

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

FORMA FATORADA DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

POR

**PAMELA CAMILA ALMEIDA
PRISCILA NASCIMENTO CARVALHO SILVA**

CAMPOS DOS GOYTACAZES

AGOSTO/2004

**PAMELA CAMILA ALMEIDA
PRISCILA NASCIMENTO CARVALHO SILVA**

FORMA FATORADA DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Projeto apresentado ao Centro Federal de Educação e Tecnologia de Campos, como requisito para conclusão do laboratório de ensino, do Módulo III do Curso de Licenciatura em Matemática, sob orientação da professora Márcia Valéria.

**Campos dos Goytacazes
Agosto/2004**

Por meio do curso Fomento Empreendedor da Escola de Engenharia de Guararapes, desenvolvida em parceria com o projeto de extensão do Instituto de Física da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) em parceria com o software educacional Maple.

Os alunos em dois períodos foram destinados a desenvolver o projeto de pesquisa e parte dos resultados foram o tema escolhido.

No decorrer do primeiro período os estudantes foram auxiliados por a monitoria de Física para realizar com o objetivo de desenvolver projetos de pesquisa que possam ser apresentados para os alunos do curso de Engenharia de Física.

Após essa primeira experiência, a importância da atividade deste projeto para gerar alunos que continuem a dependência da pesquisa em Física é evidente. Este trabalho do IFT- Campos(RJ).

Com o auxílio do software Winplot foram desenvolvidas algumas atividades com o objetivo de comparar os gráficos das funções além de trabalhar com o gráfico da função quadrática a olho do produto das funções.

“A ousadia do fazer é que abre campo do possível”.

Pedro B. Garcia

INTRODUÇÃO

Projeto intitulado Forma Fatorada da Função Quadrática, foi elaborado e desenvolvido durante os três primeiros períodos do curso de Licenciatura em Matemática do CEFET- Campos/RJ, com a utilização do *software* educacional *Winplot*.

Os dois primeiros períodos foram destinados ao desenvolvimento do projeto a partir de pesquisas sobre o tema escolhido.

No início do terceiro período as atividades foram aplicadas para nossos colegas da licenciatura, com o objetivo de detectar possíveis falhas, que deveriam ser corrigidas antes do trabalho ser apresentado para os alunos do Ensino Médio.

Após esta primeira experiência, aplicamos as atividades deste projeto para cinco alunos que cursavam a dependência da primeira série do ensino Médio em Matemática do CEFET- Campos/RJ.

Com o auxílio do *software Winplot*, foram desenvolvidas algumas atividades com o objetivo de comparar os gráficos das funções afins dadas em cada item com o gráfico da função quadrática obtida do produto das mesmas.

Os alunos fizeram diversas observações. Em relação ao gráfico da função quadrática obtida a partir do produto das funções afins dadas em cada item, podemos destacar as seguintes observações:

A concavidade da parábola depende do produto dos coeficientes angulares das funções afins. Ou seja, se o produto for positivo a parábola terá concavidade voltada para cima e se for negativo terá concavidade voltada para baixo. Quando

DESENVOLVIMENTO

No primeiro período, a professora realizou atividades utilizando o *Winplot*, para que pudéssemos conhecer o software que iríamos trabalhar no projeto.

No segundo período, os temas escolhidos para o projeto foram desenvolvidos a partir de pesquisas.

No terceiro período, aplicamos as atividades preparadas para nossos colegas da licenciatura, em que pudemos observar o que poderia ser acrescentado ou melhorado no projeto. As mudanças no trabalho foram feitas a partir das correções finais, o projeto foi apresentada para cinco alunos da primeira série do Ensino Médio no Cefet- Campos, no dia trinta de Junho de 2004, das 07:00 horas às 08:30 horas, no laboratório de informática.

A atividade realizada pelo grupo, só foi possível com a utilização do *Winplot*. Todos estavam familiarizados com o programa, permitindo uma melhor compreensão por parte dos mesmos. Foram esboçadas dezesseis funções afins e oito funções quadráticas (anexo III). Cada aluno anotou suas observações a partir dos gráficos traçados.

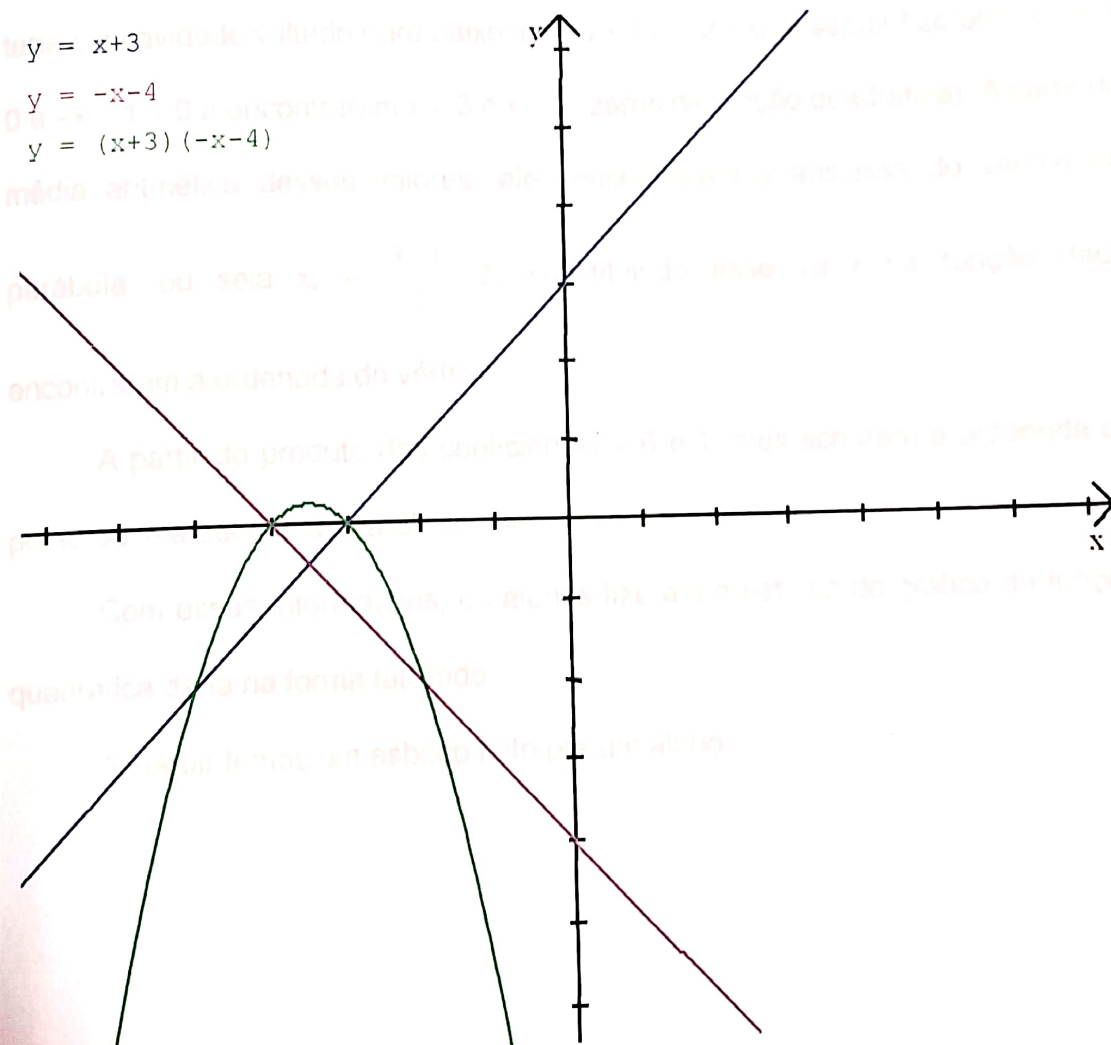
Os alunos fizeram diversas observações. Em relação às parábolas que representavam graficamente o produto das funções afins dadas em cada item podemos destacar as seguintes observações:

A concavidade da parábola depende do produto dos coeficientes angulares das funções afins, ou seja, se o produto for positivo a parábola tem concavidade voltada para cima e se for negativo tem concavidade voltada para baixo. Notaram

que a abscissa do vértice da parábola é a média aritmética dos zeros das funções afins dadas em cada item e que estes são os zeros da função quadrática obtida pelo produto das funções afins. Perceberam também que a ordenada do ponto de intersecção da parábola com o eixo y é o produto dos coeficientes lineares das funções afins.

Todas essas observações foram viabilizadas a partir dos gráficos traçados com o auxílio do software gráfico *Winplot*.

A seguir temos um exemplo dado e os gráficos obtidos.



Após a realização de vários exemplos, foi dado um exercício extra para verificar se a atividade aplicada tinha sido compreendida. A maioria conseguiu resolver, sendo que alguns tiveram algumas dúvidas que logo foram esclarecidas pelo grupo.

O exercício extra apresentava o seguinte enunciado: Faça o esboço do gráfico da função $f(x) = (2x - 6)(-x + 1)$.

Deve-se ressaltar que os alunos fizeram a representação gráfica sem precisar aplicar a propriedade distributiva e sem montar tabelas de valores.

Inicialmente eles observaram que a parábola que representaria a função f teria concavidade voltada para baixo, pois $2 \cdot (-1) = -2 < 0$, a seguir fizeram $2x - 6 = 0$ e $-x + 1 = 0$ e encontraram $x = 3$ e $x = 1$ (zeros da função quadrática). A partir da média aritmética desses valores, eles encontraram a abscissa do vértice da parábola, ou seja $x_v = \frac{3+1}{2} = 2$, substituindo esse valor na função dada encontraram a ordenada do vértice.

A partir do produto dos coeficientes -6 e 1 , eles acharam a ordenada do ponto de intersecção da parábola com o eixo y .

Com essas informações, os alunos fizeram o esboço do gráfico da função quadrática dada na forma fatorada.

A seguir temos um esboço feito por um aluno.

CONCLUSÃO

$$y = (2x - 6) \cdot (-x + 1)$$

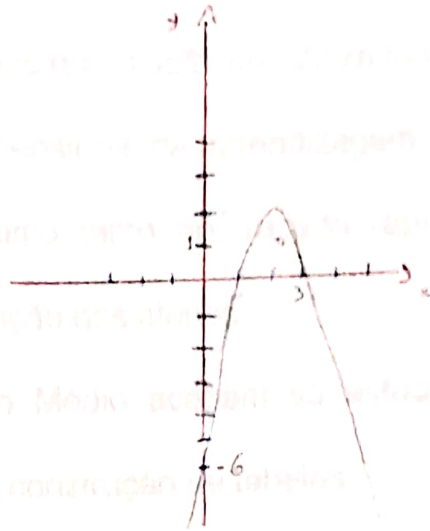
$$\frac{3+3}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$2x - 6 = 0 \quad | +6$$

$$2x = 6 \quad | :2$$

$$x = 3$$

$$x = 3$$



$$y_v = (2 \cdot 2 - 6) \cdot (-2 + 1)$$

$$-2 \cdot -1 = 2$$

As expectativas por parte do grupo foram alcançadas devido ao bom

rendimento da aula e das atividades realizadas, além da participação de todos os

CONCLUSÃO

Com o projeto já apresentado, observamos que o *software* utilizado facilitou o trabalho, sendo um instrumento de auxílio do ensino e da aprendizagem.

O *winplot* teve um papel importantíssimo tanto no traçado rápido dos gráficos, quanto na capacidade de atrair a atenção dos alunos.

Verificamos, que os alunos do Ensino Médio acabam só estudando o traçado dos gráficos, prendendo-se somente a construção de tabelas.

As expectativas por parte do grupo, foram alcançadas devido ao bom rendimento da aula e das atividades realizadas durante a aplicação do projeto.

