

**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - 4º. PERÍODO**

**TRANSFORMAÇÕES GRÁFICAS DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO  
( II )**

**POR**

**FELIPE EMANOEL**

**FILOMENA DE FÁTIMA DE SOUZA**

**MÔNICA PASSOS ANDRADE**

**RODRIGO BURLA**

**SABRINA NUNES DIAS DA SILVA**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES  
2005.2**

**FELIPE EMANOEL  
FILOMENA DE FÁTIMA DE SOUZA  
MÔNICA PASSOS ANDRADE  
RODRIGO BURLA  
SABRINA NUNES DIAS DA SILVA**

**Projeto apresentado ao Centro Federal  
de Educação Tecnológica de Campos,  
como parte das exigências da disciplina  
de Laboratório de Ensino do Curso de  
Licenciatura em Matemática.**

Orientadora: Ms. Márcia Valéria Azevedo de Almeida Ribeiro

**CAMPOS DOS GOYTACAZES  
2005.2**

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	1
2. DESNVOLVIMENTO.....	2
3. CONCLUSÃO.....	3
4. BIBLIOGRAFIA.....	4
5. ANEXO.....	5

## 1. INTRODUÇÃO

O presente projeto intitulado "Transformações Gráficas das Funções Seno e Cosseno", realizou um estudo das transformações que ocorrem nas devidas funções, utilizando como objeto de auxílio para a aprendizagem o *software* matemático *Winplot*, *software* este que é utilizado para plotar gráficos de funções.

Este projeto foi desenvolvido na disciplina Laboratório de Ensino de Matemática, com duração de três semestres. Em primeira instância este foi apresentado para os alunos da própria turma da graduação a fim de fazer uma análise para verificação do entendimento das atividades e correção de possíveis falhas, e posteriormente a aplicação do mesmo se deu ao final do terceiro período da licenciatura para alunos da 2.<sup>a</sup> Série do Ensino Médio desta instituição.

Este projeto teve com enfoque principal levar o aluno a comparar as transformações gráficas ocorridas em funções do tipo  $g(x) = c.\text{sen}x$  e  $g(x) = \text{sen}(kx)$  em relação à função  $f(x) = \text{sen}x$ , bem como em funções do tipo  $g(x) = k.\text{cos}x$  e  $g(x) = \text{cos}(kx)$  em relação à função  $f(x) = \text{cos}x$ .

Este projeto foi desenvolvido nas seguintes etapas: i) reconhecimento do *software Winplot*; ii) resolução de atividades com o auxílio do *software*; iii) resolução de atividades de fixação sem o auxílio do *software*.

## 2. DESENVOLVIMENTO

Com o intuito de ajudar os alunos da licenciatura a orientadora iniciou um estudo de funções para que pudéssemos obter um melhor conhecimento sobre o assunto a ser trabalhado, tornando-nos aptos a desenvolver o projeto. A partir de então foram realizadas pesquisas *on-line* e também em livros, sendo tais pesquisas muito proveitosas.

A partir das pesquisas começamos a preparação das atividades com o objetivo de realizar uma aula que despertasse a atenção dos alunos e para isso, utilizamos recursos tecnológicos.

Este trabalho teve o objetivo de colaborar com o processo de aprendizagem dos alunos sobre o estudo das transformações gráficas ocorridas nas funções através das atividades elaboradas. Estas levaram o aluno a observar que se uma função seno ou cosseno é multiplicada por uma constante ou tem seu coeficiente multiplicado por uma constante ocorrem diversas modificações, abrangendo também imagem e período das funções.

Para a compreensão e visualização das transformações, foi necessário o uso do *software* winplot, que facilitou e agilizou a construção dos gráficos e as observações.

### 3. CONCLUSÃO

Através da realização das atividades os alunos puderam fazer diversas observações, dentre elas destacamos: a imagem da função varia de acordo com o número que multiplica o  $\sin x$  ou  $\cos x$ . Com as questões 4 e 9 da ficha de atividades, os alunos perceberam que o período resultava em  $2\pi$  dividido pelo coeficiente do  $x$ .

Ao término da resolução das questões 11 e 12 a serem resolvidas sem o auxílio do *software*, os alunos conseguiram respondê-las satisfatoriamente podendo verificá-las e corrigi-las em caso de erro, utilizando o *software*.

Eles comentaram que já tinham trabalhado alguns gráficos em trigonometria usando apenas lápis e papel, e nunca tinham utilizado o *winplot* ou qualquer outro *software* para plotar gráficos.

Esperamos que o presente projeto tenha sido de grande utilidade, já que os alunos apresentaram um desempenho satisfatório contribuindo com sua aprendizagem visto que o *winplot* é um programa de fácil manuseio.

Para nós, enquanto futuros professores, este projeto contribuiu para o nosso crescimento profissional.

