

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

PRODUTOS NOTÁVEIS

POR

ALINE NOGUEIRA ROCHA

KARINE CALIL DA CRUZ

LUANA DE SOUSA VIEIRA

CAMPOS DOS GOYTACAZES /RJ

2005.2

Data de Entrega
12/03/07

**ALINE NOGUEIRA ROCHA
KARINE CALIL DA CRUZ
LUANA DE SOUSA VIEIRA**

PRODUTOS NOTÁVEIS

Projeto apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos, como parte das exigências da disciplina Laboratório de Ensino do curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Gilmara Teixeira Barcelos Mestre em Ciências de Engenharia - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2005.2

SUMÁRIO

1.INTRODUÇÃO.....	1
2.DESENVOLVIMENTO DO PROJETO.....	2
2.1- PREPARAÇÃO DO PROJETO.....	2
2.2- ETAPAS.....	3
2.2.1- Revisão.....	3
2.2.2- Parte Histórica	5
2.2.3- Atividade Prática.....	7
2.2.4- Atividade de Aplicação.....	9
3.CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	10
4.BIBLIOGRAFIA.....	11
ANEXO I.....	12
ANEXO II.....	20
ANEXO III.....	23
ANEXO IV.....	26

1. INTRODUÇÃO

O presente projeto teve como objetivo realizar um estudo sobre Produtos Notáveis. Como o próprio nome já diz, multiplicações que se destacam, no entanto os alunos têm dificuldades de identificá-las.

Devido a esse motivo, foi trabalhado esse assunto durante 3 semestres na disciplina de Laboratório de Ensino, com intuito de desenvolver e aplicar atividades dinâmicas a alunos do Ensino Fundamental.

O objetivo deste projeto foi despertar o interesse dos alunos para fundamentação do assunto, tornando-o mais agradável. Para tanto, o aluno pôde concluir, na prática, as fórmulas do quadrado da soma de dois termos, quadrado da diferença de dois termos e produto da soma pela diferença de dois termos.

Previamente foi feita uma revisão sobre as fórmulas das áreas das figuras planas (quadrado e retângulo) e suas propriedades. Em seguida foram aplicadas atividades práticas a fim de contribuir na dedução das fórmulas dos produtos notáveis. Para finalizar foi distribuída uma ficha de atividades contendo possíveis aplicabilidades das fórmulas anteriormente deduzidas.

2. DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

2.1- PREPARAÇÃO DO PROJETO

A preparação do projeto iniciou-se no 2º. Período da Licenciatura em Matemática com a escolha de um tema e elaboração de atividades sobre este. Esta escolha foi extremamente difícil e estressante, visto que optou escolher um assunto que necessitasse, aos nossos olhos, de um estudo aprofundado.

Escolheu-se, assim, estudar um pouco mais sobre o surgimento dos Produtos Notáveis, suas utilidades, suas aplicabilidades e propor atividades que estimulassem o raciocínio dos educandos.

Após escolha do tema e a elaboração das atividades, foi feito um teste exploratório dessas atividades com os alunos do 4º. Período da Licenciatura em Matemática, visando diagnosticar falhas. Este foi de grande valia, no qual se pode constatar que as atividades estavam bem elaboradas, pois o objetivo (fazer com que os alunos chegassem à conclusão da fórmula dos Produtos Notáveis, sem decorar) foi alcançado, embora possuísse ainda algumas falhas.

No momento da revisão sobre a área do quadrado e do retângulo faltou ressaltar que a unidade de área não precisa ser necessariamente comparada com a área do quadrado unitário, faltando citar exemplos do cotidiano, e que a medida do lado pode não ser um número inteiro. Também não ficou claro que o quadrado é um retângulo de lados congruentes logo sua área é calculada da mesma maneira que a do retângulo.

Além disso, foi diagnosticada a necessidade de uma explicação sobre decomposição de figuras, já que este assunto foi utilizado no momento da aula através do emborrachado que serviu para uma melhor visualização do conteúdo. Contudo, todas as falhas constatadas foram retificadas.

2.2- ETAPAS

Este projeto foi estruturado em etapas visando uma melhor organização da aula e compreensão por parte dos alunos. Tais etapas foram: revisão sobre a definição e área do quadrado e retângulo, parte histórica, atividade prática e atividade de aplicação.

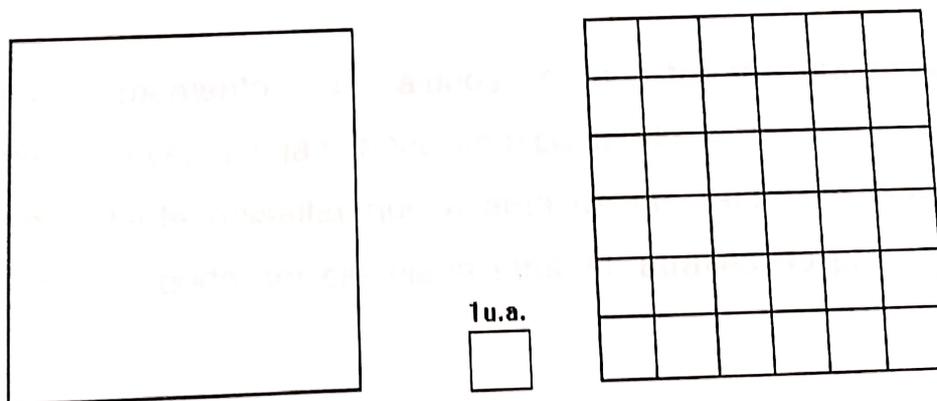
2.2.1- Revisão

Para melhor desenvolvimento do tema foi necessário primeiramente revisar o conceito de área e das fórmulas para cálculo da área do quadrado e do retângulo. Além de fazer uma breve explicação de decomposição de figuras.

Os parágrafos a seguir resumem o que foi abordado durante a revisão sobre o quadrado e o retângulo:

Quadrado é o quadrilátero que tem os quatro lados congruentes e os quatro ângulos retos. Convenciona-se tomar como unidade de área um quadrado cujo lado mede uma unidade de comprimento, não importando se mede um quilômetro, um metro ou qualquer outra unidade de medida. Ele será chamado de quadrado unitário.

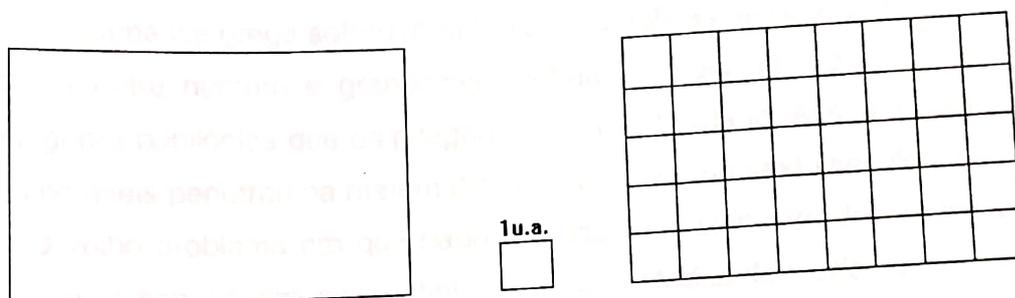
Dado um quadrado Q cujo lado tem medida um número inteiro n , ele pode ser decomposto em vários quadradinhos unitários. Supondo que esse quadrado Q possui o lado n medindo 6, ele pode ser decomposto em 36 quadradinhos unitários, como se pode observar na figura abaixo:



Logo a área um quadrado acima é 36 u.a. Pode-se demonstrar que a área do quadrado Q cujo lado mede n, sendo n um número real, é dada pela expressão:

$$Q = n^2$$

Retângulo é o quadrilátero que tem os quatro ângulos retos. Se os lados de um retângulo R têm para as medidas os números inteiros m e n, podemos decompor R em vários quadradinhos unitários. Supondo que esse retângulo R possui os lados m e n medindo 5 e 8, respectivamente, ele pode ser decomposto em 40 quadradinhos unitários, como se pode observar na figura abaixo:



Logo a área do retângulo acima é 40 u.a. Pode-se demonstrar que a área de um retângulo R cujos lados medem m e n, sendo m e n números reais, é dada pela expressão:

$$R = m \cdot n$$

Nesse momento, os alunos demonstraram interesse, participando ativamente, uma vez que já conheciam o conteúdo.

