CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
Universidade da Tecnologia e do Trabalho

MEC/SETEC

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ANÁLISE GRÁFICA DE FUNÇÕES

POR

HELOIZA RANGEL DA SILVA
JOSIE PACHECO DE VASONCELLOS SOUZA
LUIS GUSTAVO MARQUES SOARES
ROSANA RAMOS DE BARCELOS
TATIELE DO NASCIMENTO PEREIRA PESSANHA

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2007-1

HELOIZA RANGEL DA SILVA

JOSIE PACHECO DE VASONCELLOS SOUZA

LUIS GUSTAVO MARQUES SOARES

ROSANA RAMOS DE BARCELOS

TATIELE DO NASCIMENTO PEREIRA PESSANHA

ANÁLISE GRÁFICA DE FUNÇÕES

Projeto apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos, como parte das exigências da disciplina Laboratório de Ensino do curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Carmem Lúcia V. R. Azevedo
Mestre em Economia Empresarial – UCAM

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2007-1

Sumário

"Como pode a matemática, sendo produto do pensamento humano, independente da experiência, se adaptar tão admiravelmente aos objetos da realidade?"

Albert Einstein

1 – Introdução

"O tema funções, integrador por excelência, é um dos mais importantes da matemática. Por meio das funções e seus gráficos podemos entender melhor vários fenômenos e fatos da atualidade" (DANTE, 1999, p.101).

O estudo de funções tem se mostrado um ponto crítico no estudo da álgebra, seja no ensino fundamental, médio ou até mesmo no ensino superior. Sua aplicação é ampla – em Física, Química, Biologia, Economia, e muitas outras áreas – e vem sendo pouco explorada, priorizando-se a técnica em perda do entendimento dos conceitos e suas múltiplas aplicações.

Devemos ter em mente que o termo função é muito abrangente. É necessário mostrar aos alunos que esse tema é bastante utilizado nas ciências exatas e no seu cotidiano e é de suma importância para o meio social, pois várias relações de mercado e capital, engenharia, economia (micro e macro), saúde, transportes, indústrias, artes, energia, enfim tudo isso depende de uma análise clara e objetiva da funcionalidade de um modelo ou parâmetro a ser adotado.

Este trabalho tem por objetivo estudar graficamente o comportamento das funções, já que muitas observações a esse respeito podem ser assim obtidas, como por exemplo, uma visão de crescimento, decrescimento, valores máximos e mínimos, eventuais simetrias, comportamentos para valores muito grandes de x, intervalos para os quais a função é positiva, negativa ou nula, dentre outros.

Optamos pela análise gráfica, pela vantagem da visualização dessas propriedades, facilitando assim a compreensão e também pelo fato de encontrarmos freqüentemente em livros, jornais e revistas informações que exigem interpretação gráfica e também por estar presentes em questões de vestibulares.

A utilização de gráficos permite ao aluno analisar e avaliar alguns aspectos da função e de acordo com o PCN:

> O ensino isolado de função não permite a exploração do caráter integrador que possui, o conceito de função desempenha um importante papel para descrever e estudar através de leitura, interpretação e construção de gráficos e análise do comportamento de fenômenos do cotidiano e está presente em áreas de conhecimento como a Física, Biologia, Geografia entre outras (BRASIL, 1999).

O trabalho foi aplicado para uma turma da 2ª série do Ensino Médio de uma escola da rede pública de ensino. A apresentação foi feita a nível de revisão com o intuito de fazer com que os alunos identificassem uma função, bem como seu comportamento, através da análise gráfica.

A apresentação do trabalho foi feita em slides e todos os conteúdos foram trabalhados através da análise gráfica, assim como a resolução dos exercícios. Ao final da apresentação foi feito um "quiz" para avaliar a compreensão do conteúdo por parte dos alunos.

2 – Desenvolvimento do projeto

2.1- Preparação do projeto

No segundo período do curso de Licenciatura em Matemática foi dado início à disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem da Matemática, que consiste na montagem de um projeto para aplicação em sala de aula, com a orientação de um professor.

Neste mesmo período escolhemos o tema a ser trabalhado, o estudamos e coletamos dados, para que assim pudéssemos começar a elaborar nossa apresentação.

Ainda nesse período preparamos uma apresentação para a nossa turma e os demais orientadores sobre o tema que escolhemos e como pretendíamos trabalhar com ele. Recebemos algumas sugestões e com o auxílio delas demos início à preparação do projeto.

No terceiro período, com o projeto já estruturado, iniciamos a elaboração da aula e realizamos o primeiro teste exploratório, aplicado para nossa turma, com intuito de detectar alguns erros e corrigi-los para a apresentação final.

De acordo com a nossa orientadora e com os colegas de turma, algumas mudanças deveriam ser feitas, como colocar as fontes nas figuras, fazer uma seleção dos gráficos utilizados na apresentação para que os mesmos não fiquem repetitivos, reduzir a última ficha de atividades, pois continha muitos exercícios com o mesmo objetivo, adicionar mais questões de vestibulares no decorrer da apresentação e acrescentar na apresentação os gráficos contidos na ficha de atividades, para facilitar a correção dos exercícios.

Foi necessária também uma mudança no esquema que foi adotado para apresentação. No esquema inicial organizamos a apresentação da seguinte maneira: primeiramente abordaríamos as definições que são encontradas nos livros, explicaríamos aos alunos como analisar essas definições nos gráficos, em seguida faríamos alguns exemplos e exercícios, após cada tópico seria aplicada uma ficha de atividades. Porém, acreditamos que se o objetivo do nosso trabalho é análise gráfica, se torna dispensável as definições dos livros, por isso no novo esquema começamos com a análise gráfica para que a partir dela os alunos entendessem as definições.

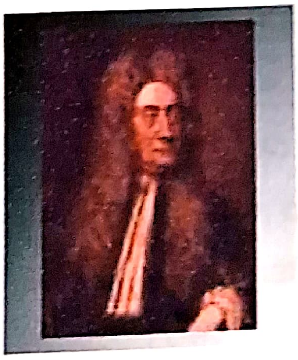
Após fazermos as alterações necessárias, realizamos um segundo teste, desta vez somente para nossa orientadora. Acrescentamos para esse teste um quiz, que é uma competição, com o objetivo de verificarmos a produtividade da aula de uma maneira dinâmica e descontraída. O quiz foi composto por questões de vestibulares e foi dividido em duas fases.

2.2 Etapas do projeto

2.2.1- Parte Histórica e Aplicações em outras áreas

O conceito de função que hoje pode parecer simples é o resultado de uma longa evolução durante a Antiguidade (FERNANDES; COSTA; FERREIRA, 2000/2001). Ele começou a se formular, a partir do século XVII. Porém, podemos ver elementos em obras matemáticas babilônicas, como por exemplo, em tábuas e correspondências, que podem ser consideradas precursores da idéia de função (IEZZI, 2004).

Nesta época o conceito de função não estava claramente definido, as relações entre as variáveis surgiam de forma implícita e eram descritas verbalmente ou por um gráfico. Mas o seu surgimento como conceito claramente individualizado e como objeto de estudo corrente em Matemática remonta apenas aos finais do Século XVII (FERNANDES; COSTA; FERREIRA, 2000/2001). Este fato ocorreu quando Descartes e Pierre Fermat introduziram as coordenadas cartesianas, e se tornou possível transformar problemas geométricos em problemas algébricos e estudar analiticamente funções[1].



Newton foi um dos primeiros que estudou o conceito de função. aproxima-se bastante do sentido atual de função com a utilização dos termos "relatia quantias" para designar variável dependente, e "genita" para designar uma quantidade obtida a partir de outras por intermédio das quatro operações aritméticas fundamentais (FER-

[1] Este conteúdo foi baseado no texto contido no site: http://www.somatematica.com.br/historia/derivadas.php

NANDES; COSTA; FERREIRA, 2000/2001).

Newton (1642-1727)

Na segunda parte do século XVII o matemático Leibniz foi o que utilizou a palavra "função" pela primeira vez, para indicar a quantidade variável de um ponto a outro de uma curva. Leibniz também introduziu as palavras variável, constante e parâmetro, que são utilizadas até hoje. (IEZZI, 2004)

Leibniz (1646-1716)

Naquela época era bastante comum haver trocas de correspondências entre os matemáticos e os cientistas, pois a distância às vezes era muito grande para eles se locomoverem, e não existia nenhum outro meio de comunicação. Johann Bernoulli trocou correspondências com Leibniz e foi ele quem publicou pela primeira vez a definição de função em um artigo em 1716 (FERNANDES; COSTA; FERREIRA, 2000/2001).

Euler, era aluno de Bernouli, introduziu a notação f(x) para indicar uma função em 1734 (IEZZI,2004).

Euler (1707-1783)

Assim, com o avanço dos estudos de função, a Matemática recebeu assim um grande impulso e começa a ter aplicações a outras ciências, e os cientistas passaram, a partir de observações ou experiências realizadas, a procurar determinar a fórmula ou função que relaciona as variáveis em estudo. [1]

Vale ressaltar, que o conceito de função foi evoluindo durante a Antiguidade e só teve o seu final no século XIX (FERNANDES; COSTA; FERREIRA, 2000/2001).

A noção de função é de importância central na concepção e no estudo de modelos (dinâmicos, probabilísticos, de distribuição espacial,...), qualquer que seja a sua natureza, continuando por isso a ser uma noção-chave na Matemática atual (FERNANDES; COSTA; FERREIRA, 2000/2001).

➢ **Aplicações das funções em outras áreas:**

O estudo de funções sempre teve aplicações nas mais diversas áreas sendo seu surgimento também motivado pela aplicação na ciência. A seguir, relacionamos algumas áreas em que o conteúdo de funções é utilizado.

- Na Geologia:

- Gradiente Geotérmico

Para medir a temperatura de grandes profundidades, por exemplo da crosta terrestre que é utilizado em estudos para geografia e em perfurações de petróleo. Ele tem uma relação que a cada 30 m de profundidade aumenta 1° C da temperatura, e isso fica regular até 100 km de profundidade. Com isso existe uma função polinomial de 1° grau para calcular a temperatura.

O **gradiente geotérmico** é a profundidade em metros que se possa atingir.

Extração de petróleo, Macau-RN

Fonte: Paiva, Manoel - Matemática -1. ed. - São Paulo: Moderna, 2004, p.99

- Na Ecologia:

Um dos acidentes ecológicos que chamou atenção foi em 2000, na Baía da Guanabara, onde ocorreu um vazamento de óleo em duto da Petrobras que atingiu cerca de 50 km^2 de área.

Para calcular a velocidade com que a mancha se espalha, eles colocam a área manchada como se fosse a área de um círculo e a colocam em função do tempo.

Barreiras flutuantes para deter o vazamento de óleo em duto da Petrobras, na Baía da Guanabara, RJ.

Fonte: Paiva, Manoel - Matemática -1. ed. - São Paulo: Moderna, 2004, p.114

- Outras aplicações:

Utilizamos logaritmos para calcular a intensidade dos terremotos.

O terremoto ocorrido em 1906, na cidade de São Francisco (Estados Unidos), registrou 9 pontos na escala Richter.

Fonte: Paiva, Manoel - Matemática -1. ed. - São Paulo: Moderna, 2004, p.192

Na economia também é bastante comum o uso de funções, como por exemplo, em situações que envolvem a função custo.

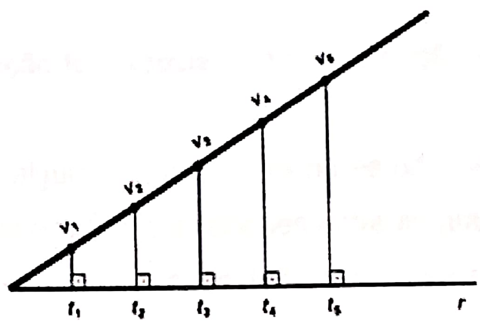
A função exponencial é bastante utilizada nos problemas que envolvem juros em aplicações financeiras, crescimento populacional, crescimento de uma determinada espécie de bactérias, etc.

