



# LABORATÓRIO DE ENSINO

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2003/2004



**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS**

**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**INEQUAÇÕES PRODUTO E QUOCIENTE: UMA ABORDAGEM  
UTILIZANDO A REPRESENTAÇÃO GRÁFICA**

Por

**AMANDA GOMES DE MOURA  
AMARÍLIS NEVES CRUZ DE MIRANDA  
ANA PAULA SIQUEIRA  
CARLA FERNANDA GOMES  
KEILLA LOPES CASTLHO**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES-2004/1**

AMANDA GOMES DE MOURA  
AMARÍLIS NEVES CRUZ DE MIRANDA  
ANA PAULA SIQUEIRA  
CARLA FERNANDA GOMES  
KEILLA LOPES CASTLHO

**INEQUAÇÕES PRODUTO E QUOCIENTE: UMA ABORDAGEM**

**UTILIZANDO A REPRESENTAÇÃO GRÁFICA**

Trabalho de laboratório de ensino  
elaborado sob a orientação da professora  
Mestra Márcia Valéria Azevedo de  
Almeida Ribeiro.

CAMPOS DOS GOYTACAZES-2004/1

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	1
DESENVOLVIMENTO.....	2
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	4
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	5
ANEXO 1: ATIVIDADES.....	6
ANEXO 2: ALGUMAS ATIVIDADES RESPONDIDAS PELOS ALUNOS.....	10
ANEXO 3: FOTOGRAFIAS.....	17

## INTRODUÇÃO

O projeto intitulado "Inequações produto e quociente: uma abordagem utilizando a representação gráfica", foi desenvolvido nos três primeiros períodos do curso de Licenciatura em Matemática do CEFET-Campos/RJ, através de análises e pesquisas em projetos sobre temas similares.

A escolha deste tema deve-se ao fato de ser um assunto interessante e pouco explorado a partir da interpretação gráfica.

O objetivo do projeto é ressaltar a importância do estudo gráfico, neste conteúdo, visando uma metodologia que desperte o interesse do aluno. O uso do software *Winplot* facilita a visualização gráfica e agiliza a realização das atividades, através de seus recursos.

Este trabalho foi aplicado para uma turma de 15 alunos do primeiro ano do Ensino Médio do CEFET-Campos/RJ, no Laboratório de Informática, durante duas aulas de 50 minutos cada.

Para a aplicação deste projeto a turma foi dividida em 6 duplas e um grupo de 3 alunos, realizando as atividades conforme a orientação dos elaboradores do trabalho. Cada grupo de alunos tinha a sua disposição um computador.

## DESENVOLVIMENTO

Este projeto incluiu-se no primeiro semestre de 2003, quando estávamos no primeiro período da Licenciatura em Matemática, através de estudos sobre o *software* que seria utilizado e sobre o tema escolhido.

No 2º período(2º semestre de 2003), foi elaborado um esboço das atividades que seriam aplicadas aos alunos do Ensino Médio. Para verificar e aprimorar o projeto, foi feito um teste exploratório com a turma dos elaboradores do projeto.

O momento de aplicação da atividade ocorreu no 3º período( 1º semestre de 2004), em uma turma de dependência em Matemática da 1ª série do Ensino Médio do CEFET Campos. O trabalho foi realizado na própria instituição em um laboratório de informática.

Para realização do mesmo foram necessários dois tempos de aula.

Na atividade 1, bem como na 2, pedimos que, utilizando o *software* gráfico *Winplot*, fosse traçado o gráfico da função afim dada, tendo como objetivo estudar o sinal da função. Neste momento a maioria dos alunos preferiu realizar essas atividades algebricamente para depois visualizarem graficamente no *Winplot*, o que demonstra a carência do estudo a partir da interpretação gráfica. Sendo assim essas atividades foram trabalhadas algebricamente e graficamente.