É importante ressaltar que a área de um retângulo cujos lados não são números inteiros pode ser calculada também através do produto entre a base e altura.

2.2.2- Parte Histórica

Nesta etapa falamos sobre a possível procedência dos Produtos Notáveis, tentando contextualizar a matéria na história e fazendo com que o aluno tenha uma outra visão no estudo da Matemática.

O matemático grego Euclides trabalhou no museu de Alexandria (a maior biblioteca da Antiguidade), no Egito, e escreveu, por volta de 300 a.C., o livro "Os Elementos" de grande repercussão no mundo científico. Durante mais de vinte séculos os homens estudaram Geometria segundo os ensinamentos de Euclides.

No tempo de Euclides a álgebra simbólica estava ainda muito distante de ser inventada; por isso os matemáticos da Antiguidade usavam construções geométricas.

A matemática grega sofreu modificações drásticas na época de Platão, pois a dicotomia entre número e grandezas contínuas exigia um novo método para tratar a álgebra babilônica que os pitagóricos tinham herdado. Assim a dedução de produtos notáveis penetrou na matemática no quarto ou no sexto século a.C.

O velho problema em que dado o produto da soma de dois lados de um retângulo se pediam as dimensões, tinham de ser tratados de modos diferentes.

Uma "álgebra geométrica" tomara o lugar da antiga "álgebra aritmética", e nessa nova álgebra não podia haver somas de segmentos com áreas ou de áreas com volumes. De agora em diante devia haver estrita homogeneidade dos termos de uma equação e as formas, deviam ser interpretadas geometricamente.

Dessa forma os gregos construíram a solução de equações pelo processo conhecido como "a aplicação de áreas", uma parte da álgebra geométrica completamente estudada em "Os Elementos" de Euclides.

Na busca constante por cálculos mais rápidos e menos trabalhosos, os matemáticos observaram que alguns tipos de produtos de polinômios apareciam com grande frequência.

A identidade $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ se torna evidente com um diagrama que mostra os três quadrados e os dois retângulos iguais na identidade; e uma diferença de dois quadrados $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ pode ser representada de modo semelhante.

Para não ter que fazer sempre essas multiplicações, resolveram “guardar” os resultados. Esses produtos especiais, pela sua utilidade e simplicidade, receberam o nome de produtos notáveis.

Nesse momento os alunos ficaram atentos e curiosos pela história, pois não é comum no seu cotidiano escolar a apresentação da origem de um conteúdo.

2.2.3- Atividade Prática

Dando continuidade ao projeto foi entregue uma ficha de atividade prática composta de folha de atividades e folha de respostas (ANEXO I), quatro pedaços de cartolina quadriculada de cores diferentes e uma tesoura para cada aluno.

Essa ficha continha atividades para a dedução do: quadrado da soma de dois termos, quadrado da diferença de dois termos e produto da soma pela diferença.

Cada uma das atividades foi dividida em duas etapas: na primeira etapa os alunos sozinhos chegavam a uma conclusão utilizando o material entregue.

Na segunda etapa comentaram-se as respostas dos itens das atividades de forma dialogada. Para isso utilizou-se o emborrachado demonstrando cada item da atividade, objetivando a verificação por parte dos alunos do que já havia sido feito no primeiro momento. Assim, possibilitou-se melhor entendimento das atividades propostas e juntos deduziu-se as fórmulas dos produtos notáveis que era o nosso principal objetivo.

Na elaboração dessas atividades estávamos cientes do quanto é enfadonha e exaustiva para os alunos a rotina de exercícios longos e repetitivos, que visam decorar fórmulas. Entendeu-se que ao propor desafios, o educador contribui para o estímulo do raciocínio dos alunos e que a imposição autoritária dos conhecimentos matemáticos não seria a maneira correta de alcançar nossos objetivos. Considerou-se também o quanto é complexa a questão da motivação dos alunos em relação à Matemática.

Os alunos nessa etapa apresentaram dificuldades em interpretar o enunciado das atividades, mas com o nosso auxílio começaram a participar e tirar dúvidas. Como a turma era de 8^a. série o conteúdo já tinha sido estudado, com isso houve um pouco de falta de interesse para a dedução das fórmulas, uma vez que estas já tinham sido decoradas. No entanto, propôs-se alternativas e inovações visando desenvolver a iniciativa e criatividade dos educandos.

Constatou-se que teria sido mais prático deixar um espaço logo abaixo das perguntas para que os alunos as respondessem. A folha de resposta foi xerocada no verso dificultando a leitura das perguntas, pois os alunos tinham que virar a folha para cada questão que fossem responder.

Paulo Freire (1999 p.58) nos fala sobre a tarefa dos educadores: *"Não é ensinar os alunos a pensarem, eles já podem pensar; mas trocar mutuamente nossos modos de pensar e buscar melhores maneiras de abordagem e decodificação do objeto"*.

2.2.4- Atividade de Aplicação

Essa atividade (ANEXO II) visava verificar se os conteúdos aplicados foram assimilados de modo satisfatório pelos educandos e se todos objetivos foram alcançados. Para tal, as mesmas eram compostas por três questões, a primeira questão buscando somente a aplicação das fórmulas dos Produtos Notáveis, já a segunda e a terceira questão tentando estimular o raciocínio e a interpretação dos problemas propostos.

Assim os alunos podiam resolver as questões baseados na aprendizagem adquirida durante as explicações e tirar suas dúvidas, considerando que a aprendizagem só acontece quando somos capazes de aplicar esse novo conhecimento para resolver problemas.

Após notar que a maioria dos educandos já havia concluído a resolução dessas atividades de aplicação foi feita uma rápida correção das mesmas, havendo necessidade de estender a aula em dez minutos. Entendeu-se que essa prorrogação deu-se pelo atraso na entrada dos alunos e pelas dificuldades que estes apresentaram na resolução das questões propostas.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O projeto foi apresentado no primeiro semestre de 2006, numa escola particular de Campos dos Goytacazes para 30 alunos da 8ª série do Ensino Fundamental.

A aula não se iniciou às sete horas conforme havíamos planejado, mas com um atraso de dez minutos. A princípio a turma parecia bem tranqüila, embora no decorrer da aula constatou-se que aproximadamente 30% da classe estava inquietas, o que dificultava um pouco o raciocínio de determinados alunos que não conseguiam se concentrar.

A priori, consideramos que alguns alunos eram indisciplinados, porém preferimos não utilizar esse termo (indisciplina) que é uma questão que requer do educador um estudo mais aprofundado, além de um contato mais freqüente e menos superficial com os educandos.

Realizaram-se, assim, novas descobertas que nos conduzirão a uma futura prática profissional competente e sintonizada com os novos e constantes desafios. Ressalta-se que temos nos empenhado para um maior aprimoramento pessoal e intelectual. Através da experiência relatada, percebemos que temos obtido êxitos nesse processo de aprendizagem da prática e capacitação metodológica, e que por ser ininterrupto e permanente muito ainda conquistaremos em nossa aprendizagem.

*“Para ser grande ,sê inteiro: nada
teu exagera ou exclui.
Sê todo em cada coisa. Põe quanto és
no mínimo que fazes.
Assim em cada lago a lua toda
Brilha, porque alta vive.”
Fernando Pessoa (Ricardo Reis)*

4. BIBLIOGRAFIA

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à prática Educativa**. 10 ed. São Paulo: Paz e Terra, 1999.