➢ **Surgimento dos primeiros gráficos**

A história dos primeiros gráficos surgiu para representar a Lei da velocidade média. Essa lei estabelece que, ao fim de um intervalo de tempo t, a velocidade de um corpo que sai do repouso em movimento uniformemente acelerado, com aceleração *a*, é dado por v = *a*t. Alguns intelectuais começaram a explorar a idéia de representar a velocidade, bem como outras quantidades variáveis, por meio da geometria (IEZZI, 2004).

O mais bem sucedido nesse intento foi o francês Nicole Oresme (1325 - 1382), ele foi considerado o maior matemático do século XIV (IEZZI, 2004).

Sua idéia consistia em construir o que ele chamava de configuração, ou seja, uma figura geométrica formada de um eixo sobre o qual marcava os valores da variável, que ele chamava de longitudes e uma sucessão de segmentos construídos verticalmente sobre o eixo, cujas medidas eram chamadas de latitudes, para marcar os valores correspondentes as longitudes. A figura era construída respeitando-se a proporcionalidade dos valores envolvidos (IEZZI, 2004).



Fonte: Paiva, Manoel Rodrigues, 1950 - Matemática - São Paulo: Moderna, 1995, p.113

As coordenadas atuais, abscissas e ordenadas têm como antecessores as latitudes e longitudes de Oresme (IEZZI, 2004).

No caso da lei da velocidade média, as latitudes correspondem aos instantes de tempo e as longitudes as velocidades. Oresme estendeu suas idéias para a terceira dimensão, os gráficos seriam superfícies em vez de retas ou curvas. Ele insinuou ainda a quarta dimensão, possivelmente pela primeira vez na historia da matemática (IEZZI, 2004).

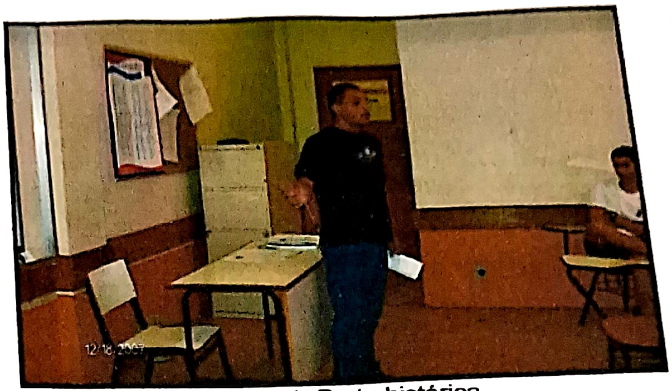


Figura 1: Parte histórica

Todos os tópicos relacionados abaixo foram apresentados em slides e após cada definição foram feitas fichas de atividades, que estão em anexo, assim como os exemplos e exercícios utilizados no decorrer da apresentação.

2.2.2 – Definição de Função

A definição de função foi exposta através da noção intuitiva, descrita a seguir:

Quando buscamos algum conhecimento no estudo de um fenômeno de qualquer natureza, tentamos estabelecer relações entre as grandezas envolvidas. Se duas grandezas x e y estão relacionadas de tal forma que para cada valor atribuído a x existe, em correspondência, um único valor associado a y, então dizemos que y é uma função de x.

Podemos destacar alguns exemplos da noção de função, tais como: o preço total pago pelo combustível que é colocado no automóvel é função do número de litros comprados; a população de um determinado país é função do tempo; o rendimento mensal das cadernetas de poupança é função da inflação e a necessidade de oxigênio de um astronauta é função do seu esforço físico.

Em seguida, partimos para a definição de função nos gráficos. Foram apresentados gráficos que representavam e outros que não representavam funções, e utilizamo-os para ensinarmos como reconhecer quando um gráfico representa função. Geometricamente, reconhecemos uma função, quando ao traçarmos retas perpendiculares ao eixo das abscissas (ou paralelas ou eixo das ordenadas) as mesmas interceptarem o gráfico de f no máximo em um ponto, pois de acordo com a definição de função, um conjunto de pontos do plano cartesiano será gráfico de uma função f se para cada x pertencente ao seu domínio existir um único par $(x, y) \in f$.

2.2.3 – Domínio e Imagem

Quando analisamos o gráfico de uma função f, podemos determinar o domínio e a imagem de f através de projeções horizontais e verticais sobre os eixos coordenados. O domínio é formado pelo conjunto das abscissas e o conjunto-imagem pelas ordenadas dos pontos do gráfico.

Os exercícios de domínio e imagem continham gráficos que representavam e que não representavam funções. Pedimos para que eles determinassem o domínio e imagem somente daqueles que representavam funções.

Figura 2: Definição de função

2.2.4 – Função crescente e função decrescente

Nesta parte, mostramos alguns gráficos em que quanto maior for o valor de x, maior será, em correspondência, o valor de y. Neste caso, dizemos que a função é crescente. Mostramos também gráficos em que quanto maior for o valor de x, menor será em correspondência o valor de y. Neste caso, dizemos que a função é decrescente. E, gráficos que quanto maior for o valor de x o valor de y, em correspondência se mantém; o que representa uma função constante. O gráfico de uma função constante é representado por uma reta paralela ao eixo Ox.

Mostramos gráficos de funções: (i) crescentes, decrescentes ou constantes em todo seu domínio, e (ii) com intervalos crescentes, decrescentes e constantes na extensão de seu domínio.

2.2.5 – Máximo e mínimo da função

F(x) representa o valor máximo quando ele é o maior valor da função e representa o valor mínimo quando for o menor valor da função, se considerarmos todo o domínio. Uma função poderá ter vários máximos e mínimos, dependendo dos intervalos considerados.

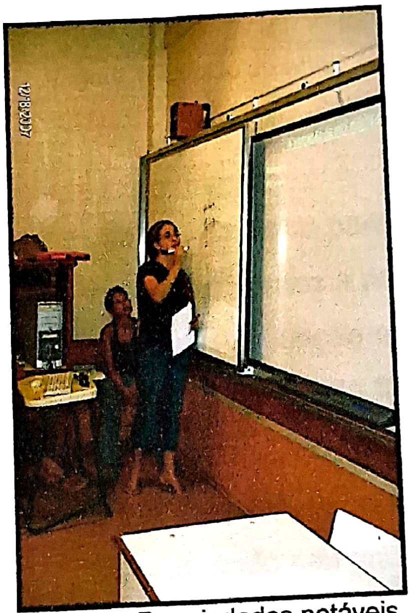


Figura 3: Propriedades notáveis

2.2.6 - Estudo do sinal da função

Estudar o sinal de uma função significa determinar os intervalos de x que torna f(x) positiva, negativa ou nula.

Mostramos a eles como determinar graficamente o estudo do sinal da função. Para isso ensinamos como reconhecer graficamente as raízes de uma função: elas são as abscissas dos pontos de interseção do gráfico com o eixo Ox. Dizemos então que f(x) = 0 para tais abscissas.

Quando o gráfico estiver acima do eixo Ox, significa que os pontos relacionados a esse intervalo possuem imagens positivas, logo f(x) > 0. Quando o gráfico estiver abaixo do eixo Ox, significa que os pontos relacionados a esse intervalo possuem imagens negativas, logo f(x) < 0.

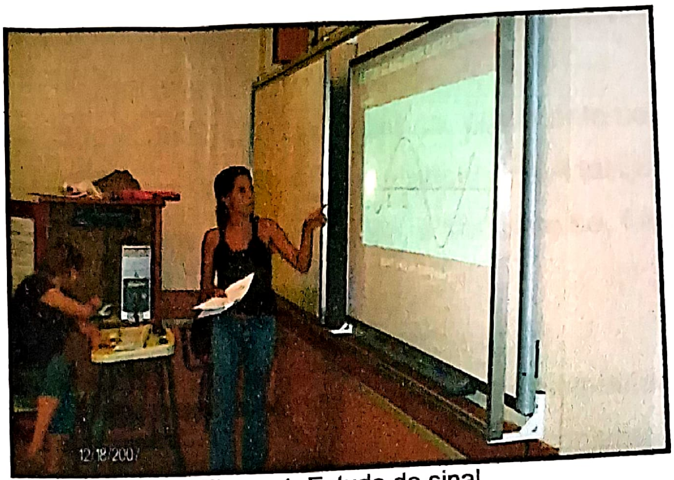


Figura 4: Estudo do sinal

2.2.7 – Paridade da função

Nessa parte fizemos um exemplo algébrico para os alunos entenderem melhor o conceito de paridade e só então explicamos a determinação gráfica.

No primeiro exemplo mostramos uma função em que as imagens de dois números opostos foram a mesma, ou seja, quando f(x) = f(-x) e o outro quando elas foram opostas, ou seja, quando f(-x) = -f(x). Então dissemos que o primeiro exemplo representava uma função par e o segundo uma função ímpar. Graficamente reconhecemos uma função par quando seu gráfico for simétrico ao eixo y e ímpar quando seu gráfico for simétrico em relação à origem.

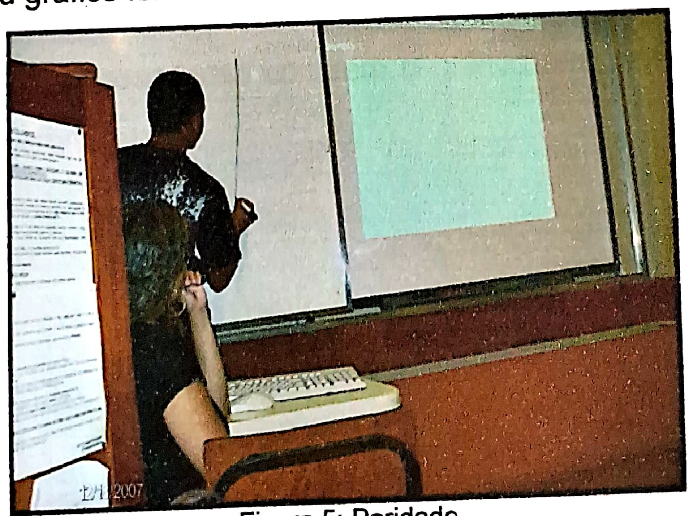


Figura 5: Paridade

2.2.8 - Função injetora, sobrejetora e bijetora

Iniciamos oralmente essas classificações com as definições abaixo, intercalando cada definição com seu reconhecimento gráfico, para não haver confusão entre elas.

- Uma função f de A em B é injetora se, e somente se, quaisquer que sejam x_1 e x_2 de A, se $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- Uma função f de A em B é sobrejetora se, e somente se, para todo y pertencente a B existe um elemento x pertencente a A tal que $f(x) = y$.
- Uma função f de A em B é bijetora se, e somente se, f é sobrejetora e injetora.

Assim, para uma função ser injetora, quaisquer elementos do domínio não podem ter a mesma imagem. E para ser sobrejetora o conjunto imagem tem que ser igual ao contradomínio.

➢ Reconhecimento através do gráfico:

Pela representação cartesiana de uma função f podemos verificar se f é injetora ou sobrejetora ou bijetora. Para isso, basta analisarmos o número de pontos de intercessão das retas paralelas ao eixo dos x, conduzidas por cada ponto (0, y) em que $y \in B$ (contradomínio de f):

- Se cada uma dessas retas cortarem o gráfico em um só ponto ou não cortarem o gráfico, então a função é injetora.
- Se cada uma dessas retas cortarem o gráfico em um ou mais pontos, então a função é sobrejetora.
- Se cada uma dessas retas cortarem o gráfico em um só ponto, então a função é bijetora.

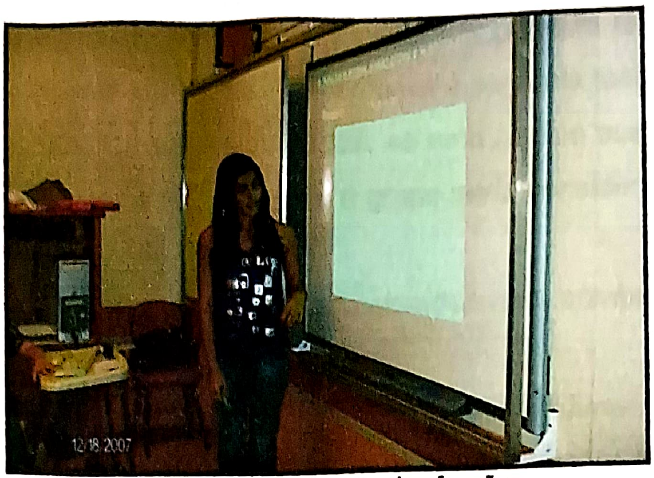


Figura 6: Classificação das funções

2.2.9 – Ficha de Atividades

No início da aula os alunos receberam uma apostila contendo seis fichas de atividades (ANEXO 2).

