bc}{\frac{-2b}{x_v}} = \frac{-b^2x_v - 2bc}{x_v} \times \frac{x_v}{-2b} = \frac{-b(bx_v + 2c)}{-b \cdot 2} = \frac{b}{2}x_v + c \end{aligned}$$

Logo a equação da reta que passa pelos vértices das parábolas das funções quadráticas escritas na forma $y = ax^2 + bx + c$, quando variamos o a e deixamos b e c fixos é:

$$y = \frac{bx}{2} + c.$$

Após a demonstração pedimos aos alunos que eles sugerissem outros exemplos.

A ficha de trabalho com as atividades encontra-se a seguir.

O registro individual dos alunos encontra-se no anexo I e as fotografias dos alunos trabalhando encontram-se no anexo II.

CEFET - CAMPOS/RJ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FICHA DE TRABALHO

FUNÇÃO QUADRÁTICA

OBJETIVO: Utilizar o software Winplot para visualizar como se comporta o gráfico da função quadrática escrita na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, quando variamos o parâmetro a e deixamos os parâmetros b e c fixos.

ATIVIDADES

1) Utilizando o Winplot, esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

b) $g(x) = 2x^2 - 4x + 3$

c) $h(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 3$

d) $r(x) = 4x^2 - 4x + 3$

1.1) Observe os gráficos traçados e anote tudo que você observou.

1.2) Agora, no mesmo plano cartesiano onde você esboçou os gráficos de f , g , h e r , trace a reta cuja equação é $y = -2x + 3$.

1.3) Encontre as coordenadas dos vértices das parábolas que representam as funções f , g , h e r , utilizando o comando "One", "Extreme".

1.4) O que você observou?

2- Utilizando o Winplot, esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

a) $f(x) = -x^2 + x$

b) $g(x) = -2x^2 + x$

c) $h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x$

d) $r(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x$

e) $w(x) = -\frac{1}{3}x^2 + x$

2.1) Observe os gráficos traçados e anote tudo que você observou.

2.2) No mesmo plano cartesiano onde você esboçou os gráficos de f , g , h , r e w , trace a reta cuja equação é $y = \frac{1}{2}x$.

2.3) Encontre as coordenadas dos vértices das parábolas que representam as funções f , g , h , r e w , utilizando o comando "**One**", "**Extreme**".

2.4) O que você observou?

3- Utilizando o Winplot, esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

a) $f(x) = x^2 + 2$

c) $h(x) = 3x^2 + 2$

b) $g(x) = -x^2 + 2$

d) $w(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

3.1- Observe os gráficos traçados e anote tudo que você observou.

3.2- Neste caso, os vértices das parábolas _____.

4- Utilizando o Winplot, esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

a) $f(x) = x^2$

b) $g(x) = \frac{1}{2}x^2$

c) $h(x) = 3x^2$

d) $w(x) = -x^2$

e) $r(x) = -\frac{1}{2}x^2$

f) $s(x) = -3x^2$

4.1- Observe os gráficos traçados e anote tudo que você observou.

4.2- Neste caso, os vértices das parábolas _____.

5- Considerações finais:

ANEXO I

Daniel Paruilha Moura
2º Ano T: 2021

13

CEFET - CAMPOS/RJ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FICHA DE TRABALHO

FUNÇÃO QUADRÁTICA

OBJETIVO: Utilizar o software Winplot para visualizar como se comporta o gráfico da função quadrática escrita na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, quando variamos o parâmetro a e deixamos os parâmetros b e c fixos.

ATIVIDADES

1) Utilizando o Winplot, esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

b) $g(x) = 2x^2 - 4x + 3$

c) $h(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 3$

d) $r(x) = 4x^2 - 4x + 3$

1.1) Observe os gráficos traçados e anote tudo que você percebeu.

Todos os gráficos tem a concavidade voltada para cima.

O coeficiente angular de todos os gráficos é positivo.

Os gráficos passam pelo ponto 3 do eixo y.

1.2) Agora, no mesmo plano cartesiano onde você esboçou os gráficos de f , g , h e r , trace a reta cuja equação é $y = -2x + 3$.

1.3) Encontre as coordenadas dos vértices das parábolas que representam as funções f , g , h e r , utilizando o comando "One", "Extreme".

1.4) O que você observou?

A reta passa por todos os vértices das parábolas.

2- Utilizando o Winplot, esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

a) $f(x) = -x^2 + x$

b) $g(x) = -2x^2 + x$

c) $h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x$

d) $r(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x$

e) $w(x) = -\frac{1}{3}x^2 + x$

2.1) Observe os gráficos traçados e anote tudo que você percebeu.