GUELLI, Oscar; LIMA, Luciano. **Construindo a Matemática**. São Paulo: Companhia Nacional, 1997.

LIMA, E. L. **Medida e Forma em Geometria: comprimento, áreas, volumes e semelhança**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991.

SILVEIRA, Enio; MARQUES, Cláudio. **Matemática**. 8ª. Série. São Paulo: Moderna, 1995.

Produtos Notáveis. Disponível em:

<http://www.interaula.com/versão1.3/matematica/mat00001-02.htm>. Última Consulta em 21/12/04.

BOYER, Carl B. . **História da Matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. 2.ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

1. O presente trabalho tem como objetivo principal analisar o impacto da implementação de um novo sistema de gestão de recursos humanos em uma empresa de médio porte. Para isso, foram coletados dados antes e depois da implementação, permitindo uma comparação direta dos resultados.

2. A metodologia utilizada foi a pesquisa quantitativa, com o uso de questionários aplicados aos funcionários de diferentes níveis hierárquicos. Os dados foram analisados estatisticamente para identificar tendências e correlações significativas.

3. Os resultados indicam que a implementação do novo sistema trouxe benefícios significativos em termos de eficiência operacional e satisfação dos colaboradores. No entanto, também foram observados desafios relacionados à adaptação dos funcionários e à integração do sistema com os processos existentes.

ANEXO I

Este anexo apresenta os dados brutos coletados durante a pesquisa, organizados em tabelas para facilitar a consulta e a análise. Os dados são apresentados em ordem alfabética por departamento e, dentro de cada departamento, por nível hierárquico.

A seguir, são apresentados os dados referentes ao Departamento de Marketing, com foco nos indicadores de satisfação e produtividade.

Departamento	Nível Hierárquico	Indicador 1	Indicador 2	Indicador 3
Marketing	Gerente	8.5	9.2	7.8
	Coordenador	7.9	8.1	7.5
	Analista Sênior	7.2	7.6	7.0
	Analista Júnior	6.8	7.1	6.5

Os dados acima demonstram uma clara tendência de melhoria nos indicadores de desempenho e satisfação à medida que o nível hierárquico aumenta, refletindo o maior envolvimento e responsabilidade assumidos pelos profissionais em cargos de maior nível.

Além disso, é importante ressaltar que os dados coletados representam apenas uma amostra da realidade da empresa e devem ser interpretados com cautela, considerando o contexto específico de cada departamento e o momento da implementação do novo sistema.



Nome: _____

Estas atividades foram elaboradas por Aline Rocha, Karine Calil e Luana Vieira, para o desenvolvimento de um projeto no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino na Licenciatura em Matemática do CEFET – Campos.

PRODUTOS NOTÁVEIS

OBS: Para realizar as atividades considere os quadradinhos da cartolina como uma unidade de área.

Atividade 1 (o quadrado da soma de dois termos)

- a) Construa um quadrado na cartolina azul e um quadrado menor que este, na cartolina amarela. Recorte-os.
- b) Construa dois retângulos congruentes, um na cartolina vermelha e outro na cartolina verde, cujas dimensões são as medidas de cada lado dos quadrados feitos no item anterior. Recorte-os.
- a) Calcule a área de cada figura. Some-as.
- d) Utilizando todas as peças, forme um quadrado. Calcule sua área em função da medida do seu lado.
- e) Compare a soma obtida no item c, com a área do quadrado formado no item d. Anote o que você observou.
- f) Utilizando as mesmas figuras, considere a medida do lado do quadrado maior a e do lado do quadrado menor b. (Observe que nos retângulos as medidas dos lados maiores são iguais a medida do lado do quadrado azul e as medidas dos lados menores são iguais à medida do lado do quadrado amarelo).
- g) Calcule a área de cada figura, em função das medidas a e b. Some-as.
- h) Utilizando todas as peças, forme um quadrado. Indique a medida de seu lado e, em seguida, calcule a sua área em função da medida de seu lado.
- i) Sabendo que o quadrado formado no item h é composto pelas figuras do item g, o que se pode afirmar?

FOLHA DE RESPOSTAS (Atividade 1)

a) Quadrado azul

Quadrado amarelo

• Medida do lado = _____

• Medida do lado = _____

b) Retângulo verde e Retângulo vermelho

Medida da base (lado do quadrado azul) = _____

Medida da altura (lado do quadrado amarelo) = _____

c) Área do quadrado azul = _____

Área do quadrado amarelo = _____

Área do retângulo verde = _____

Área do retângulo vermelho = _____

Soma das áreas = _____

d) Medida do lado = _____

Área = _____

e) Observação:

f) Quadrado azul:

Quadrado amarelo:

Medida do lado = b

Medida do lado = a

Retângulo verde e Retângulo vermelho

Medida da base (lado do quadrado azul) = _____

Medida da altura (lado do quadrado amarelo) = _____

g) Área do quadrado azul = _____

Área do quadrado amarelo = _____

Área do retângulo verde = _____

Área do retângulo vermelho = _____

Soma das áreas = _____

h) Medida do lado do quadrado formado por todas as figuras (em função de a e b):

Medida do lado = _____

Área do quadrado formado por todas as figuras em função da medida de seu lado:

Área = _____

i) Observação: _____

Atividade 2 (quadrado da diferença de dois termos)

- a) Escolha um valor real para a e outro para b , sendo $a > b$. Construa um retângulo na cartolina amarela, com dimensões a e b . Recorte-o e determine sua área.
- b) Construa um quadrado na cartolina azul de lado $(a-b)$. Recorte-o e determine sua área.
- c) Construa um retângulo na cartolina vermelha com dimensões $(a-b)$ e b . Recorte-o e determine sua área.
- d) Utilizando todas as peças, forme um quadrado. Calcule sua área em função da medida de seu lado.
 - a) Some a área do retângulo amarelo com a área do retângulo vermelho.
 - b) Calcule a diferença entre o resultado obtido no item d e o resultado obtido no item e.
 - c) O que você pode afirmar em relação a área do quadrado azul (calculada no item b) e a diferença obtida no item f ?
 - d) Utilizando as mesmas figuras, considere que o quadrado azul possui lado medindo $(a-b)$. Expresse sua área em função da medida de seu lado.
 - e) Considere as dimensões do retângulo amarelo sendo a e b e as dimensões do retângulo vermelho sendo $(a-b)$ e b . Calcule a área do retângulo amarelo e a área do retângulo vermelho em função da medida de seus lados. Some-as.
 - f) Utilizando todas as peças, forme um quadrado. Calcule sua área em função da medida de seu lado.
 - g) Calcule a diferença entre o resultado obtido no item j e o resultado obtido no item i, ou seja, a área do quadrado azul a partir do quadrado formado por todas as figuras.
 - l) Como no item h e no item k a área calculada foi a do quadrado azul, o que podemos afirmar?