A atividade 3 foi respondida pelos alunos, partindo de seus conhecimentos prévios. Identificamos algumas dificuldades e procuramos ajudar de modo que os alunos chegassem às respostas corretas.

Na atividade 4, pedimos que os alunos, utilizando o Winplot, representassem nem mesmo sistema de eixos os gráficos das funções  $f$  e  $g$ , da atividade 3, e observassem graficamente os resultados anteriormente encontrados. Observamos algumas dificuldades dos alunos nesta atividade, devido ao pouco conhecimento de como proceder na observação gráfica, porém com a nossa ajuda as dificuldades foram sendo minimizadas.

Para finalizar o trabalho foram propostas as atividades 5 e 6 a fim de verificar e fixar o conteúdo. Os gráficos correspondentes a estas atividades tiveram esboços feitos em cartolina, buscando um melhor aproveitamento do tempo, já que para a correção seria necessário esboçar os gráficos.

Houve a necessidade de acrescentar alguns itens na atividade 6 (anexo 1 letras  $j$  e  $k$  da atividade 6), para mostrar aos alunos a possibilidade de conjunto-solução vazio para a inequação e solução IR.

Nestas atividades, os alunos se mostram mais familiarizados com a proposta de trabalho.

Ao encontrar as respostas, alguns alunos comentaram:

*"Tive maior entendimento no computador, pois visualizando no gráfico fica melhor para entendermos o conteúdo".*

*"A dificuldade muitas vezes é no cálculo, mas resolvendo graficamente não temos este problema".*

*"Ajudou na noção de produto e quociente e ajudou a entender e perceber o conjunto solução".*

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A relevância deste estudo está relacionada a uma construção dinâmica do processo ensino-aprendizagem contribuindo para a formação docente e discente.

Para trabalhos futuros propõe-se a realização deste projeto, explorando diversos tipos de funções, pois o *software Winplot* possibilita ao aluno a visualização gráfica, sem uma necessidade de seu esboço manual.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARUFI, Maria Cristina Bonomi. LAURO, Maria Mendias. Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando o microcomputador. CAEM-IME/USP. s/d.

IEZZI, Gelson. DOLCE, Osvaldo. DEGENSZAJN, David Mauro. PÉRIGO, Roberto. *Matemática: volume único*. 2.º grau. São Paulo: Atual, 1997.

IEZZI, Gelson. MURAKAMI, Carlos. *Fundamentos de matemática elementar*. Volume 1. São Paulo: Atual, 1993.

MANRIQUE, Ana Lúcia. BIANCHINI, Bárbara Lulcuf. SILVA, Benedito Antônio. DUBUS, Maria Tereza Goulart. SOUZA, Vera Helena Giusti. *Atividades para o estudo de funções em ambiente computacional*. São Paulo: Iglu editora, 2002.

ATIVIDADES

### ANEXO 1

### ATIVIDADES

3)  $f(x) = \ln(x)$

### ATIVIDADES

1) Usando o Winplot, trace o gráfico da função  $f(x) = x - 1$ .

1.1) Para que valor de  $x$   $f(x) = 0$  ?

(A resposta pode ser conferida usando o recurso "um zeros")

1.2) Para que valores de  $x$   $f(x) > 0$  ?

1.3) Para que valores de  $x$   $f(x) < 0$  ?

2) Usando O Winplot, trace o gráfico da função  $g(x) = -x + 2$ .

2.1) Para que valor de  $x$   $g(x) = 0$  ?

2.2) Para que valores de  $x$   $g(x) > 0$  ?

2.3) Para que valores de  $x$   $g(x) < 0$  ?

