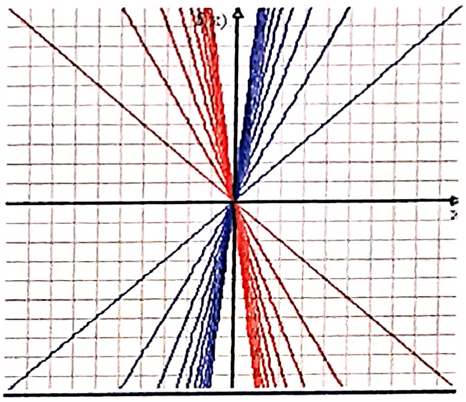
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FUNÇÃO LINEAR
E
PROPORCIONALIDADE



POR

JOCEIR MANHÃES DOS SANTOS
NARA CLAUDIA ELIAS SANTOS
MICHELLE DE OLIVEIRA MANHÃES
TATIANA DA SILVA PEREIRA

CAMPOS DOS GOYTACAZES/ RJ
2004-1

JOCEIR MANHÃES DOS SANTOS
NARA CLAUDIA ELIAS SANTOS
MICHELLE DE OLIVEIRA MANHÃES
TATIANA DA SILVA PEREIRA

FUNÇÃO LINEAR
E
PROPORCIONALIDADE

Trabalho apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos como requisito parcial para conclusão do Laboratório de Ensino

Orientadora: Ana Paula Rangel de Andrade.

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2004-1

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O trabalho intitulado Função Linear e Proporcionalidade foi elaborado com o objetivo de levar os alunos a perceber a relação entre os conceitos de função Linear e Proporcionalidade a partir de situações do cotidiano. Desta maneira buscamos um maior esclarecimento do tema de forma que eles pudessem entender o conteúdo de uma forma prática e , que relacionassem coisas simples que acontecem ao seu redor com questões que estão intimamente ligadas ao tema exposto.

O projeto foi elaborado durante dois períodos através de constantes pesquisas, no qual buscou-se a produção de um trabalho interessante, que pudesse atrair a atenção dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio, uma vez que este foi o nível escolar proposto para a aplicação do trabalho. O grupo apresentou o projeto na própria turma com a finalidade de observar o que estava adequado e até mesmo observar o que poderia ser melhorado e acrescentado ao trabalho.

Desta forma o trabalho final ficou composto de uma breve revisão de proporcionalidade, conceito fixado através de experiência, explicações teóricas, utilização de gráficos, atividades, questões de alguns concursos, como Enem, questões de vestibulares e uma atividade extra relacionada à História da Matemática, esta última anexada ao trabalho como uma curiosidade, quebrando a monotonia de se explicar apenas a teoria, sem explicar quem descobriu, quais contribuições trouxeram para o desenvolvimento da matemática de hoje.

DESENVOLVIMENTO

A apresentação do trabalho em sala de aula consistiu em seis etapas: a primeira consistiu em uma breve revisão do que são grandezas. Na segunda parte falamos sobre as grandezas diretamente proporcionais, onde colocou-se em questão uma situação bastante comum relacionado a quantidade de gasolina que uma pessoa compra e o respectivo valor dessa compra. Após todas estas explicações o grupo trabalhou o conceito de função linear, estabelecendo suas propriedades, através da teoria e representação gráfica.

A quarta etapa consistiu em mostrar aos alunos o conceito de função linear através de uma questão bastante comum em Física, estabelecendo a relação entre alongamento de uma mola e a quantidades de pesos utilizados em sua distensão. Esta demonstração foi realizada com instrumentos precisos, que foram o dinamômetro (aparelho utilizado para medir a intensidade de força), pesos, a régua, mas o grupo não obteve o resultado esperado, pois observamos que os alunos estavam um pouco confusos durante a realização da experiência. Assim percebemos que se tivéssemos levado material suficiente para que eles pudessem manipular, o trabalho teria surtido um efeito melhor. A quinta etapa foi formada por cinco atividades teóricas, nas quais fizemos questão de incluir questões de concursos como Enem e de vestibulares mais recentes. E como conclusão do projeto uma atividade tida como curiosidade para eles , uma vez que eles quase nunca ouvem falar no surgimento de determinado assunto dentro da área da Matemática. O grupo deu bastante ênfase a essa parte deixando claro que além de se fazer contas , a Matemática também possui um caráter histórico rico em informações, que na maioria das vezes são omitidas pelos professores por falte de conhecimento, ou até mesmo desinteresse próprio.