FOLHA DE RESPOSTAS (atividade 2)

a) Retângulo amarelo

$$a = \underline{\quad\quad} \quad b = \underline{\quad\quad} \quad \text{Área} = \underline{\quad\quad}$$

b) Quadrado azul

$$(a-b) = \underline{\quad\quad} \quad \text{Área} = \underline{\quad\quad}$$

c) Retângulo vermelho

$$(a-b) = \underline{\quad\quad} \quad b = \underline{\quad\quad} \quad \text{Área} = \underline{\quad\quad}$$

$$d) \text{ Medida do lado} = \underline{\quad\quad} \quad \text{Área} = \underline{\quad\quad}$$

$$e) \text{ Soma} = \underline{\quad\quad}$$

$$f) \text{ Diferença} = \underline{\quad\quad}$$

g) Observação: _____

h) Quadrado azul:

$$\text{Área} = \underline{\quad\quad}$$

i) Retângulo amarelo:

$$\text{Área} = \underline{\quad\quad}$$

Retângulo vermelho:

$$\text{Área} = \underline{\quad\quad}$$

$$\text{Soma: } \underline{\quad\quad}$$

$$j) \text{ Medida do lado} = \underline{\quad\quad} \quad \text{Área} = \underline{\quad\quad}$$

$$k) \text{ Diferença: } \underline{\quad\quad}$$

l) Observação: _____

Atividade 3 (produto da soma pela diferença)

- a) Escolha um valor para a e para b , sendo $a > b$.
- b) Construa um retângulo na cartolina azul cujas dimensões são: $(a-b)$ e a . Recorte-o e determine sua área.
- c) Construa outro retângulo na cartolina vermelha cujas dimensões são: $(a-b)$ e b . Recorte-o e determine sua área.
- d) Construa um quadrado na cartolina amarela de lado b . Recorte-o e determine sua área.
- e) Utilizando o retângulo azul e o retângulo vermelho, forme um novo retângulo. Calcule sua área.
- f) Utilizando a figura azul, amarela e vermelha, forme um quadrado e calcule a área deste quadrado em função da medida de seu lado.
- g) Calcule a diferença entre o resultado obtido no item f e o resultado obtido no item d.
- h) Compare o resultado obtido no item e com o resultado obtido no item f. Anote o que você observou.
- i) Utilizando as mesmas figuras, considere as dimensões do retângulo azul sendo $(a - b)$, com $a > b$, e a .
- j) Considere as dimensões do retângulo vermelho sendo $(a - b)$, com $a > b$, e b .
- k) Considere que o quadrado amarelo possui os lados medindo b . Calcule sua área.
- l) Utilizando os retângulos azul e vermelho, forme um novo retângulo. Calcule sua área.
- m) Utilizando a figura azul, amarela e vermelha, forme um quadrado. Calcule sua área em função da medida do seu lado.
- n) Calcule a diferença entre o resultado obtido no item m e o resultado obtido no item k, ou seja, a área do retângulo formado pelos retângulos azul e vermelho em função da medida do lado do quadrado formado por todas as figuras.
- o) Sabendo que tanto no item l quanto no item m a área calculada foi a do retângulo formado pelos retângulos azul e vermelho, o que podemos afirmar?

FOLHA DE RESPOSTAS (atividade 3)

a) $a = \underline{\quad}$ $b = \underline{\quad}$

b) Retângulo azul:

$(a - b) = \underline{\quad}$ $a = \underline{\quad}$ Área = $\underline{\quad}$

c) Retângulo vermelho:

$(a - b) = \underline{\quad}$ $b = \underline{\quad}$ Área = $\underline{\quad}$

d) Quadrado amarelo:

$b = \underline{\quad}$ Área = $\underline{\quad}$

e) Retângulo formado (azul e vermelho):

Área = $\underline{\quad}$

f) Área = $\underline{\quad}$

g) Diferença = $\underline{\quad}$

h) Observação: _____

i) Retângulo azul:

• Medida do lado = $\underline{\quad}$

• Medida do lado = $\underline{\quad}$

• Área = $\underline{\quad}$

j) Retângulo vermelho:

• Medida do lado = _____

• Medida do lado = _____

• Área = _____

k) Quadrado amarelo:

• Medida do lado = _____ Área = _____

l) Retângulo formado (azul e vermelho):

• Medida do lado = _____

• Medida do lado = _____

• Área = _____

m) Quadrado formado:

• Medida do lado = _____

• Área = _____

n) Diferença = _____

m) Observação: _____

SECRET

SECRET

SECRET

SECRET

SECRET

SECRET

ANEXO II

SECRET

SECRET

SECRET

SECRET

SECRET

SECRET

SECRET

ATIVIDADES DE APLICAÇÃO

1) Efetue:

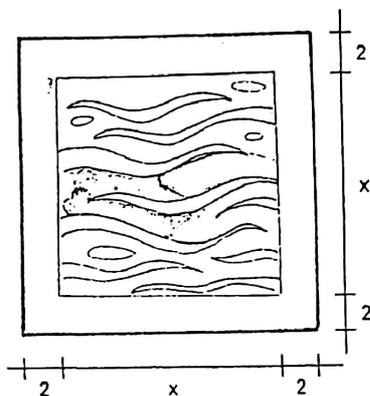
a) $(x + 9)^2 =$

b) $(x - 2)^2 =$

c) $(x - 5)(x + 5) =$

2) Escolhi dois números naturais consecutivos. Elevei cada um ao quadrado. A diferença entre os dois resultados deu 331. Quais foram os números escolhidos?

3) A figura representa a piscina de um clube, vista do alto. Ela é quadrada, ao seu redor há um piso que ocupa uma área de 160 m^2 . Calcule a medida x dos lados da piscina. As medidas são dadas em metros.