#### 4. BIBLIOGRAFIA

PAIVA, Manoel.. *Matemática Volume Único*. 1ª. Ed. São Paulo: Moderna.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRICO, Roberto.  
*Matemática Volume Único*, São Paulo: Atual, 2002.

BEZERRA, Manoel Jairo; "JOTA", José Carlos Putnoki. *Novo Bezerra Matemática*  
2º. *Grau Volume Único*, 4ª. Ed. São Paulo: Scipione, 1997.

Sites

<http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/trigonometria.htm>

<http://www.icmc.usp.br/~andcarva/sma301/calculo1c/node14.html>

ANEXO I  
CONTÍDUOS

# **ANEXO I**

## **ATIVIDADES**





CEFET  
CAMPOS

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

Universidade da Tecnologia e do Trabalho

LABORATÓRIO DE ENSINO

ALUNO: \_\_\_\_\_



2.º SEMESTRE/2005

### ATIVIDADES

1- Utilizando o *Winplot*, represente graficamente a função  $f(x) = \text{sen}x$  (digite  $\sin(x)$ ).

1.1- Observe o gráfico traçado e responda:

a) Qual é o conjunto imagem da função?

b) A função é periódica? Em caso afirmativo dê o seu período.

2- Sejam as funções:

$$f(x) = \text{sen}x$$

$$g(x) = 2 \text{sen}x$$

$$h(x) = 3 \text{sen}x$$

$$w(x) = \frac{1}{2} \text{sen}x$$

$$s(x) = \frac{3}{2} \text{sen}x$$

2.1- Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções  $f$ ,  $g$ ,  $h$ ,  $w$  e  $s$ . Observando os gráficos esboçados dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

3- Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções dadas. Compare os gráficos esboçados em cada item e dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

a)  $f(x) = \text{sen}x$        $g(x) = -\text{sen}x$

b)  $f(x) = 2 \text{sen}x$        $g(x) = -2\text{sen}x$

c)  $f(x) = 3\text{sen}x$        $g(x) = -3\text{sen}x$

d)  $f(x) = \frac{1}{2} \text{sen}x$        $g(x) = -\frac{1}{2} \text{sen}x$

e)  $f(x) = \frac{3}{2} \text{sen}x$        $g(x) = -\frac{3}{2} \text{sen}x$

4- Dadas as funções:

$$f(x) = \text{sen}x$$

$$g(x) = \text{sen}(2x)$$

$$h(x) = \text{sen}(4x)$$

$$w(x) = \text{sen}\left(\frac{1}{2}x\right)$$

4.1) Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções  $f$ ,  $g$ ,  $h$  e  $w$ . Observando os gráficos esboçados dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

5) Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções dadas. Compare os gráficos esboçados em cada item e dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

a)  $f(x) = \text{sen}x$        $g(x) = \text{sen}(-x)$

b)  $f(x) = \text{sen}(2x)$        $g(x) = \text{sen}(-2x)$

c)  $f(x) = \text{sen}\left(\frac{1}{2}x\right)$        $g(x) = \text{sen}\left(-\frac{1}{2}x\right)$



9- Sejam as funções:

$$f(x) = \cos x$$

$$g(x) = \cos(2x)$$

$$h(x) = \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$$

9.1- Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções  $f$ ,  $g$  e  $h$ . Observando os gráficos esboçados dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

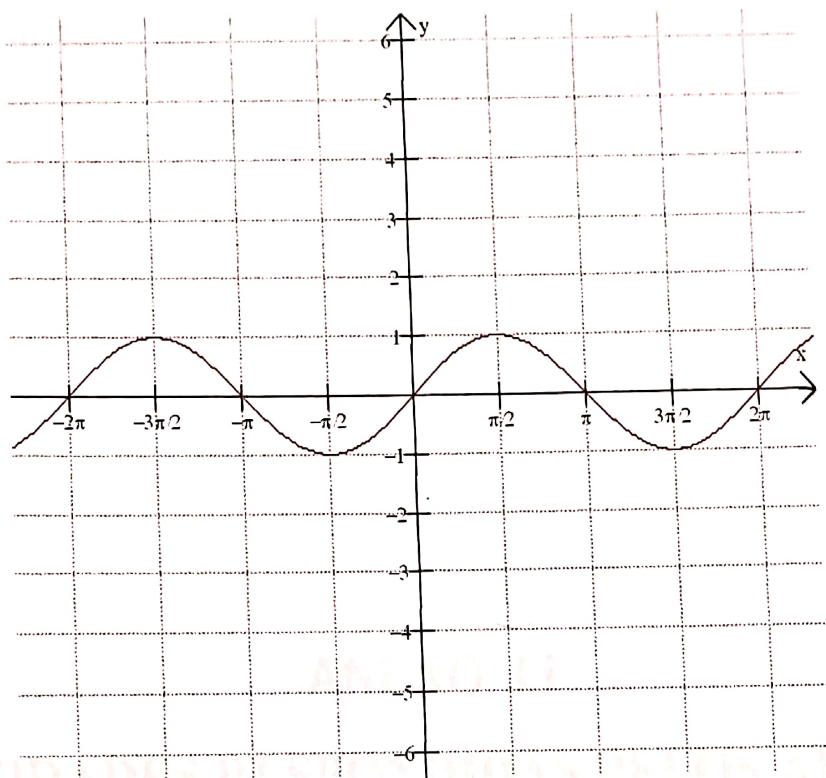
10- Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções dadas em cada item. Compare os gráficos esboçados e dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

