



LABORATÓRIO DE ENSINO

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2003/ 2004



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FUNÇÃO QUADRÁTICA: ESTUDO DO PARÂMETRO C

Por

LUANA SIQUEIRA SÁ
MICHELLE DE OLIVEIRA MANHÃES
NARA CLÁUDIA ELIAS SANTOS
TATIANA DA SILVA PEREIRA

CAMPOS DOS GOYTACAZES-2004/1

CAMPOS DOS GOYTACAZES-2004/1

LUANA SIQUEIRA SÁ
MICHELLE DE OLIVEIRA MANHÃES
NARA CLÁUDIA ELIAS SANTOS
TATIANA DA SILVA PEREIRA

FUNÇÃO QUADRÁTICA: ESTUDO DO PARÂMETRO C

Trabalho de laboratório de ensino
elaborado sob a orientação da professora
Mestra Márcia Valéria Azevedo de
Almeida Ribeiro.

CAMPOS DOS GOYTACAZES-2004/1

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	p.
DESENVOLVIMENTO.....	1
ATIVIDADE.....	2
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	4
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	8
ANEXO1: Atividades resolvidas pelos alunos.....	9
ANEXO 2: fotos.....	10
	31

INTRODUÇÃO

O presente trabalho foi desenvolvido no Laboratório de Informática do CEFET – Campos/RJ, com a utilização do programa Winplot.

As atividades desse projeto foram apresentadas à turma de dependência do primeiro ano do Ensino médio do CEFET-Campos, no dia dezesseis de junho de 2004, das sete horas às oito horas e quarenta minutos. Apesar dos alunos nunca terem utilizado o programa, todos obtiveram um bom desempenho durante a manipulação do mesmo.

Esse programa gráfico é inteiramente gratuito, ou seja, para ter em seu computador basta fazer *download*(baixar o aplicativo da internet). Ele foi desenvolvido pelo professor *Richard Parris* ("Rick") da Philips Exeter Academy, por volta de 1985. Escrito em linguagem C chamava-se *Plot* e rodava em DOS. Com o lançamento do Windows 3.1, o programa passou a se chamar de *Winplot* já para o *Windows 98* temos o *Winplot* em linguagem C++. Ele é encontrado em vários idiomas e se encontra em permanente evolução.

Para a compreensão dos alunos sobre o tema analisado, foram utilizadas as atividades (anexo 1), de forma que visualizassem no computador o que estava sendo pedido.

Assim, utilizando o *Winplot*, estudamos com os alunos o comportamento dos vértices das parábolas de uma família dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, fixando os coeficientes **a** ($a \neq 0$) e **b** e variando o **c**.

DESENVOLVIMENTO

O trabalho foi aplicado aos alunos, através de uma atividade composta por questões que estavam subdivididas em itens.

Inicialmente, explicamos para os alunos alguns comandos básicos do *Winplot*, de modo que eles pudessem realizar o que estava sendo pedido.

Na primeira questão foi solicitado que os alunos esboçassem os gráficos de funções do tipo $f(x) = x^2 + c$ com a ajuda do *Winplot*. Eles observaram que os gráficos, de acordo com o valor de c , "sobem" ou "descem"; as parábolas possuem a concavidade voltada para cima e o vértice é o ponto $(0, c)$, intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas.

Na segunda questão, também com a ajuda do *software*, eles esboçaram gráficos de funções do tipo $f(x) = -2x^2 + c$. Nesta questão os alunos observaram que as parábolas traçadas possuem concavidade voltada para baixo e que o vértice é o ponto $(0, c)$, intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas. Perceberam também que, dependendo do valor de c , as parábolas "sobem" ou "descem".

Na questão três foram esboçados os gráficos de funções do tipo $f(x) = x^2 - 2x + c$. Os alunos observaram que o ponto de intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas é o ponto $(0, c)$, porém neste caso, estas não são as coordenadas do vértice.

Na questão quatro foi pedido que os alunos esboçassem funções do tipo $f(x) = -x^2 - 2x + c$. Mais uma vez eles perceberam que as parábolas intersectavam o eixo das ordenadas no ponto $(0, c)$, porém neste caso, estas não são as coordenadas do vértice.