ANEXO III

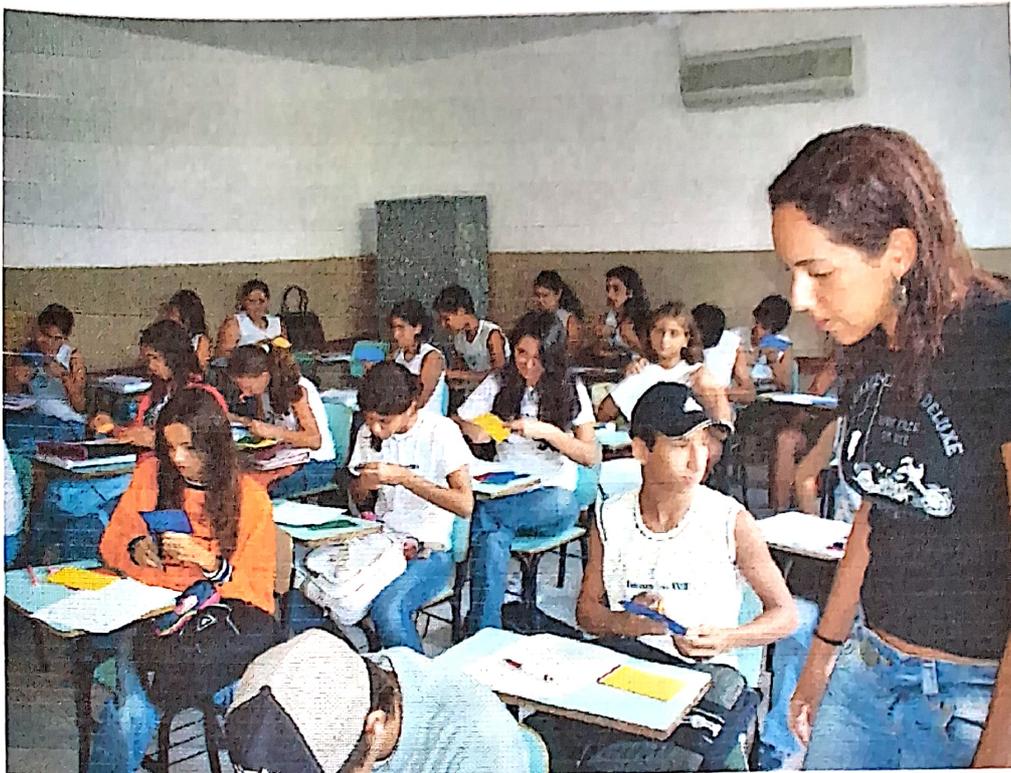


Figura 1: Recortes das cartolinas no desenvolvimento da atividade prática

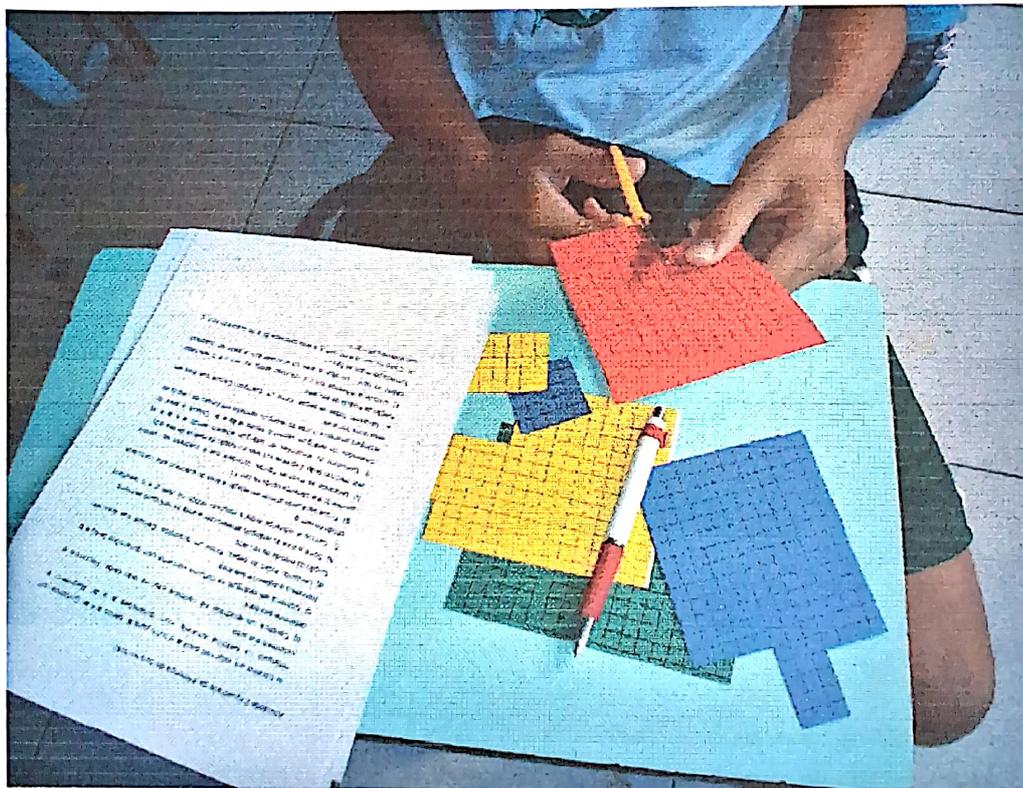


Figura 2: Recortes de um dos alunos que pede por nosso auxílio

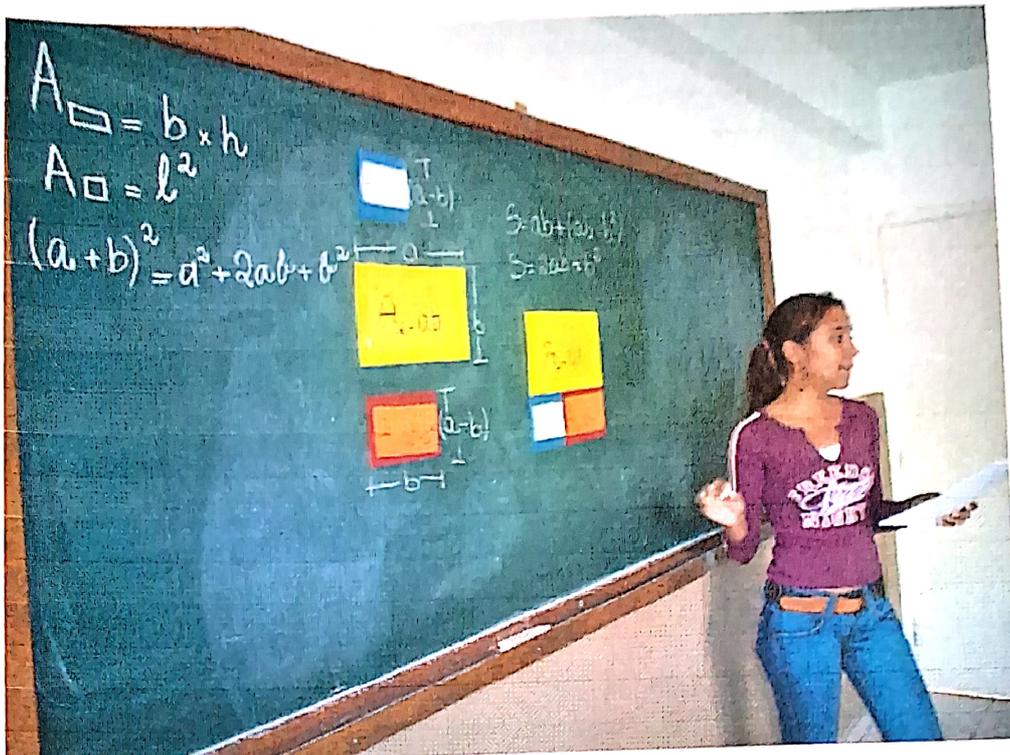


Figura 3: Desenvolvimento da atividade prática no quadro

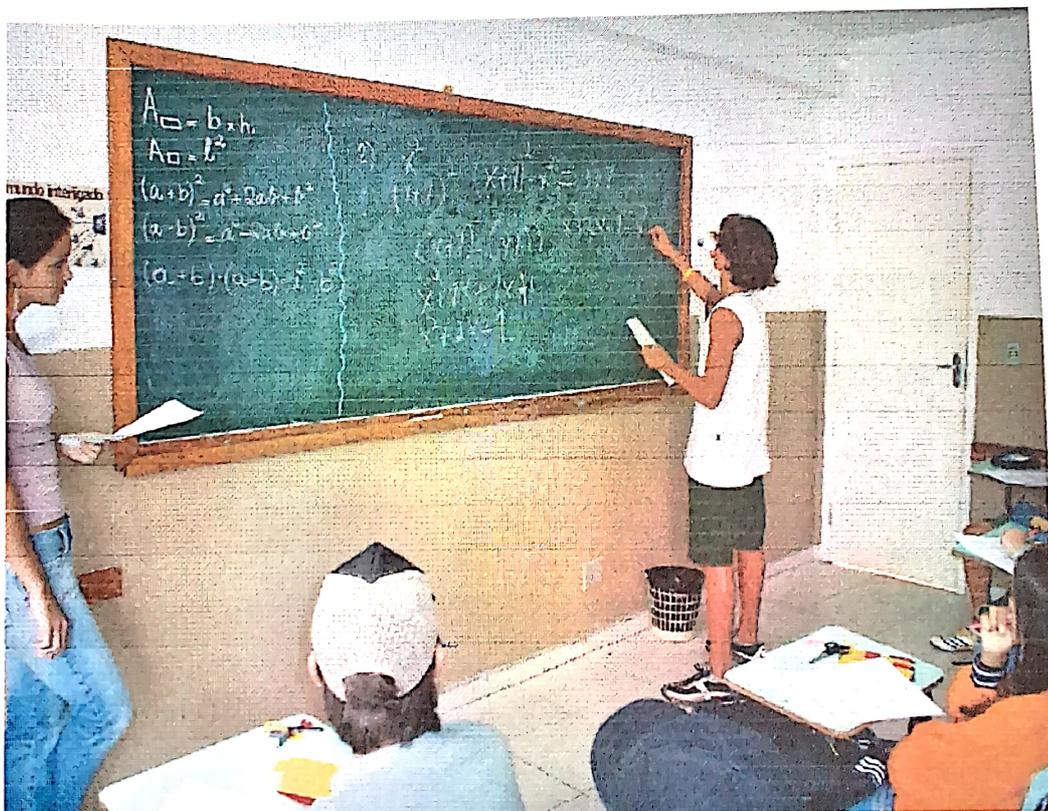


Figura 4: Resolução de uma questão da atividade de aplicação por um aluno da turma

Nome: _____
 Nº: _____
 Data: _____

Estas atividades fazem parte do currículo de Matemática do 5º ano e têm como objetivo o desenvolvimento de habilidades relacionadas ao estudo da área de figuras planas.