a)  $f(x) = \cos x$        $g(x) = \cos(-x)$

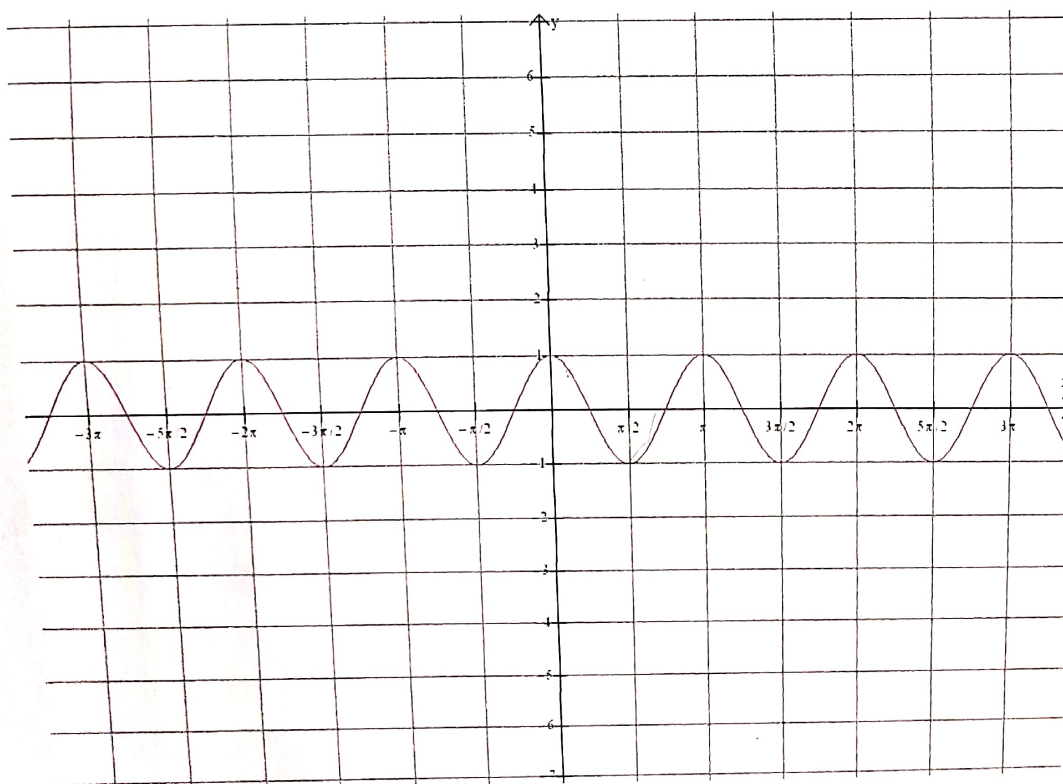
b)  $f(x) = \cos(2x)$        $g(x) = \cos(-2x)$

c)  $f(x) = \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$        $g(x) = \cos\left(-\frac{1}{2}x\right)$

11- A partir do gráfico da função  $f(x) = \text{sen}x$ , traçado a seguir, esboce o gráfico da função  $g(x) = -4\text{sen}(x)$ .



12- O gráfico abaixo é de uma função do tipo  $f(x) = \cos(cx)$ . Observe-o e dê o valor de  $c$ .



## **ANEXO II**

### **ATIVIDADES RESPONDIDAS PELOS ALUNOS**

## ATIVIDADES

1- Utilizando o *Winplot*, represente graficamente a função  $f(x) = \text{senx}$  (digite  $\text{sin}(x)$ ).