Após trabalhar com as questões sugeridas na atividade, os alunos puderam perceber, por meio de questionamentos e discussões, que deixando os parâmetros a e b fixos e variando o valor de c , as parábolas que representam as funções se movem para cima ou para baixo, sendo assim, seus vértices também se movem para cima ou para baixo. Perceberam que para uma dada família de curvas, mantendo a e b fixos e variando o c , a abscissa do vértice era sempre a mesma e a ordenada do vértice variava, notaram também que os vértices estavam sempre se movendo sobre a reta $x = x_v$, onde $x_v = -\frac{b}{2a}$. O que eles

observaram com maior facilidade foi o fato de que c é a ordenada do ponto de intersecção das parábolas com o eixo y . Explicamos que isso aconteceria sempre, pois fazendo $x = 0$ em $y = ax^2 + bx + c$, temos $y = c$, sendo assim $(0, c)$ é o ponto de intersecção das parábolas com o eixo das ordenadas.

Para finalizar o projeto, os alunos resolverem a atividade extra sem a nossa ajuda e sem o auxílio do programa *Winplot*. Vale ressaltar que a maioria dos alunos respondeu satisfatoriamente às questões da atividade extra.

Atividade

1- Utilizando o Winplot, esboce os gráficos das funções:

- a) $f(x) = x^2$
- b) $g(x) = x^2 + 3$
- c) $h(x) = x^2 - 1$
- d) $w(x) = x^2 + \frac{1}{2}$
- e) $r(x) = x^2 - 1,5$

1.1- O que você observa nos gráficos das funções acima em relação ao gráfico de f ?

1.2- Encontre os vértices das parábolas traçadas anteriormente (confira suas respostas utilizando o recurso **UM > Extremos**).

1.3- Analisando os gráficos anteriores, o que você observou em relação aos vértices das parábolas?

1.4- Considere $f(x) = x^2 + c$. Utilizando o recurso Anim, faça variar o valor de c e descreva abaixo o que você observou.

2- Utilizando o Winplot, esboce os gráficos das funções:

- a) $f(x) = -2x^2$
- b) $g(x) = -2x^2 + 2$
- c) $h(x) = -2x^2 - 3$
- d) $w(x) = -2x^2 - 2,5$

1.3- Analisando os gráficos anteriores, o que você observou em relação aos vértices das parábolas?

2.1- O que você observa nos gráficos das funções acima em relação ao gráfico de f ?

2.2- Encontre os vértices das parábolas traçadas anteriormente (confira suas respostas utilizando o recurso **UM > Extremos**).

2.3- Analisando os gráficos anteriores, o que você observou em relação aos vértices das parábolas?

3-Utilizando o Winplot, esboce os gráficos das funções:

a) $f(x) = x^2 - 2x$

b) $g(x) = x^2 - 2x + 1$

c) $h(x) = x^2 - 2x + 1/2$

d) $w(x) = x^2 - 2x - 2$

e) $r(x) = x^2 - 2x - 3,5$

3.1- O que você observa nos gráficos das funções acima em relação ao gráfico de f ?

3.2- Encontre os vértices das parábolas traçadas anteriormente (confira suas respostas utilizando o recurso **UM > Extremos**).

3.3- Analisando os gráficos anteriores, o que você observou em relação aos vértices das parábolas?

3.4- Considere $f(x) = x^2 - 2x + c$. Utilizando o recurso **Anim**, faça variar o valor de c e descreva abaixo o que você observou.

4- Utilizando o Winplot, esboce os gráficos das funções:

a) $f(x) = -x^2 - 2x$

b) $g(x) = -x^2 - 2x + 5$

c) $h(x) = -x^2 - 2x - 5$

d) $w(x) = -x^2 - 2x - 3/2$

e) $r(x) = -x^2 - 2x + 5/2$

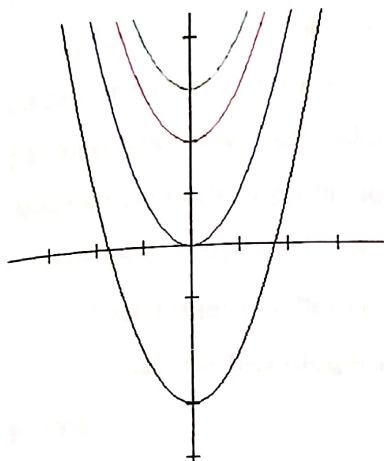
4.1- O que você observa nos gráficos das funções acima em relação ao gráfico de f ?