PROPOSTAS DE ATIVIDADES

Objetivo: Para realizar as atividades, considere as seguintes condições:

Atividade 1 (30 minutos)

ANEXO IV

- a) Construa um quadrado com lado de 10 cm e um retângulo com base de 10 cm e altura de 5 cm. Calcule a área de cada um deles.
- b) Construa dois retângulos adjacentes com base de 10 cm e altura de 5 cm. Calcule a área de cada um deles e a área total formada pelos dois retângulos.
- c) Calcule a área de cada um dos retângulos obtidos em b) somando as áreas de cada um deles.
- d) Observe que a soma das áreas dos retângulos obtidos em b) é igual à área do quadrado obtido em a). Isso acontece porque a soma das áreas dos retângulos é igual à área do quadrado.
- e) Calcule a área de cada um dos retângulos obtidos em b) multiplicando a base pela altura.
- f) Calcule a área de cada um dos retângulos obtidos em b) somando as áreas de cada um deles.
- g) Calcule a área de cada um dos retângulos obtidos em b) multiplicando a base pela altura.

Nome: _____

Estas atividades foram elaboradas por Aline Rocha, Karine Calil e Luana Vieira, para o desenvolvimento de um projeto no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino na Licenciatura em Matemática do CEFET – Campos.

PRODUTOS NOTÁVEIS

OBS: Para realizar as atividades considere os quadradinhos da cartolina como 1 unidade de área.

Atividade 1 (o quadrado da soma de dois termos)

- Construa um quadrado na cartolina azul e um quadrado menor que este, na cartolina amarela. Recorte-os.
- Construa dois retângulos congruentes, um na cartolina vermelha e outro na cartolina verde, cujas dimensões são as medidas de cada lado dos quadrados feitos no item anterior. Recorte-os.
- Calcule a área de cada figura. Some-as.
- Utilizando todas as peças, forme um quadrado. Calcule sua área em função da medida do seu lado.
- Compare a soma obtida no item c, com a área do quadrado formado no item d. Anote o que você observou.
- Utilizando as mesmas figuras, considere a medida do lado do quadrado maior a e do lado do quadrado menor b. (Observe que nos retângulos as medidas dos lados maiores são iguais a medida do lado do quadrado azul e as medidas dos lados menores são iguais a medida do lado do quadrado amarelo).
- Calcule a área de cada figura, em função das medidas a e b. Some-as.

- h) Utilizando todas as peças, forme um quadrado. Indique a medida de seu lado e, em seguida, calcule a sua área em função da medida de seu lado.
- i) Sabendo que o quadrado formado no item h é composto pelas figuras do item g, o que se pode afirmar?

FOLHA DE RESPOSTAS (atividade 1)

- a) Quadrado azul Quadrado amarelo
- Medida do lado = 2.2 • Medida do lado = 1.1

- b) Retângulo verde e Retângulo vermelho
- Medida da base (lado do quadrado azul) = 2.2
 - Medida da altura (lado do quadrado amarelo) = 1.1

- c) Área do quadrado azul = 2.2 = 4
- Área do quadrado amarelo = 1.1 = 1
- Área do retângulo verde = 2.1 = 2
- Área do retângulo vermelho = 2.1 = 2



- Soma das áreas = 9

- d) Medida do lado = 3.3 = 9
- Área = 3.3 = 9

e) Observação: A área dos dois são iguais.

- f) Quadrado azul: Quadrado amarelo:
- Medida do lado = b • Medida do lado = a

- Retângulo verde e Retângulo vermelho
- Medida da base (lado do quadrado azul) = b
 - Medida da altura (lado do quadrado amarelo) = a

g) Área do quadrado azul = B^2

Área do quadrado amarelo = A^2

Área do retângulo verde = $A \cdot B$

Área do retângulo vermelho = $A \cdot B$

$$B^2 + 2AB + A^2$$

• Soma das áreas = $B^2 + 2AB + A^2$

h) Medida do lado do quadrado formado por toda as figuras (em função de a e b):

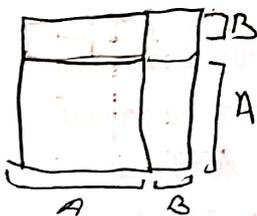
Medida do lado = $A + B$

Área do quadrado formado por todas as figuras em função da medida de seu lado:

Área = $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

i) Observação: que a soma dos lados e a

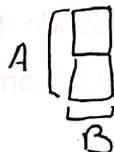
Área são iguais:



$$A_{\square} = (A+B)^2 = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

$$A^2 + 2AB + B^2$$

$A_3 = A \cdot B$



VERDE

AMARELO
 $A_2 = B^2$

AZUL
 $A_1 = A^2$

$A_4 = A \cdot B$

VERMELHO

SOMA = $A_1 + A_2 + A_3 + A_4$

$S = A^2 + AB + AB + B^2$

$S = A^2 + 2AB + B^2$

Atividade 2 (quadrado da diferença de dois termos)

- 4 3
- a) Escolha um valor real para a e outro para b , sendo $a > b$. Construa um retângulo na cartolina amarela, com dimensões a e b . Recorte-o e determine sua área.
- b) Construa um quadrado na cartolina azul de lado $(a-b)$. Recorte-o e determine sua área.
- c) Construa um retângulo na cartolina vermelha com dimensões $(a-b)$ e b . Recorte-o e determine sua área.
- d) Utilizando todas as peças, forme um quadrado. Calcule sua área em função da medida de seu lado.
- e) Some a área do retângulo amarelo com a área do retângulo vermelho.
- f) Calcule a diferença entre o resultado obtido no item d e o resultado obtido no item e.
- g) O que você pode afirmar em relação a área do quadrado azul (calculada no item b) e a diferença obtida no item f?
- h) Utilizando as mesmas figuras, considere que o quadrado azul possui lado medindo $(a-b)$. Expresse sua área em função da medida de seu lado.
- i) Considere as dimensões do retângulo amarelo sendo a e b e as dimensões do retângulo vermelho sendo $(a-b)$ e b . Calcule a área do retângulo amarelo e a área do retângulo vermelho em função da medida de seus lados. Some-as.
- j) Utilizando todas as peças, forme um quadrado. Calcule sua área em função da medida de seu lado.
- k) Calcule a diferença entre o resultado obtido no item j e o resultado obtido no item i, ou seja, a área do quadrado azul a partir do quadrado formado por todas as figuras.
- l) Como no item h e no item k a área calculada foi a do quadrado azul, o que podemos afirmar?

FOLHA DE RESPOSTAS (atividade 2)

a) Retângulo amarelo

$a = 4$ $b = 3$ Área = 12

b) Quadrado azul

$(a-b) = 4-3=1$ Área = $1^2=1$

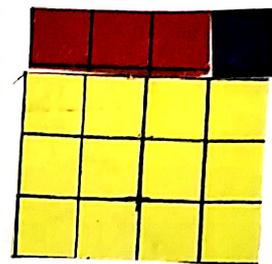
c) Retângulo vermelho

$(a-b) = 4-3=1$ $b = 3$ Área = 3

d) Medida do lado = 4 Área = $4 \cdot 4 = 16$

e) Soma = $4+3+3+1=11$

f) Diferença = 1



g) Observação: A DIFERENÇA ENTRE A ÁREA

DE TODOS É A SOMA DO AMARELO E DO VERMELHO DÁ A
ÁREA AZUL.

h) Quadrado azul:

Área = $(AB)^2$

i) Retângulo amarelo:

Área = AB

Retângulo vermelho:

Área = $(A-B)B = AB - B^2$

Soma: $AB + (AB - B^2) = 2AB - B^2$

j) Medida do lado = A Área = A^2

k) Diferença: $A^2 - 2AB + B^2 = (A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

l) Observação: _____

Atividade 3 (produto da soma pela diferença)