Ao final de cada tópico descrito acima foram feitas pelos alunos as atividades correspondentes aos conteúdos dos tópicos citados. Para facilitar a correção colocamos todos os gráficos contidos nas fichas de atividades nos slides da apresentação.

Separamos a ficha de atividades 6, que contém duas questões, com intuito de avaliar o rendimento dos alunos, por isso não a corrigimos durante a aplicação do projeto.

2.2.10 – Quiz

Ao final da apresentação dos conteúdos demos início ao quiz, que foi o modo que utilizamos para avaliar, também, se houve apreensão do conteúdo de maneira dinâmica e descontraída. O quiz foi composto por sete questões de vestibulares e foi dividido em duas fases. Tais questões estavam nos slides de modo que os alunos pudessem visualizá-las. Na segunda fase, o nível das questões foi um pouco mais difícil.

A turma foi dividida em cinco equipes e estas tiveram que responder cinco questões. Dessas houve uma classificação para segunda fase, da seguinte maneira: o primeiro a responder mais rápido e corretamente ganhava 5 pontos, o segundo 4 pontos e assim sucessivamente. Após a primeira fase, foi somado o total de pontos e classificamos duas equipes para a segunda fase.

Na segunda fase havia três questões, se uma equipe acertasse duas consecutivas, não precisaria da terceira, pois o grupo seria considerado como vencedor. E foi o que aconteceu de fato.

Os alunos se mostraram bastante motivados para competir e ganhar prêmios.

Verificamos que os alunos tiveram um bom entendimento sobre o tema, pois não demonstraram dificuldades na resolução das questões do quiz.

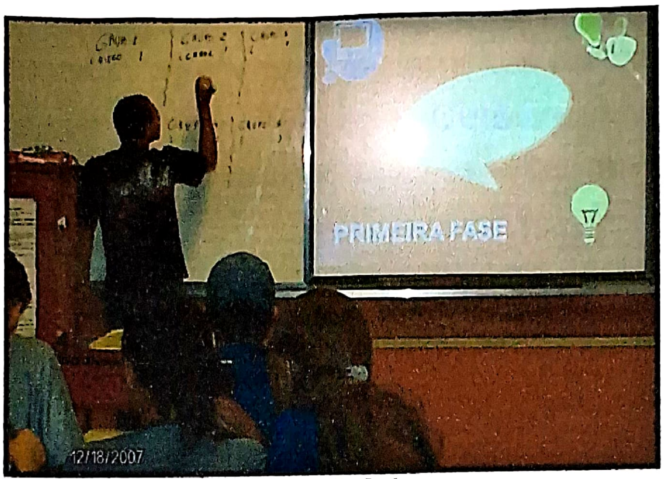


Figura 7: Quiz

3 - Considerações finais

Elaboramos o projeto objetivando mostrar aos alunos a importância do tema, como a função está relacionada ao nosso dia-a-dia. Optamos por fazer isso graficamente, pois essa forma oferece mais recursos, como a visualização que nesse caso é fundamental. Além disso, existem muitas aplicações de funções no nosso cotidiano, como as citadas no item 2.1 do trabalho.

Neste trabalho, não tivemos a intenção de obter uma definição formal de função e de suas propriedades, por isso tais definições não estavam presentes explicitamente durante a aplicação.

Tentamos fazer uma aula interativa e agradável, por isso utilizamos slides ao invés do quadro-negro, salvo a resolução de alguns exemplos. Os alunos foram muito participativos, e se mostraram bastante interessados. Acreditamos que isso se deve aos "macetes" que ensinamos para identificar as características das funções.

A apresentação de um modo geral ocorreu de forma tranqüila e as dúvidas que surgiram foram facilmente esclarecidas, pois os alunos não apresentaram muitas dificuldades, apesar da abordagem ser nova para a maioria deles, assim como alguns conteúdos como paridade e classificação de funções.

De acordo com os comentários feitos pelos alunos ao final da apresentação, a aula foi muito produtiva e a parte do projeto que mais atraiu os alunos foi o "quiz", onde foi o momento em que os alunos puderam mostrar as habilidades desenvolvidas no decorrer do trabalho de forma dinâmica e descontraída.

Para analisarmos o rendimento da aula pedimos aos alunos para responderem a ficha de atividades 6 e não a corrigimos, ao analisá-la verificamos que a questão 1, teve um ótimo aproveitamento, havendo somente dois alunos que erraram apenas um item.

Na questão 2, houve um índice maior de erros na letra e. Essa letra se referia a valor e ponto máximo da função, apenas um aluno a acertou, mas observamos que 36% dos alunos confundiram as definições de valor máximo com ponto de máximo, o que justifica o alto número de erros. A letra g teve apenas 30% de acerto, considerando também a grande quantidade de alunos que não a responderam devido ao horário que já estava se esgotando. Com exceção desses dois itens os demais foram respondidos corretamente.

Com este projeto percebemos que o estudo de funções por meio da análise gráfica, facilita muito o desenvolvimento da aprendizagem do aluno. Acreditamos que muitos conteúdos de funções podem ser explorados graficamente, além do nosso enfoque. Vimos este projeto como uma iniciativa para que os professores de matemática busquem inovar suas aulas, para as torná-las cada vez mais interessante, facilitando também o processo de aprendizagem de seus educandos.

Bibliografia

BRASIL. *Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC/ SEF, 1999.

CASTRUCCI, Benedito; NETO, Ernesto Rosa; MENDONÇA, Eliana Riscalla de; SMITH, Maria Lucia M. *Matemática – 2º grau*. São Paulo: FTD, (S.d).

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática. 1ª série: ensino médio*. São Paulo: Ática, 2004.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David Mauro; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze. *Matemática: ciência e aplicações* - 1ª serie: ensino médio. São Paulo: Atual Editora, 2004.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David Mauro; PÉRIGO, Roberto. *Matemática* - volume único. São Paulo: Atual Editora, 1997.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; TEIXEIRA, Jose Carlos; MACHADO, Nilson José; GOULART, Marcio Cintra; CASTRO, Luiz Roberto da Silveira; MACHADO, Antônio dos Santos. *Matemática* – 1ª serie: ensino médio. São Paulo: Atual Editora, 1993.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. *Fundamentos de matemática elementar: conjuntos e funções*. São Paulo: Atual Editora, 2004.

ZAREMBA, Roberto. *Matemática no ensino médio*, v.1. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1998.

FERNANDES, Carlos Samuel; COSTA, José Antônio; FERREIRA, Sérgio Miguel. 2000/2001. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm28/hist.htm ´
Último Acesso: 20/10/2007

http://www.somatematica.com.br/historia/derivadas.ph
Último Acesso: 20/10/2007

ANEXOS

ANEXO 1: Slides da apresentação

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ANÁLISE GRÁFICA DE FUNÇÕES

HELOIZA RANGEL DA SILVA
JOSIE PACHECO DE VASCONCELLOS SOUZA
LUIS GUSTAVO MARQUES SOARES
ROSANA RAMOS DE BARCELOS
TATIELE DO NASCIMENTO PEREIRA PESSANHA

ORIENTADORA: Carmem Lúcia

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2007-2

1- PARTE HISTÓRICA

➢ 1.1 - Funções

✓ Newton (1642-1727)

✓ Leibniz (1646-1716)

1- PARTE HISTÓRICA (continuação)

✓ Em 1718 Johann Bernoulli (1667 - 1748) publicou um artigo, que viria a ter grande divulgação, contendo a sua definição de função.

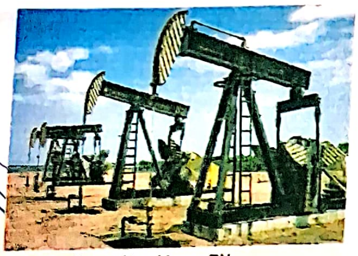
✓ Euler (1707-1783) quem introduziu a notação f(x)

✓ A noção de função é de importância central na concepção e no estudo de modelos (dinâmicos, probabilísticos, de distribuição espacial,...), qualquer que seja a sua natureza, continuando por isso a ser uma noção-chave na Matemática atual.

A matemática em outras áreas

Aplicações de função em outras áreas

➢ O gradiente geotérmico

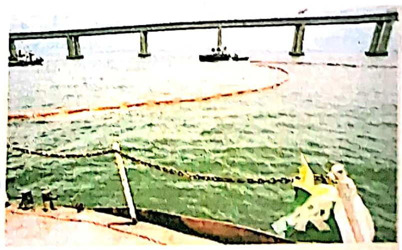


Extração de petróleo, Macau-RN

Fonte: Paiva, Manoel - Matemática -1. ed. - São Paulo: Moderna, 2004, p.99

Aplicações de função em outras áreas(continuação)

➢ A medida de impunidade



Barreiras flutuantes para deter o vazamento de óleo em duto da Petrobras, na Baía da Guanabara, RJ.

Fonte: Paiva, Manoel - Matemática -1. ed. - São Paulo: Moderna, 2004, p.114

Aplicações de função em outras áreas(continuação)

- Intensidade de terremotos

O terremoto ocorrido em 1906, na cidade de São Francisco (Estados Unidos), registrou 9 pontos na escala Richter.

Fonte: Paiva, Manoel - Matemática -1. ed. - São Paulo: Moderna, 2004, p.192

7

Aplicações de função em outras áreas(continuação)

- A função afim na Economia

  $f(x) = ax + b$

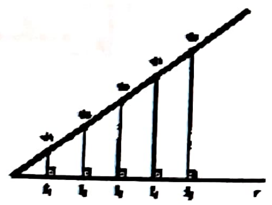
  $C(x) = 900 + 0{,}05x$

- A função exponencial e a capitalização composta

8

1- PARTE HISTÓRICA (continuação)

- **1.2 - Os primeiros gráficos**
  - ✓ William Hentisbery – Lei da Velocidade ($v = at$)
  - ✓ Nicole Oresme

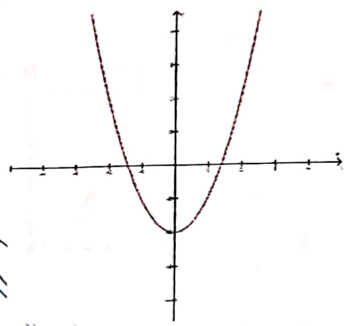


Fonte: Paiva, Manoel Rodrigues, 1950 - Matemática - São Paulo: Moderna, 1995, p.113

9

2- DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO

Exemplo 1:

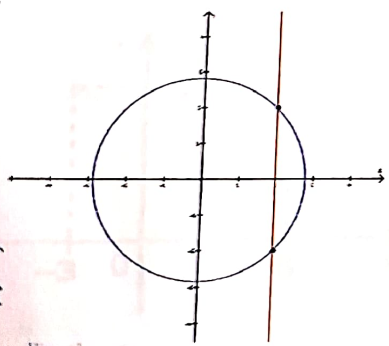


O gráfico representa uma função.

10

2- DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO (continuação)

Exemplo 2:

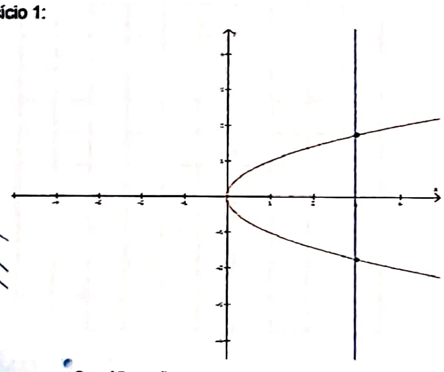


O gráfico não representa uma função.