4.2- Analisando os gráficos anteriores, o que você observou em relação aos vértices das parábolas?

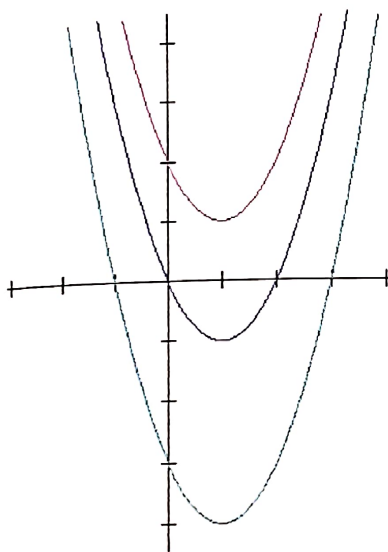
4.3- Considere $f(x) = -x^2 - 2x + c$. Utilizando o recurso **Anim**, faça variar o valor de c e descreva abaixo o que você observou.

Atividade Extra

- 1- Abaixo temos os gráficos de funções do tipo $f(x) = 2x^2 + c$, descubra o valor de c em cada uma delas.



- 2- Agora temos os gráficos de funções do tipo $g(x) = x^2 - 2x + c$, descubra o valor de c para cada uma delas.



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observamos que o desempenho dos alunos ao utilizar o *software Winplot*, foi satisfatório. À medida que fomos precisando dos comandos, explicávamos e eles aprendiam com desenvoltura. Este programa foi escolhido, pois é de fácil manuseio e possibilita uma aprendizagem participativa.

Ao estudar o comportamento dos vértices das parábolas de uma família dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, fixando os coeficientes **a** ($a \neq 0$) e **b** e variando o **c**, percebemos que os alunos chegavam às conclusões, já citadas no desenvolvimento, a partir de discussões com o grupo de trabalho sobre o que estava sendo observado na tela do computador.

Este projeto foi bem aceito pelos alunos.

O uso da tecnologia agilizou a visualização, despertando o interesse dos alunos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GRACIAS, Telma A. Souza. *Transformações de funções Quadráticas. Anais do II EBRAPEM – UNESP – Rio ClaroSP, 1998.*

IEZZI, Gelson. DOLCE, Osvaldo. DEGENSZAJN, David Mauro. PÉRIGO, Roberto. *Matemática: volume único. 2.º grau. São Paulo: Atual, 1997.*

IEZZI, Gelson. MURAKAMI, Carlos. *Fundamentos de matemática elementar. Volume 1. São Paulo: Atual, 1993.*

ANEXO
ATIVIDADES RESOLVIDAS PELOS ALUNOS

[Faint handwritten text, possibly a list of items or a paragraph]

ANEXO1
ATIVIDADES RESOLVIDAS PELOS ALUNOS

[Faint handwritten text, possibly mathematical coordinates or equations]

[Faint handwritten text, possibly a paragraph or list item]

[Faint handwritten text, possibly a paragraph or list item]

[Faint handwritten text, possibly a paragraph or list item]

[Faint handwritten text, possibly a paragraph or list item]

[Faint handwritten text, possibly a list of items]

ATIVIDADES

1- Utilizando o Winplot, esboce os gráficos das funções:

a) $f(x) = x^2$

b) $g(x) = x^2 + 3$

c) $h(x) = x^2 - 1$

d) $w(x) = x^2 + \frac{1}{2}$

e) $r(x) = x^2 - 1,5$

1.1- O que você observa nos gráficos das funções acima em relação ao gráfico de f?

Elas não se encontram. O $g(x)$ sobe mais 3 pontos, $h(x)$ desce 1 ponto, $w(x)$ sobe mais 0,5 ponto e $r(x)$ desce -1,5 pontos.

1.2- Encontre os vértices das parábolas traçadas anteriormente (confira suas respostas utilizando o recurso UM > Extremos).