Função Linear e Proporcionalidade

1- Grandezas [1]

Grandeza é tudo aquilo que pode ser medido, contado O volume, a massa, a superfície, o comprimento, a capacidade, a velocidade, o tempo, são alguns exemplos de grandezas. No nosso dia-a-dia encontramos varias situações em que relacionamos duas ou mais grandezas. Em uma corrida quanto maior for a velocidade, menor será o tempo gasto nessa prova. Aqui as grandezas são a velocidade e o tempo. Numa construção, quanto maior for o número de funcionários, menor será o tempo gasto para que esta fique pronta. Nesse caso, as grandezas são o número de funcionários e tempo.

2- Grandezas Diretamente Proporcionais

Em um determinado mês do ano o litro de gasolina custava R$ 2,00. Tomando como base esse dado podemos formar a seguinte tabela.

Quantidade de gasolina (em litros) q	Quantidade a pagar (em reais) P
1	
2	
3	

Se a quantidade de gasolina dobra o preço a ser pago também dobra.
Se a quantidade de gasolina triplica o preço a ser pago também triplica.
Neste caso as duas grandezas envolvidas, quantia a ser paga e quantidade de gasolina, são chamadas grandezas diretamente proporcionais. Assim podemos dizer que $P=2q$.

Desta forma podemos concluir que duas grandezas são diretamente proporcionais quando seus valores correspondentes y e x são tais que $y = kx$, onde k, constante positiva, é chamada constante de proporcionalidade.

3- Função Linear

3.1 Definição

Sendo a um número real não nulo, denomina-se função linear toda função $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=ax$, para todo x real, $a\neq 0$.

[1] (Disponível em : http//www.kidbit.com.br/mate10.htm)

Exemplos:

f(x)= 870x (a=)
f(x)= 0,10x (a=)
f(x)= x (a=)

Neste último temos um Caso particular da função linear, chamada função identidade, onde a todo x associa-se o próprio x.

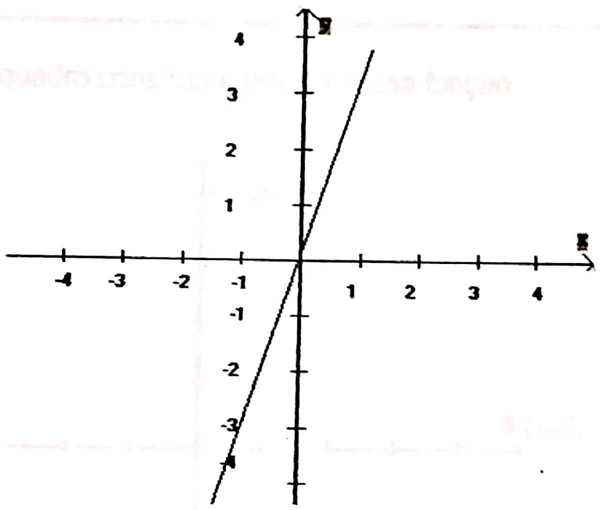
3.2_ Gráfico

Características

- O gráfico de uma função linear definida por f(x)= ax, com a $\neq$ 0, é uma reta que passa na origem (0,0) .
- O domínio da função é igual ao conjunto R.
- O conjunto imagem da função é igual ao conjunto R.

Exemplo:

y= 3x



4- Analisando algumas situações:

4.1- Alongando uma mola observamos que para obter um acréscimo de x unidades, precisamos aplicar uma força (F), fornecida em Newton. Observe a realização da experiência e complete o quadro abaixo:

Intensidade da força(F), em Newton	Alongamento da mola (x), em centímetros
50N	
100N	
150N	
200N	

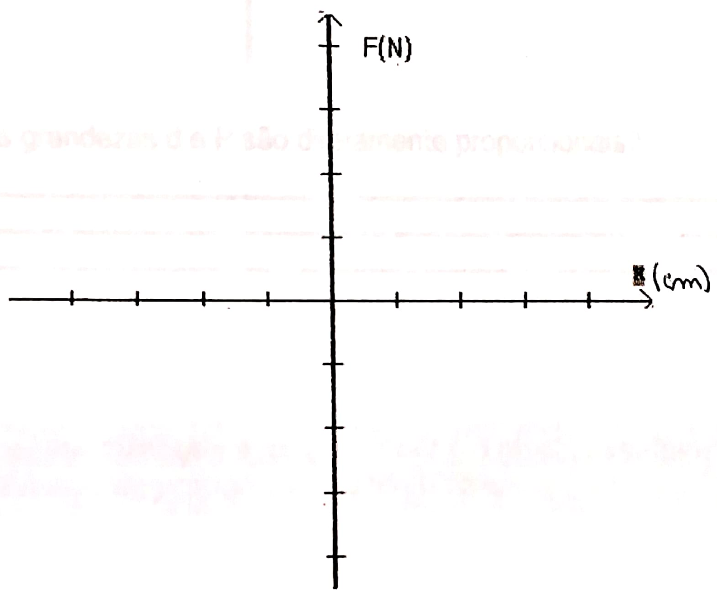
a)-Após preencher a tabela acima podemos concluir que as grandezas F e y são diretamente proporcionais? Qual a lei que enuncia a situação descrita acima?