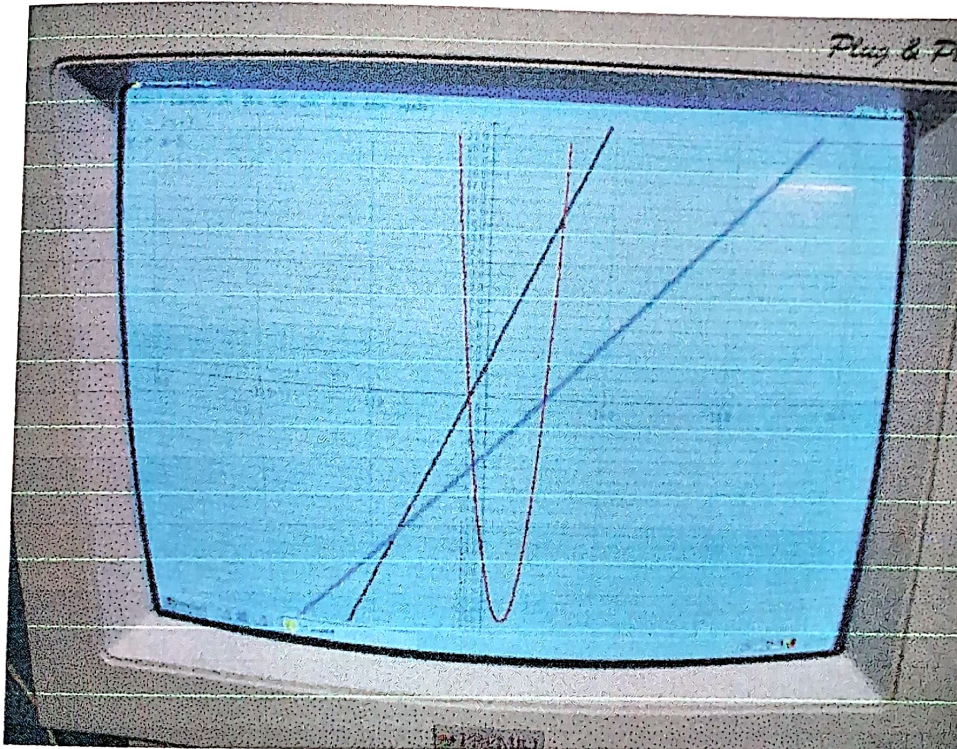
ANEXOS

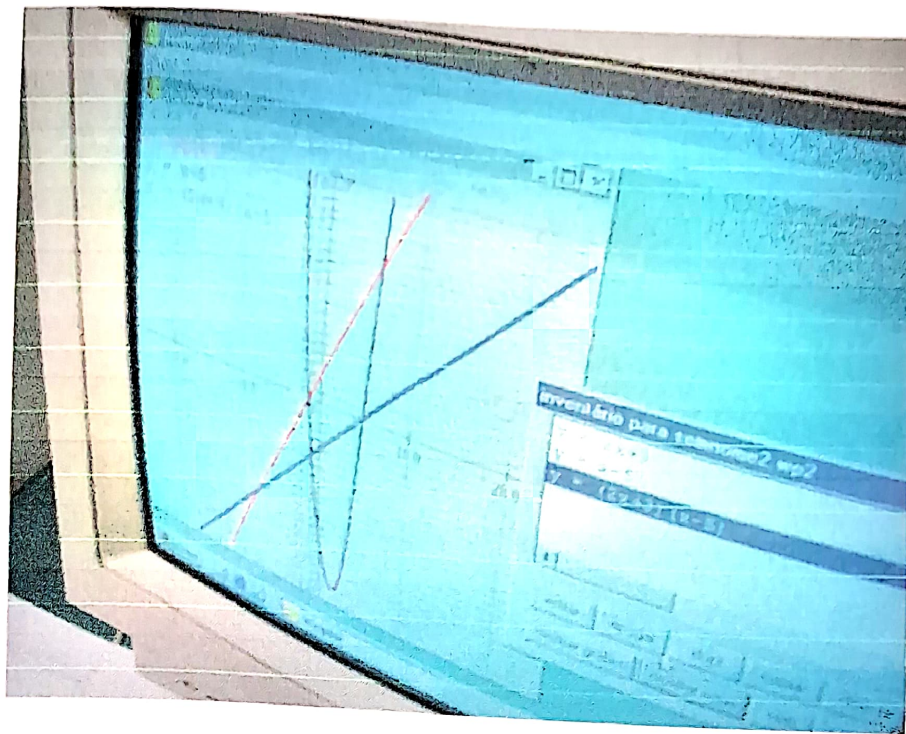
ANEXOS

FOTOGRAFÍAS

ANEXO I

FOTOGRAFIAS





ANEXO II

FOLHA DE ATIVIDADES

Phillipi E. de Oliveira

CEFET - CAMPOS/RJ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
LABORATÓRIO DE ENSINO

ATIVIDADES

1- Utilizando o Winplot, esboce o gráfico das funções afins e do produto delas em cada item. Compare os gráficos traçados e anote suas observações.

a) $y = x + 2$ e $y = x + 3$

O eixo da função $(x+2)(x+3)$ são os mesmos das funções anteriores e o ponto de interseção do x é o produto de $2 \times 3 = 6$ que é o C da função.

b) $y = -x - 4$ e $y = x + 3$

O eixo do produto das duas equações é o mesmo das equações anteriores que resulta em uma parábola com concavidade voltada para baixo pois o produto da função é negativo.

c) $y = x + 2$ e $y = x - 2$

$$(x+2)(x-2) = x^2 - 4$$

O x será sempre na média aritmética dos 2 termos $\frac{2+2}{2} = 0$ fazendo propriedade distributiva temos o ponto $C = -4$ que determina onde a parábola toca o eixo x .

d) $y = -x - 2$ e $y = x + 2$

As duas funções cortam x em um único ponto que resulta em uma parábola com concavidade voltada para cima que corta o eixo x no mesmo ponto das anteriores. A concavidade é para cima pois o produto da função é um m^2 negativo.

e) $y = 3x - 1$ e $y = x - 2$

O x é a média aritmética das raízes. O resultado do produto da função é $c = 2$ que é o ponto onde a parábola toca o eixo x . A concavidade é voltada p/ baixo pois a é positivo.

f) $y = -4x + 1$ e $y = x + 1$

O resultado do produto da função é $c = 1$ que é onde a parábola toca o eixo x . A concavidade é voltada p/ baixo porque a é um n^o negativo.

g) $y = 2x + 3$ e $y = x - 5$

A concavidade é voltada p/ cima pq a é um n^o positivo e a média aritmética das raízes determina o ponto x . O resultado do produto da função é $c = 15$ que é onde a parábola toca o y .

h) $y = -x + 3$ e $y = -2x$

A concavidade é voltada p/ cima pq a é positivo. O resultado do produto da função é $c = 3$ que é onde a parábola toca o eixo x .