$f(x) \rightarrow V = (0, 0)$, $g(x) \rightarrow V = (0, 3)$,
 $h(x) \rightarrow V = (0, -1)$, $w(x) \rightarrow V = (0, \frac{1}{2})$,
 $r(x) \rightarrow V = (0, -1,5)$

1.3- Analisando os gráficos anteriores, o que você observou em relação aos vértices das parábolas?

Que o valor de x não alterou, só o valor de y que é o valor de c .

1.4- Considere $f(x) = x^2 + c$. Utilizando o recurso Anim, faça variar o valor de c e descreva abaixo o que você observou.

O gráfico varia de acordo com o valor de c .

2- Utilizando o Winplot, esboce os gráficos das funções:

a) $f(x) = -2x^2$

b) $g(x) = -2x^2 + 2$

c) $h(x) = -2x^2 - 3$

d) $w(x) = -2x^2 - 2,5$

2.1- O que você observa nos gráficos das funções acima em relação ao gráfico de f ?

A posição varia de acordo com o valor de c .

2.2- Encontre os vértices das parábolas traçadas anteriormente (confira suas respostas utilizando o recurso UM > Extremos).

$$g(x) \rightarrow V = (0, 0), \quad q(x) \rightarrow V = (0, 2)$$

$$h(x) \rightarrow V = (0, -3), \quad w(x) \rightarrow V = (0, -2,5)$$

2.3- Analisando os gráficos anteriores, o que você observou em relação aos vértices das parábolas?

Que o x não varia, e o y é o valor de c .

3- Utilizando o Winplot, esboce os gráficos das funções:

a) $f(x) = x^2 - 2x$

b) $g(x) = x^2 - 2x + 1$

c) $h(x) = x^2 - 2x + \frac{1}{2}$

d) $w(x) = x^2 - 2x - 2$

e) $r(x) = x^2 - 2x - 3,5$

3.1- O que você observa nos gráficos das funções acima em relação ao gráfico de f ?

Os valores de a e b não variam, mas os valores de c variam, por isso os gráficos variam.

3.2- Encontre os vértices das parábolas traçadas anteriormente (confira suas respostas utilizando o recurso UM > Extremos).

$$g(x) \rightarrow V = (1, -1), \quad q(x) \rightarrow V = (1, 0)$$

$$h(x) \rightarrow V = (1, -0,5), \quad w(x) \rightarrow V = (1, -3)$$

$$r(x) \rightarrow V = (1, -4,5)$$

3.3- Analisando os gráficos anteriores, o que você observou em relação aos vértices das parábolas?

O x agora é 1 e não mais 0. O valor de y varia, não é certo o eixo y .

3.4- Considere $f(x) = x^2 - 2x + c$. Utilizando o recurso Anim, faça variar o valor de c e descreva abaixo o que você observou.

De acordo com o valor de c ele corta o eixo y .

4- Utilizando o Winplot, esboce os gráficos das funções:

a) $f(x) = -x^2 - 2x$

b) $g(x) = -x^2 - 2x + 5$

c) $h(x) = -x^2 - 2x - 5$

d) $w(x) = -x^2 - 2x - 1,5$

e) $r(x) = -x^2 - 2x + \frac{5}{2}$

4.1- O que você observa nos gráficos das funções acima em relação ao gráfico de f ?

A concavidade está voltada para baixo, pois o a é negativo. A posição no eixo das ordenadas do gráfico, variam de acordo com os valores de b e c .

4.2- Analisando os gráficos anteriores, o que você observou em relação aos vértices das parábolas?

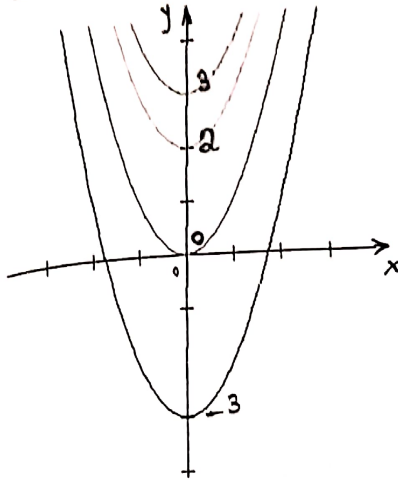
Os vértices variam de acordo com os valores de b e c .

