

ANA PAULA FLOR PEIXOTO
FERNANDA ALMEIDA RIBEIRO DE CASTRO
JULIANA MARIA RANGEL
MICHELE CORREA COSTA
PAULA MACHADO COELHO

FUNÇÕES INVERSAS

Projeto apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos, como parte das exigências da disciplina Laboratório de Ensino de Matemática do curso de licenciatura em matemática.

Orientadora: Ms. Márcia Valéria Azevedo de Almeida Ribeiro

CAMPOS DOS GOYTACAZES /RJ

2006/5/2



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

Universidade da Tecnologia e do Trabalho



CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FUNÇÕES INVERSAS

POR

**ANA PAULA FLOR PEIXOTO
FERNANDA ALMEIDA RIBEIRO DE CASTRO
JULIANA MARIA RANGEL
MICHELE CORREA
PAULA MACHADO**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES /RJ
2006**

Introdução	1
Desenvolvimento	2
Conclusão	3
ANEXOS	4
ATIVIDADES	5
ATIVIDADES RESPONSÁVEIS POR ALUNOS	6
FOTOGRAFIAS	20
BIBLIOGRAFIA	22

...”Atingir a paz total é nossa missão maior como educadores, em particular como educadores matemáticos”.

Ubiratan D’Ambrosio

ÍNDICE

1 – Introdução.....	1
2 – Desenvolvimento.....	2
3 – Conclusão.....	3
ANEXOS.....	4
ATIVIDADES.....	5
ATIVIDADES RESPONDIDAS PELOS ALUNOS.....	9
FOTOGRAFIAS.....	25
BIBLIOGRAFIA.....	28

1- INTRODUÇÃO

O presente projeto tem o intuito de realizar um estudo sobre as Funções Inversas, para tanto utilizaremos recursos tecnológicos. Foram utilizadas pesquisas em sites e livros dos mais diversos autores em busca de aprofundar o estudo sobre as Funções Inversas.

Este projeto foi realizado no Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos – CEFET – Campos.

Trabalhamos o tema usando recursos tecnológicos que viabilizassem a percepção de que o gráfico de uma função bijetora e de sua inversa são simétricos em relação à reta $y = x$.

O programa Winplot foi utilizado para traçar os gráficos das funções trabalhadas, facilitando assim a visualização e agilizando as observações.

Começamos revisando alguns conceitos sobre funções e as propriedades para que a mesma seja bijetora.

O tema foi dividido em dois momentos: no primeiro momento os estudantes fizeram alguns exercícios usando o papel manteiga com o objetivo de identificar pontos simétricos em relação à reta $y = x$. Em seguida, utilizando cartolina, houve uma explicação ilustrativa do plano cartesiano com a reta simétrica. Posteriormente, o trabalho foi desenvolvido através de fichas de atividades que foram resolvidas com o auxílio do software Winplot.

2 – DESENVOLVIMENTO

Durante o segundo período foi feita a escolha do tema para ser pesquisado e aplicado nos dois próximos períodos, primeiramente, com os colegas da nossa turma e depois com alunos do ensino médio, nosso público alvo.

No terceiro período, o tema escolhido "Função Inversa" foi pesquisado e então, foi elaborada uma ficha de atividades, na qual o aluno, utilizando o papel manteiga, percebia através das dobras sobre a reta $y = x$ a simetria dos pontos. Logo depois, seria utilizado o software para que os alunos, da mesma maneira que com o papel manteiga, observassem o que acontece em torno da reta $y = x$.

No quarto período, foi marcada uma data para apresentação teste da ficha de atividades para os alunos da nossa turma. Foram identificados alguns problemas e corrigidos, por isso dá-se o nome de teste exploratório.

Ainda no quarto período, foi marcada a segunda apresentação, sendo esta, com os alunos alvos de nosso projeto.

Oito alunos participaram da aplicação das atividades. Sendo três alunos do 1.º ano do Ensino Médio, dois do 3.º ano do Ensino Médio e três alunos dos Cursos Superiores. Os oito alunos eram estudantes da própria instituição(CEFET CAMPOS).

Três alunos se lembraram de ter visto a função inversa no Ensino Médio.

A aplicação das atividades aconteceu no dia 31/03/2006, no Laboratório de Informática do CEFET.

Os alunos declararam que não conheciam o Winplot. À medida que desenvolviam as atividades eles iam se familiarizando com os comandos.

