

CENTRO FEDERAL DE ENSINO TECNOLÓGICO DE CAMPOS  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA



# LABORATÓRIO DE ENSINO

A FUNÇÃO QUALITATIVA DO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

## LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2003/ 2004

CAMPOS DOS GOYTACAZES  
2004

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS**  
**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**A FUNÇÃO QUADRÁTICA: O EFEITO DO PARÂMETRO B**

Aline Macedo  
Hélio Monteiro  
Joceir Manhães  
Juliana Chagas

**CAMPOS DOS GOYTACAZES**  
**2004**

Aline Macedo, Hélio Monteiro, Joceir Manhães, Juliana Chagas

## A FUNÇÃO QUADRÁTICA: O EFEITO DO PARÂMETRO B

Projeto desenvolvido pelos alunos do  
3º período do curso de Licenciatura  
em Matemática do CEFET Campos  
como requisito da disciplina  
Laboratório de Ensino.

Orientadora: Márcia Valéria Azevedo de Almeida Ribeiro

CAMPOS DOS GOYTACAZES  
2004

## SUMÁRIO

|   |    |
|---|----|
| INTRODUÇÃO.....                                   | 1  |
| DESENVOLVIMENTO.....                              | 2  |
| CONCLUSÃO.....                                    | 4  |
| BIBLIOGRAFIA.....                                 | 5  |
| ANEXO1: FOTOGRAFIAS.....                          | 6  |
| ANEXO 2 : ATIVIDADES.....                         | 8  |
| ANEXO 3: ATIVIDADES RESPONDIDAS PELOS ALUNOS..... | 11 |

## INTRODUÇÃO

O projeto apresentado nestas páginas, foi desenvolvido desde o primeiro período (1º semestre de 2003) do curso de Licenciatura em Matemática do CEFET/Campos e aplicado aos alunos do Ensino Médio, também do referido Centro Federal de Educação Tecnológica, no primeiro semestre do ano de 2004.

Este projeto tem como objetivo proporcionar a visualização e estudo do comportamento dos vértices das parábolas que representam graficamente a função quadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , quando se varia o parâmetro  $b$  e fixam-se os parâmetros  $a$  e  $c$ .

As atividades desse projeto foram desenvolvidas em um Laboratório de Informática do CEFET-Campos/RJ, com o apoio do software gráfico *Winplot*.

O tempo de aplicação das atividades foi de aproximadamente 2 horas.

## DESENVOLVIMENTO

O trabalho foi apresentado no CEFET-Campos/RJ a 14 alunos do 2º ano do Ensino Médio, em dependência do 1º ano em Matemática.

Foi entregue uma ficha de trabalho (Anexo 2) com as atividades a serem desenvolvidas no computador, estando cada aluno em um micro.

Na primeira atividade, os alunos deveriam esboçar num mesmo plano cartesiano os gráficos das funções pedidas. A seguir pedimos que esboçassem o gráfico da parábola cuja equação era  $y = -x^2 + 2$ . A partir da visualização do traçado os alunos perceberam que os vértices das parábolas traçadas, anteriormente, pertenciam à parábola cuja equação era  $y = -x^2 + 2$ . Eles também comprovaram este fato fazendo os cálculos utilizando lápis e papel. Também registraram que o gráfico de  $y = -x^2 + 2$  era o reflexo do gráfico de  $y = x^2 + 2$  (reflexão em relação à reta  $y = 2$ ). Os alunos perceberam que todos os gráficos intersectavam o eixo  $y$  no ponto  $(0,2)$ .

Nas atividades 2 e 3, (similares a primeira), tendo já compreendido a proposta do trabalho, os alunos puderam, com mais desenvoltura, confirmar suas observações e chegar a conclusões, tais como: o parâmetro  $b$  foi o que variou em todas as atividades; o parâmetro  $c$  determina a interseção da parábola com o eixo  $y$ ; parábolas cujas equações são do tipo  $y = -ax^2 + c$  passam pelos vértices das parábolas que representam as funções  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , quando variamos o  $b$  e mantemos  $a$  e  $c$  fixos.