1.1- Observe o gráfico traçado e responda:

a) Qual é o conjunto imagem da função?

$$\text{Im} = [-1, 1]$$

b) A função é periódica? Em caso afirmativo dê o seu período.

$$\text{Per}, 2\pi$$

2- Sejam as funções:

$$f(x) = \text{senx} \quad \text{Im} = [-1, 1] \quad P = 2\pi$$

$$g(x) = 2 \text{senx} \quad \text{Im} = [-2, 2] \quad P = 2\pi$$

$$h(x) = 3 \text{senx} \quad \text{Im} = [-3, 3] \quad P = 2\pi$$

$$w(x) = \frac{1}{2} \text{senx} \quad \text{Im} = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \quad P = 2\pi$$

$$s(x) = \frac{3}{2} \text{senx} \quad \text{Im} = [-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}] \quad P = 2\pi$$

2.1- Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções  $f$ ,  $g$ ,  $h$ ,  $w$  e  $s$ . Observando os gráficos esboçados dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

3- Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções dadas. Compare os gráficos esboçados em cada item e dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

a)  $f(x) = \text{sen}x$   
 $\text{Im} = [-1, 1]$   $p = 2\pi$

$g(x) = -\text{sen}x$   
 $\text{Im} = [-1, 1]$   $p = 2\pi$

b)  $f(x) = 2 \text{sen}x$   
 $\text{Im} = [-2, 2]$   $p = 2\pi$

$g(x) = -2 \text{sen}x$   
 $\text{Im} = [-2, 2]$   $p = 2\pi$

c)  $f(x) = 3 \text{sen}x$   
 $\text{Im} = [-3, 3]$   $p = 2\pi$

$g(x) = -3 \text{sen}x$   
 $\text{Im} = [-3, 3]$   $p = 2\pi$

d)  $f(x) = \frac{1}{2} \text{sen}x$   
 $\text{Im} = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$   $p = 2\pi$

$g(x) = -\frac{1}{2} \text{sen}x$   
 $\text{Im} = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$   $p = 2\pi$

e)  $f(x) = \frac{3}{2} \text{sen}x$   
 $\text{Im} = [-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$   $p = 2\pi$

$g(x) = -\frac{3}{2} \text{sen}x$   
 $\text{Im} = [-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$   $p = 2\pi$

4- Dadas as funções:

$f(x) = \text{sen}x$   $\text{Im} = [-1, 1]$   $p = 2\pi$

$g(x) = \text{sen}(2x)$   $\text{Im} = [-1, 1]$   $p = \pi$  comprimiu

$h(x) = \text{sen}(4x)$   $\text{Im} = [-1, 1]$   $p = \frac{\pi}{2}$  comprimiu

$w(x) = \text{sen}(\frac{1}{2}x)$   $\text{Im} = [-1, 1]$   $p = 4\pi$  dilatou

4.1) Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções f, g, h e w. Observando os gráficos esboçados dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

5) Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções dadas. Compare os gráficos esboçados em cada item e dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

a)  $f(x) = \text{sen}x$   
 $\text{Im} = [-1, 1]$   $p = 2\pi$

$g(x) = \text{sen}(-x)$   
 $\text{Im} = [-1, 1]$   $p = 2\pi$

b)  $f(x) = \text{sen}(2x)$   
 $\text{Im} = [-1, 1]$   $p = \pi$

$g(x) = \text{sen}(-2x)$   
 $\text{Im} = [-1, 1]$   $p = \pi$

c)  $f(x) = \text{sen}(\frac{1}{2}x)$   
 $\text{Im} = [-1, 1]$   $p = 4\pi$

$g(x) = \text{sen}(-\frac{1}{2}x)$   
 $\text{Im} = [-1, 1]$   $p = 4\pi$

Quando  $K > 1$  ou  $K < -1$  o período diminui.

Quando  $0 < K < 1$  o período aumenta.

$P = \frac{2\pi}{K}$



6- Utilizando o *Winplot*, represente graficamente a função  $f(x) = \cos x$  (digite  $\cos(x)$ ).

6.1) Observe o gráfico traçado e responda:

a) Qual é o conjunto imagem da função?

$$\text{Im} = [-1, 1]$$

b) A função é periódica? Em caso afirmativo dê o seu período.

$$p = 2\pi$$

7- Sejam as funções:

$$f(x) = \cos x \quad \text{Im} = [-1, 1] \quad p = 2\pi$$

$$g(x) = 3 \cos x \quad \text{Im} = [-3, 3] \quad p = 2\pi$$

$$h(x) = \frac{1}{2} \cos x \quad \text{Im} = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \quad p = 2\pi$$

7.1- Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções f, g e h. Observando os gráficos esboçados dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

8- Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções dadas. Compare os gráficos esboçados em cada item e dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

a)  $f(x) = \cos x$   
 $\text{Im} = [-1, 1] \quad p = 2\pi$

$g(x) = -\cos x$   
 $\text{Im} = [-1, 1] \quad p = 2\pi$

b)  $f(x) = 3 \cos x$   
 $\text{Im} = [-3, 3] \quad p = 2\pi$

$g(x) = -3 \cos x$   
 $\text{Im} = [-3, 3] \quad p = 2\pi$

c)  $f(x) = \frac{1}{2} \cos x$

$g(x) = -\frac{1}{2} \cos x$

$\text{Im} = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \quad p = 2\pi$

$\text{Im} = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \quad p = 2\pi$

Funções opostas apresentam mesmo período e mesma imagem.