3) Encontre os valores de  $x$  para os quais:

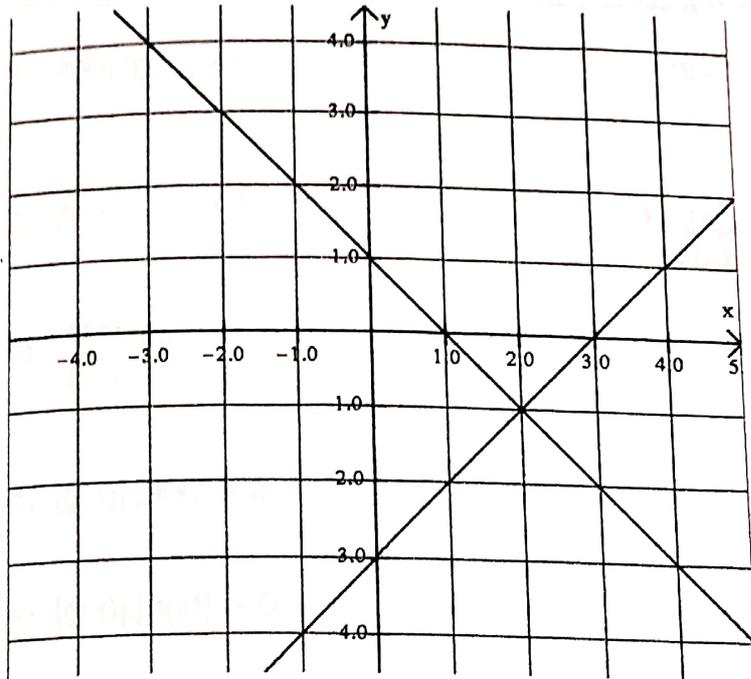
3.1)  $[f(x)].[g(x)] = 0$

3.2)  $[f(x)].[g(x)] > 0$

3.3)  $[f(x)].[g(x)] < 0$

4) Utilizando o Winplot, represente em um mesmo sistema de eixos os gráficos f e g. Agora vamos observar graficamente os resultados encontrados no item 3.

5)



Observando o gráfico acima, determine x tal que:

5.1)  $[f(x)] \cdot [g(x)] = 0$

5.2)  $[f(x)] \cdot [g(x)] > 0$

5.3)  $[f(x)] \cdot [g(x)] < 0$

Coordenadoras do projeto:  
Amanda Gomes de Moura  
Amarília Neves Cruz de Miranda  
Ana Paula Siqueira  
Cristina Fernanda Gomes  
Kellen Lopes Crestino

a) Sejam as funções:

$$\begin{aligned}f(x) &= -x \\g(x) &= x + 1 \\h(x) &= x^2 - 4x + 3 \\w(x) &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}l(x) &= x^2 + 4x + 5 \\k(x) &= -3\end{aligned}$$

Observando os gráficos traçados no Winplot, encontre  $x$  tal que:

a)  $[f(x)] \cdot [g(x)] = 0$

j)  $[l(x)] \cdot [k(x)] > 0$

b)  $[f(x)] \cdot [g(x)] < 0$

k)  $\frac{l(x)}{k(x)} < 0$

c)  $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$

d)  $[g(x)] \cdot [h(x)] = 0$

e)  $[g(x)] \cdot [h(x)] \geq 0$

f)  $\frac{g(x)}{h(x)} < 0$

g)  $[f(x)] \cdot [w(x)] = 0$

h)  $[f(x)] \cdot [w(x)] > 0$

i)  $\frac{w(x)}{f(x)} > 0$

Componentes do projeto:

Amanda Gomes de Moura  
Amarílis Neves Cruz de Miranda  
Ana Paula Siqueira  
Carla Fernanda Gomes  
Keilla Lopes Castilho

## ANEXO 2

### ALGUMAS ATIVIDADES RESPONDIDAS PELOS ALUNOS

ATIVIDADES

1) Usando o Winplot, trace o gráfico da função  $f(x) = x - 1$ .

1.1) Para que valor de  $x$   $f(x) = 0$ ?

(A resposta pode ser conferida usando o recurso "um zeros")

$x - 1 = 0$   
 $x = 1$

$(1, 0)$

1.2) Para que valores de  $x$   $f(x) > 0$ ?