11

2- DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO (continuação)

Exercício 1:

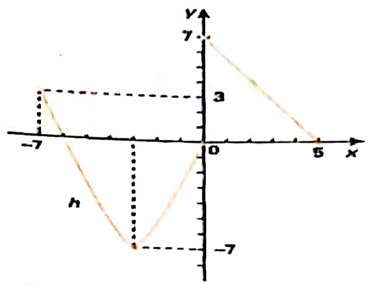


O gráfico não representa uma função.

12

2- DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO (continuação)

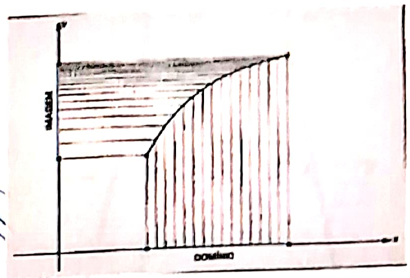
Exercício 2:



O gráfico representa uma função.

13

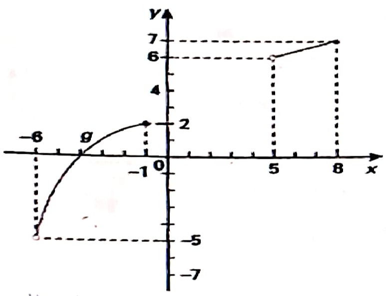
3- DOMÍNIO E IMAGEM DE UMA FUNÇÃO



14

3- DOMÍNIO E IMAGEM DE UMA FUNÇÃO (continuação)

Exemplo 1:



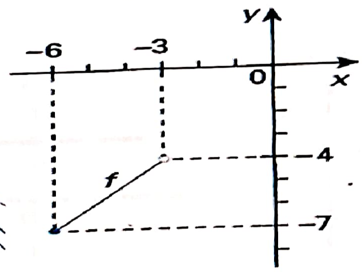
D(f) =]-6,-1] U]5,8]   Im(f)=]-6,-1] U]6,7]

15

3- DOMÍNIO E IMAGEM DE UMA FUNÇÃO (continuação)

Exercício 1:

a)

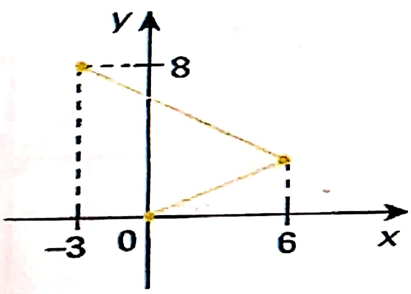


D(f) = [-6,-3[Im(f)= [-7,-4[

16

3- DOMÍNIO E IMAGEM DE UMA FUNÇÃO (continuação)

b)

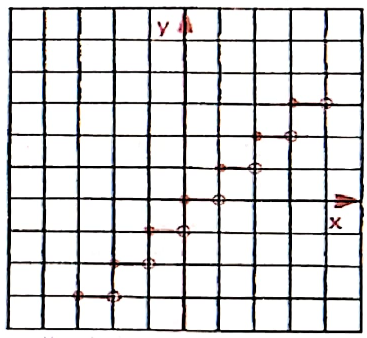


O gráfico não representa uma função.

17

3- DOMÍNIO E IMAGEM DE UMA FUNÇÃO (continuação)

c)



D(f) = [-3,4[Im(f)= {-3,-2,-1,0,1,2,3}

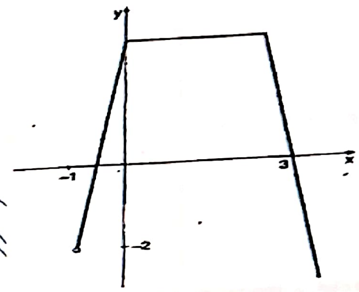
18

Ficha de Atividades 1

19

Ficha de atividades 1

1.

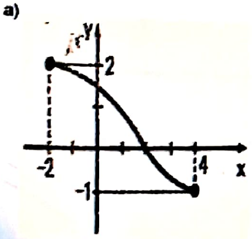


20

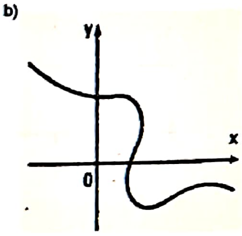
Ficha de atividades 1 (continuação)

2.

a)



b)

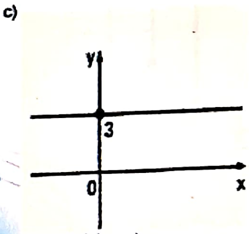


21

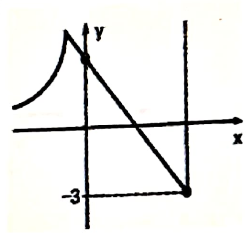
Ficha de atividades 1 (continuação)

Continuação do exercício nº. 2

c)



d)

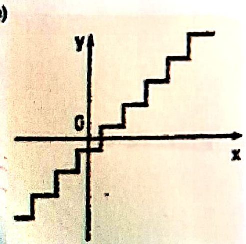


22

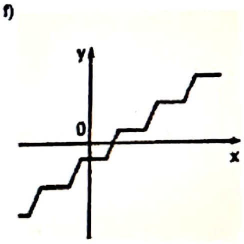
Ficha de atividades 1 (continuação)

Continuação do exercício nº. 2

e)



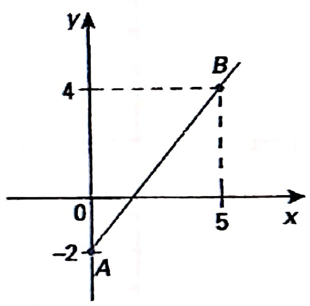
f)



23

Ficha de atividades 1 (continuação)

3.

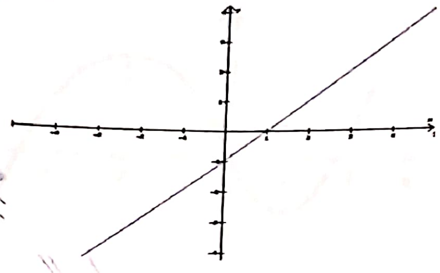


24

4- VARIAÇÃO DE UMA FUNÇÃO

Exemplo 1:

$F(x) = x - 1$

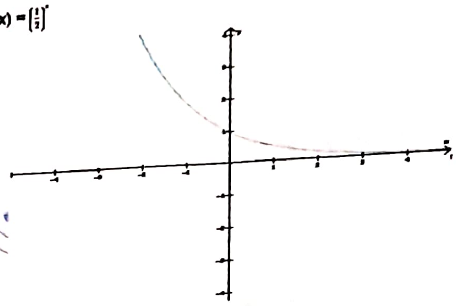


O gráfico representa uma função crescente em todo domínio. 25

4- VARIAÇÃO DE UMA FUNÇÃO (continuação)

Exemplo 2:

$F(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

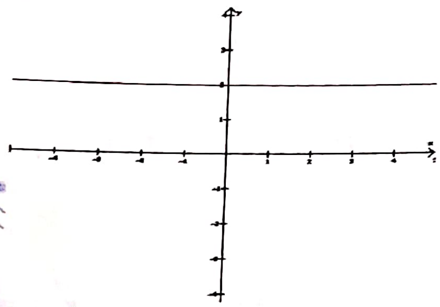


O gráfico representa uma função decrescente em todo domínio. 26

4- VARIAÇÃO DE UMA FUNÇÃO (continuação)

Exemplo 3:

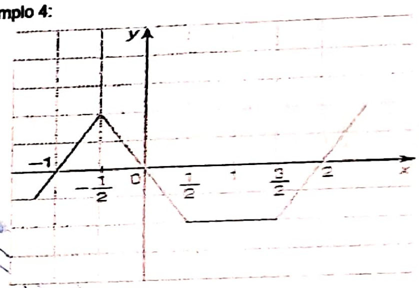
$F(x) = 2$



O gráfico representa uma função constante em todo domínio. 27

4- VARIAÇÃO DE UMA FUNÇÃO (continuação)

Exemplo 4:



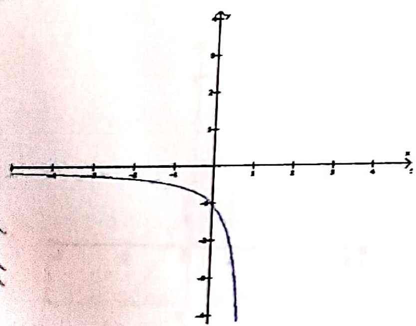
A função é crescente em: $]-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{3}{2}, +\infty[$

A função é constante em: $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$

A função é decrescente em: $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ 28

4- VARIAÇÃO DE UMA FUNÇÃO (continuação)

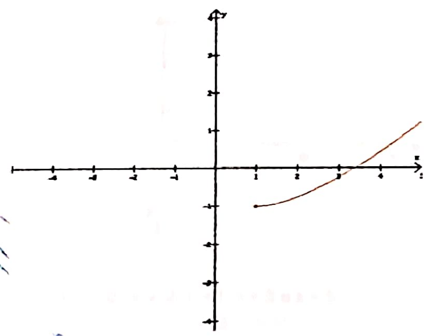
Exercício 1:



O gráfico representa uma função decrescente em todo domínio. 29

4- VARIAÇÃO DE UMA FUNÇÃO (continuação)

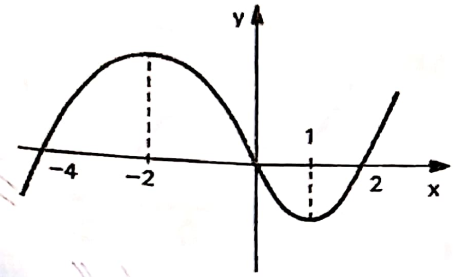
Exercício 2:



O gráfico representa uma função crescente em todo domínio. 30

4- VARIAÇÃO DE UMA FUNÇÃO (continuação)

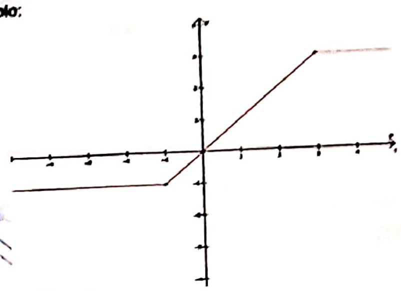
Exercício 3:



f(x) é crescente em]-∞,2] U [1,+∞[
f(x) é decrescente em [-2,1]

5- Extremo

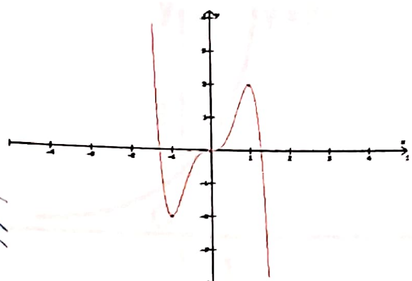
Exemplo:



O valor máximo da função é: 3
O valor mínimo da função é: -1

5- Extremo (continuação)

Exercício:

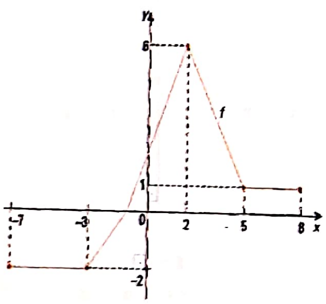


O valor máximo é: 2
O valor mínimo é: -2

Ficha de Atividades 2

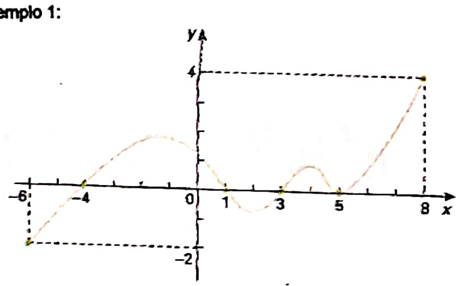
Ficha de atividades 2

1.