Todos os gráficos passam na origem (ponto 0).

Todos os gráficos tem sua concavidade voltada para baixo.

2.2) No mesmo plano cartesiano onde você esboçou os gráficos de f, g, h, r e w , trace a reta cuja equação é $y = \frac{1}{2}x$.

2.3) Encontre as coordenadas dos vértices das parábolas que representam as funções f, g, h, w e r , utilizando o comando "One", "Extreme".

$\checkmark f = (0,5, 0,25)$ $\checkmark h(1, 0,5)$ $\checkmark w(1,5, 0,75)$
 $\checkmark g = (0,25, 0,125)$ $\checkmark r(2, 1)$

2.4) O que você observou?

A reta passa por todos os vértices da parábola.
 Todas as parábolas passam pela origem.

3) Utilizando o Winplot, esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

a) $f(x) = x^2 + 2$

c) $h(x) = 3x^2 + 2$

b) $g(x) = -x^2 + 2$

d) $w(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

3.1) Observe os gráficos traçados e anote tudo que você percebeu.

Todos os vértices do gráfico passam pelo ponto (0, 2)

3.2) Neste caso, os vértices das parábolas não iguais.

4) Utilizando o Winplot, esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

a) $f(x) = x^2$

b) $g(x) = \frac{1}{2}x^2$

c) $h(x) = 3x^2$

d) $w(x) = -x^2$

e) $r(x) = -\frac{1}{2}x^2$

f) $s(x) = -3x^2$

4.1) Observe os gráficos traçados e anote tudo que você percebeu.

Todos os pontos passam pela origem, pois o b e o c = zero.

Na gráficos onde o a é positivo, a concavidade é voltada para cima

Na gráficos onde o a é negativo, a concavidade é voltada para baixo

4.2) Neste caso, os vértices das parábolas são iguais.

5) Considerações finais:

Alunos responsáveis: Euzébio Cavalcanti Ferreira
 Marcélia Lopes Azevedo
 Mylane dos Santos Barreto
 Sabrina Gomes Rangel
 Williana da Silva de Azeredo

3.º Período – Licenciatura em Matemática - 2003

Jácome de Oliveira Euvio.
2º ano, Turma: 205

16

CEFET - CAMPOS/RJ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FICHA DE TRABALHO

FUNÇÃO QUADRÁTICA

OBJETIVO: Utilizar o software Winplot para visualizar como se comporta o gráfico da função quadrática escrita na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, quando variamos o parâmetro a e deixamos os parâmetros b e c fixos.

ATIVIDADES

1) Utilizando o Winplot, esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

b) $g(x) = 2x^2 - 4x + 3$

c) $h(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 3$

d) $r(x) = 4x^2 - 4x + 3$

1.1) Observe os gráficos traçados e anote tudo que você percebeu.

*Todas as esboçadas estão voltadas para cima;
Todas as parábolas passam pelo ponto 3 do eixo y.
Os valores de a são positivos.*

Quanto maior valor do coeficiente a , menor é a parábola.

1.2) Agora, no mesmo plano cartesiano onde você esboçou os gráficos de f , g , h e r , trace a reta cuja equação é $y = -2x + 3$.

1.3) Encontre as coordenadas dos vértices das parábolas que representam as funções f , g , h e r , utilizando o comando "One", "Extreme"

a) $x = 2$ / $y = -1$ / b) $x = 1$ / $y = 1$ / c) $x = 4$ / $y = -5$ / d) $x = 0,5$ / $y = 2$

1.4) O que você observou?

Os vértices das parábolas pertencem a reta traçada

2- Utilizando o Winplot, esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

a) $f(x) = -x^2 + x$

b) $g(x) = -2x^2 + x$

c) $h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x$

d) $r(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x$

e) $w(x) = -\frac{1}{3}x^2 + x$

2.1) Observe os gráficos traçados e anote tudo que você percebeu.

*As parábolas estão voltadas para baixo, pq a é negativo
 Todas elas passam pela origem pq c é igual a 0.*

2.2) No mesmo plano cartesiano onde você esboçou os gráficos de f, g, h, r e w , trace a reta cuja equação é $y = \frac{1}{2}x$.

2.3) Encontre as coordenadas dos vértices das parábolas que representam as funções f, g, h, w e r , utilizando o comando "One", "Extreme"

a) $x = 0,5$
 $y = 0,25$

b) $x = 0,25$
 $y = 0,1$

e) $x = 1,0$
 $y = 0,5$

d) $x = 2,0$
 $y = 1,0$

e) $x = 1,5$
 $y = 0,75$

2.4) O que você observou?