Componentes do projeto:

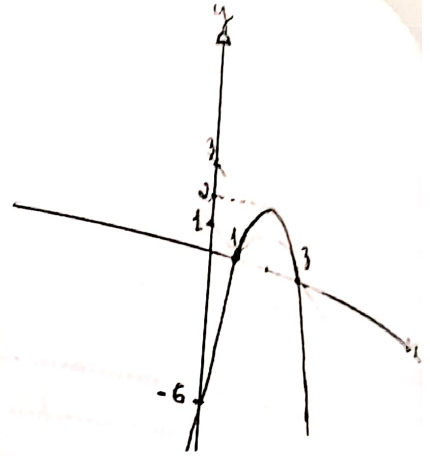
Pámela Camila Almeida
Priscila Nascimento Carvalho Silva
Rafael Zamana Kineippe

$$Y = (2x-6)(-x+1) \quad x_v = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$2x - 6 = 0 \quad -x + 1 = 0 \quad c = -6$$

$$2x = 6 \quad x = -1 \quad (-1)$$

$$x = \frac{6}{2} = 3 \quad x = 1$$



$$Y_v = (2 \cdot 2 - 6)(-2 + 1)$$

$$Y_v = (4 - 6)(-2 + 1)$$

$$Y_v = -2 \cdot (-1) = 2$$

ANEXOS (negrito, letra maiúscula)

Jesse Souza de A. Lima

CEFET - CAMPOS/RJ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
LABORATÓRIO DE ENSINO

$$y = ax + b$$

ATIVIDADES

1- Utilizando o Winplot, esboce o gráfico das funções afins e do produto delas em cada item. Compare os gráficos traçados e anote suas observações.

a) $y = x + 2$ e $y = x + 3$

Os gráficos das duas retas são paralelas e o produto é uma parábola que abre para cima.

b) $y = -x - 4$ e $y = x + 3$

As retas são uma crescente e outra decrescente. Quando aplicamos a distributiva a parábola abre para baixo pois o a é negativo.

c) $y = x + 2$ e $y = x - 2$

As retas são paralelas e o mesmo ponto onde as retas se encontram é o vértice da parábola e o produto das retas.

d) $y = -x - 2$ e $y = x + 2$

As retas são simétricas em relação ao eixo y . Quando aplicamos a distributiva a parábola que tem sua raiz no mesmo ponto.

$$e) y = 3x - 1 \text{ e } y = x - 2$$

As raízes da parábola passam exatamente entre as retas e passam no eixo x.

$$d) y = -4x + 1 \text{ e } y = x + 1$$

As retas as partes suas ficam no mesmo ponto de eixo y. A parábola por sua vez corta no mesmo ponto onde a parábola corta o eixo x.

$$c) y = 2x + 3 \text{ e } y = x - 5$$

As retas são paralelas e a parábola tem duas raízes. As retas não passam no eixo x e o vértice da parábola é a soma da soma dividida por 2 e é o produto das duas retas.

$$b) y = -x + 3 \text{ e } y = -2x$$

A parábola corta no ponto y = 0 porque as raízes são a soma da soma e das raízes a soma dividida por 2 e a soma das raízes dividida por 2.

Componentes do projeto:

- Camila Almeida
- Isadora Nascimento Carvalho Silva
- Luiz Rafael Zamana Kineippe

$$ax^2 + bx + c$$

Exercício

$$y = (2x - 6)(-x + 1)$$

$$0 = 2x - 6$$

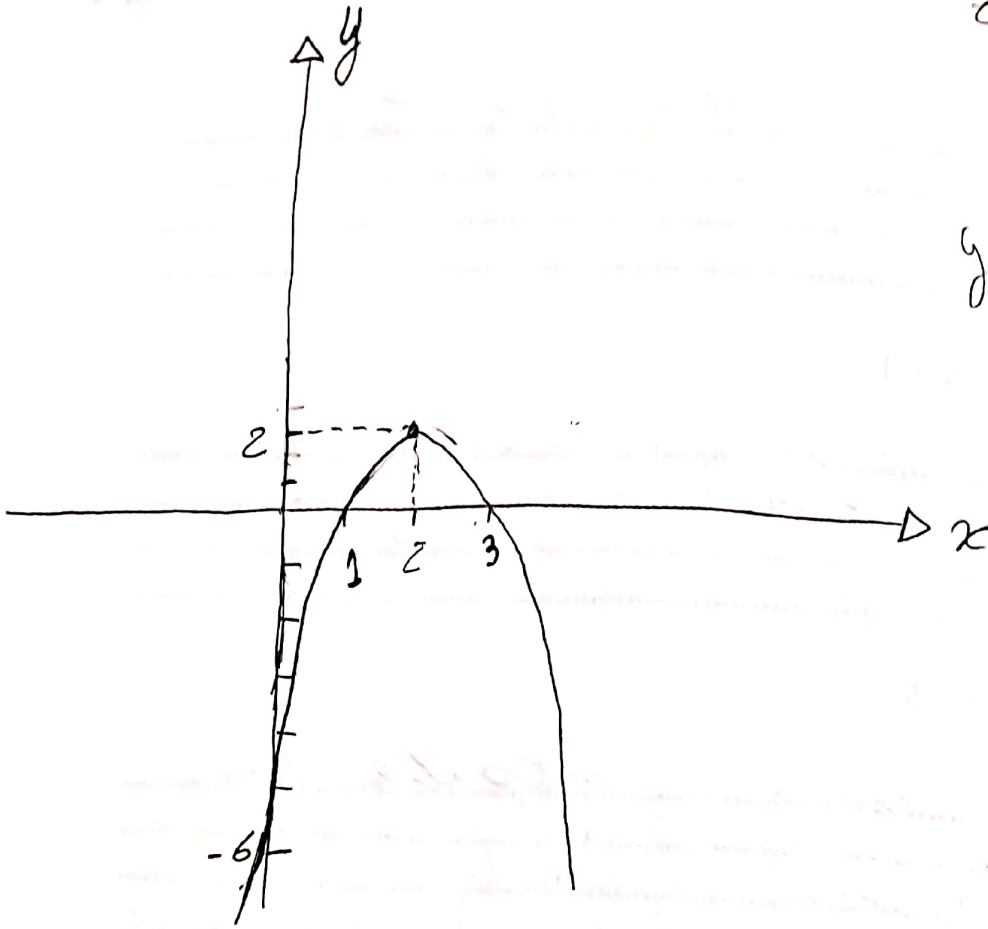
$$-2x = -6 \quad (| : -2)$$

$$x = \frac{6}{2} = x = 3 \quad (1)$$

$$0 = -x + 1$$
$$\boxed{x = 1} \quad (2)$$

$$x_v = 2$$

$$y = (2 \cdot 2 - 6)(-2 + 1)$$
$$(4 - 6)(-2 + 1)$$
$$-2 \cdot -1 = 2 \quad (3)$$