Após as atividades, foi feita a demonstração, no quadro, de que quando variamos o parâmetro  $b$ , deixando os parâmetros  $a$  e  $c$  fixos, então o vértice da



parábola se move segundo uma parábola cuja equação é  $y = -ax^2 + c$ . Essa demonstração pode ser observada nas atividades respondidas pelos alunos no item considerações finais.

Durante a aula a participação, as colocações e a facilidade dos alunos em visualizar e perceber o que ocorria com os gráficos enriqueceram o trabalho e mostraram que eles haviam compreendido o conteúdo e o objetivo do projeto tinha sido alcançado.

## CONCLUSÃO

A realização desse projeto teve êxito e enriqueceu a formação docente ao despertar os futuros professores para conteúdos matemáticos aos quais não têm sido dada a devida atenção e que são dignos de serem abordados no Ensino Médio. Além disso, ao utilizar o *software Winplot*, mostrou/comprovou a utilidade dos recursos tecnológicos como facilitadores e estimuladores no processo de ensino-aprendizagem.



**BIBLIOGRAFIA**

GRACIAS, Telma A. Souza. *Transformações de funções Quadráticas*. Anais do II EBRAPEM – UNESP – Rio ClaroSP, 1998.

IEZZI, Gelson. DOLCE, Osvaldo. DEGENSZAJN, David Mauro. PÉRIGO, Roberto. *Matemática: volume único*. 2.º grau. São Paulo: Atual, 1997.

IEZZI, Gelson. MURAKAMI, Carlos. *Fundamentos de matemática elementar*. Volume 1. São Paulo: Atual, 1993.

ANEXO I  
FOTOGRAFIAS

**ANEXO 1**  
**FOTOGRAFIAS**



### ACTIVIDADES



## ANEXO 2

### ATIVIDADES

1. Desenhe um retângulo com as dimensões de 10 cm por 15 cm. Marque o ponto médio de cada um dos lados.

- a) Ligue os pontos médios consecutivos.
- b) Marque o ponto médio de cada um dos lados do retângulo interno.
- c) Ligue os pontos médios consecutivos.
- d) Marque o ponto médio de cada um dos lados do retângulo interno.
- e) Ligue os pontos médios consecutivos.

2. No retângulo interno, marque o ponto médio de cada um dos lados e ligue os pontos médios consecutivos.

3. Repita as atividades anteriores até obter um retângulo cujo comprimento seja menor que 1 cm.

4. Observe o que ocorreu.

### ATIVIDADES

1) Utilizando o Winplot, esboce num mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

- a)  $f(x) = x^2 + 4x + 2$
- b)  $g(x) = x^2 + 2x + 2$
- c)  $h(x) = x^2 + 2$
- d)  $i(x) = x^2 - 2x + 2$
- e)  $j(x) = x^2 - 4x + 2$

1.1) No mesmo plano cartesiano onde você esboçou os gráficos das funções anteriores, trace a parábola cuja equação é  $y = -x^2 + 2$ .

1.2) Encontre as coordenadas dos vértices das parábolas que representam as funções **f**, **g**, **h**, **e j**, utilizando o comando “um-extremo”.

3) O que você observou?

Utilizando o Winplot, esboce num mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

- a)  $f(x) = -2x^2 - 4x + 1$
- b)  $g(x) = -2x^2 - 2x + 1$
- c)  $h(x) = -2x^2 + 1$
- d)  $i(x) = -2x^2 + 2x + 1$
- e)  $j(x) = -2x^2 + 4x + 1$

1) No mesmo plano cartesiano onde você esboçou os gráficos das funções anteriores, e a parábola cuja equação é  $y = 2x^2 + 1$ .

Encontre as coordenadas dos vértices das parábolas que representam as funções **f**, **g**, **h**, utilizando o comando “um-extremo”.

O que você observou?