é constante a parte da função altera a imagem.

9- Sejam as funções:

$$f(x) = \cos x \quad \text{Im} = [-1, 1] \quad p = 2\pi$$

$$g(x) = \cos(2x) \quad \text{Im} = [-1, 1] \quad p = \pi$$

$$h(x) = \cos\left(\frac{1}{2}x\right) \quad \text{Im} = [-1, 1] \quad p = 4\pi$$

9.1- Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções  $f$ ,  $g$  e  $h$ . Observando os gráficos esboçados dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

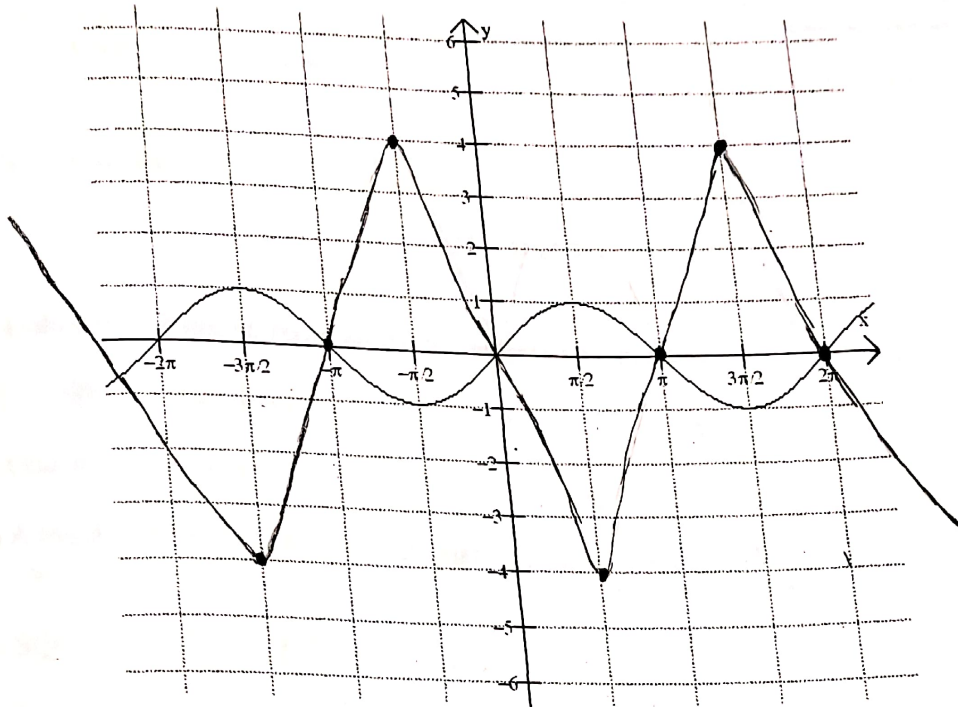
10- Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções dadas em cada item. Compare os gráficos esboçados e dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

$$\text{a) } f(x) = \cos x \quad g(x) = \cos(-x) \\ \text{Im} = [-1, 1] \quad p = 2\pi \quad \text{Im} = [-1, 1] \quad p = 2\pi$$