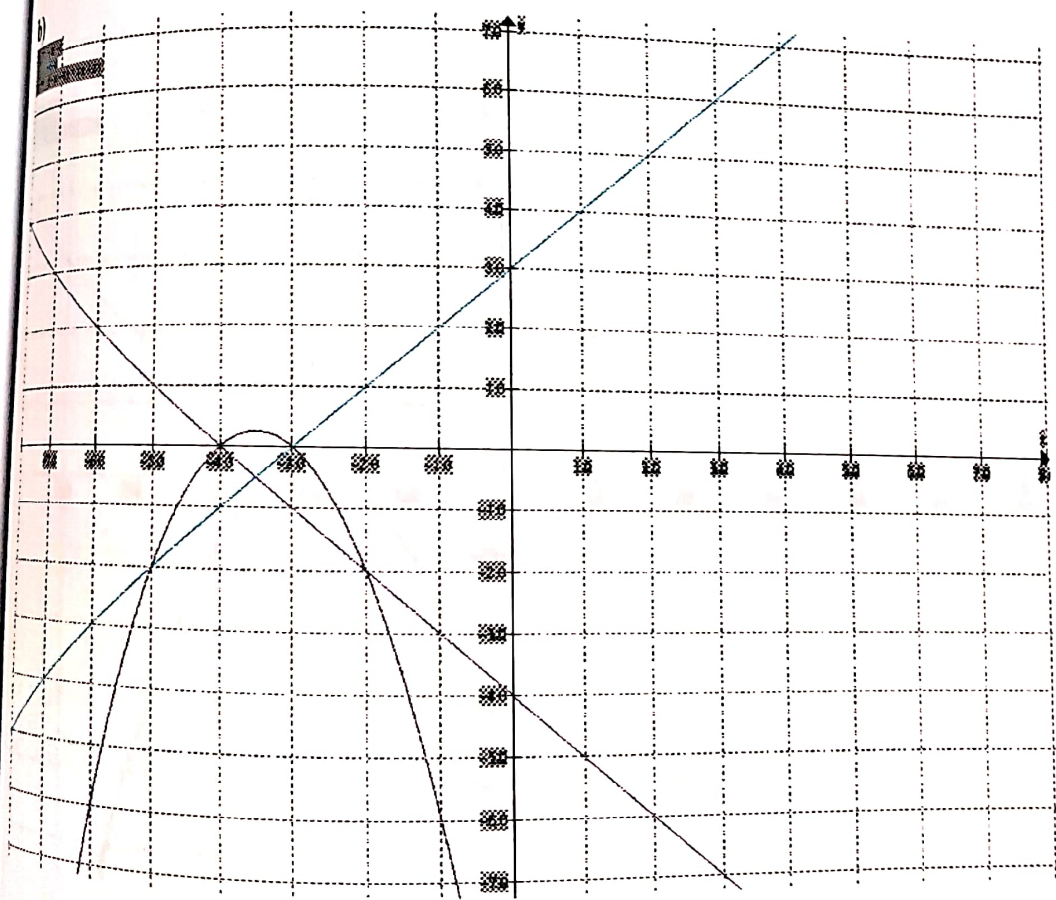
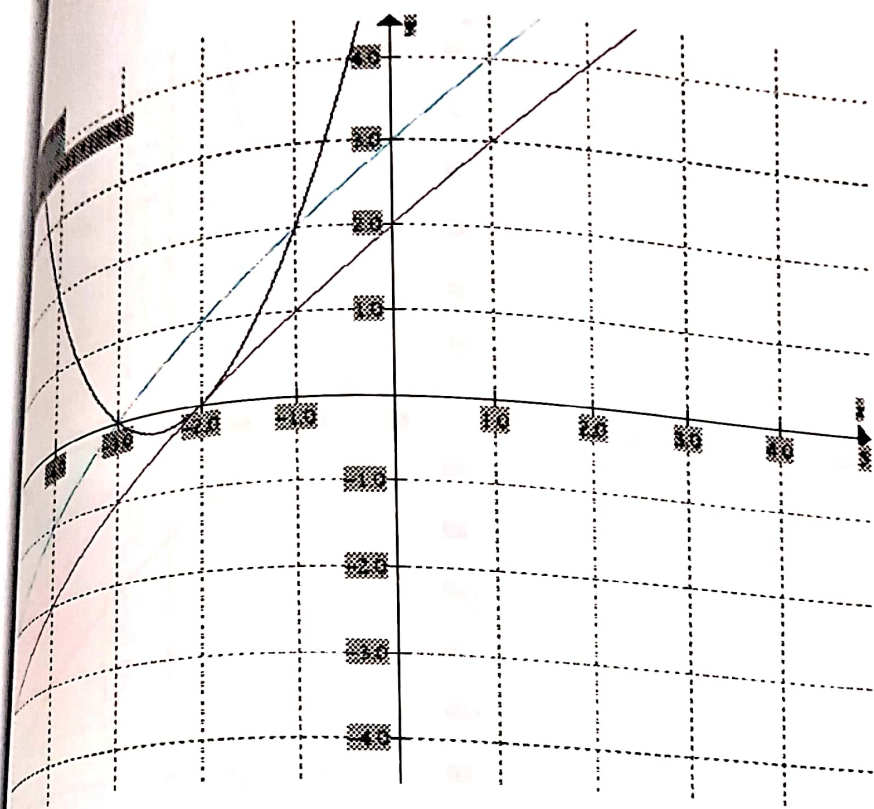