O objetivo do trabalho foi observar graficamente a função f e sua inversa. Cada aluno tinha a sua disposição um computador para desenvolver as atividades. Os alunos estavam dispostos lado a lado, o que facilitava a troca de experiências entre eles. Quando necessário eles nos solicitavam para esclarecimentos.

3 - CONCLUSÃO

Durante a apresentação do projeto foi possível observar como os alunos gostaram da estrutura das atividades, que eram bastante simples, mas observando-as com um olhar mais atento eram instigantes em termos de conceitos e sua aplicação foi muito importante.

Os alunos estavam atentos às atividades com papel manteiga e com as ferramentas mais simples do programa, para daí, dar início ao trabalho com as atividades que precisavam de mais atenção.

Os estudantes dos cursos superiores relataram que já tinham visto o conteúdo de Função Inversa, porém não da maneira diferenciada que estava sendo apresentada. Ou seja, os alunos aprenderam aquilo que estava no livro didático do Ensino Médio, isto é, a resolução algébrica. O que nós apresentamos neste projeto vai além do tradicional. Apresentamos as transformações gráficas, que é uma maneira mais simples, fácil e diferente de apresentação do mesmo conteúdo, com um diferencial, a percepção do aluno.

ANEXOS

ANEXOS

ACTIVIDADES

ATIVIDADES

1) ...

2) ...

3) ...

ATIVIDADES

1) No papel manteiga, trace a reta $y=x$.

1.1) Marque os pontos $A(3,1)$ e $A'(1,3)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou.

1.2) Marque os pontos $B(-1,2)$ e $B'(2,-1)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou.

1.3) Marque os pontos $C(-4,-1)$ e $C'(-1,-4)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou.

2) Agora, escolha um ponto $P(x,y)$, $x \neq y$ e marque-o no sistema de eixos que se encontra no papel manteiga. A seguir, marque o ponto $P'(y,x)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou.

3) Usando o *winplot*, trace o gráfico da função $f(x)=x$ e marque o ponto $(2,3)$.

3.1) Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione $x=y$ e refletir. Descreva o que você observou.

3.2) Marque o ponto $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$. Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione $x=y$ e refletir. Descreva o que você observou.

3.3) Marque o ponto $(-2,-2)$. Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione $x=y$ e refletir. Descreva o que você observou.

ATIVIDADES

1) Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida por $f(x) = 3x + 1$.

1.1) Determine a função inversa de f .

1.2) Utilizando o *winplot*, represente graficamente as funções f e f^{-1} num mesmo sistema de eixos e também a reta cuja equação é $y = x$.

1.3) Utilizando no *winplot*, os comandos: UM/REFLETIR, selecione , e . O que você observou?

2) Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida por $f(x) = x + 1$.

2.1) Determine a função inversa de f .

2.2) Utilizando o *winplot*, represente graficamente as funções f e f^{-1} num mesmo sistema de eixos e também a reta cuja equação é $y = x$.

2.3) Utilizando no *winplot*, os comandos: UM/REFLETIR, selecione , e . O que você observou?

3) Sejam as funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^*$ definida por $f(x) = 2^x$ e $g: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = \log_2 x$ (digite $\log(x)/\log(2)$).

3.1) Utilizando o *winplot*, represente graficamente as funções f e g num mesmo sistema de eixos e também a reta cuja equação é $y = x$.

3.2) Utilizando no *winplot*, os comandos: UM/REFLETIR, selecione , e . O que você observou?

4) Sejam as funções $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ definida por $f(x) = x^2$ e $g: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ definida por $g(x) = \sqrt{x}$.

4.1) Utilizando o *winplot*, represente graficamente as funções f e g num mesmo sistema de eixos e também a reta cuja equação é $y = x$. Observe que o domínio das funções f e g é o conjunto \mathbb{R}_+ , logo devemos travar intervalo, colocando zero para x_{\min} .

4.2) Utilizando no *winplot*, os comandos: UM/REFLETIR, selecione , e . O que você observou?

ATIVIDADES RESPONDIDAS PELOS ALUNOS

ATIVIDADES

1) No papel manteiga, trace a reta $y=x$.