6- ESTUDO DO SINAL DE UMA FUNÇÃO

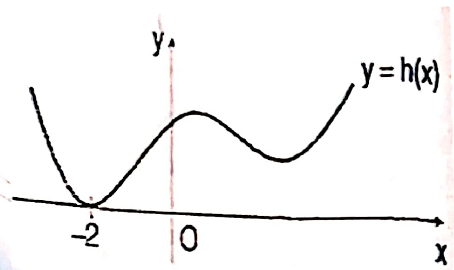
Exemplo 1:



f(x) = 0 : x = -4, x = 1, x = 3 e x = 5
f(x) > 0 :]-4,1[U]3,5[U]5,8[
f(x) < 0 :]-6,-4[U]1,3[

6- ESTUDO DO SINAL DE UMA FUNÇÃO (continuação)

Exemplo 2:



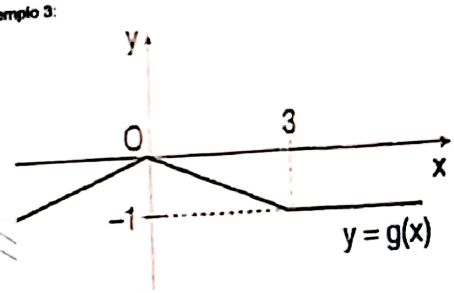
f(x) = 0 : x = -2

f(x) > 0 : IR – {-2}

37

6- ESTUDO DO SINAL DE UMA FUNÇÃO (continuação)

Exemplo 3:



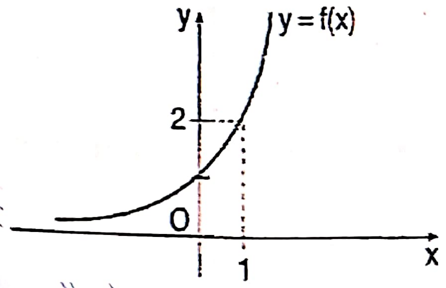
f(x) = 0 : x = 0

f(x) < 0 : IR*

38

6- ESTUDO DO SINAL DE UMA FUNÇÃO (continuação)

Exercício 1:

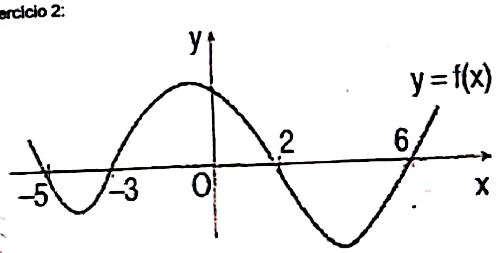


f(x) > 0: IR

39

6- ESTUDO DO SINAL DE UMA FUNÇÃO (continuação)

Exercício 2:



f(x) = 0 : x = -5, x = -3, x = 2 e x = 6

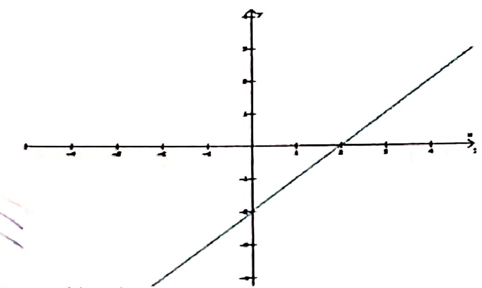
f(x) > 0 :]-∞,-5[U]-3,2[U]6,+ ∞[

f(x) < 0 :]-5,-3[U]2,6[

40

6- ESTUDO DO SINAL DE UMA FUNÇÃO (continuação)

Exercício 3:



f(x) = 0 : x = 2

f(x) > 0 :]2,+∞[

f(x) < 0 :]2,- ∞[

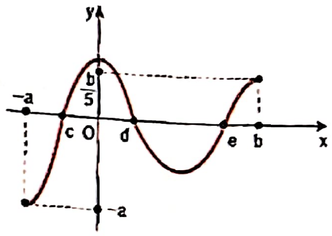
41

Ficha de Atividades 3

42

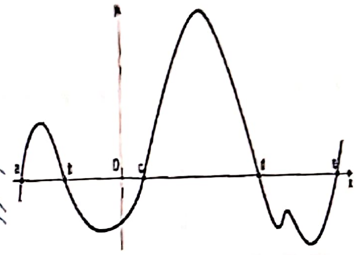
Ficha de atividades 3

1.



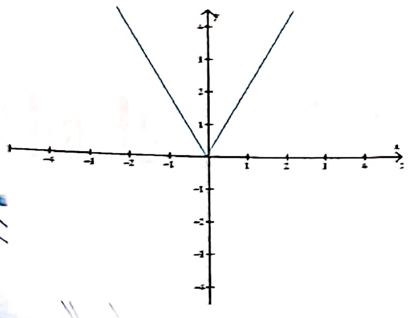
Ficha de atividades 3 (continuação)

2.



7- PARIDADE DE UMA FUNÇÃO (continuação)

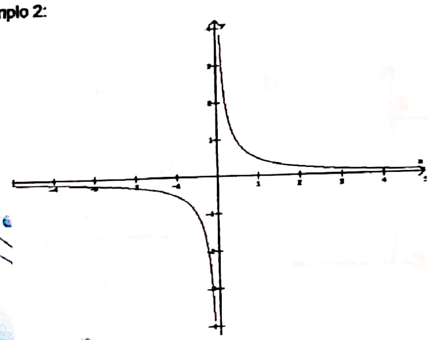
Exemplo 1:



O gráfico representa uma função par.

7- PARIDADE DE UMA FUNÇÃO (continuação)

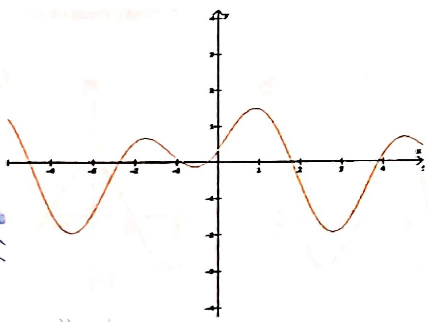
Exemplo 2:



O gráfico representa uma função ímpar.

7- PARIDADE DE UMA FUNÇÃO (continuação)

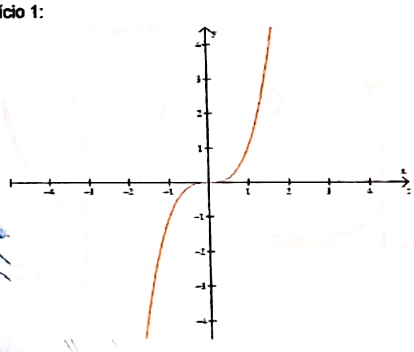
Exemplo 3:



O gráfico representa uma função nem par, nem ímpar.

7- PARIDADE DE UMA FUNÇÃO (continuação)

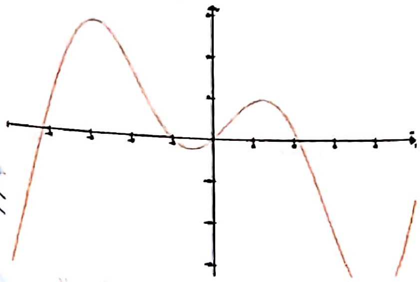
Exercício 1:



O gráfico representa uma função ímpar.

7- PARIDADE DE UMA FUNÇÃO (continuação)

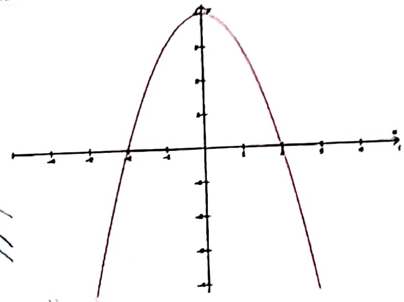
Exercício 2:



O gráfico representa uma função nem par, nem ímpar.

7- PARIDADE DE UMA FUNÇÃO (continuação)

Exercício 3:



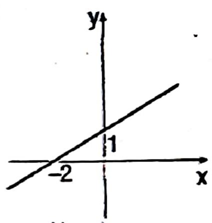
O gráfico representa uma função par.

Ficha de Atividades 4

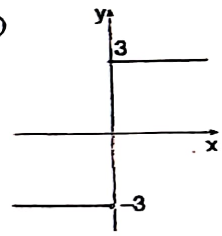
Ficha de atividades 4

1.

a)



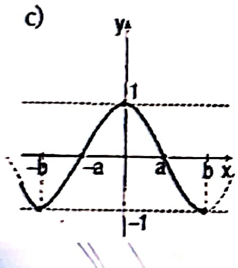
b)



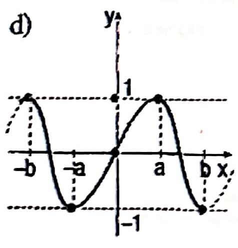
Ficha de atividades 4 (continuação)

Continuação do exercício nº. 1

c)



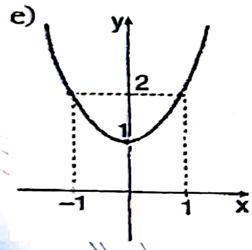
d)



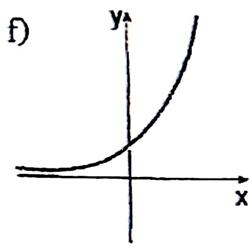
Ficha de atividades 4 (continuação)

Continuação do exercício nº. 1

e)



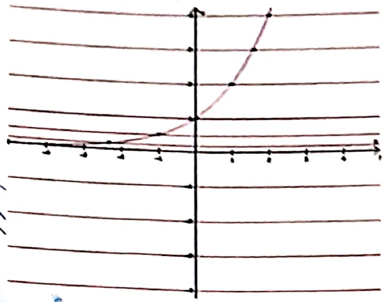
f)



8- FUNÇÃO INJETORA, SOBREJETORA E BIJETORA

a) Função injetora

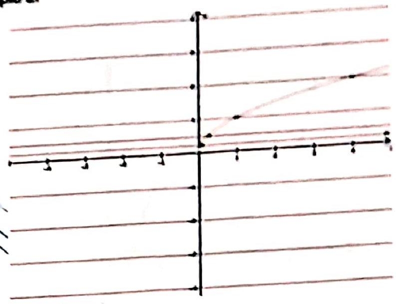
Exemplo 1: F: IR ⟶ IR



O gráfico representa uma função injetora.

8- FUNÇÃO INJETORA, SOBREJETORA E BIJETORA (continuação)

Exemplo 2: F: IR ⟶ IR

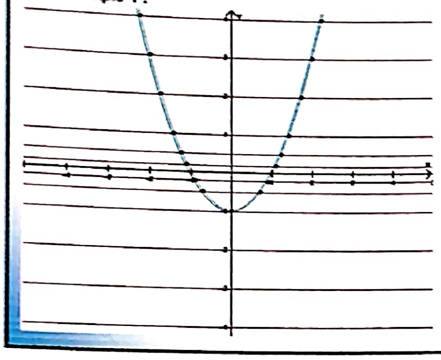


O gráfico representa uma função injetora.

8- FUNÇÃO INJETORA, SOBREJETORA E BIJETORA (continuação)

b) Função sobrejetora

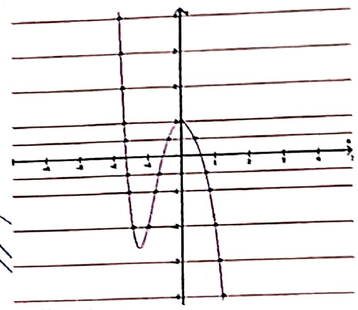
Exemplo 1 :



F: IR ⟶ [-1,+∞[

8- FUNÇÃO INJETORA, SOBREJETORA E BIJETORA (continuação)

Exemplo 2: F: IR ⟶ IR

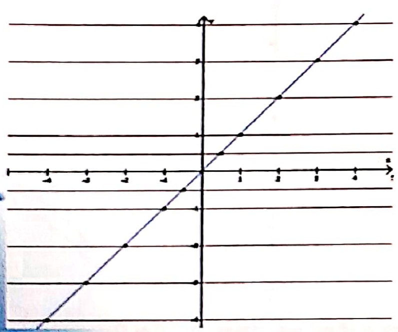


O gráfico representa uma função sobrejetora.