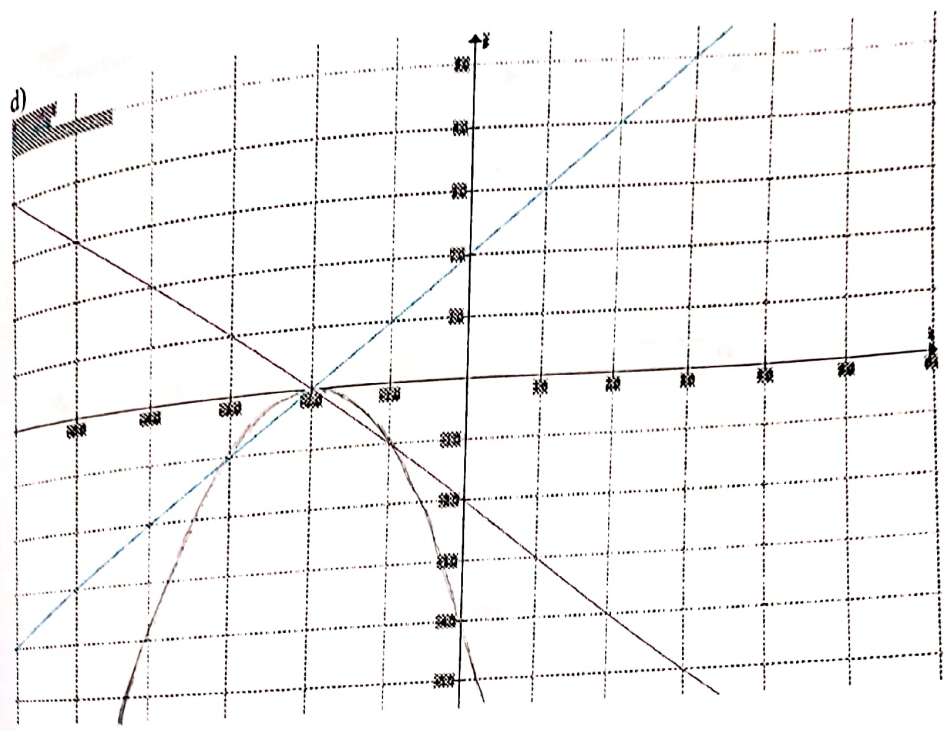
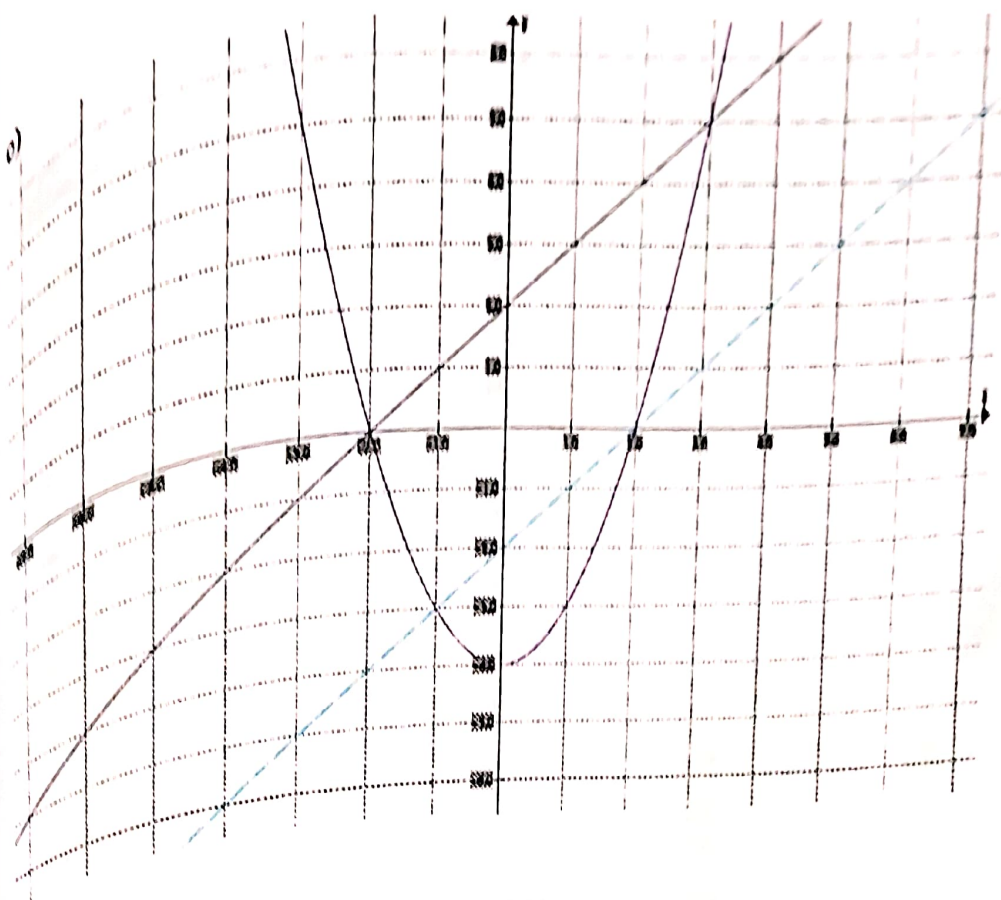