1.1) Marque os pontos $A(3,1)$ e $A'(1,3)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou. *que os pontos se coincidem*

1.2) Marque os pontos $B(-1,2)$ e $B'(2,-1)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou. *idem*

1.3) Marque os pontos $C(-4,-1)$ e $C'(-1,-4)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou. *os pontos C e C' se coincidem*

2) Agora, escolha um ponto $P(x,y)$, $x \neq y$ e marque-o no sistema de eixos que se encontra no papel manteiga. A seguir, marque o ponto $P'(y,x)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou. *$P(3,4)$ $P'(4,3)$ os pontos P , P' se coincidem*

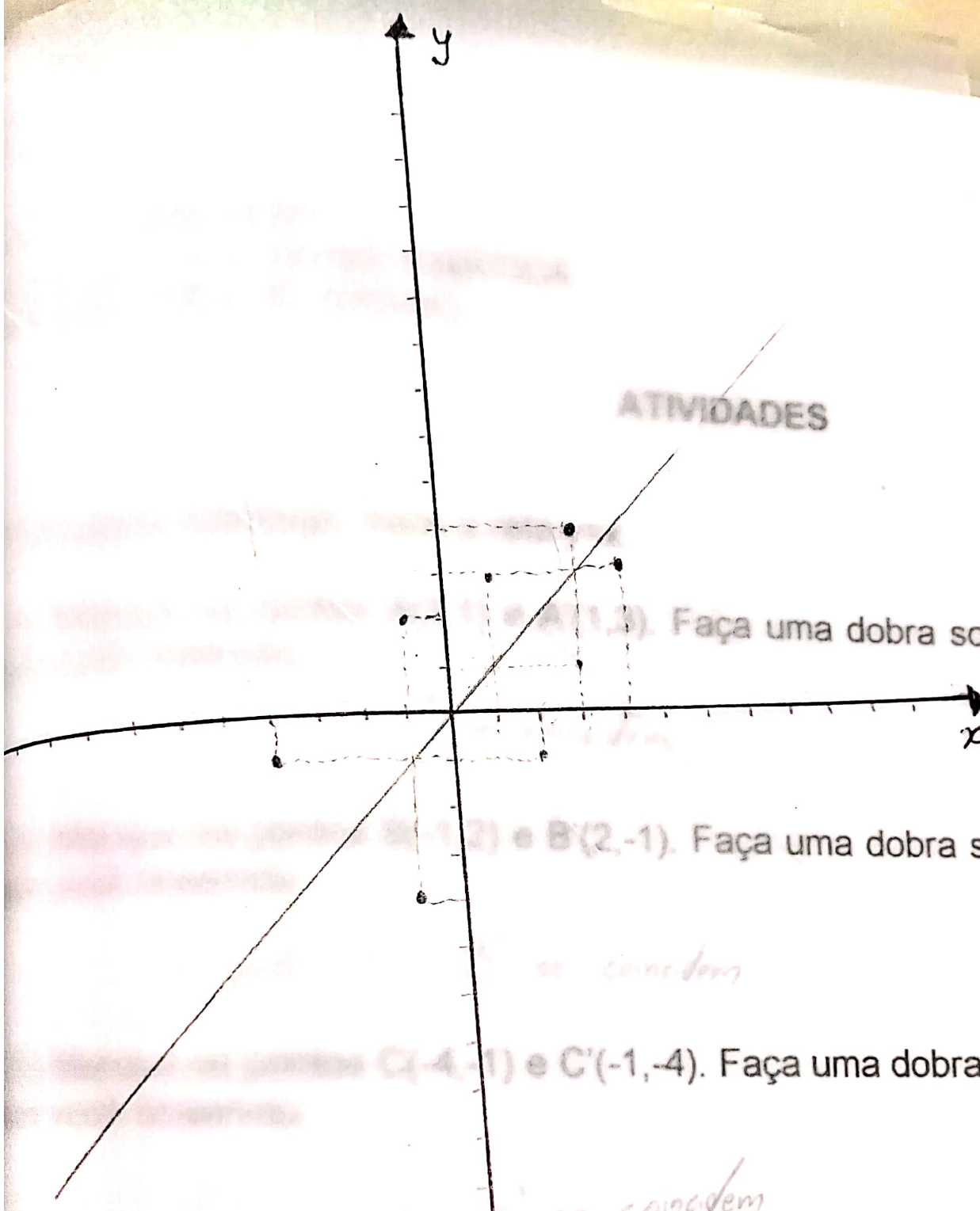
3) Usando o *winplot*, trace o gráfico da função $f(x)=x$ e marque o ponto $(2;3)$.