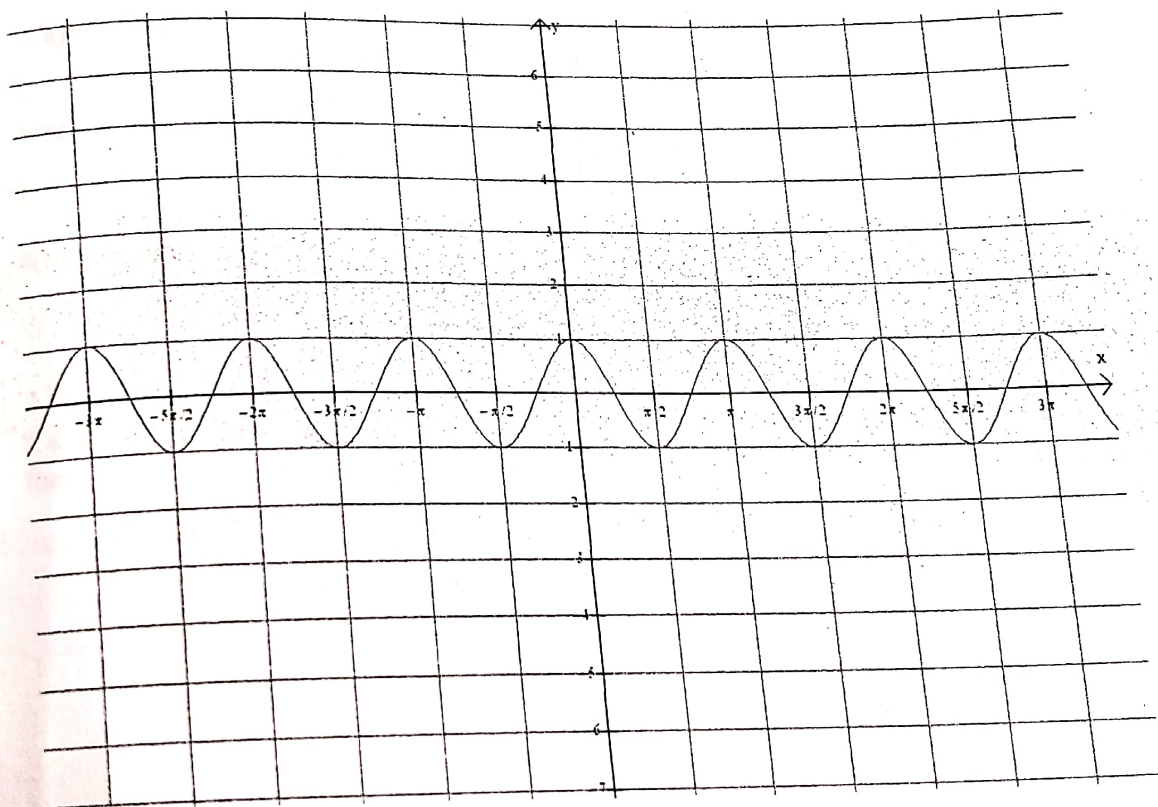
$$\text{b) } f(x) = \cos(2x) \quad g(x) = \cos(-2x) \\ \text{Im} = [-1, 1] \quad p = \pi \quad \text{Im} = [-1, 1] \quad p = \pi$$

$$\text{c) } f(x) = \cos\left(\frac{1}{2}x\right) \quad g(x) = \cos\left(-\frac{1}{2}x\right) \\ \text{Im} = [-1, 1] \quad p = 4\pi \quad \text{Im} = [-1, 1] \quad p = 4\pi$$

11- A partir do gráfico da função  $f(x) = \text{sen}x$ , traçado a seguir, esboce o gráfico da função  $g(x) = -4\text{sen}(x)$ .



12- O gráfico abaixo é de uma função do tipo  $f(x) = \cos(cx)$ . Observe-o e dê o valor de  $c$ .



$$P = \frac{2\pi}{c}$$

$$\pi = \frac{2\pi}{c}$$

$$c = \frac{2\pi}{\pi}$$

$$c = 2$$

$$f(x) = \cos(2x)$$

ATIVIDADES

1- Utilizando o *Winplot*, represente graficamente a função  $f(x) = \text{sen}x$  (digite  $\text{sin}(x)$ ).

1.1- Observe o gráfico traçado e responda:

a) Qual é o conjunto imagem da função?  $i = [-1, 1]$

b) A função é periódica? Em caso afirmativo dê o seu período.  
Res.  $2\pi$

2- Sejam as funções:

	período	imagem
$f(x) = \text{sen}x$	$2\pi$	$[-1, 1]$
$g(x) = 2 \text{sen}x$	$2\pi$	$[-2, 2]$
$h(x) = 3 \text{sen}x$	$2\pi$	$[-3, 3]$
$w(x) = \frac{1}{2} \text{sen}x$	$2\pi$	$[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$
$s(x) = \frac{3}{2} \text{sen}x$	$2\pi$	$[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$

2.1- Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções  $f$ ,  $g$ ,  $h$ ,  $w$  e  $s$ . Observando os gráficos esboçados dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

3- Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções dadas. Compare os gráficos esboçados em cada item e dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

a)  $f(x) = \text{sen}x$        $g(x) = -\text{sen}x$  contínua e mesma. Período  $2\pi$  e Imagem  $[-1, 1]$

b)  $f(x) = 2 \text{sen}x$        $g(x) = -2 \text{sen}x$  contínua e mesma. Período  $2\pi$  e Imagem  $[-2, 2]$

c)  $f(x) = 3 \text{sen}x$        $g(x) = -3 \text{sen}x$  contínua e mesma. Período  $2\pi$  e Imagem  $[-3, 3]$

d)  $f(x) = \frac{1}{2} \text{sen}x$        $g(x) = -\frac{1}{2} \text{sen}x$  contínua e mesma. Período  $2\pi$  e Imagem  $[\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}]$

e)  $f(x) = \frac{3}{2} \text{sen}x$        $g(x) = -\frac{3}{2} \text{sen}x$  contínua e mesma. Período  $2\pi$  e Imagem  $[\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}]$

Observa-se que as funções quando estão inversas em relação a outra se dão como uma reflexão.