3) Utilizando o Winplot, esboce no mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

- a)  $f(x) = 3x^2 + 5x$
- b)  $g(x) = 3x^2 + 3x$
- c)  $h(x) = 3x^2$
- d)  $i(x) = 3x^2 - 3x$
- e)  $j(x) = 3x^2 - 5x$

3.1) No mesmo plano cartesiano onde você esboçou os gráficos das funções anteriores, trace a parábola cuja equação é  $y = -3x^2$ .

3.2) O que você observou?

Considerações finais

### ANEXO 3

## ATIVIDADES RESPONDIDAS PELOS ALUNOS

1) Qual das funções abaixo representa uma função quadrática das funções

(a)  $f(x) = 2x - 3$

(b)  $g(x) = 2x^2 - 2x + 1$

(c)  $h(x) = 2x^3 + 1$

(d)  $i(x) = 2x^2 + 2x + 1$

(e)  $j(x) = 2x^2 + 4x + 1$

(No mesmo plano cartesiano onde está esboçada a parábola  $f(x) = x^2 - 2x + 1$ , esboce a parábola cuja a equação é  $i(x) = 2x^2 + 2x + 1$ .)

2)  $f(x) = x^2 - 2x + 1$

Encontre as coordenadas dos vértices das parábolas representadas por  $f(x)$  e  $g(x)$  utilizando o comando "um-extremo".

(a)  $f(x) = x^2 - 2x + 1$  e  $g(x) = x^2 - 4x + 4$



Elisamundo de Souza Siqueira de Oliveira  
ATIVIDADES

1) Utilizando o Winplot, esboce num mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

- a)  $f(x) = x^2 + 4x + 2$
- b)  $g(x) = x^2 + 2x + 2$
- c)  $h(x) = x^2 + 2$
- d)  $i(x) = x^2 - 2x + 2$
- e)  $j(x) = x^2 - 4x + 2$

1.1) No mesmo plano cartesiano onde você esboçou os gráficos das funções anteriores, trace a parábola cuja equação é  $y = -x^2 + 2$ .

1.2) Encontre as coordenadas dos vértices das parábolas que representam as funções **f, g, h, i e j**, utilizando o comando "um-extremo".

$f(0,2) \setminus g(-1,1) \setminus h(0,0) \setminus i(1,1) \setminus j(2,-2)$

1.3) O que você observou?

Qu a função  $-x^2 + 2$  trata o vertice de todas as as outras parábolas  
e é o reflexo da função  $x^2 + 2$

2) Utilizando o Winplot, esboce num mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

- a)  $f(x) = -2x^2 - 4x + 1$
- b)  $g(x) = -2x^2 - 2x + 1$
- c)  $h(x) = -2x^2 + 1$
- d)  $i(x) = -2x^2 + 2x + 1$
- e)  $j(x) = -2x^2 + 4x + 1$

2.1) No mesmo plano cartesiano onde você esboçou os gráficos das funções anteriores, trace a parábola cuja a equação é  $y = 2x^2 + 1$ .

2.2) Encontre as coordenadas dos vértices das parábolas que representam as funções **f, g, h, i e j**, utilizando o comando "um-extremo".

$f(-1,3) \setminus g(-0,5,1,5) \setminus h(0,1) \setminus i(0,5,1,5) \setminus j(1,3)$

2.3) O que você observou?

Observou que a função  $3x^2 + 1$  tem o mesmo eixo de simetria das outras parábolas. É o reflexo da função  $-3x^2 + 1$ .

3) Utilizando o Winplot, esboce num mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

- a)  $f(x) = 3x^2 + 5x$
- b)  $g(x) = 3x^2 + 3x$
- c)  $h(x) = 3x^2$
- d)  $i(x) = 3x^2 - 3x$
- e)  $j(x) = 3x^2 - 5x$

3.1) No mesmo plano cartesiano onde você esboçou os gráficos das funções anteriores, trace a parábola cuja equação é  $y = -3x^2$ .

3.2) O que você observou?

Observou que todas as funções possuem um reflexo.