ANEXO III

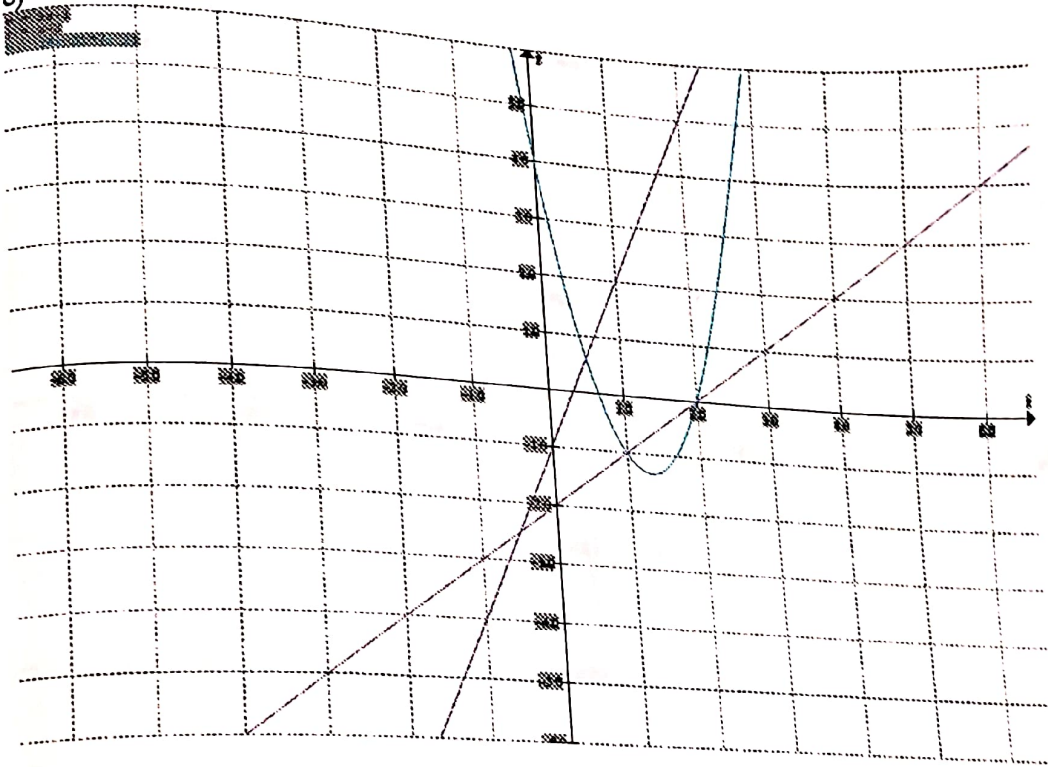


GRÁFICOS ESBOÇADOS NO WINPLOT

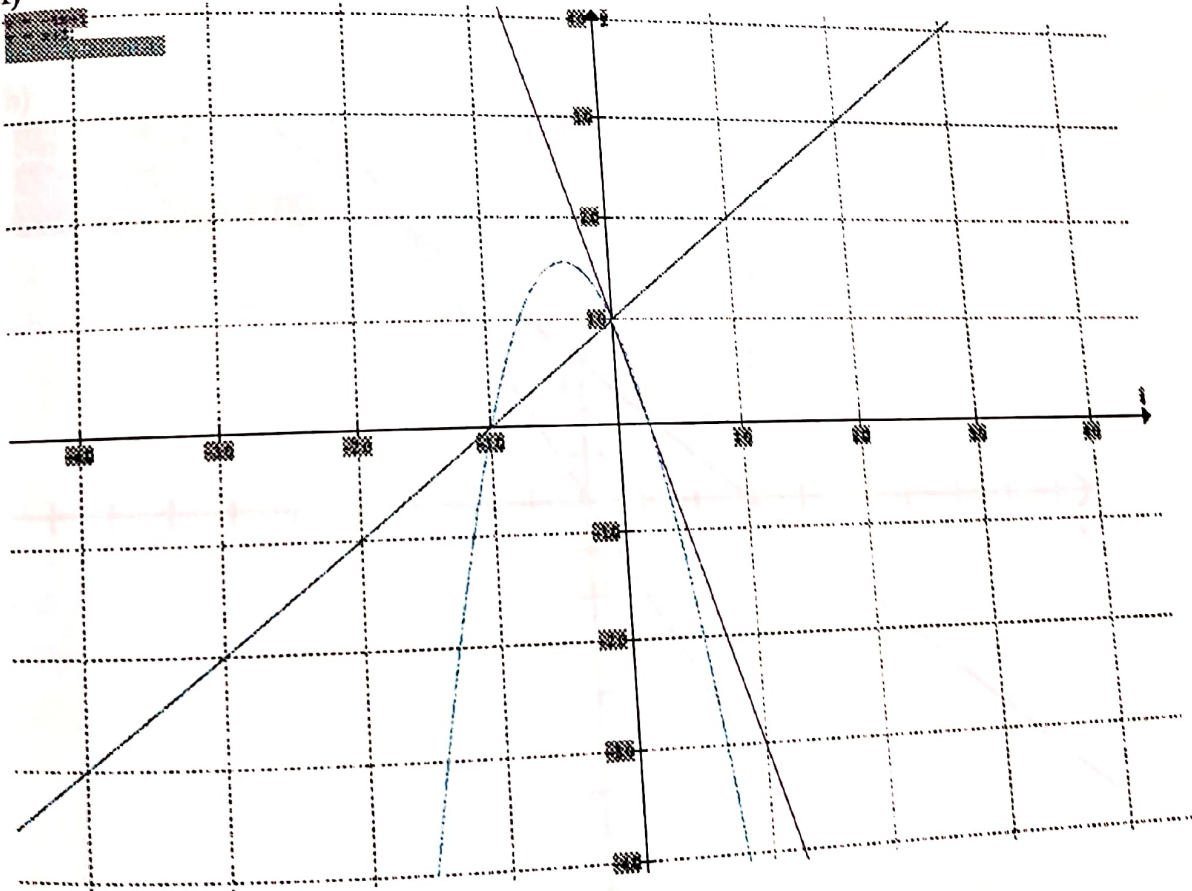


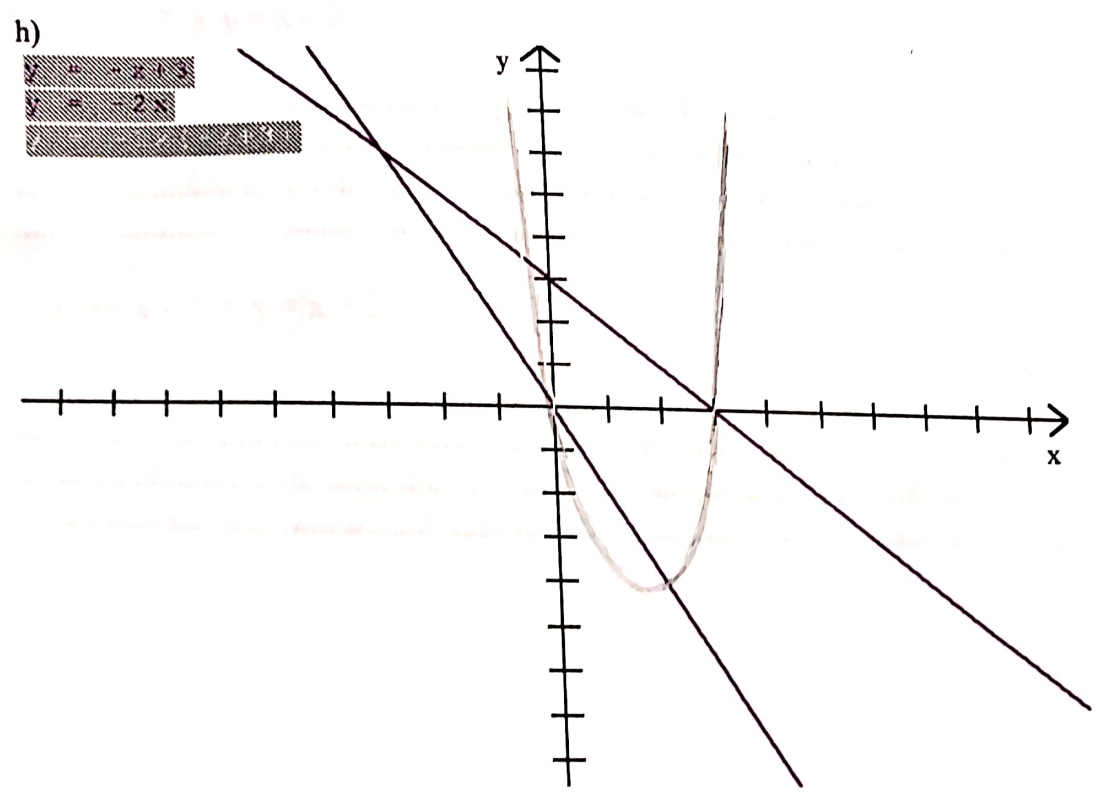
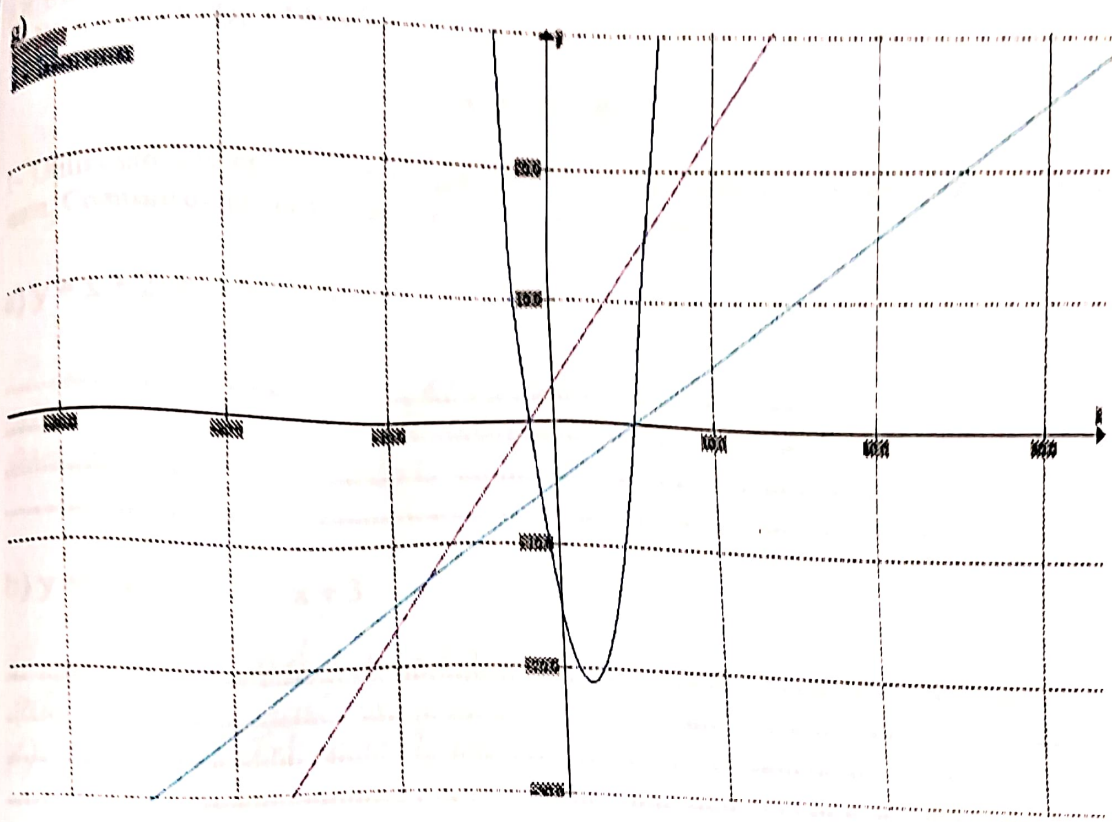


e)



f)





José Roberto Romaguera

CEFET - CAMPOS/RJ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
LABORATÓRIO DE ENSINO

ATIVIDADES

1- Utilizando o Winplot, esboce o gráfico das funções afins e do produto delas em cada item. Compare os gráficos traçados e anote suas observações.

a) $y = x + 2$ e $y = x + 3$

O zero do produto $(x+2)(x+3)$ não é mesmo das funções anteriores e o ponto de interseção com y é o produto de $2 \times 3 = 6$ que significa o (c) do produto.

b) $y = -x - 4$ e $y = x + 3$

O zero do produto das duas equações é o mesmo das equações anteriores que resulta em uma parábola com concavidade voltada para baixo resultado de multiplicar $(-x \times x) = -x^2$.

c) $y = x + 2$ e $y = x - 2$

O x zero sempre na média aritmética dos 2 termos $\frac{2+(-2)}{2} = 0$ fazendo a propriedade distributiva temos $c = -4$ que determina o ponto de interseção com o eixo y .

d) $y = -x - 2$ e $y = x + 2$

As duas funções cortam x em um único ponto que resulta em uma parábola com concavidade voltada para cima que corta o eixo x na mesma parte das anteriores. A concavidade é voltada para cima pois o produto das funções anteriores resulta em um x negativo.