A reta passa pelos vértices e pela origem.

3) Utilizando o Winplot, esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

a) $f(x) = x^2 + 2$

c) $h(x) = 3x^2 + 2$

b) $g(x) = -x^2 + 2$

d) $w(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

3.1) Observe os gráficos traçados e anote tudo que você percebeu.

As parábolas da função f e h tem cavidade voltada para cima pq são positivas. E as parábolas da função g e w tem cavidade voltada para baixo pq são negativas. Sem o mesmo vértice.

3.2) Neste caso, os vértices das parábolas não são iguais.

4) Utilizando o Winplot, esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

a) $f(x) = x^2$

b) $g(x) = \frac{1}{2}x^2$

c) $h(x) = 3x^2$

d) $w(x) = -x^2$

e) $r(x) = -\frac{1}{2}x^2$

f) $s(x) = -3x^2$

4.1) Observe os gráficos traçados e anote tudo que você percebeu.

Os vértices passam pela origem pq b e c são iguais a zero;

As parábolas da função f , g e h são positivas por isso a concavidade é para cima.

As parábolas da função w , r e s são negativas por isso a concavidade é voltada para baixo.

4.2) Neste caso, os vértices das parábolas são iguais. Todos passam pela origem.

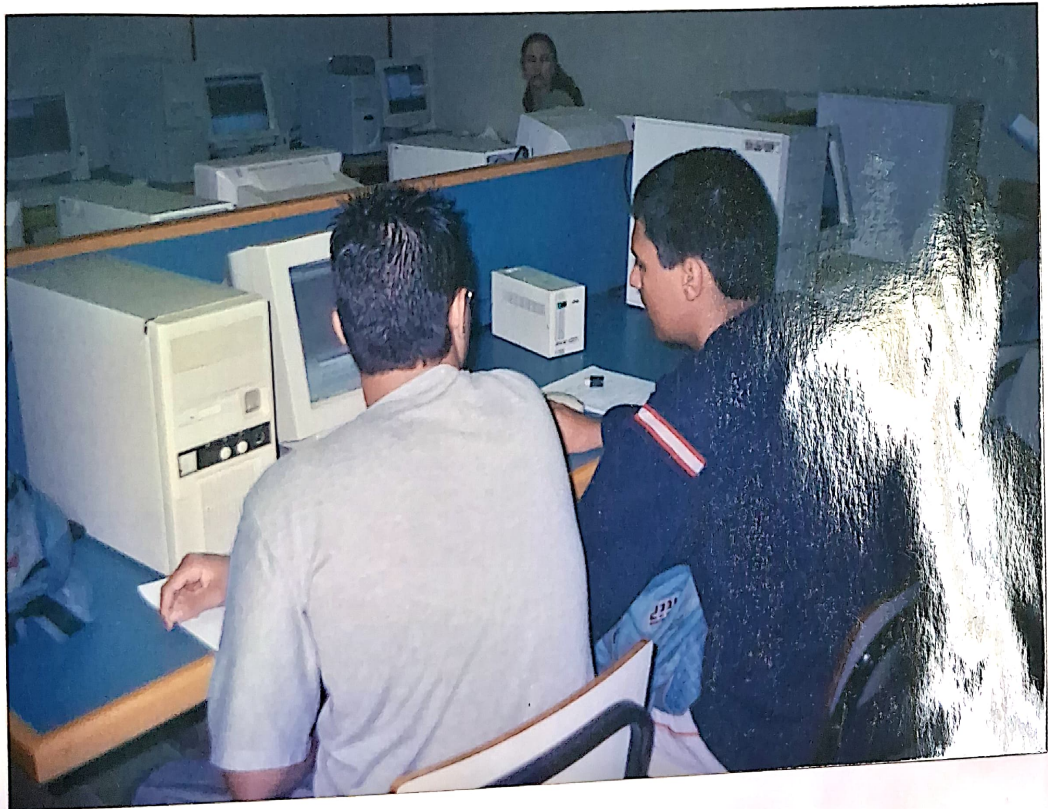
5) Considerações finais:

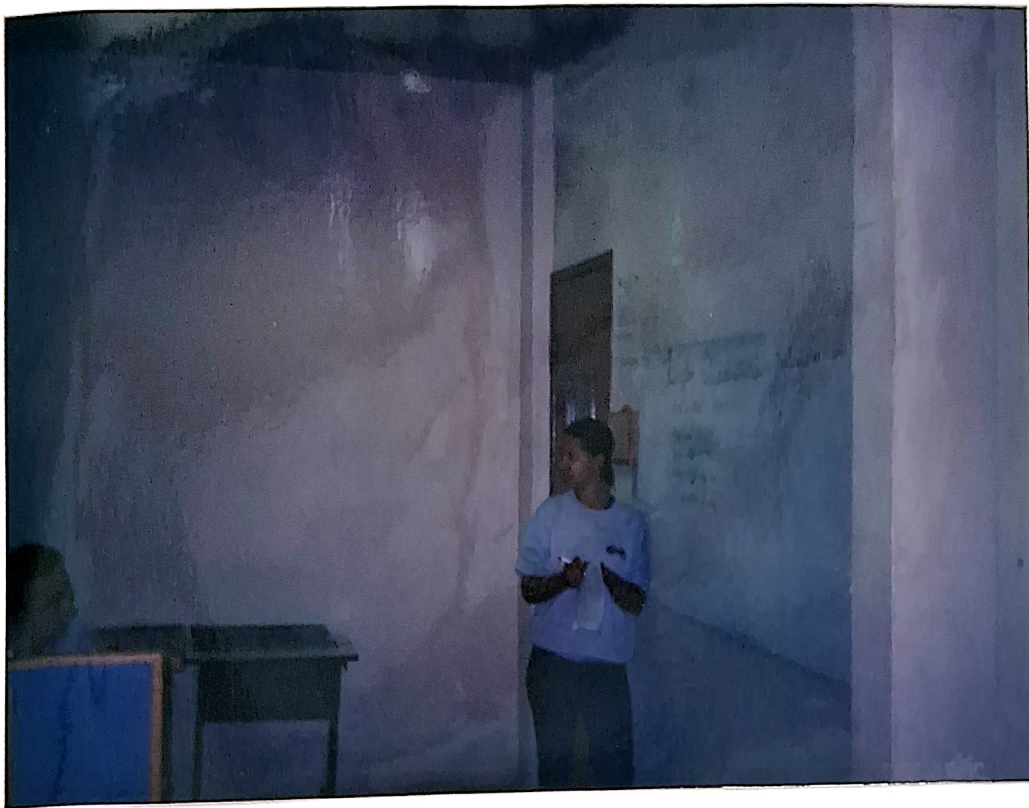
$$\begin{aligned} & 3x^2 - x + 1 \\ & \swarrow \\ & 2x^2 - x + 1 \\ & \swarrow \\ & y = -\frac{1}{2}x + 1 \quad x_v = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