$x - 1 > 0$

1.3) Para que valores de  $x$   $f(x) < 0$ ?

$x - 1 < 0$

$x < 1$

2) Usando O Winplot, trace o gráfico da função  $g(x) = -x + 2$ .

2.1) Para que valor de  $x$   $g(x) = 0$ ?

$-x + 2 = 0$   $-x = -2$   $x = 2$

2.2) Para que valores de  $x$   $g(x) > 0$ ?

$-x + 2 > 0 \Rightarrow -x > -2$

2.3) Para que valores de  $x$   $g(x) < 0$ ?

$-x + 2 < 0 \Rightarrow -x < -2$   $x > 2$

3) Encontre os valores de  $x$  para os quais:

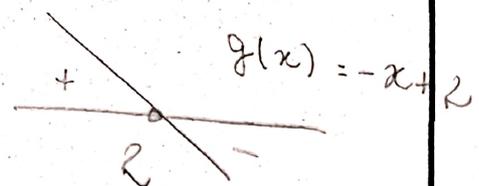
3.1)  $[f(x)] \cdot [g(x)] = 0$

$f(x) = x - 1$

$(x - 1) \cdot (-x + 2) = 0$

$x - 1 = 0$  ou  $-x + 2 = 0$

$x = 1$   $x = 2$



3.2)  $[f(x)] \cdot [g(x)] > 0$

$x < 1$	$1 < x < 2$	$x > 2$
-	+	-
+	-	+
-	+	-

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 2\}$

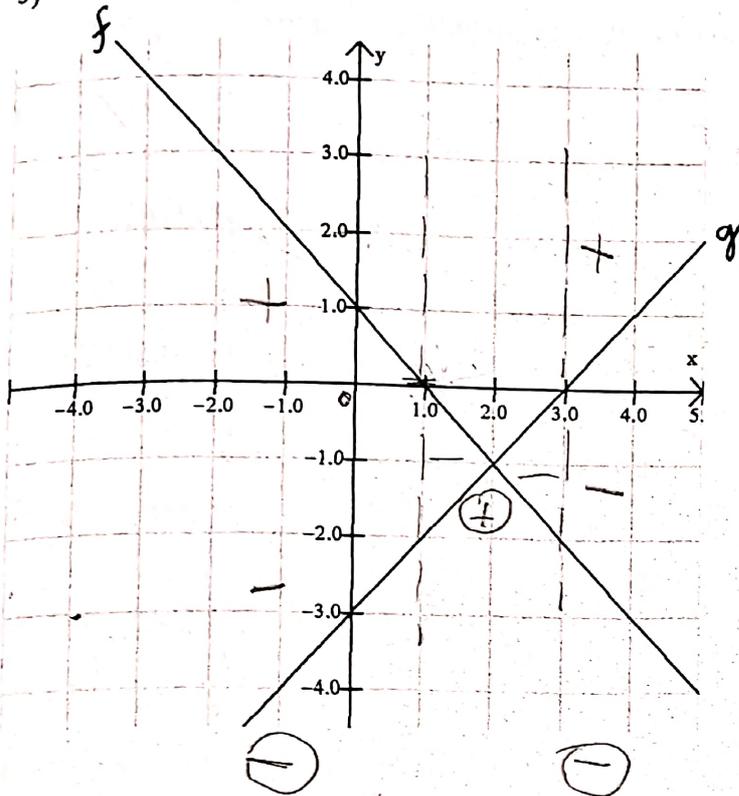
3.3)  $[f(x)] \cdot [g(x)] < 0$

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ ou } x > 2\}$

$x < 1$	$1 < x < 2$	$x > 2$
-	+	-
+	-	+
-	+	-

- 4) Utilizando o Winplot, represente em um mesmo sistema de eixos os gráficos f e g. Agora vamos observar graficamente os resultados encontrados no item 3.