- a) Escolha um valor para a e para b , sendo $a > b$.
- b) Construa um retângulo na cartolina azul cujas dimensões são: $(a-b)$ e a . Recorte-o e determine sua área.
- c) Construa outro retângulo na cartolina vermelha cujas dimensões são: $(a-b)$ e b . Recorte-o e determine sua área.
- d) Construa um quadrado na cartolina amarela de lado b . Recorte-o e determine sua área.
- e) Utilizando o retângulo azul e o retângulo vermelho, forme um novo retângulo. Calcule sua área.
- f) Utilizando a figura azul, amarela e vermelha, forme um quadrado e calcule a área deste quadrado em função da medida de seu lado.
- g) Calcule a diferença entre o resultado obtido no item f e o resultado obtido no item d.
- h) Compare o resultado obtido no item e com o resultado obtido no item f. Anote o que você observou.
- i) Utilizando as mesmas figuras, considere as dimensões do retângulo azul sendo $(a - b)$, com $a > b$, e a .
- j) Considere as dimensões do retângulo vermelho sendo $(a - b)$, com $a > b$, e b .
- k) Considere que o quadrado amarelo possui os lados medindo b . Calcule sua área.
- l) Utilizando os retângulos azul e vermelho, forme um novo retângulo. Calcule sua área.
- m) Utilizando a figura azul, amarela e vermelha, forme um quadrado. Calcule sua área em função da medida do seu lado.
- n) Calcule a diferença entre o resultado obtido no item m e o resultado obtido no item k, ou seja, a área do retângulo formado pelos retângulos azul e vermelho em função da medida do lado do quadrado formado por todas as figuras.

o) Sabendo que tanto no Item l quanto no Item m a área calculada foi a do retângulo formado pelos retângulos azul e vermelho, o que podemos afirmar?

FOLHA DE RESPOSTAS (atividade 3)

a) $a = \underline{5}$ $b = \underline{3}$

b) Retângulo azul:

$(a - b) = \underline{2}$ $a = \underline{5}$ Área = 10

$$f(x) = (x+7)(x-7) = x^2 - 49$$

c) Retângulo vermelho:

$(a - b) = \underline{2}$ $b = \underline{3}$ Área = 6

d) Quadrado amarelo:

$b = \underline{3}$ Área = $3 \cdot 3 = 9$

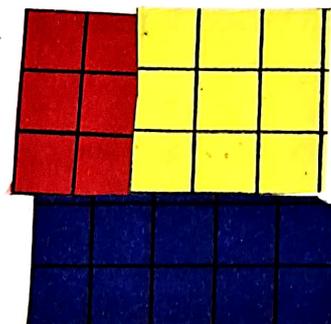
e) Retângulo formado (azul e vermelho):

Área = $2 \cdot 8 = 16$

f) Área = 16

g) Diferença = $16 - 9 = 7$

h) Observação: ~~o~~ a diferença do quadrado azul e amarelo



i) Retângulo azul:

• Medida do lado = $2 \cdot 5 = 10$ - $2 = 3 = 4 = 3$

• Medida do lado = 2,5

• Área = 10

j) Retângulo vermelho:

• Medida do lado = 2.3

• Medida do lado = 3.3

• Área = 6

k) Quadrado amarelo:

• Medida do lado = 3 Área = 3.3 = 9

l) Retângulo formado (azul e vermelho):

• Medida do lado = 2.8 = 16

• Medida do lado = 16

• Área = 16

m) Quadrado formado:

• Medida do lado = 5.5 = 10

• Área = 5.5 = 10

n) Diferença = 1

m) Observação: _____

ATIVIDADES DE APLICAÇÃO

1) Efetue:

$$a) (x+9)^2 = (x+9)(x+9) = x^2 + x9 + x9 + 81 = x^2 + 2x9 = 81$$

$$b) (x-2)^2 = (x-2)(x-2) = x^2 + (-2)x + (-2)x + 4 = x^2 - 4x + 4 = 4$$

$$c) (x-5)(x+5) = x^2 + 5x - 5x - 25 = -25$$

$$x^2 = 4$$

$$x^2 = -25$$

2) Escolhi dois números naturais consecutivos. Elevei cada um ao quadrado. A diferença entre os dois resultados deu 331. Quais foram os números escolhidos?

$$x \text{ e } x+1$$

$$x^2 \text{ e } (x+1)^2$$

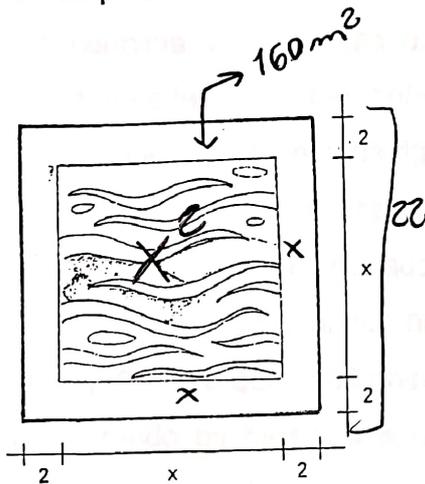
$$(x+1)^2 - x^2 = 331$$

$$x^2 + 2x + 1 - x^2 = 331$$

$$2x = 331 - 1$$

$$330 \div 2 = x = 165 \rightarrow x+1 = 166$$

3) A figura representa a piscina de um clube, vista do alto. Ela é quadrada, ao seu redor há um piso que ocupa uma área de 160 m^2 . Calcule a medida x dos lados da piscina. As medidas são dadas em metros.



$$(x+4)^2 = x^2 + 4x + 4x + 16 = 160$$

$$x^2 - x^2 + 8x + 16 = 160$$

$$8x = 160 - 16$$

$$8x = 144$$

$$x = \frac{144}{8}$$

$$x = 18$$

$$x = 18 \text{ m}$$

Nome: _____

Estas atividades foram elaboradas por Aline Rocha, Karine Calil e Luana Vieira, para o desenvolvimento de um projeto no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino na Licenciatura em Matemática do CEFET – Campos.

PRODUTOS NOTÁVEIS

OBS: Para realizar as atividades considere os quadradinhos da cartolina como 1 unidade de área.

Atividade 1 (o quadrado da soma de dois termos)

- Construa um quadrado na cartolina azul e um quadrado menor que este, na cartolina amarela. Recorte-os.
- Construa dois retângulos congruentes, um na cartolina vermelha e outro na cartolina verde, cujas dimensões são as medidas de cada lado dos quadrados feitos no item anterior. Recorte-os .
- Calcule a área de cada figura . Some-as.
- Utilizando todas as peças, forme um quadrado. Calcule sua área em função da medida do seu lado.
- Compare a soma obtida no item c, com a área do quadrado formado no item d. Anote o que você observou.
- Utilizando as mesmas figuras, considere a medida do lado do quadrado maior a e do lado do quadrado menor b. (Observe que nos retângulos as medidas dos lados maiores são iguais a medida do lado do quadrado azul e as medidas dos lados menores são iguais a medida do lado do quadrado amarelo).
- Calcule a área de cada figura, em função das medidas a e b. Some-as.

g) Área do quadrado azul = a^2

Área do quadrado amarelo = b^2

Área do retângulo verde = $a \cdot b$

Área do retângulo vermelho = $a \cdot b$

• Soma das áreas = $a^2 + 2ab + b^2$ $a^2 + ab + ab + b^2$

h) Medida do lado do quadrado formado por toda as figuras (em função de a e b):

Medida do lado = $a + b$

Área do quadrado formado por todas as figuras em função da medida de seu lado:

Área = $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

i) Observação : Área do quadrado

Atividade 2 (quadrado da diferença de dois termos)

- a) Escolha um valor real para a e outro para b , sendo $a > b$. Construa um retângulo na cartolina amarela, com dimensões a e b . Recorte-o e determine sua área.
- b) Construa um quadrado na cartolina azul de lado $(a-b)$. Recorte-o e determine sua área.
- c) Construa um retângulo na cartolina vermelha com dimensões $(a-b)$ e b . Recorte-o e determine sua área.
- d) Utilizando todas as peças, forme um quadrado. Calcule sua área em função da medida de seu lado.
- e) Some a área do retângulo amarelo com a área do retângulo vermelho.
- f) Calcule a diferença entre o resultado obtido no item d e o resultado obtido no item e.
- g) O que você pode afirmar em relação a área do quadrado azul (calculada no item b) e a diferença obtida no item f?
- h) Utilizando as mesmas figuras, considere que o quadrado azul possui lado medindo $(a-b)$. Expresse sua área em função da medida de seu lado.
- i) Considere as dimensões do retângulo amarelo sendo a e b e as dimensões do retângulo vermelho sendo $(a-b)$ e b . Calcule a área do retângulo amarelo e a área do retângulo vermelho em função da medida de seus lados. Some-as.
- j) Utilizando todas as peças, forme um quadrado. Calcule sua área em função da medida de seu lado.
- k) Calcule a diferença entre o resultado obtido no item j e o resultado obtido no item i, ou seja, a área do quadrado azul a partir do quadrado formado por todas as figuras.
- l) Como no item h e no item k a área calculada foi a do quadrado azul, o que podemos afirmar?