4.3- Considere $f(x) = -x^2 - 2x + c$. Utilizando o recurso Anim, faça variar o valor de c e descreva abaixo o que você observou.

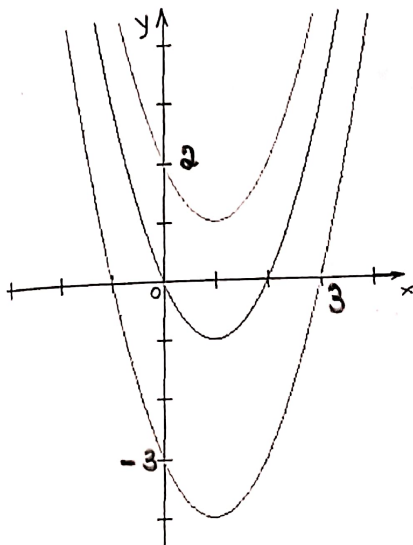
Variando o c , altera o eixo y .

Atividade Extra

1- Abaixo temos os gráficos de funções do tipo $f(x) = 2x^2 + c$, descubra o valor de c em cada uma delas.



2- Agora temos os gráficos de funções do tipo $g(x) = x^2 - 2x + c$, descubra o valor de c para cada uma delas.



Componentes do projeto:

- Luana Siqueira Sá
- Michelle Oliveira Manhães
- Nara Cláudia Elias Santos
- Tatiana da Silva Pereira

Ana Luiza Ruydia Ferreira da Silva

ATIVIDADES

1- Utilizando o Winplot, esboce os gráficos das funções:

a) $f(x) = x^2$

b) $g(x) = x^2 + 3$

c) $h(x) = x^2 - 1$

d) $w(x) = x^2 + \frac{1}{2}$

e) $r(x) = x^2 - 1,5$

1.1- O que você observa nos gráficos das funções acima em relação ao gráfico de f?

Em relação ao gráfico $f(x)$, $g(x)$ sobe 3 unidades no eixo y, $h(x)$ desce 1, $w(x)$ sobe $1/2$ e $r(x)$ desce 1,5.

1.2- Encontre os vértices das parábolas traçadas anteriormente (confira suas respostas utilizando o recurso UM > Extremos).

$f(x) \Rightarrow V = (0, 0)$, $g(x) \Rightarrow V = (0, 3)$, $h(x) \Rightarrow V = (0, -1)$
 $w(x) \Rightarrow V = (0, \frac{1}{2})$, $r(x) \Rightarrow V = (0, -1,5)$

1.3- Analisando os gráficos anteriores, o que você observou em relação aos vértices das parábolas?

O valor de x não varia, só o valor de y de acordo com o valor dado na equação.

1.4- Considere $f(x) = x^2 + c$. Utilizando o recurso Anim, faça variar o valor de c e descreva abaixo o que você observou.

À medida que varia o valor de c, o gráfico muda de posição, logo, o gráfico varia com ele.

2- Utilizando o Winplot, esboce os gráficos das funções:

a) $f(x) = -2x^2$

b) $g(x) = -2x^2 + 2$

c) $h(x) = -2x^2 - 3$

d) $w(x) = -2x^2 - 2,5$

2.1- O que você observa nos gráficos das funções acima em relação ao gráfico de f ?

A posição dos gráficos varia de acordo com o valor de c .

2.2- Encontre os vértices das parábolas traçadas anteriormente (confira suas respostas utilizando o recurso UM > Extremos).

$$f(x) \rightarrow V=(0,0), \quad g(x) \rightarrow V=(0,2), \quad h(x) \rightarrow V=(0,-3)$$

$$w(x) \rightarrow V=(0,-2,5)$$

2.3- Analisando os gráficos anteriores, o que você observou em relação aos vértices das parábolas?

O valor de y ^{do vértice} varia de acordo com c .

3- Utilizando o Winplot, esboce os gráficos das funções:

a) $f(x) = x^2 - 2x$

b) $g(x) = x^2 - 2x + 1$

c) $h(x) = x^2 - 2x + \frac{1}{2}$

d) $w(x) = x^2 - 2x - 2$

e) $r(x) = x^2 - 2x - 3,5$

3.1- O que você observa nos gráficos das funções acima em relação ao gráfico de f ?