5)



Observando o gráfico acima, determine x tal que:

5.1)  $[f(x)] \cdot [g(x)] = 0$

$x = 1$  ou  $x = 3$

5.2)  $[f(x)] \cdot [g(x)] > 0$

$1 < x < 3$

5.3)  $[f(x)] \cdot [g(x)] < 0$

$x < 1$  ou  $x > 3$

a) Sejam as funções:

$$f(x) = -x$$

$$g(x) = x + 1$$

$$h(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$w(x) = 2$$

$x^2$

Observando os gráficos traçados no Winplot, encontre  $x$  tal que:

a)  $[f(x)] \cdot [g(x)] = 0$

$$x = -1 \text{ ou } x = 0$$

b)  $[f(x)] \cdot [g(x)] < 0$

$$x < -1 \text{ ou } x > 0$$

c)  $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$

$$-1 < x \leq 0$$

$$x + 1 \neq 0$$

$$x \neq -1$$

d)  $[g(x)] \cdot [h(x)] = 0$

$$x = -1 \text{ ou } x = 1 \text{ ou } x = 3$$

e)  $[g(x)] \cdot [h(x)] \geq 0$

$$-1 \leq x \leq 1 \text{ ou } x \geq 3$$

f)  $\frac{g(x)}{h(x)} < 0$

$$x < -1 \text{ ou } 1 < x < 3$$

g)  $[f(x)] \cdot [w(x)] = 0$

$$x = 0$$

h)  $[f(x)] \cdot [w(x)] > 0$

$$x < 0$$

i)  $\frac{w(x)}{f(x)} > 0$

$$x < 0$$

Componentes do projeto:

Amanda Gomes de Moura

Amarilis Neves Cruz de Miranda

Ana Paula Siqueira

Carla Fernanda Gomes

Keilla Lopes Castilho

Lista Alexandre → 09.06.2004

CEFET- CAMPOS/RJ  
 Licenciatura em Matemática  
 Laboratório de Ensino

**ATIVIDADES**

1) Usando o Winplot, trace o gráfico da função  $f(x) = x - 1$ .

1.1) Para que valor de  $x$   $f(x) = 0$ ?

(A resposta pode ser conferida usando o recurso "um zeros")

$0 = x - 1 \rightarrow x = 1 \quad (x - 1) = (x - 1) \rightarrow \text{ponto } (1, 0)$

1.2) Para que valores de  $x$   $f(x) > 0$ ?

$x > 1$

1.3) Para que valores de  $x$   $f(x) < 0$ ?

$x < 1$

2) Usando O Winplot, trace o gráfico da função  $g(x) = -x + 2$ .

2.1) Para que valor de  $x$   $g(x) = 0$ ?

$x = 2 \quad \text{+ ponto } (0, 2)$

2.2) Para que valores de  $x$   $g(x) > 0$ ?

$x < 2$

2.3) Para que valores de  $x$   $g(x) < 0$ ?

$x > 2$

3) Encontre os valores de  $x$  para os quais:

3.1)  $[f(x)] \cdot [g(x)] = 0$

$(x - 1) \cdot (-x + 2) = 0$

$-1 = 0 \quad \text{ou} \quad -x + 2 = 0$

$x = 1 \quad \quad \quad x = 2$

$S = \{1, 2\}$

3.2)  $[f(x)] \cdot [g(x)] > 0$

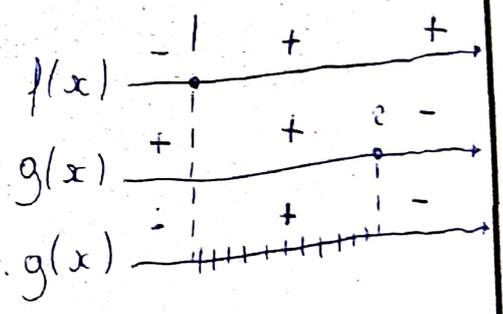
$-1 > 0 \quad -x + 2 > 0 \rightarrow -x > -2$