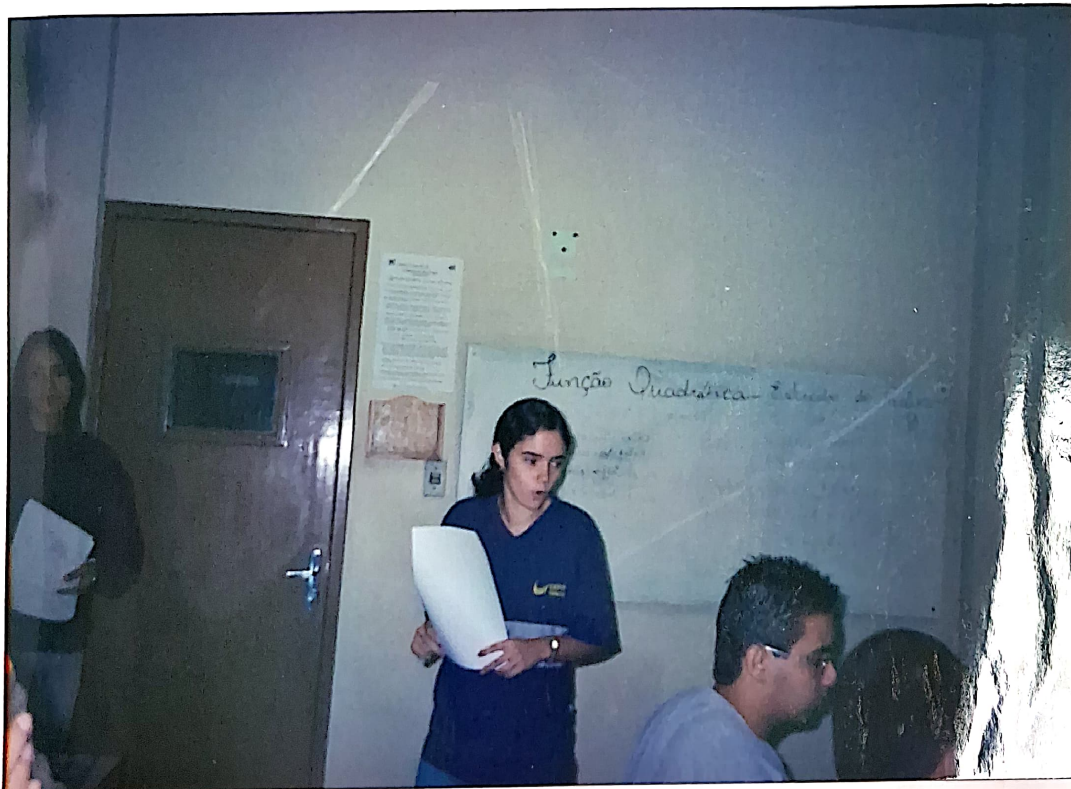
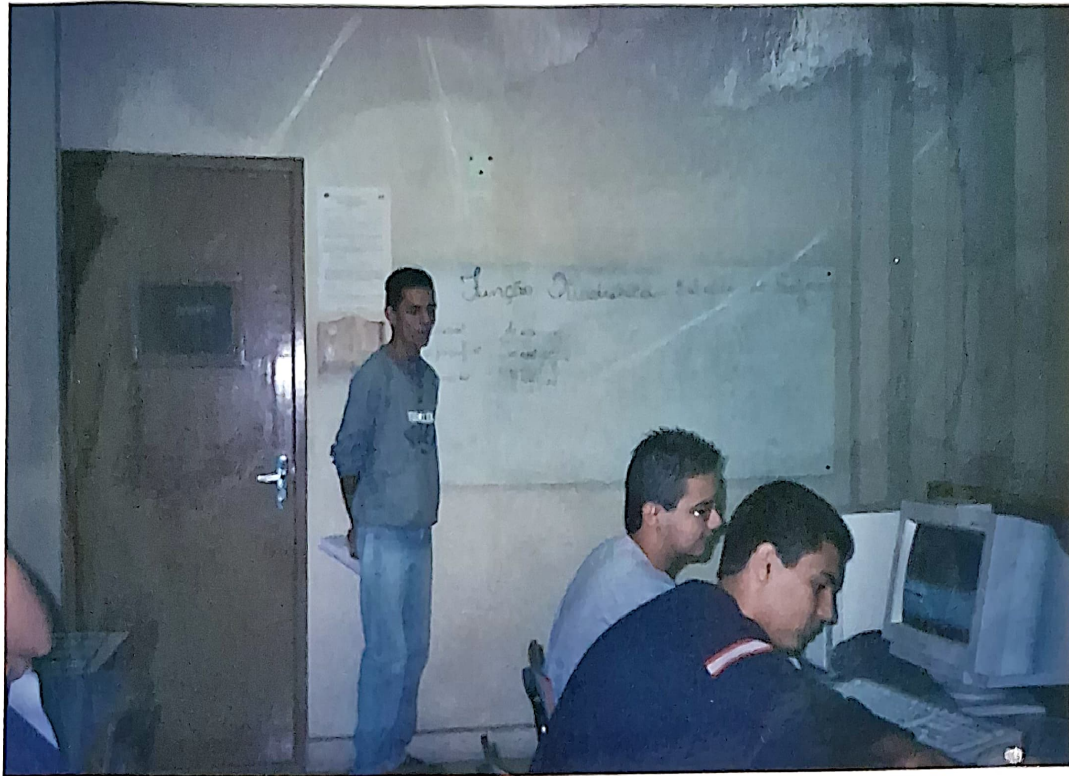
Alunos responsáveis: Euzébio Cavalcanti Ferreira
 Marcélia Lopes Azevedo
 Mylane dos Santos Barreto
 Sabrina Gomes Rangel
 Williana da Silva de Azeredo

3.º Período – Licenciatura em Matemática - 2003

ANEXO II







BIBLIOGRAFIA

- MANRIQUE, Ana Lúcia. BIANCHINI, Bárbara Lulcuf. SILVA, Benedito Antônio. DUBUS, Maria Thereza Goulart. SOUZA, Vera Helena Giusti. Atividades para o estudo de funções em ambiente computacional. São Paulo: Iglu Editora, 2002.
- BARUFI, Maria Cristina Bonomi. LAURO, Maria Mendias. Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando o microcomputador. CAEM-IME/ USP. s/d.
- GRACIAS, Telma A. Souza. Transformações de Funções Quadráticas. Anais II EBRAPEM – UNESP – Rio Claro SP, 1998.