O valor de a e b não variam, o valor de c varia com os gráficos, se b for uma variável, o gráfico também anda.

3.2- Encontre os vértices das parábolas traçadas anteriormente (confira suas respostas utilizando o recurso UM > Extremos).

$$f(x) \rightarrow V=(1,1), \quad g(x) \rightarrow V=(1,0), \quad h(x) \rightarrow V=(1,-0,5)$$

$$w(x) \rightarrow V=(1,-3), \quad r(x) \rightarrow V=(1,-4,5)$$

3.3- Analisando os gráficos anteriores, o que você observou em relação aos vértices das parábolas?

O valor de c corta o eixo y , os vértices variam de acordo com o valor de b e de c

3.4- Considere $f(x) = x^2 - 2x + c$. Utilizando o recurso **Anim**, faça variar o valor de c e descreva abaixo o que você observou.

o valor de c vai cortando o eixo y , e o vértice da parábola é f em x e q é 1 em y

4- Utilizando o Winplot, esboce os gráficos das funções:

a) $f(x) = -x^2 - 2x$

b) $g(x) = -x^2 - 2x + 5$

c) $h(x) = -x^2 - 2x - 5$

d) $w(x) = -x^2 - 2x - 1,5$

e) $r(x) = -x^2 - 2x + \frac{5}{2}$

4.1- O que você observa nos gráficos das funções acima em relação ao gráfico de f ?

A posição do gráfico nos eixos varia de acordo com b e c

4.2- Analisando os gráficos anteriores, o que você observou em relação aos vértices das parábolas?

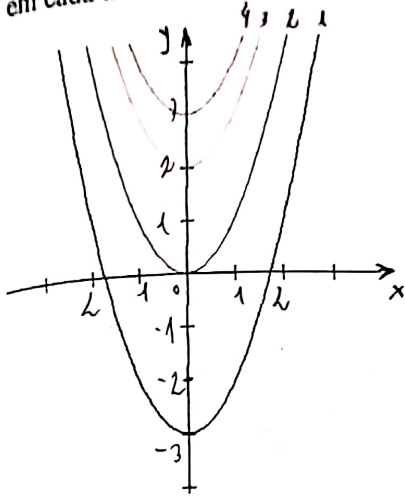
os vértices variam de acordo com os valores de b e c . Se b é negativo, x do vértice é negativo

4.3- Considere $f(x) = -x^2 - 2x + c$. Utilizando o recurso **Anim**, faça variar o valor de c e descreva abaixo o que você observou.

variando c ele varia onde corta o eixo y

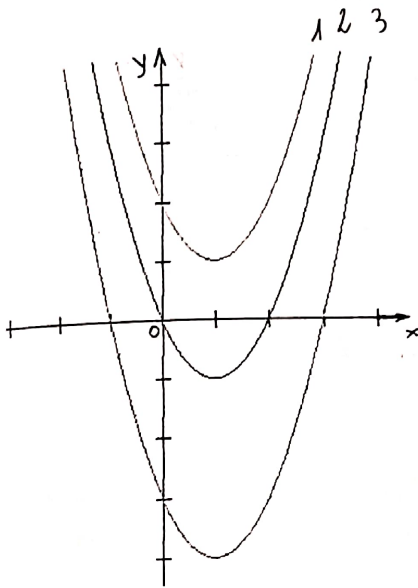
Atividade Extra

1- Abaixo temos os gráficos de funções do tipo $f(x) = 2x^2 + c$, descubra o valor de c em cada uma delas.



1- $V = (0, -3)$ $c = -3$	2- $V = (0, 0)$ $c = 0$
3- $V = (0, 2)$ $c = 2$	4- $V = (0, 3)$ $c = 3$

2- Agora temos os gráficos de funções do tipo $g(x) = x^2 - 2x + c$, descubra o valor de c para cada uma delas.



1- $c = 2$	2- $c = 0$	3- $c = -3$
------------	------------	-------------

O valor de c
é onde o
gráfico corta
o eixo y .

Componentes do projeto:

- Luana Siqueira Sá
- Michelle Oliveira Manhães
- Nara Cláudia Elias Santos
- Tatiana da Silva Pereira

ANEXO2
FOTOS

FOTOS