$> 1 \quad \quad \quad x < 2$

$S = \{x \in \mathbb{R} / 1 < x < 2\} \quad ]1, 2[$

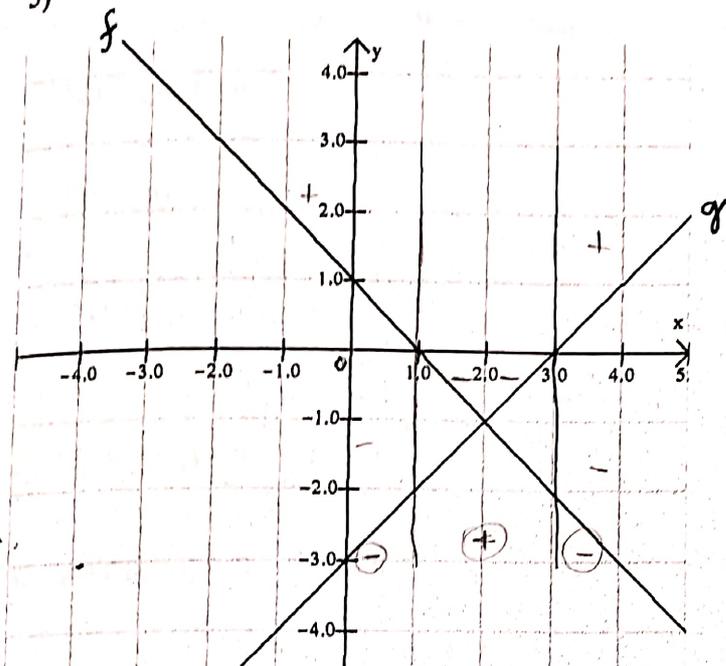
3.3)  $[f(x)] \cdot [g(x)] < 0$

$S = \{x \in \mathbb{R} / x < 1 \text{ ou } x > 2\}$



- 4) Utilizando o Winplot, represente em um mesmo sistema de eixos os gráficos  $f$  e  $g$ . Agora vamos observar graficamente os resultados encontrados no item 3.

5)



$$(1, 0) \text{ e } (3, 0)$$

Observando o gráfico acima, determine  $x$  tal que:

5.1)  $[f(x)] \cdot [g(x)] = 0$

$$x = 1 \text{ ou } x = 3$$

5.2)  $[f(x)] \cdot [g(x)] > 0$

$$1 < x < 3$$

5.3)  $[f(x)] \cdot [g(x)] < 0$

$$x < 1 \text{ ou } x > 3$$

6) Sejam as funções:

$$f(x) = -x$$

$$g(x) = x + 1$$

$$h(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$w(x) = 2$$

Observando os gráficos traçados no Winplot, encontre  $x$  tal que:

a)  $[f(x)] \cdot [g(x)] = 0$

$x = -1$  ou  $x = 0$

b)  $[f(x)] \cdot [g(x)] < 0$

$x < -1$  ou  $x > 0$

c)  $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$

$-1 \leq x \leq 0$

d)  $[g(x)] \cdot [h(x)] = 0$

$x = -1$  ou  $x = 1$  ou  $x = 3$

e)  $[g(x)] \cdot [h(x)] \geq 0$

$-1 \leq x \leq 1$  ou  $x \geq 3$

f)  $\frac{g(x)}{h(x)} < 0$

$x < -1$  ou  $1 < x < 3$

g)  $[f(x)] \cdot [w(x)] = 0$

$x = 0$

h)  $[f(x)] \cdot [w(x)] > 0$

$x < 0$

i)  $\frac{w(x)}{f(x)} > 0$

$x < 0$

Componentes do projeto:

Amanda Gomes de Moura

Amarilis Neves Cruz de Miranda

Ana Paula Siqueira

Carla Fernanda Gomes

Keilla Lopes Castilho

**ANEXO 3**

**FOTOGRAFIAS**