3.1) Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione $x=y$ e refletir. Descreva o que você observou. *X passou a ter o valor de Y e Y o de X*

3.2) Marque o ponto $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$. Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione $x=y$ e refletir. Descreva o que você observou. *X passou a ter o valor de Y e Y o de X.*

3.3) Marque o ponto $(-2,-2)$. Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione $x=y$ e refletir. Descreva o que você observou. *deu inverso coincideu porque estava sobre a reta do número.*

ATIVIDADES



1) Marque o ponto $A(1,3)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e

2) Marque o ponto $B(2,-1)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e

3) Marque o ponto $C(-4,-1)$ e $C'(-1,-4)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$

Os pontos A e A' se coincidem

Os pontos B e B' se coincidem

4) Escolha um ponto $P(x,y)$, $x \neq y$ e marque-o no sistema de eixos que acabou de montar. A seguir, marque o ponto $P'(y,x)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e observe o que observou.

$P(0,4)$ $P'(4,0)$

Os pontos P e P' se coincidem

5) Usando o winplot, trace o gráfico da função $f(x)=x$ e marque o ponto $(2,2)$

ATIVIDADES

1) No papel manteiga, trace a reta $y=x$.

1.1) Marque os pontos $A(3,1)$ e $A'(1,3)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou.

Os pontos A e A' se coincidem

1.2) Marque os pontos $B(-1,2)$ e $B'(2,-1)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou.

Os pontos B e B' se coincidem

1.3) Marque os pontos $C(-4,-1)$ e $C'(-1,-4)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou.

Os pontos C e C' se coincidem

) Agora, escolha um ponto $P(x,y)$, $x \neq y$ e marque-o no sistema de eixos que se encontra o papel manteiga. A seguir, marque o ponto $P'(y,x)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e escreva o que você observou. $P(0,4)$ $P'(4,0)$

Os pontos P e P' se coincidem

Usando o *winplot*, trace o gráfico da função $f(x)=x$ e marque o ponto $(2,3)$.

1) Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione e .