FOLHA DE RESPOSTAS (atividade 2)

a) Retângulo amarelo

$a = 5$ $b = 3$ Área = $5 \cdot 3 = 15$

b) Quadrado azul

$(a-b) = 5-3=2$ Área = $2 \cdot 2 = 4$

c) Retângulo vermelho

$(a-b) = 5-3=2$ $b = 3$ Área = $2 \cdot 3 = 6$

d) Medida do lado = 5 Área = $5 \cdot 5 = 25$

e) Soma = $15+6=21$

f) Diferença = $25-21=4$

g) Observação: Os resultados são iguais.

h) Quadrado azul:

Área = $(a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

i) Retângulo amarelo:

Área = $a \cdot b = ab$

Retângulo vermelho:

Área = $(a-b) \cdot b = ab - b^2$

Soma: $ab + (ab - b^2) = 2ab - b^2$

j) Medida do lado = a Área = $a \cdot a = a^2$

k) Diferença: $a^2 - (2ab - b^2) = a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

l) Observação: Os resultados são iguais.

Atividade 3 (produto da soma pela diferença)

- a) Escolha um valor para a e para b , sendo $a > b$.
- b) Construa um retângulo na cartolina azul cujas dimensões são: $(a-b)$ e a . Recorte-o e determine sua área.
- c) Construa outro retângulo na cartolina vermelha cujas dimensões são: $(a-b)$ e b . Recorte-o e determine sua área.
- d) Construa um quadrado na cartolina amarela de lado b . Recorte-o e determine sua área.
- e) Utilizando o retângulo azul e o retângulo vermelho, forme um novo retângulo. Calcule sua área.
- f) Utilizando a figura azul, amarela e vermelha, forme um quadrado e calcule a área deste quadrado em função da medida de seu lado.
- g) Calcule a diferença entre o resultado obtido no item f e o resultado obtido no item d.
- h) Compare o resultado obtido no item e com o resultado obtido no item f. Anote o que você observou.
- i) Utilizando as mesmas figuras, considere as dimensões do retângulo azul sendo $(a - b)$, com $a > b$, e a .
- j) Considere as dimensões do retângulo vermelho sendo $(a - b)$, com $a > b$, e b .
- k) Considere que o quadrado amarelo possui os lados medindo b . Calcule sua área.
- l) Utilizando os retângulos azul e vermelho, forme um novo retângulo. Calcule sua área.
- m) Utilizando a figura azul, amarela e vermelha, forme um quadrado. Calcule sua área em função da medida do seu lado.
- n) Calcule a diferença entre o resultado obtido no item m e o resultado obtido no item k, ou seja, a área do retângulo formado pelos retângulos azul e vermelho em função da medida do lado do quadrado formado por todas as figuras.

o) Sabendo que tanto no item l quanto no item m a área calculada foi a do retângulo formado pelos retângulos azul e vermelho, o que podemos afirmar?

FOLHA DE RESPOSTAS (atividade 3)

a) $a = \underline{6}$ $b = \underline{4}$

b) Retângulo azul:

$(a - b) = \underline{6 - 4 = 2}$ $a = \underline{6}$ Área = $\underline{2 \cdot 6 = 12}$

c) Retângulo vermelho:

$(a - b) = \underline{6 - 4 = 2}$ $b = \underline{4}$ Área = $\underline{2 \cdot 4 = 8}$

d) Quadrado amarelo:

$b = \underline{4}$ Área = $\underline{4 \cdot 4 = 16}$

e) Retângulo formado (azul e vermelho):

Área = $\underline{2 \cdot 10 = 20}$

f) Área = $\underline{6 \cdot 6 = 36}$

g) Diferença = $\underline{36 - 16 = 20}$

h) Observação: Que a área é igual a diferença.

i) Retângulo azul:

• Medida do lado = $\underline{a - b}$

• Medida do lado = \underline{a}

• Área = $\underline{(a - b) \cdot a} = a^2 - ab$

j) Retângulo vermelho:

• Medida do lado = a

• Medida do lado = $(a-b)$

• Área = $a \cdot (a-b) = a^2 - ab$

k) Quadrado amarelo:

• Medida do lado = b Área = $b \cdot b = b^2$

l) Retângulo formado (azul e vermelho):

• Medida do lado = $a+b$

• Medida do lado = $a-b$

• Área = $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$

m) Quadrado formado:

• Medida do lado = $a-b + b = a$

• Área = a^2

n) Diferença = $a^2 - b^2$

m) Observação: Que a área é igual a diferença.

ATIVIDADES DE APLICAÇÃO

1) Efetue:

$$a) (x+9)^2 = (x+9)(x+9) = x^2 + 9x + 9x + 81 = x^2 + 18x + 81$$

$$b) (x-2)^2 = (x-2)(x-2) = x^2 - 2x - 2x + 4 = x^2 - 4x + 4$$

$$c) (x-5)(x+5) = x^2 + 5x - 5x - 25 = x^2 - 25$$

2) Escolhi dois números naturais consecutivos. Elevei cada um ao quadrado. A diferença entre os dois resultados deu 331. Quais foram os números escolhidos?

$$x \text{ e } x+1 \quad | \quad x^2 \text{ e } (x+1)^2$$

$$x = 165$$

$$x+1 = 165 + 1 = 166$$

$$(x+1)^2 - x^2 = 331$$

$$(x+1)(x+1) = x^2 + 1x + 1x + 1 = x^2 + 2x + 1$$

$$x^2 + 2x + 1 - x^2 = 331$$

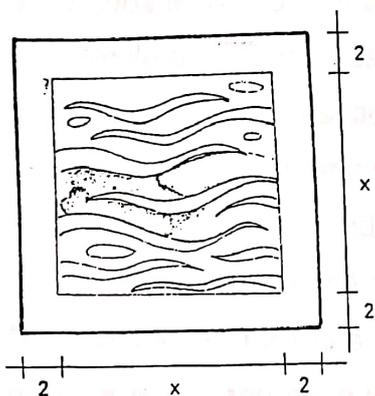
$$2x + 1 = 331$$

$$2x = 331 - 1$$

$$2x = 330$$

$$x = \frac{330}{2} = 165$$

3) A figura representa a piscina de um clube, vista do alto. Ela é quadrada, ao seu redor há um piso que ocupa uma área de 160 m^2 . Calcule a medida x dos lados da piscina. As medidas são dadas em metros.



$$L = x + 4$$

$$(x+4)^2 + x^2 = 160$$

$$(x+4)(x+4) = x^2 + 4x + 4x + 16 = x^2 + 8x + 16$$

$$x^2 + 8x + 16 + x^2 = 160$$

$$8x + 16 = 160$$

$$8x = 160 - 16$$

$$8x = 144$$

$$x = \frac{144}{8}$$

$$x = 18 \text{ m}$$

$$x + 4 = 22 \text{ m}$$