____

____

____

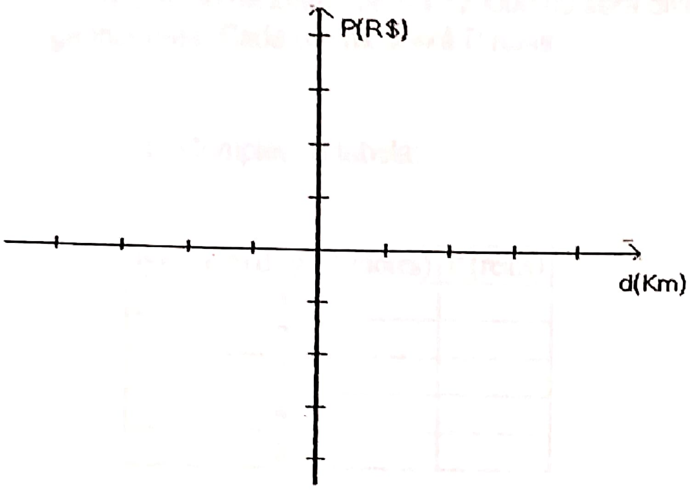
b)- Através do quadro construa o gráfico dessa função



4.2- Um taxista trabalha diariamente em São Paulo. O valor da "bandeirada", cobrado por ele é de R$ 4,00. Além disso, é cobrado R$ 1,20 por quilômetro rodado. Preencha o quadro e responda a s questões abaixo:

distância(Km) (d)	Preço (reais) (P)
1	
2	
3	
4	
5	

a)- Enuncie a lei que enuncie as grandezas d e P e construa o gráfico da função que descreve a situação acima.



b)- As grandezas d e P são diretamente proporcionais?

Podemos dizer que a função linear é o modelo matemático para os problemas de proporcionalidade direta.

Atividades

1- Você já reparou que no xerox, o funcionário consulta uma tabela para cobrar o preço da quantidade de cópias retiradas? Pense nestas variáveis: n, número de cópias e P, preço das cópias em reais.Complete o quadro:

n(número de cópias)	P (reais)
1	0,07
2	
3	
4	
5	

Enuncie a lei da função.

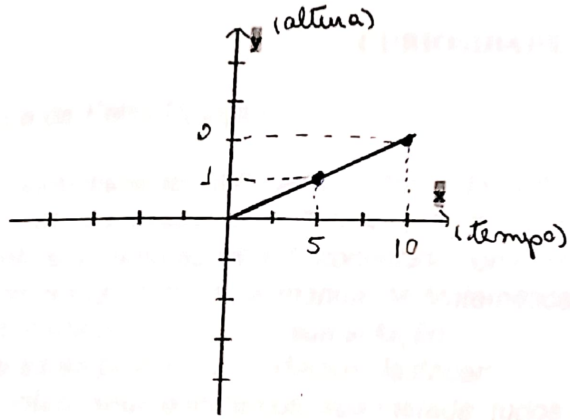
2- Um prêmio de loteria de R$ 120000,00 será dividido igualmente entre n ganhadores. Cada um receberá P reais.

a- Complete a tabela:

n(número de ganhadores)	P (reais)
1	
2	
3	
4	
5	

b- Nessa situação, P é diretamente proporcional a n ? Justifique.

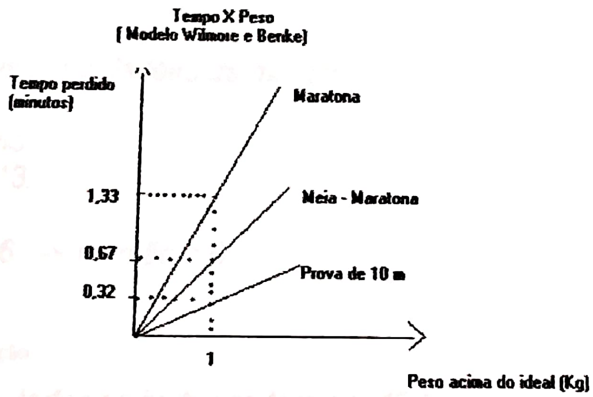
3- (Vunesp - adaptado) Um botânico mede o crescimento de uma planta, em centímetros, todos os dias. Ligando os pontos colocados por ele num gráfico obtemos a figura abaixo. Se for mantida sempre essa relação entre tempo e altura, a planta terá no 30.º dia, uma altura igual a:



a) 5cm
b)6cm
c)3cm
d)15cm
e)30cm

4- (Enem 2002)- O excesso de peso pode prejudicar o desempenho de um atleta profissional em corridas de longa distância como a maratona (42,2 Km), a meia – maratona (21,1 Km). Para saber uma aproximação do intervalo de tempo a mais perdido para completar uma corrida devido ao excesso de peso, muitos atletas utilizam os dados apresentados na tabela e no gráfico:

Altura (m)	Peso (Kg) ideal para atleta de ossatura grande, corredor de longa distância
1,57	56,9
1,58	57,4
1,59	58,0
1,60	58,5



Usando essas informações, um atleta de ossatura grande, pesando 63 Kg e com altura igual a 1,59 m, que tenha ocorrido uma meia –maratona, pode estimar que, em condições de peso ideal, teria melhorado seu tempo na prova em:

a) 0,32 minuto b) 0,67 minuto c) 1,60 minuto d) 2,68 minuto e) 3,35 minuto

CURIOSIDADE

A Regra da Falsa Posição

Há aproximadamente 3600 anos o faraó do Egito tinha um súdito cujo nome chamou até os nossos dias: Aahmesu("fdilho da lua"), uma pessoa muito simples, provavelmente uma escriba. É conhecido como Ahmes, mais famoso como Papiro de Rhind, antigo manual de manual de Matemática, contendo 80 problemas de Álgebra, cada um deles com sua solução.

Dentre estes problemas podemos destacar:

"Um montão, seus dois terços, sua metade, todos ao juntar-se fazem treze. Qual é a quantidade?"

$x + 2/3x + 1/2x = 13 \quad \rightarrow \quad 6.(x+2/3x+1/2x) = 6 \,.\, 13$

$\rightarrow 6x+4x+3x=78 \rightarrow x=6$

Os antigos matemáticos não podiam resolver o problema desta forma. Suas equações vinham expressas em palavras e a Álgebra estava longe de ser inventada. Assim encontravam a solução da equação através da regra da falsa posição

1.º atribuíam um valor falso ao montão, por exemplo 12:

$12+2/3(12) + ½(12) = 12 + 8 + 6=26$

2.º uma regra de três simples indicava o valor verdadeiro de montão:

o valor falso 12 está para 26 assim como
o valor verdadeiro = montão está para 13.

Portanto: o valor verdadeiro= (12 x13)/26=6 → montão = 6

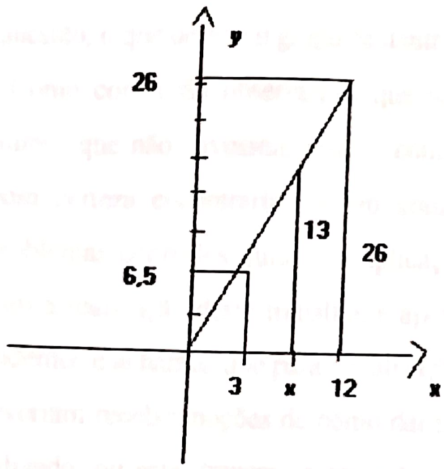
Agora é com você!!!

Tente resolver o problema abaixo utilizando a regra da falsa posição

Um montão, seus três quartos, sua metade, todos ao juntar-se formam 42.Qual é a quantidade?

Podemos interpretar o enunciado e "resolver a equação", através da idéia de função.
"Se f é uma função cujos valores são dados pela fórmula f(x) = x +2/3x +1/2x , para que valores de x temos f(x) = 13?"

f(x)= x +2/3x +1/2x
f(12)=12+ 2/3(12) +1/2(12)
f(12)=26 (12,260



Se representarmos o "valor verdadeiro"por x, podemos escrever:

$$\frac{12}{26}=\frac{x}{13}$$

ou seja, 12 está par 26 , assim como x está par 13.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho foi apresentado a uma turma de Ensino Médio do Cefet Campos que já havia estudado este conteúdo. Assim o trabalho perdeu um pouco o seu propósito que era perceber se os alunos de uma forma geral entenderiam o conteúdo através da nossa explicação.Mas apesar de tudo eles acompanharam a nossa aula, mostraram-se interessados, responderam as nossas perguntas e questionaram sobre o conteúdo em questão, o que deixou o grupo bastante contente.