4- Dadas as funções:

	período	Imagem
$f(x) = \text{sen}x$	$2\pi$	$[-1, 1]$
$g(x) = \text{sen}(2x)$	$\pi$	$[-1, 1]$
$h(x) = \text{sen}(4x)$	$\frac{\pi}{2}$	$[-1, 1]$
$w(x) = \text{sen}(\frac{1}{2}x)$	$4\pi$	$[-1, 1]$

Se muda o período quando muda o coeficiente de  $x$ .

4.1) Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções  $f$ ,  $g$ ,  $h$  e  $w$ . Observando os gráficos esboçados dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

5) Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções dadas. Compare os gráficos esboçados em cada item e dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

a)  $f(x) = \text{sen}x$        $g(x) = \text{sen}(-x)$  contínua e mesma. Período  $2\pi$  e Imagem  $[-1, 1]$

b)  $f(x) = \text{sen}(2x)$        $g(x) = \text{sen}(-2x)$  contínua e mesma. Período  $\pi$  e Imagem  $[-1, 1]$

c)  $f(x) = \text{sen}(\frac{1}{2}x)$        $g(x) = \text{sen}(-\frac{1}{2}x)$  contínua e mesma. Período  $4\pi$  e Imagem  $[-1, 1]$

Observa-se que quanto maior o coeficiente de  $x$  menor o período e quanto menor, maior o período.

Ve-se queo reflexão é mantido.

6- Utilizando o *Winplot*, represente graficamente a função  $f(x) = \cos x$  (digite  $\cos(x)$ ).

6.1) Observe o gráfico traçado e responda:

a) Qual é o conjunto imagem da função?  $[-1, 1]$

b) A função é periódica? Em caso afirmativo dê o seu período.  
sim.  $2\pi$

7- Sejam as funções:

	período	imagem
$f(x) = \cos x$	$2\pi$	$[-1, 1]$
$g(x) = 3 \cos x$	$2\pi$	$[-3, 3]$
$h(x) = \frac{1}{2} \cos x$	$2\pi$	$[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

7.1- Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções  $f$ ,  $g$  e  $h$ . Observando os gráficos esboçados dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

8- Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções dadas. Compare os gráficos esboçados em cada item e dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

a)  $f(x) = \cos x$        $g(x) = -\cos x$  contínuo e ímpar. Período  $2\pi$  e imagem  $[-1, 1]$

b)  $f(x) = 3 \cos x$        $g(x) = -3 \cos x$  contínuo e ímpar. Período  $2\pi$  e imagem  $[-3, 3]$

c)  $f(x) = \frac{1}{2} \cos x$        $g(x) = -\frac{1}{2} \cos x$  contínuo e ímpar. Período  $2\pi$  e imagem  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

Também nas funções cosseno a inversão ocorre como reflexão.

É mudado-se apenas a imagem pois o coeficiente é contínuo.

9- Sejam as funções:

	período	imagem
$f(x) = \cos x$	$2\pi$	$[-1, 1]$
$g(x) = \cos(2x)$	$\pi$	$[-1, 1]$
$h(x) = \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$	$4\pi$	$[-1, 1]$

9.1- Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções  $f$ ,  $g$  e  $h$ . Observando os gráficos esboçados dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

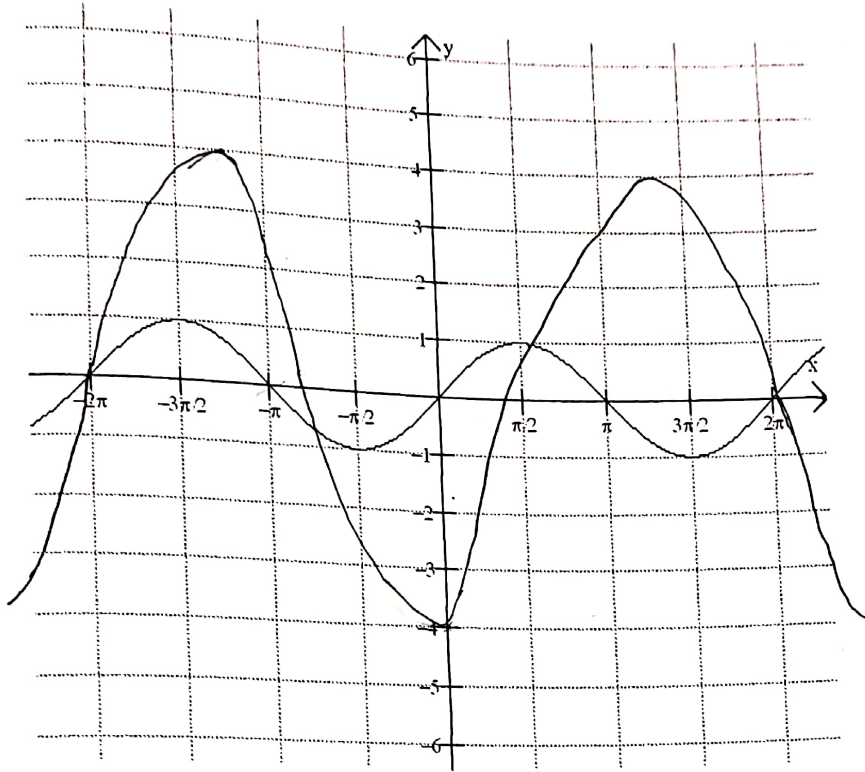
10- Utilizando o *Winplot*, represente num mesmo sistema de eixos os gráficos das funções dadas em cada item. Compare os gráficos esboçados e dê o período e o conjunto-imagem de cada função.