8- FUNÇÃO INJETORA, SOBREJETORA E BIJETORA (continuação)

c) Função bijetora

Exemplo 1: F: IR ⟶ IR



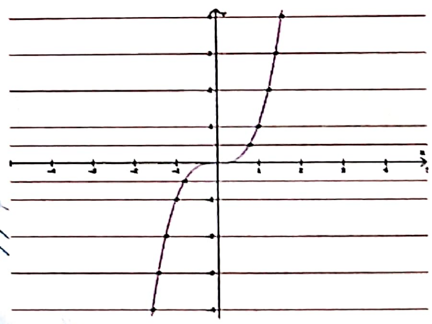
O gráfico representa uma função:

- Injetora
- Sobrejetora

Logo, ele representa uma função bijetora.

8- FUNÇÃO INJETORA, SOBREJETORA E BIJETORA (continuação)

Exemplo 2: F: IR ⟶ IR

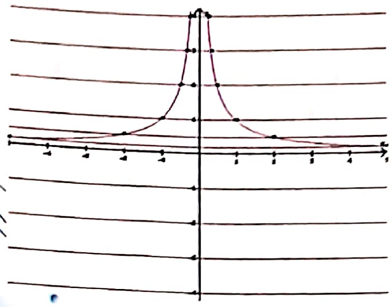


O gráfico representa uma função bijetora.

8- FUNÇÃO INJETORA, SOBREJETORA E BIJETORA (continuação)

Exemplo 3:

F: IR ⟶ IR

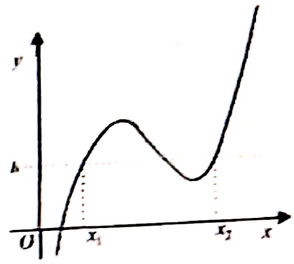


Não é sobrejetora, nem injetora.

8- FUNÇÃO INJETORA, SOBREJETORA E BIJETORA (continuação)

Exercício 1:

F: IR ⟶ IR

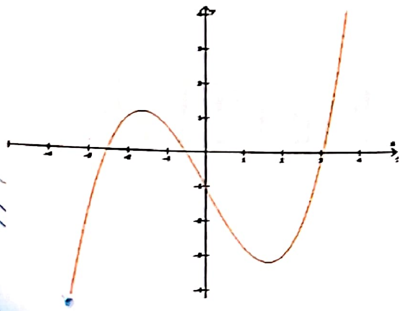


O gráfico representa uma função sobrejetora.

8- FUNÇÃO INJETORA, SOBREJETORA E BIJETORA (continuação)

Exercício 2:

F: IR ⟶ IR

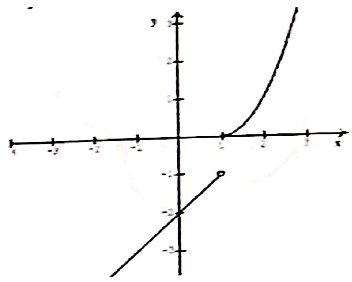


Não é sobrejetora, nem injetora.

8- FUNÇÃO INJETORA, SOBREJETORA E BIJETORA (continuação)

Exercício 3:

F: IR ⟶ IR

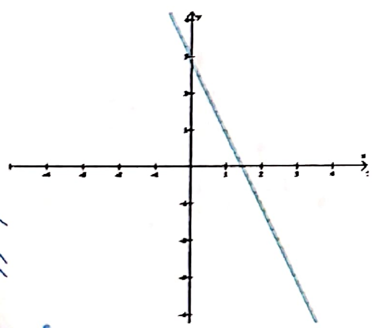


O gráfico representa uma função injetora.

8- FUNÇÃO INJETORA, SOBREJETORA E BIJETORA (continuação)

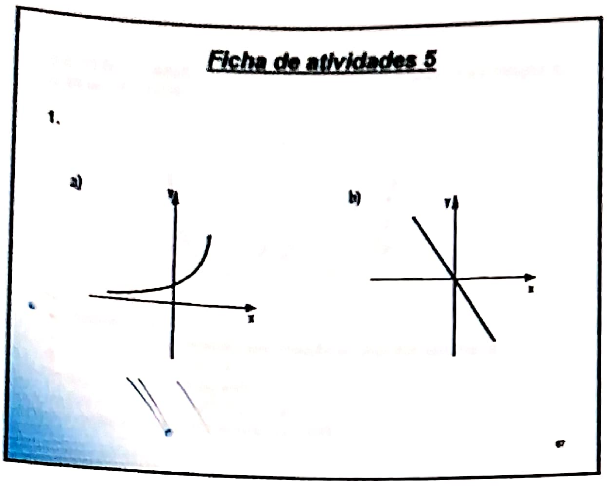
Exercício 4:

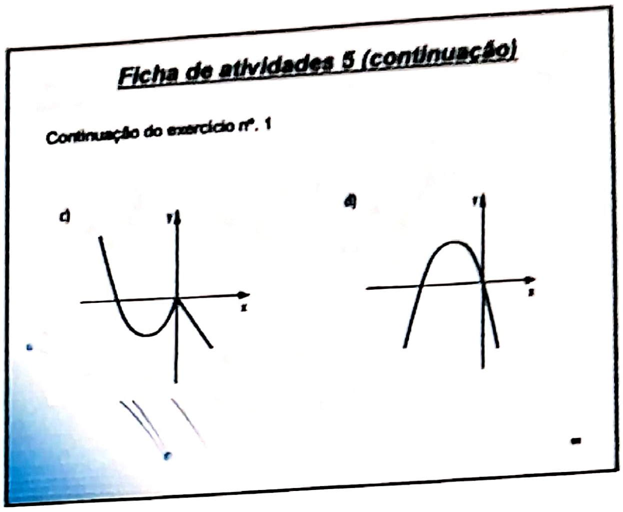
F: IR ⟶ IR



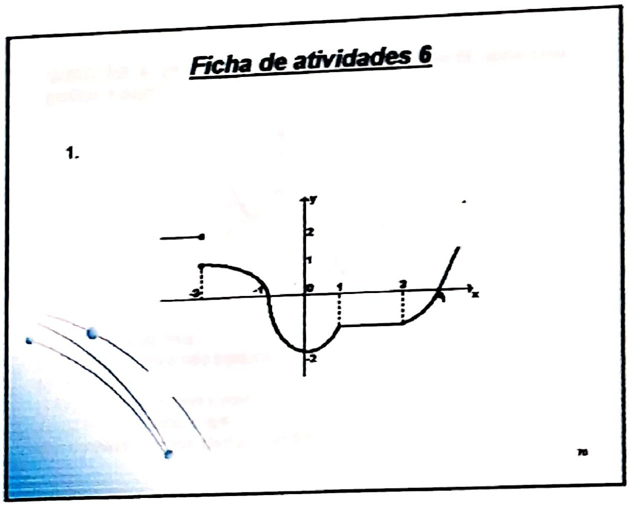
O gráfico representa uma função bijetora.

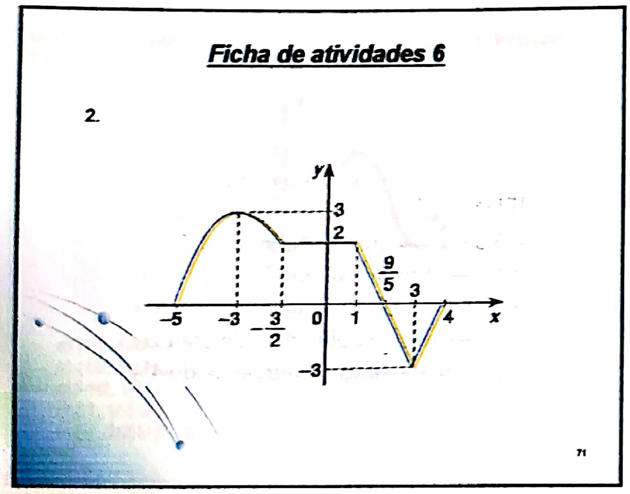
Ficha de Atividades 5

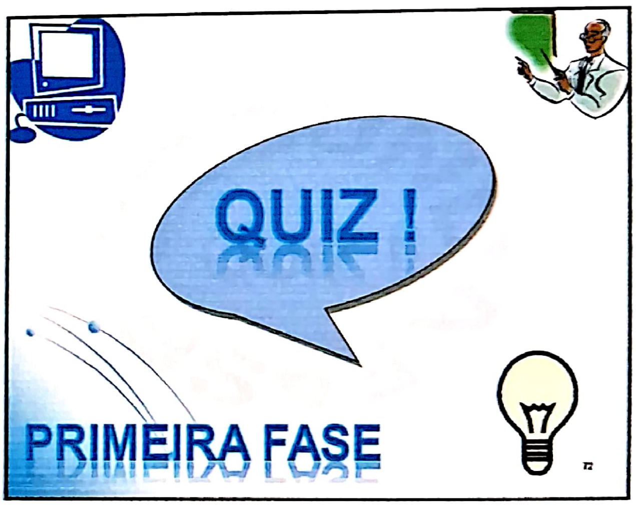

Ficha de atividades 5
1.
a)
b)


Ficha de atividades 5 (continuação)
Continuação do exercício nº. 1
c)
d)

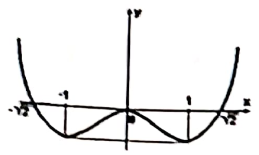

Ficha de Atividades 6


Ficha de atividades 6
1.


Ficha de atividades 6
2.
y
x
−5
−3
−3/2
0
1
4
3
2
9/5
3
−3
71


QUIZ !
PRIMEIRA FASE
72

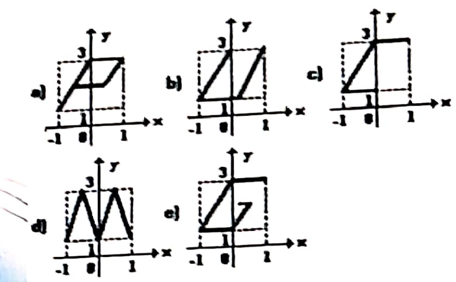
QUESTÃO 1- (Ufal) Na figura abaixo tem-se o gráfico da função f, de IR em IR, definida por $y=x^4-2x^2$.



É verdade que :
a) esse gráfico é simétrico em relação ao eixo das abscissas.
b) $f(x) < 0$ para $-1 < x < 1$.
c) $f(x) = 0$ para $x=-1$ ou $x=1$.
d) $f(x) > 0$ para $x < -\sqrt{2}$ ou $x > \sqrt{2}$
e) o valor máximo de f ocorre para $x=0$.

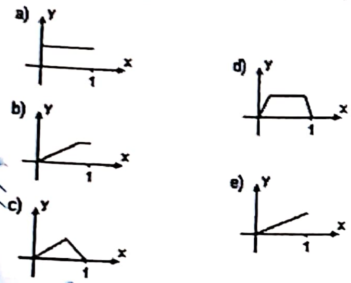
73

QUESTÃO 2 - (PUC- MG) Dos gráficos, o único que representa uma função de domínio $\{x \in R / -1 \leq x \leq 1\}$ e imagem $\{y \in R / 1 \leq y \leq 3\}$ é:



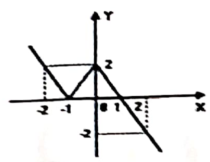
74

QUESTÃO 3 - (Unifesp 2002) Há funções y = f(x) que possuem a seguinte propriedade: "a valores distintos de x correspondem valores distintos de y". Tais funções são chamadas injetoras. Qual dentre as funções cujos gráficos aparecem abaixo, é injetora?



75

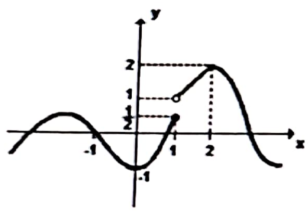
QUESTÃO 4 - (Puccamp) Seja f a função de IR em IR, dada pelo gráfico a seguir :



É correto afirmar que:
a) f é sobrejetora e não injetora.
b) f é bijetora.
c) $f(x) = f(-x)$ para todo x real.
d) $f(x) > 0$ para todo x real.
e) o conjunto imagem de f é $]-\infty; 2]$.