Como conclusão observamos que seria mais interessante aplicar este conteúdo a alunos que não tivessem visto o conceito de Função linear e Proporcionalidade, pois com certeza encontraríamos um grau de dificuldade maior. Mas apesar de alguns problemas ocorridos durante a aplicação do projeto, o grupo ficou bastante satisfeito com a realização deste trabalho, e apesar de alguns erros tentamos dar o máximo que pudemos e achamos que para a realização de trabalhos futuros, os alunos de licenciatura deveriam receber noções de como dar sua aula, arrumação do quadro, cor de giz a ser utilizado, ou seja, transmitir aos estagiários o maior número de informações possível para que eles possam se sentir mais seguros durante a aplicação do projeto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIGODE, A. ***Matemática Hoje é feita Assim.*** São Paulo: Editora FTD, 2002.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David Mauro; PËRIGO, Roberto. ***Matemático Volume único***. São Paulo: Editora Atual, 1997.

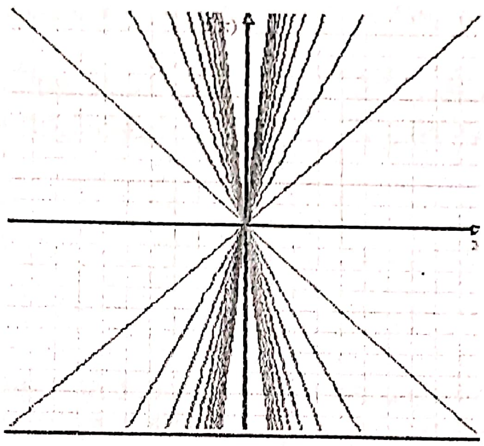
IEZZI, G. MUAKARMI, C. ***Fundamentos da Matemática Elementar***. São Paulo: Editora Atual, 1993.

REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA. Rio de Janeiro, n .15, p.18-20

ANEXOS

ANEXO 1
Atividades resolvidas pelos alunos

FUNÇÃO LINEAR



Nomes: Tatiana , Michelle, Joceir, Nara

Função Linear e Proporcionalidade

1- Grandezas [1]

Grandeza é tudo aquilo que pode ser medido, contado O volume, a massa, a superfície, o comprimento, a capacidade, a velocidade, o tempo, são alguns exemplos de grandezas. No nosso dia-a-dia encontramos varias situações em que relacionamos duas ou mais grandezas. Em uma corrida quanto maior for a velocidade, menor será o tempo gasto nessa prova. Aqui as grandezas são a velocidade e o tempo. Numa construção, quanto maior for o número de funcionários, menor será o tempo gasto para que esta fique pronta. Nesse caso, as grandezas são o número de funcionários e tempo.

2- Grandezas Diretamente Proporcionais

Em um determinado mês do ano o litro de gasolina custava R$ 2,00. Tomando como base esse dado podemos formar a seguinte tabela.

Quantidade de gasolina (em litros) q	Quantidade a pagar (em reais) P
1	2,00
2	4,00
3	6,00

Se a quantidade de gasolina dobra o preço a ser pago também dobra.
Se a quantidade de gasolina triplica o preço a ser pago também triplica.
Neste caso as duas grandezas envolvidas, quantia a ser paga e quantidade de gasolina, são chamadas grandezas diretamente proporcionais. Assim podemos dizer que $P=2q$.

Desta forma podemos concluir que duas grandezas são diretamente proporcionais quando seus valores correspondentes y e x são tais que $y = kx$, onde k, constante positiva, é chamada constante de proporcionalidade.

3- Função Linear

3.1 Definição

Sendo a um número real não nulo, denomina-se função linear toda função $f:R \rightarrow R$ definida por $f(x)=ax$, para todo x real, $a \neq 0$.

[1] (Disponivel em : http//www.kidbit.com.br/mate10.htm)

Nomes: Tatiana , Michelle, Joceir, Nara

Exemplos:

$f(x)= 870x$ ($a=870$)
$f(x)= 0,10x$ ($a=0,10$)
$f(x)= x$ ($a=1$)

Neste último temos um Caso particular da função linear, chamada função identidade, onde a todo x associa-se o próprio x.