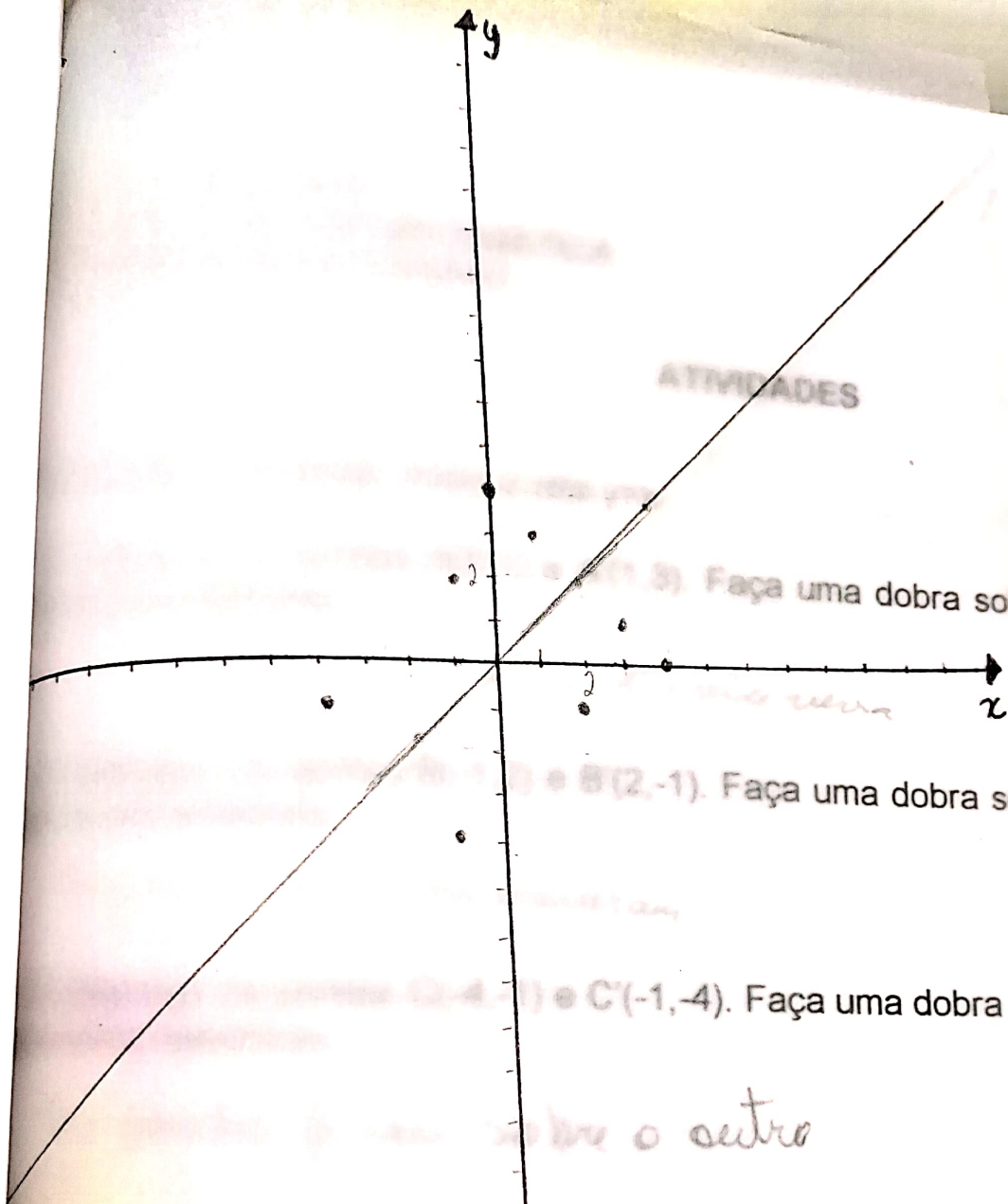
São simétricos em relação à reta $x=y$

2) Marque o ponto $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$. Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione e . Descreva o que você observou.

São simétricos em relação à reta $x=y$

3) Marque o ponto $(-2,-2)$. Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione e . Descreva o que você observou.

Os pontos são coincidentes



ATIVIDADES

8) Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e

9) Faça uma dobra sobre a reta $y=x$

10) Faça uma dobra sobre a reta $y=x$

o outro

$V(3,2), P'(2,3)$

Deu o mesmo resultado da ge

3) Usando o *winplot*, trace o gráfico da função $f(x)=x$ e marque o ponto (2,

3.1) Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione . Descreva o que você observou.

$T(1,2), (3,2)$, em relação a

ATIVIDADES

1) No papel manteiga, trace a reta $y=x$.

1.1) Marque os pontos $A(3,1)$ e $A'(1,3)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou.
O ponto A está sobre A' e vice-versa

1.2) Marque os pontos $B(-1,2)$ e $B'(2,-1)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou.
Os pontos se sobrepuseram

1.3) Marque os pontos $C(-4,-1)$ e $C'(-1,-4)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou.
Um ponto ficou sobre o outro

2) Agora, escolha um ponto $P(x,y)$, $x \neq y$ e marque-o no sistema de eixos que se encontra no papel manteiga. A seguir, marque o ponto $P'(y,x)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou.

$P(3,2), P'(2,3)$

Deu o mesmo resultado da questão 1.1, 1.2 e 1.3

3) Usando o *winplot*, trace o gráfico da função $f(x)=x$ e marque o ponto $(2,3)$.

3.1) Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione $x=y$ e refletir. Descreva o que você observou.

Simetria entre os pontos $(2,3)$ e $(3,2)$, em relação a reta $y=x$.

3.2) Marque o ponto $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$. Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione $x=y$ e refletir. Descreva o que você observou.

Simétricos em relação a reta $y=x$.

3.3) Marque o ponto $(-2,-2)$. Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione $x=y$ e refletir. Descreva o que você observou.

Dada a equação $y=x$, sendo $x=-2$, y será -2 , $y=x$

ATIVIDADES

o papel manteiga, trace a reta $y=x$.
Marque os pontos $A(3,1)$ e $A'(1,3)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e observe. Os pontos coincidem.
Marque os pontos $B(-1,2)$ e $B'(2,-1)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e observe. Os pontos coincidem novamente.
Marque os pontos $C(-4,-1)$ e $C'(-1,-4)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e observe. Os pontos coincidem mais uma vez.
Agora, escolha um ponto $P(x,y)$, $x \neq y$ e marque-o no sistema de eixos. Marque o ponto $P'(y,x)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e observe. Os pontos escolhidos coincidem de novo.
3) Usando o winplot, trace o gráfico da função $f(x)=x$ e marque o ponto $P(x,y)$. Marque o ponto $P'(y,x)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e observe. Os pontos escolhidos coincidem de novo.

$(-1, -2) \rightarrow (-2, -1)$

REFLETIR, selecione

ATIVIDADES

1) No papel manteiga, trace a reta $y=x$.

1.1) Marque os pontos $A(3,1)$ e $A'(1,3)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou. Os pontos coincidem.

1.2) Marque os pontos $B(-1,2)$ e $B'(2,-1)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou. Os pontos coincidem novamente.

1.3) Marque os pontos $C(-4,-1)$ e $C'(-1,-4)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou.
Os pontos coincidem mais uma vez.