76

QUESTÃO 5 - (UFR-RJ) No gráfico a seguir, a imagem do intervalo [-1,2) é:



a) [1/2, 1) U (-2, 1].
b) (1/2, 1] U [-2, 1).
c) [-1/2, 1] U (1, 2).
d) [-1, 1/2] U (1, 2).
e) [-1, 1/2] U [1, 2].

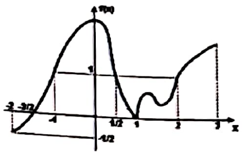
77

SEGUNDA FASE

QUIZ !

78

QUESTÃO 1 - (UF-MG 2003) Considere a função y = f(x), que tem como domínio o intervalo {x ∈ IR: $-2 < x \leq 3$} e que se anula somente em $x = -\frac{3}{2}$ e x=1, como se vê nesta figura:



Assim sendo, para quais valores reais de x se tem $0<f(x)<1$?

a) {x ∈ IR: $-\frac{3}{2} \leq x \leq -1$} U {x ∈ IR: $\frac{1}{2} \leq x < 1$} U {x ∈ IR: $1 < x \leq 2$}

b) {x ∈ IR: $-2 < x \leq -\frac{3}{2}$} U {x ∈ IR: $-1 \leq x < \frac{1}{2}$} U {x ∈ IR: $2 < x \leq 3$}

c) {x ∈ IR: $-\frac{3}{2} < x \leq -1$} U {x ∈ IR: $\frac{1}{2} \leq x < 2$}

d) {x ∈ IR: $-\frac{3}{2} < x \leq -1$} U {x ∈ IR: $\frac{1}{2} \leq x < 2$}

79

QUESTÃO 2 – Esboce o gráfico de uma função, que seja ao mesmo tempo uma função sobrejetora, par e positiva no intervalo [-2 , 2].

80

QUESTÃO 3 – Esboce o gráfico de uma função, que seja ao mesmo tempo uma função bijetora, ímpar e decrescente em todo seu domínio.

Obs: Especifique o domínio, o contradomínio e o conjunto imagem.

81

FIM!

82

ANEXO 2 : Ficha de atividades

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CEFET CAMPOS Universidade da Tecnologia e do Trabalho
Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

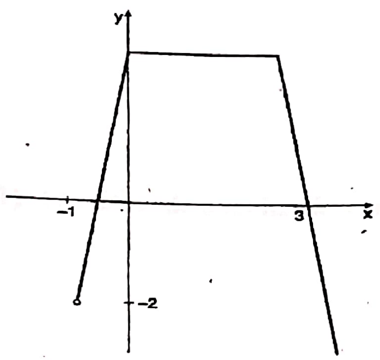
Nome: ______________________________
Turma: ________

Estas atividades foram elaboradas por Heloiza Rangel, Josie Vasconcellos, Luís Gustavo Soares, Rosana Barcelos, Tatiele Nascimento para um projeto que será desenvolvido no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino na Licenciatura em Matemática do CEFET-Campos.

ANÁLISE GRÁFICA DE FUNÇÕES

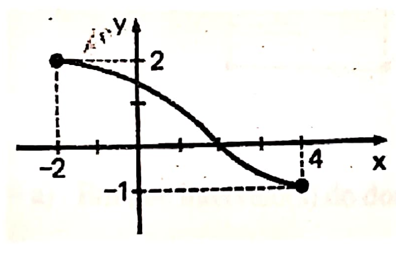
Ficha de Atividades 1

1) (PUC-Pelotas- RS - adaptada) Qual é o domínio da função f , cujo gráfico é dado abaixo?

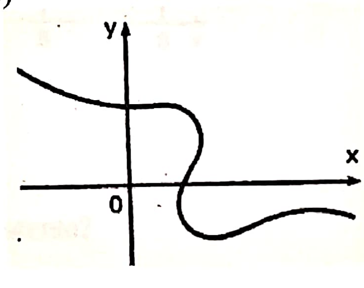


2) Verifique quais dos gráficos abaixo representam funções, determinando seu domínio e imagem:

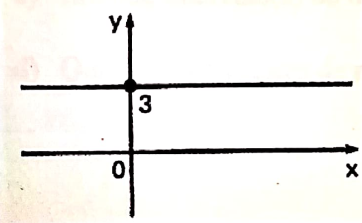
a)



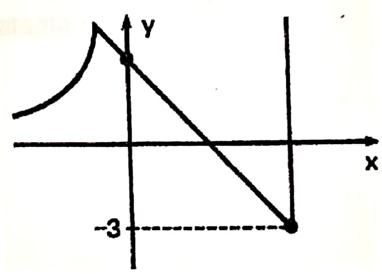
b)



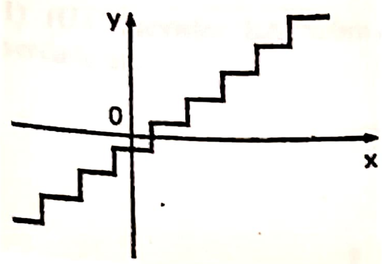
c)



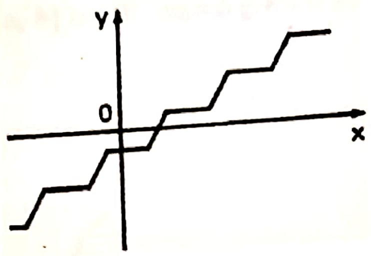
d)



e)

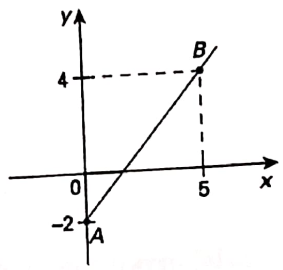


f)



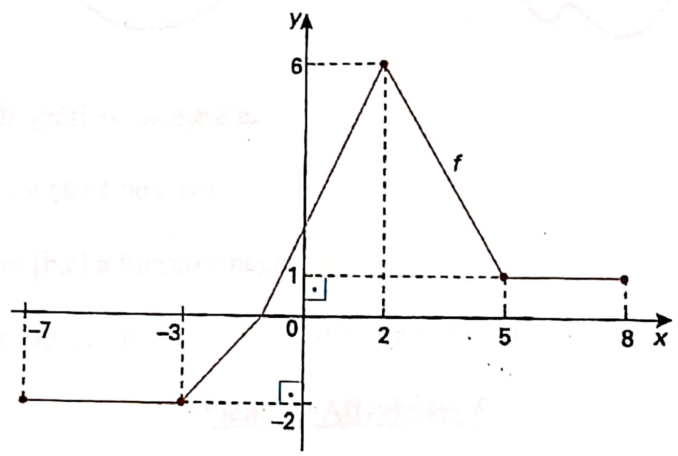
3) (UEL-PR) A semi-reta AB, representada no plano cartesiano ao lado, é gráfico de uma função f. O domínio e o conjunto imagem de f são, respectivamente:

a) [-2,5] e [0,4]
b) [0,5] e [-2,4]
c) [0,5] e IR
d) IR e IR
e) IR+ e [-2, +∞[



Ficha de Atividades 2

1) O gráfico de uma função é apresentado abaixo:



a) Em que intervalo(s) do domínio a função f é crescente?

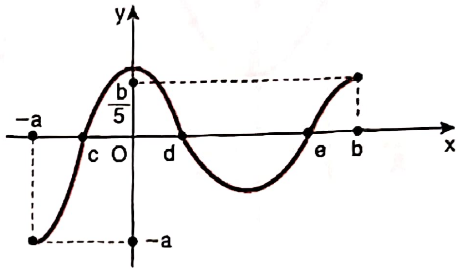
b) Em que intervalo(s) do domínio a função f é decrescente?

c) Em que intervalo(s) do domínio a função f é constante?

d) Quais são os valores de máximo e mínimo?

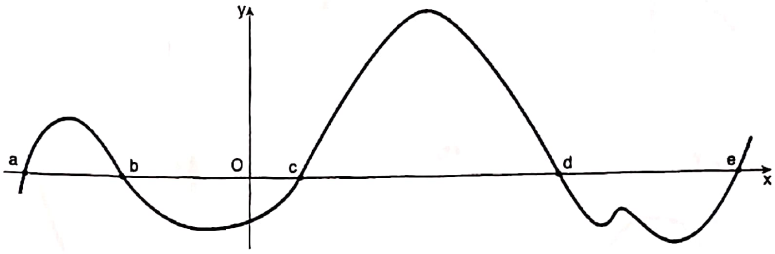
Ficha de Atividades 3

1) (U.C. Salvador- BA) Sobre a função f, de [-a,-b] em IR, cujo o gráfico se vê abaixo, é verdade que:



a) f(x) ≤ 0 para todo x no intervalo [d,e].
b) f é crescente no intervalo [0,b].
c) f(e) > f(d).
d) f tem apenas duas raízes reais.
e) f(x) > 0 para todo x no intervalo [-a,0].

2) Marque V ou F nas alternativas abaixo, corrigindo as que forem falsas:



a) As raízes do gráfico são **a,c** e **e**.

b) Em [c,d] a função é positiva.

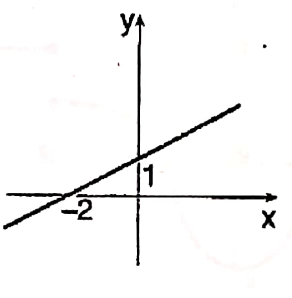
c) Somente em [b,c] a função é negativa.

d) f(x) > 0 em [a,b] U [c,d] e f(x) < 0 em [a,c] U [d,c].

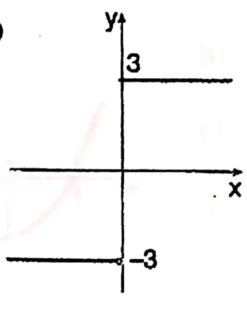
Ficha de Atividades 4

1) Nos gráficos abaixo assinale P se a função é par I se a função é impar e 0 se a função não é par, nem é impar.

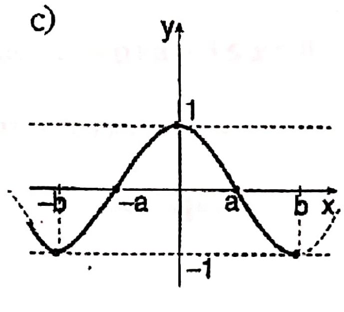
a)



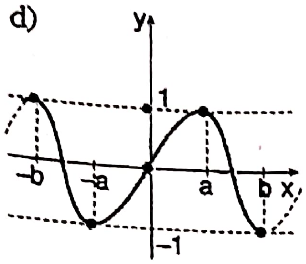
b)



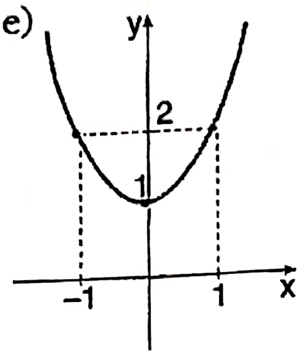
c)



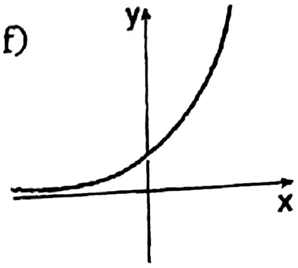
d)



e)



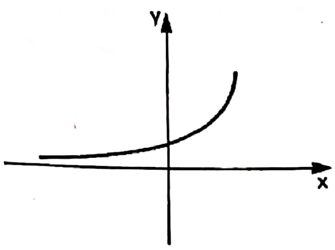
f)



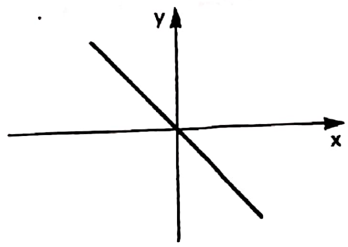
Ficha de Atividades 5

1) Para as funções em IR representadas abaixo, qual é injetora? E sobrejetora? E bijetora?