$$c) y = 3x - 1 \text{ e } y = x - 2$$

As duas retas são paralelas, portanto não possuem ponto de interseção. Logo, o sistema de equações não possui solução.

$$d) y = -4x + 1 \text{ e } y = x + 1$$

As duas retas são concorrentes, portanto possuem um único ponto de interseção. Logo, o sistema de equações possui uma única solução, o produto de x e y é $1 \times 1 = 1$.

$$e) y = 2x + 3 \text{ e } y = x - 5$$

As duas retas são concorrentes, portanto possuem um único ponto de interseção. Logo, o sistema de equações possui uma única solução, o produto de x e y é $2 \times 3 = 6$.

$$h) y = -x + 3 \text{ e } y = -2x$$

As duas retas são concorrentes, portanto possuem um único ponto de interseção. Logo, o sistema de equações possui uma única solução, o produto de x e y é $3 \times 3 = 9$.

Componentes do projeto:

Pâmela Camila Almeida
Priscila Nascimento Carvalho Silva
Rafael Zamana Kineippe

$$y = (2x - 6) \cdot (-x + 1)$$

$$2x - 6 = 0 \quad \& \quad -x + 1 = 0$$

$$2x = 6 \quad -x = -1$$

$$x = \frac{6}{2} \quad x = 1$$

$$x = 3$$

$$\frac{3+3}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$c = -6$$

$$y_1 = (2 \cdot 2 - 6) \cdot (-2 + 1)$$

$$-2 \cdot -1 = 2$$