2) Agora, escolha um ponto $P(x,y)$, $x \neq y$ e marque-o no sistema de eixos que se encontra no papel manteiga. A seguir, marque o ponto $P'(y,x)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou.
 $(-1,-2) \rightarrow (-2,-1)$

Os pontos escolhidos coincidem de novo.

3) Usando o *winplot*, trace o gráfico da função $f(x)=x$ e marque o ponto $(2,3)$.

3.1) Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione e . Descreva o que você observou.

Eles são simétricos.

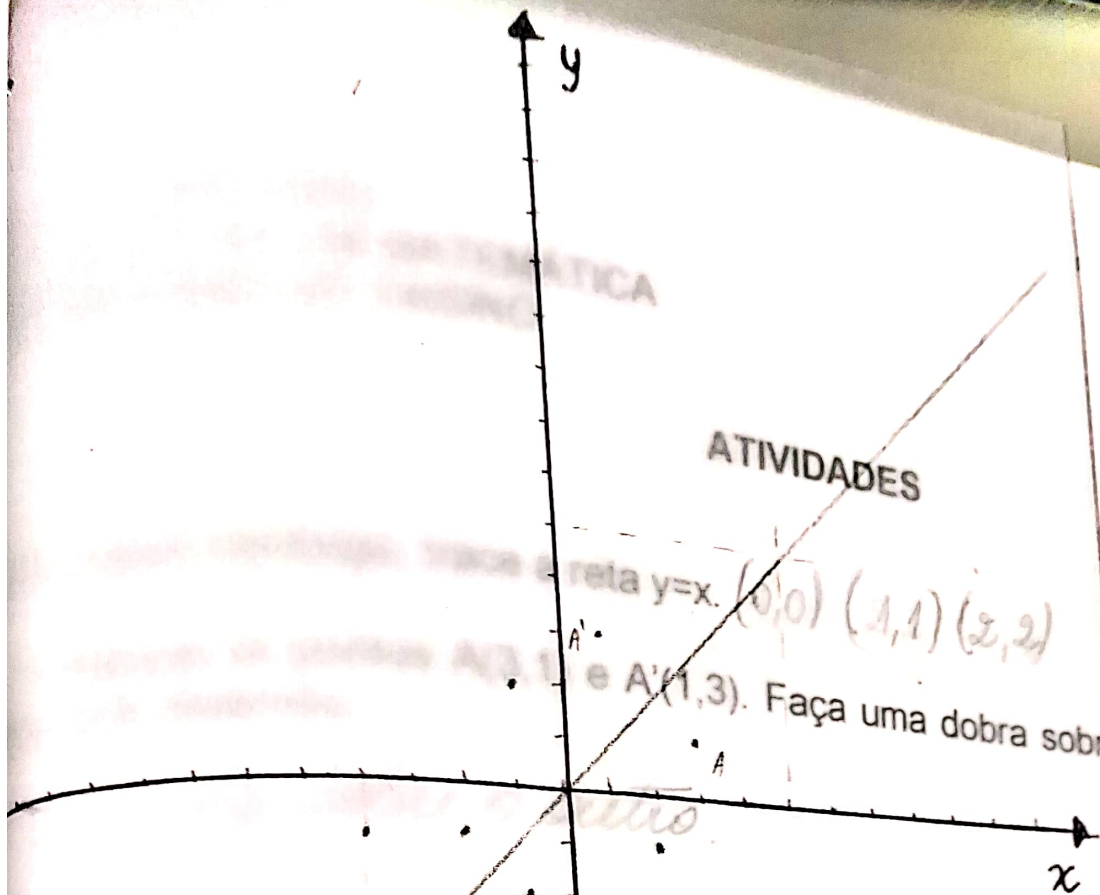
3.2) Marque o ponto $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$. Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione e . Descreva o que você observou.

Eles são simétricos.

3.3) Marque o ponto $(-2,-2)$. Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione e . Descreva o que você observou.

Eles são coincidentes.