### Considerações finais

$$f(x) = ax^2 + bx + e$$

$$f(x) = -ax^2 + e$$

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = 2a \cdot x_v \cdot (-1)$$

$$= \frac{-2ax_v}{2a}$$

$$\frac{\Delta}{4a} = \frac{b^2 - 4ae}{4a}$$

$$y_v = \frac{-b^2 + 4ae}{4a}$$

$$y_v = \frac{-(2ax_v)^2 + 4ae}{4a}$$

$$y_v = \frac{-4ax_v^2 - 4ae}{4a} \quad \div 4$$

$$y_v = ax_v^2 + e$$

Componentes do projeto:

- Aline Macedo
- Hélio Monteiro
- Joceir dos Santos
- Juliana Chagas



ATIVIDADES

1) Utilizando o Winplot, esboce num mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

- a)  $f(x) = x^2 + 4x + 2$
- b)  $g(x) = x^2 + 2x + 2$
- c)  $h(x) = x^2 + 2$
- d)  $i(x) = x^2 - 2x + 2$
- e)  $j(x) = x^2 - 4x + 2$

1.1) No mesmo plano cartesiano onde você esboçou os gráficos das funções anteriores, trace a parábola cuja equação é  $y = -x^2 + 2$ .

1.2) Encontre as coordenadas dos vértices das parábolas que representam as funções f, g, h, i e j, utilizando o comando "um-extremo".

$f(x) = (-2, -2)$   $g(x) = (-1, 1)$   $h(x) = (0, 2)$   $i(x) = (1, 1)$   $j(x) = (2, -2)$

1.3) O que você observou?

*Observamos que os vértices seguem a parábola  $-x^2 + 2$ , que é a parábola que liga todos os pontos mínimos.*

2) Utilizando o Winplot, esboce num mesmo plano cartesiano os gráficos das funções:

- a)  $f(x) = -2x^2 - 4x + 1$
- b)  $g(x) = -2x^2 - 2x + 1$
- c)  $h(x) = -2x^2 + 1$
- d)  $i(x) = -2x^2 + 2x + 1$
- e)  $j(x) = -2x^2 + 4x + 1$

2.1) No mesmo plano cartesiano onde você esboçou os gráficos das funções anteriores, trace a parábola cuja a equação é  $y = 2x^2 + 1$ .

2.2) Encontre as coordenadas dos vértices das parábolas que representam as funções f, g, h, i e j, utilizando o comando "um-extremo".

$f(x) = (-1, 3)$   $g(x) = (-0,5, 1,5)$   $h(x) = (0, 1)$   $i(x) = (0,5, 1,5)$   $j(x) = (1, 3)$

2.3) O que você observou?

*Observamos que as parábolas sempre a parábola  $y = -3x^2$  que é a mesma*

3) Utilizando o Winplot, esboce num mesmo plano cartesiano os gráficos das funções

- a)  $f(x) = 3x^2 + 5x$
- b)  $g(x) = 3x^2 + 3x$
- c)  $h(x) = 3x^2$
- d)  $i(x) = 3x^2 - 3x$
- e)  $j(x) = 3x^2 - 5x$

3.1) No mesmo plano cartesiano onde você esboçou os gráficos das funções anteriores, trace a parábola cuja equação é  $y = -3x^2$ .

3.2) O que você observou?

*Observamos que todos os gráficos passam pelo ponto  $(0,0)$  e que todas as parábolas tem pontos mínimos, menos a função  $-3x^2$  que é a máxima*

### Considerações finais

*Observamos que em todas as parábolas o bxc é o mesmo, e que no y não tem c. E que todas as funções  $h(x)$ , há uma função inversa, e há um sempre o oposto, e b sempre varia.*

$$f(x) = ax^2 + bxc + c$$

$$g(x) = -ax^2 + c$$

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$-b = 2ax_v \cdot (-1)$$

$$y_v = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}$$

$$b = -2ax_v$$

$$y_v = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

$$y_v = \frac{-(-2ax_v)^2 + 4ac}{4a}$$

$$y_v = \frac{-4a^2x_v^2 + 4ac}{4a} \div 4$$

$$y_v = -ax_v^2 + c$$

Componentes do projeto:

- Aline Macedo
- Hélio Monteiro
- Joceir dos Santos
- Juliana Chagas

*Priscilla da Silva*