a)  $f(x) = \cos x$        $g(x) = \cos(-x)$  coincidem. período  $2\pi$  e imagem  $[-1, 1]$

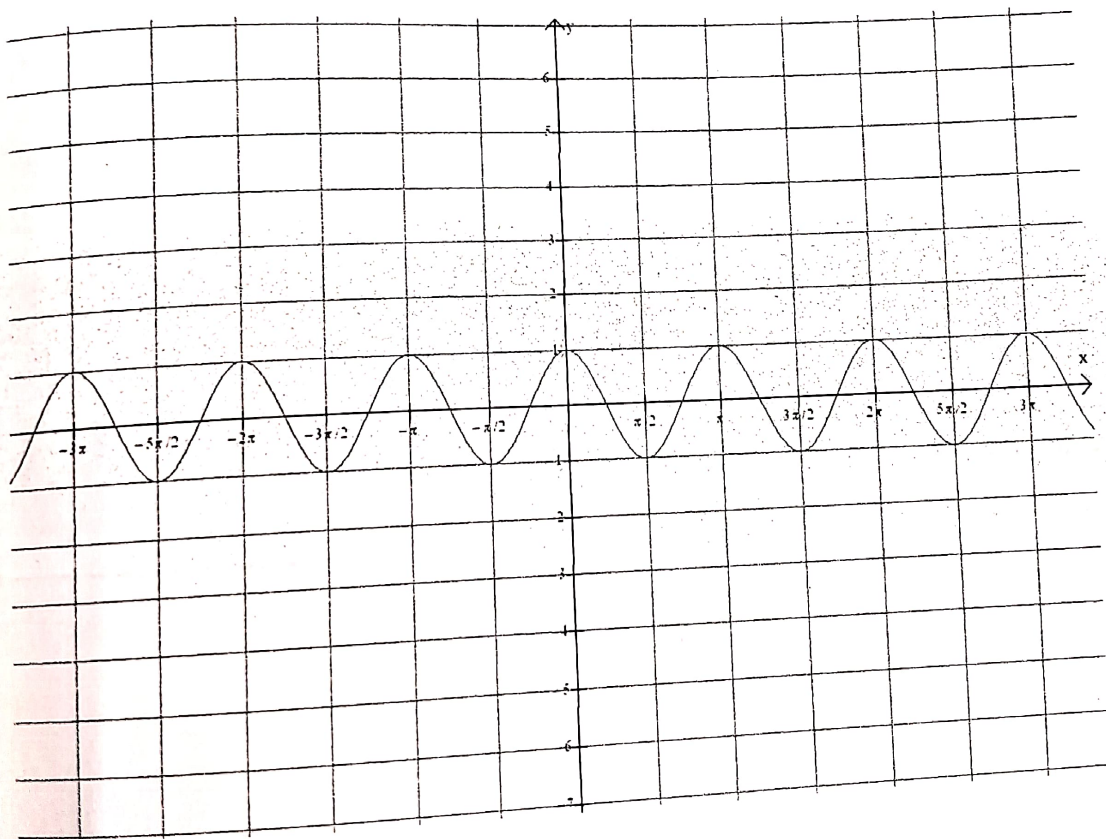
b)  $f(x) = \cos(2x)$        $g(x) = \cos(-2x)$  coincidem. período  $\pi$  e imagem  $[-1, 1]$

c)  $f(x) = \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$        $g(x) = \cos\left(-\frac{1}{2}x\right)$  coincidem. período  $4\pi$  e imagem  $[-1, 1]$

11- A partir do gráfico da função  $f(x) = \text{sen}x$ , traçado a seguir, esboce o gráfico da função  $g(x) = 4\text{sen}(x)$ .



12- O gráfico abaixo é de uma função do tipo  $f(x) = \cos(cx)$ . Observe-o e dê o valor de  $c$ .



$c = 2$