ATIVIDADES



reta $y=x$. $(0,0)$ $(1,1)$ $(2,2)$

e $A'(1,3)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o

e $B'(2,-1)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o

e $C'(-1,-4)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva

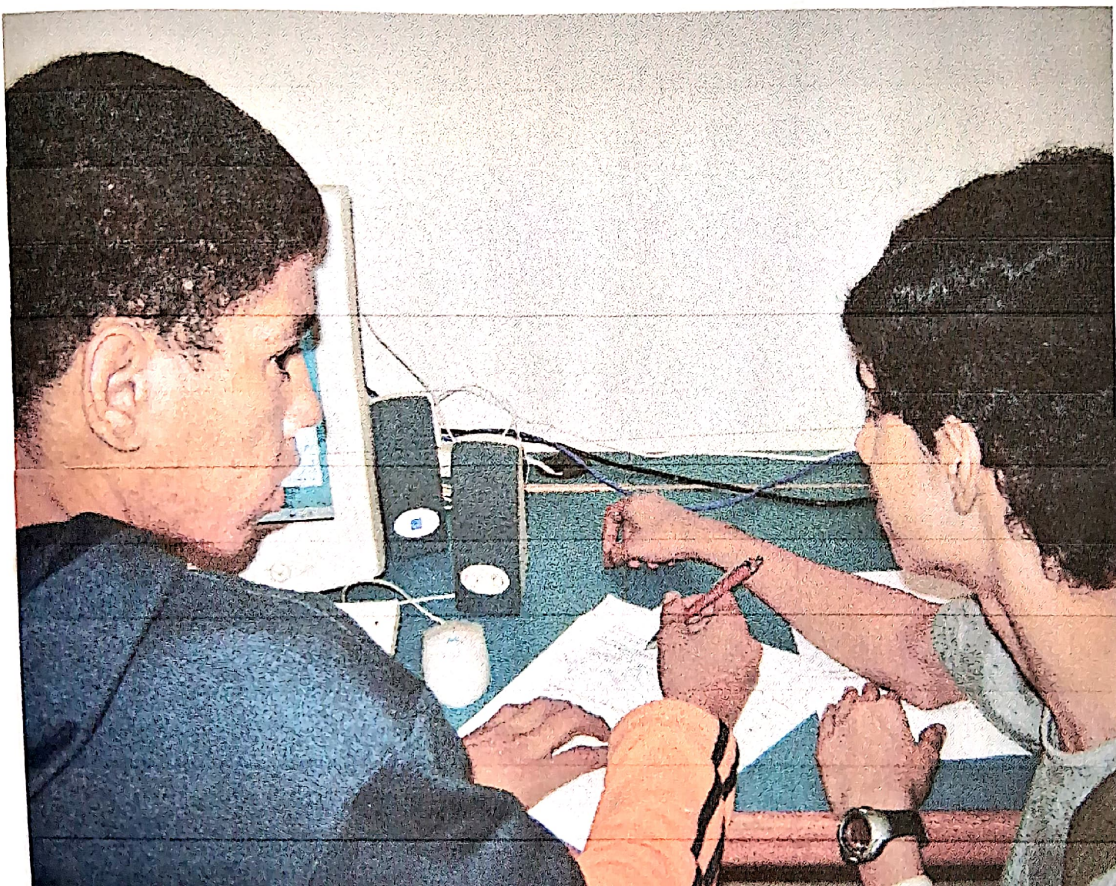
Agora, escolha um ponto $P(x,y)$, $x \neq y$ e marque-o no sistema de eixos que se encontra no papel manteiga. A seguir, marque o ponto $P'(y,x)$. Faça uma dobra sobre a reta $y=x$ e descreva o que você observou.