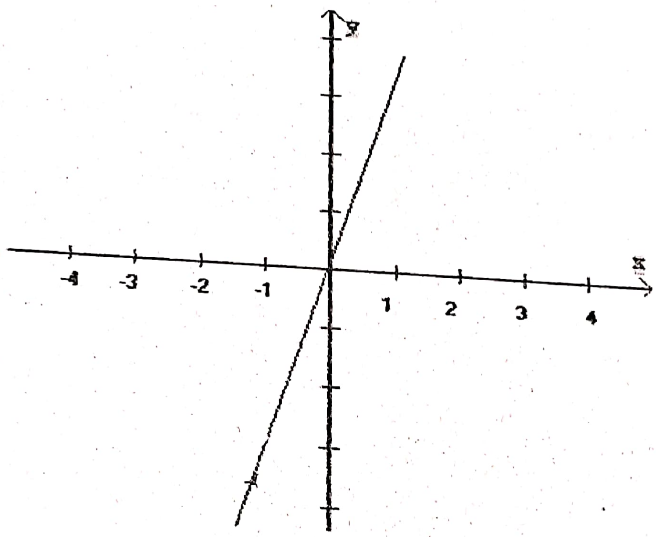
3.2_ Gráfico

Características

- O gráfico de uma função linear definida por $f(x)= ax$, com $a = 0$, é uma reta que passa na origem (0,0) .
- O domínio da função é igual ao conjunto R.
- O conjunto imagem da função é igual ao conjunto R.

Exemplo:

$y= 3x$



Nomes: Tatiana , Michelle, Joceir, Nara

4- Analisando algumas situações:

4.1- Alongando uma mola observamos que para obter um acréscimo de x unidades, precisamos aplicar uma força (F), fornecida em Newton. Observe a realização da experiência e complete o quadro abaixo:

	Intensidade da força(F), em Newton	Alongamento da mola (x), em centímetros
2 pesos	1 N ~~50N~~	0,5 cm
4 ''	2 N ~~100N~~	1 cm
6 ''	3 N ~~150N~~	1,5 cm
8 ''	4 N ~~200N~~	2 cm

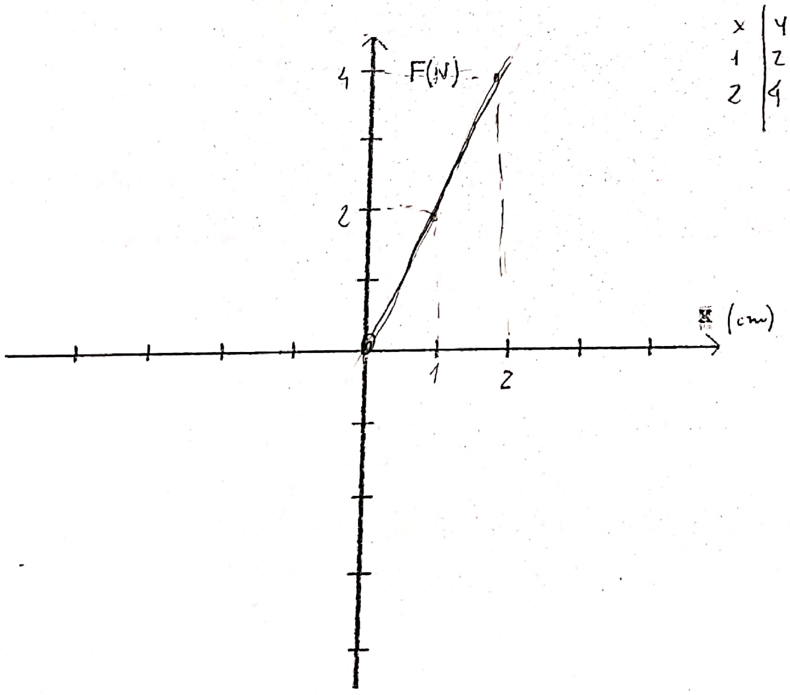
a)-Após preencher a tabela acima podemos concluir que as grandezas F e y são diretamente proporcionais? Qual a lei que enuncia a situação descrita acima?

Sim $F = 2x$

b)- Através do quadro construa o gráfico dessa função

$\boxed{F = 2x}$

x	y
1	2
2	4



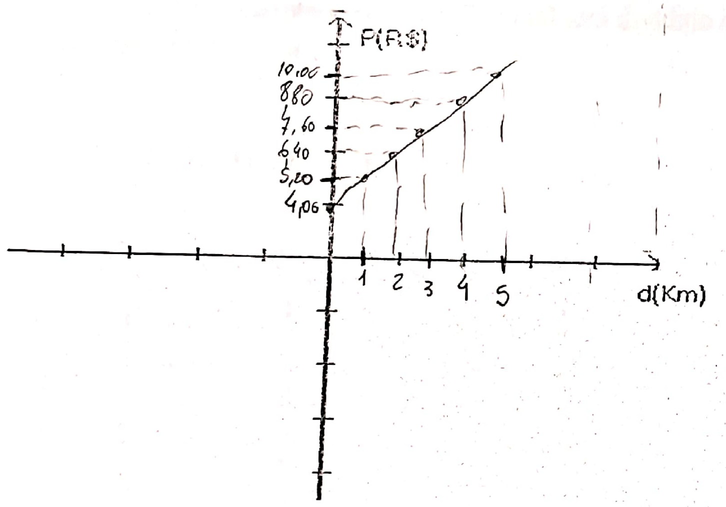
Nomes: Tatiana, Michelle, Joceir, Nara

4.2- Um taxista trabalha diariamente em São Paulo. O valor da "bandeirada", cobrado por ele é de R$ 4,00. Além disso é cobrado R$ 1,20 por quilômetro rodado. Preencha o quadro e responda a s questões abaixo:

distância(Km) (d)	Preço (reais) (P)
1	
2	
3	
4	
5	

a)- Enuncie a lei que ~~enuncie~~ Relaciona as grandezas d e P e construa o gráfico da função que descreve a situação acima.