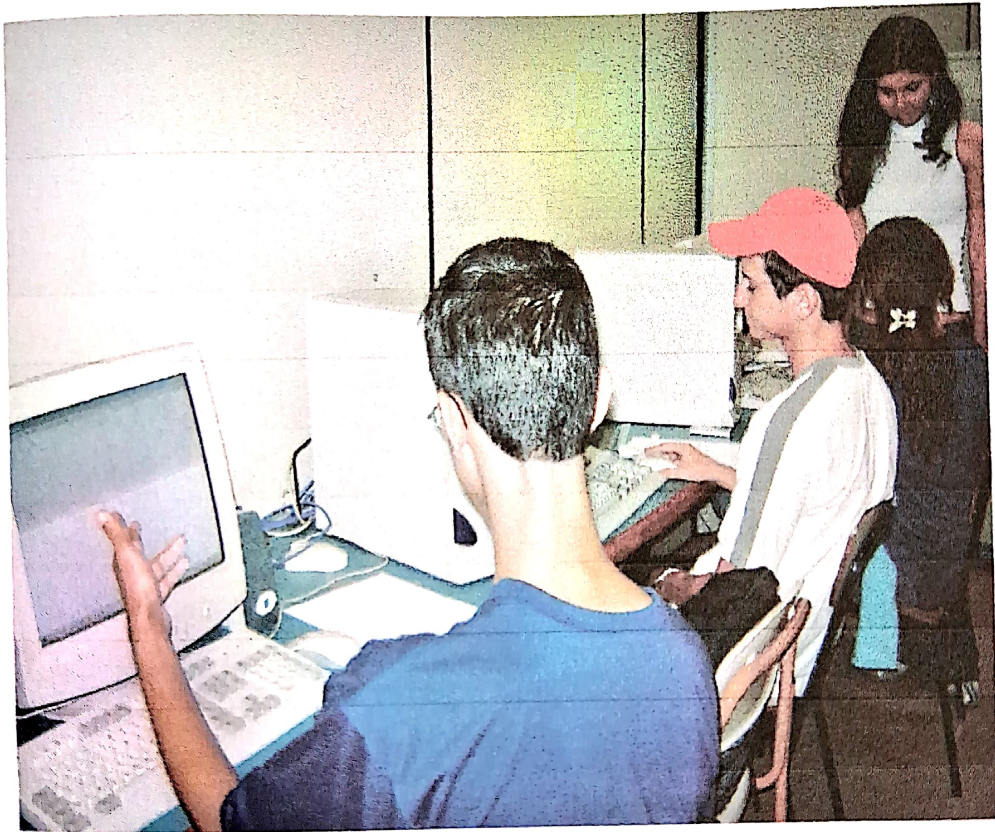
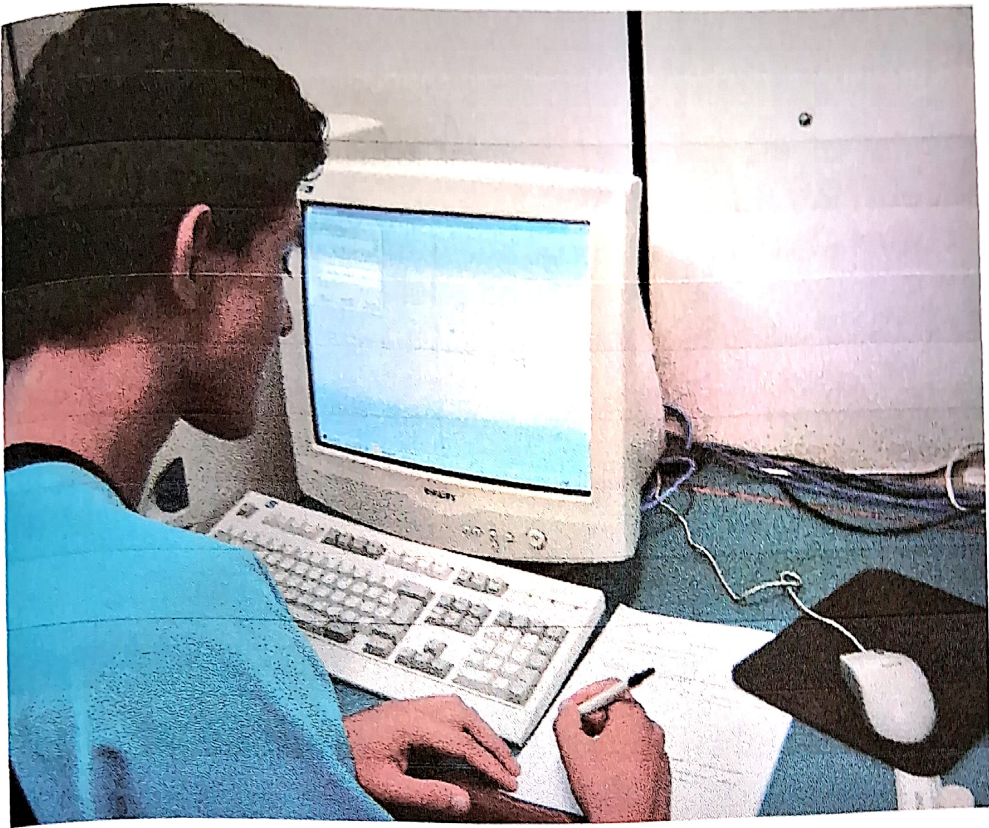
3) Usando o *winplot*, trace o gráfico da função $f(x)=x$ e marque o ponto $(2,3)$.

3.1) Usando os comandos do *winplot*: UM/REFLETIR, selecione $x=y$ e refletir

Descreva o que você observou.

FOTOGRAFIAS





BIBLIOGRAFIA

ZZI, Gelson, (et al). *Matemática*. Volume único. São Paulo: Atual, 1997.

MA, Elon Lages, (et al). *A matemática do ensino médio*. Coleção Professor Matemática. Sociedade Brasileira de Matemática.