$P = 1,20d + 4,00$



b)- As grandezas d e P são diretamente proporcionais?

não pois nós não conseguimos relacionar $\boxed{P = Kd}$, $K > 0$

Podemos dizer que a função linear é o modelo matemático para os problemas de proporcionalidade direta.

Nomes: Tatiana , Michelle, Joceir, Nara

Atividades

1- Você já reparou que no xerox, o funcionário consulta uma tabela para cobrar o preço da quantidade de cópias retiradas? Pense nestas variáveis: *n*, número de cópias e P, preço das cópias em reais.Complete o quadro:

n(número de cópias)	P (reais)
1	0,07
2	0,14
3	0,21
4	0,28
5	0,35

$\boxed{P = 0{,}07\,n}$

Enuncie a lei da função.

2- Um prêmio de loteria de R$ 120000,00 será dividido igualmente entre n ganhadores. Cada um receberá P reais.

a- Complete a tabela:

n(número de ganhadores)	P (reais)
1	120000,00
2	60000,00
3	40000,00
4	30000,00
5	24000,00

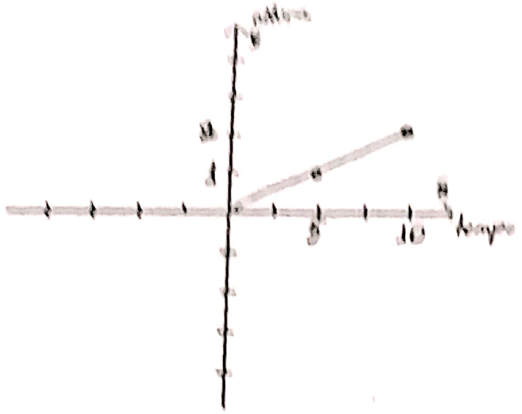
b- Nessa situação, P é diretamente proporcional a n ? Justifique.

não pois se dobrarmos n, o P será dividido por 2

$\boxed{\text{não é } P = Kn}$

3- (Vunesp - adaptado) Um botânico mede o crescimento de uma planta, em centímetros, todos os dias. Ligando os pontos colocados por ele num gráfico obtemos a figura abaixo. Se for mantida sempre essa relação entre tempo e altura, a planta terá no 30.º dia, uma altura igual a:

Nomes: Tatiana , Michelle, Joceir, Nara

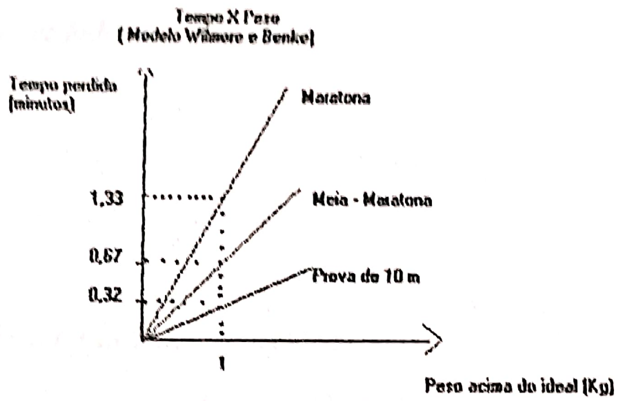


$\frac{5}{2} = \frac{30}{x}$ $5x = 30$ $x = \frac{30}{5}$ $x = 6$

a) 5cm
b) 6cm
c) 3cm
d) 15cm
e) 30cm

4- (Enem 2002)- O excesso de peso pode prejudicar o desempenho de um atleta profissional em corridas de longa distância como a maratona (42,2 Km), a meia – maratona (21,1 Km). Para saber uma aproximação do intervalo de tempo a mais perdido para completar uma corrida devido ao excesso de peso, muitos atletas utilizam os dados apresentados na tabela e no gráfico:

Altura (m)	Peso (Kg) ideal para atleta de ossatura grande, corredor de longa distância
1,57	56,9
1,58	57,4
1,59	58,0
1,60	58,5



Usando essas informações, um atleta de ossatura grande, pesando 63 Kg e com altura igual a 1,59 m, que tenha ocorrido uma meia –maratona, pode estimar que, em condições de peso ideal, teria melhorado seu tempo na prova em:

a) 0,32 minuto b) 0,67 minuto c) 1,60 minutos d) 2,68 minutos e) 3,35 minutos

1Kg — 0,67
5Kg — x
$x = 5 \cdot 0,67$
$x = 3,35$

$Kg^{+} = 5$
$\frac{t}{Kg^{+}} = 0,67$

$67 \times 5 = 3,35$

Nomes: Tatiana , Michelle, Joceir, Nara

CURIOSIDADE

A Regra da Falsa Posição

Há aproximadamente 3600 anos o faraó do Egito tinha um súdito cujo nome chamou até os nossos dias: Aahmesu("fdilho da lua"), uma pessoa muito simples, provavelmente uma escriba. É conhecido como Ahmes, mais famoso como Papiro de Rhind, antigo manual de manual de Matemática, contendo 80 problemas de Álgebra, cada um deles com sua solução.

Dentre estes problemas podemos destacar:

"Um montão, seus dois terços, sua metade, todos ao juntar-se fazem treze. Qual é a quantidade?"

$x \div 2/3x \div 1/2x = 13 \qquad \rightarrow \qquad 6.(x+2/3x\div 1/2x) = 6\ .\ 13$

$\rightarrow 6x\div 4x\div 3x=78 \ \rightarrow x=6$

Os antigos matemáticos não podiam resolver o problema desta forma. Suas equações vinham expressas em palavras e a Álgebra estava longe de ser inventada. Assim encontravam a solução da equação através da regra da falsa posição

1.º atribuíam um valor falso ao montão, por exemplo 12:

$12\div 2/3(12) \div ½(12) = 12 \div 8 \div 6=26$

2.º uma regra de três simples indicava o valor verdadeiro de montão:

o valor falso 12 está para 26 assim como
o valor verdadeiro = montão está para 13.

Portanto: o valor verdadeiro= (12 x13)/26=6 → montão = 6

Agora é com você!!!

Tente resolver o problema abaixo utilizando a regra da falsa posição

Um montão, seus três quartos, sua metade, todos ao juntar-se formam 42.Qual é a quantidade?

$x + \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}x = 42$

$4x + 3x + 2x = 168$

$9x = 168$

$x = \frac{168}{9} = \frac{56}{3}$

$4 + \frac{3}{4}.4 + \frac{1}{2}4 =$

$4 + 3 + 2 = 9$

$\frac{4}{9} = \frac{x}{42} \qquad 9x = 168$

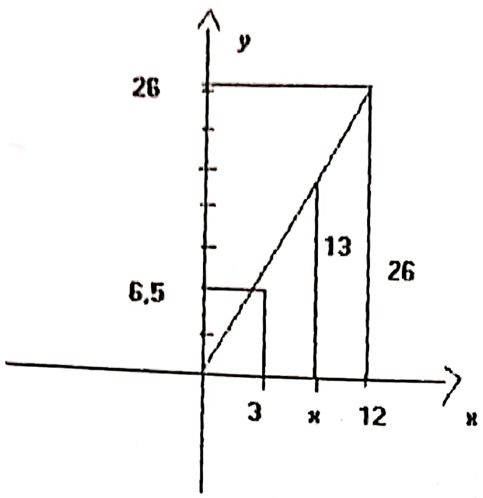
$x = \frac{168}{9} = \frac{56}{3}$

168 | 9
78 18,66
60
60
60

Nomes: Tatiana , Michelle, Joceir, Nara

Podemos interpretar o enunciado e "resolver a equação", através da idéia de função. "Se f é uma função cujos valores são dados pela fórmula f(x) = x +2/3x +1/2x , para que valores de x temos f(x) = 13?"

f(x)= x +2/3x +1/2x
f(12)=12+ 2/3(12) +1/2(12)
f(12)=26 (12,260



Se representarmos o "valor verdadeiro"por x, podemos escrever:

$$\frac{12}{26}=\frac{x}{13}$$

ou seja, 12 está par 26 , assim como x está par 13.

Nomes: Tatiana , Michelle, Joceir, Nara

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIGODE, A. *Matemática Hoje é feita Assim.* São Paulo: Editora FTD, 2002.
IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David Mauro; PËRIGO, Roberto. *Matemático Volume único*. São Paulo: Editora Atual, 1997.
IEZZI, G. MUAKARMI, C. *Fundamentos da Matemática Elementar*. São Paulo: Editora Atual, 1993.
REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA. Rio de Janeiro, n .15, p.18-20

Nomes: Tatiana , Michelle, Joceir, Nara

ANEXO 2
FOTOS