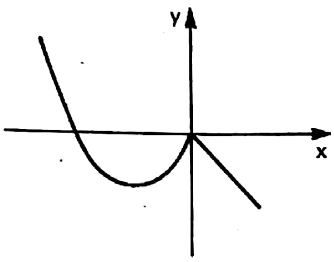
a)



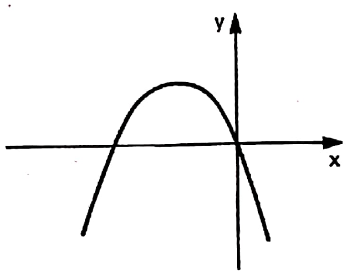
b)



c)

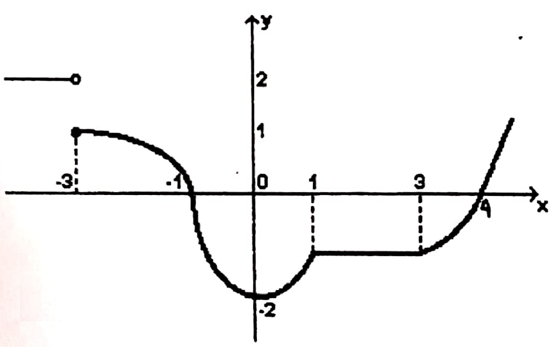


d)



Ficha de Atividades 6

1) O gráfico representa uma função f definida em IR. Assinale V ou F nas sentenças seguintes, justificando as falsas:



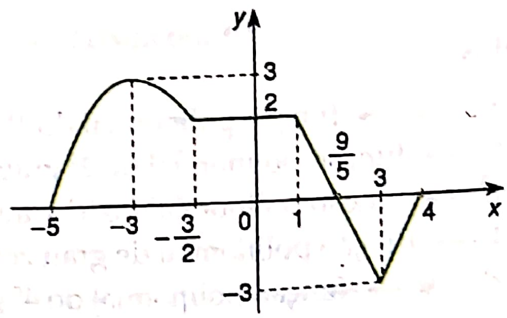
a) f é negativa para $x < -1$ ou $x > 4$.

b) f é decrescente para $-3 \leq x \leq 0$.

c) As raízes de f são -1 e 4.

d) f é constante apenas para $1 \leq x \leq 3$.

2) O gráfico abaixo refere-se a uma função f.



a) Qual é o domínio da função?
b) Qual é o conjunto-imagem?
c) Para quais intervalos f é crescente?
d) Para quais intervalos f é decrescente?
e) Existe valor máximo de f? Se existir, qual é o ponto de máximo?
f) Qual o valor de x que produz o valor mínimo de f? Qual é esse valor mínimo?
g) Estude o sinal dessa função.

ANEXO 3: Fichas de atividades respondidas pelos alunos

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
Universidade da Tecnologia e do Trabalho
Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Nome: Karina
Turma: 2031

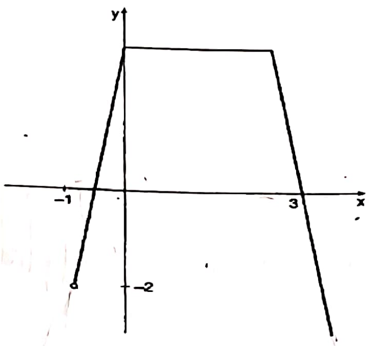
Estas atividades foram elaboradas por Heloiza Rangel, Josie Vasconcellos, Luis Gustavo Soares, Rosana Barcelos, Tatiele Nascimento para um projeto que será desenvolvido no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino na Licenciatura em Matemática do CEFET-Campos.

ANÁLISE GRÁFICA DE FUNÇÕES

Ficha de Atividades 1

1) (PUC-Pelotas- RS - adaptada) Qual é o domínio da função f , cujo gráfico é dado abaixo?

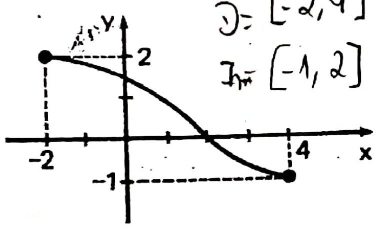
D =]-1, +∞[(+ infinito)



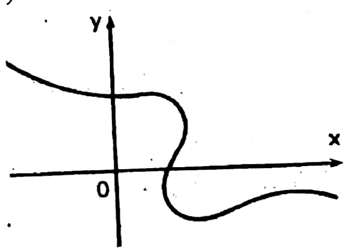
2) Verifique quais dos gráficos abaixo representam funções, determinando seu domínio e imagem:

a) sim

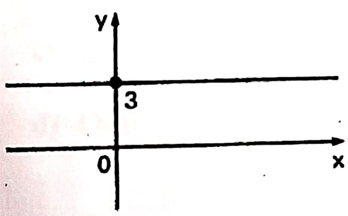
D = [-2, 4]
Im = [-1, 2]



b) não



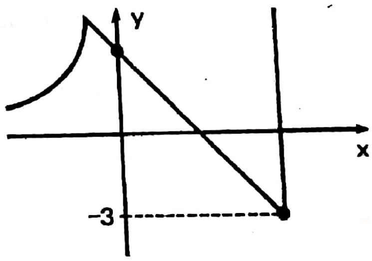
c) sim



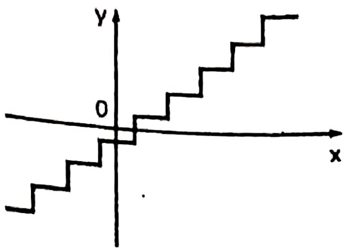
D = ∞

Im = [3]

d) não



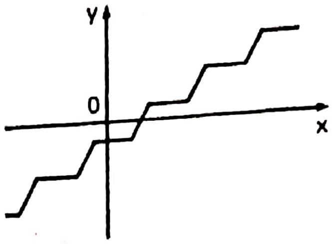
c) não



f) sim

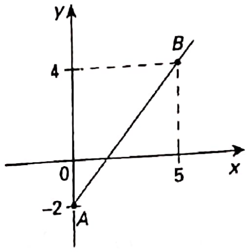
D: IR

Im: IR



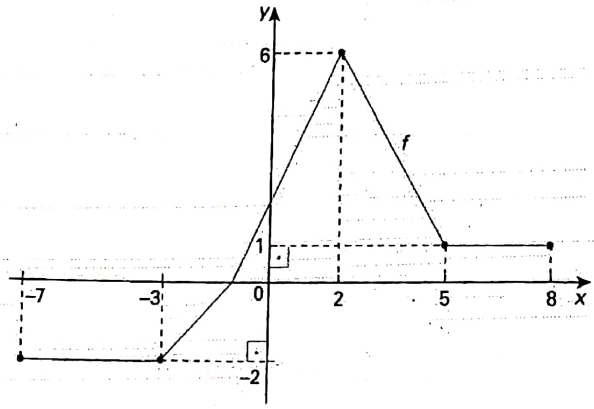
3) (UEL-PR) A semi-reta AB, representada no plano cartesiano ao lado, é gráfico de uma função f. O domínio e o conjunto imagem de f são, respectivamente:

a) [-2,5] e [0,4]
b) [0,5] e [-2,4]
c) [0,5] e IR
d) IR e IR
e) IR_+ e [-2, +∞[



Ficha de Atividades 2

1) O gráfico de uma função é apresentado abaixo:

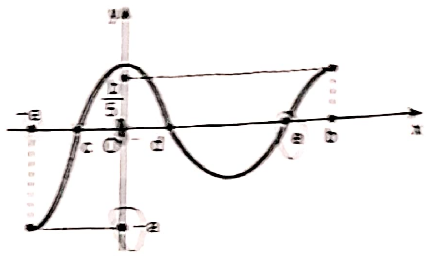


a) Em que intervalo(s) do domínio a função f é crescente?
[-3 , 2]
b) Em que intervalo(s) do domínio a função f é decrescente?
[2, 5]
c) Em que intervalo(s) do domínio a função f é constante?
[-7, -3] ∪ [5, 8]
d) Quais são os valores de máximo e mínimo?

min: -2
max: 6

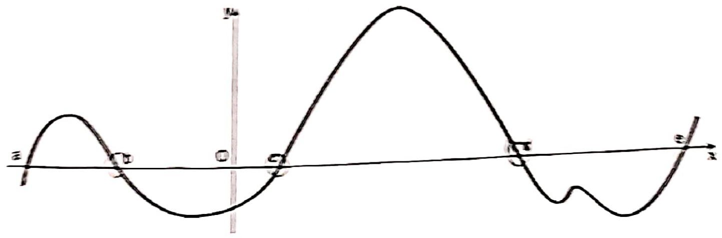
Ficha de Atividades 3

1) (U.C. Salvador- BA) Sobre a função f, de [-a,+b] em IR, cujo o gráfico se vê abaixo, é verdade que:



a) f(x) ≤ 0 para todo x no intervalo [d,e].
b) f é crescente no intervalo [0,b].
c) f(e) > f(d).
d) f tem apenas duas raízes reais.
e) f(x) > 0 para todo x no intervalo [-a,0].

2) Marque V ou F nas alternativas abaixo, corrigindo as que forem falsas:



a) As raízes do gráfico são **a**,**c** e e. F

b) Em [c,d] a função é positiva. um]c, d[f(x) > 0 F

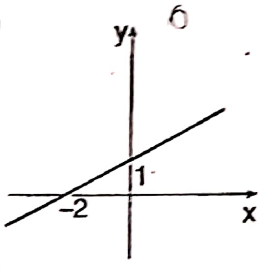
c) Somente em [b,c] a função é negativa. F também p/]d, e[

d) f(x) > 0 em [a,b] U [c,d] U]e,+∞[e f(x) < 0 em [a,c] U [d,c]. F

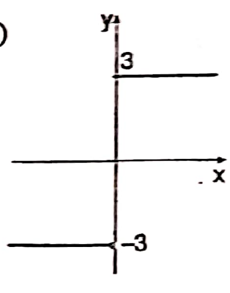
Ficha de Atividades 4

1) Nos gráficos abaixo assinale P se a função é par I se a função é impar e 0 se a função não é par, nem é impar.

a) O

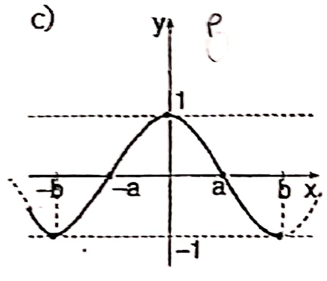


b)

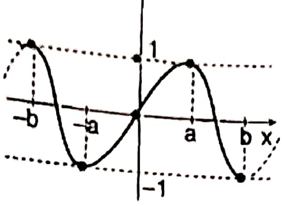


I

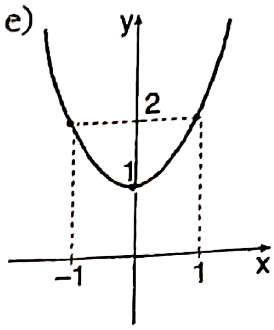
c) P



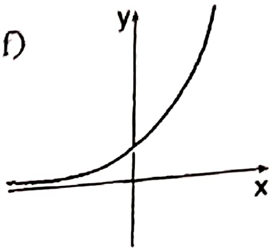
d) I

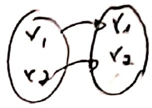


e) P



f) O

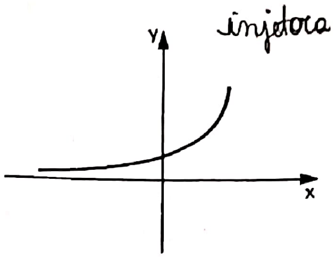




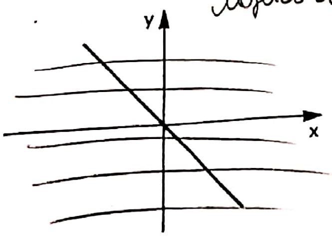
Ficha de Atividades 5

1) Para as funções em IR representadas abaixo, qual é injetora? E sobrejetora? E bijetora?

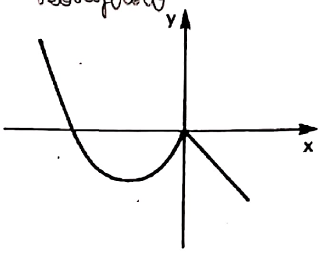
a) injetora



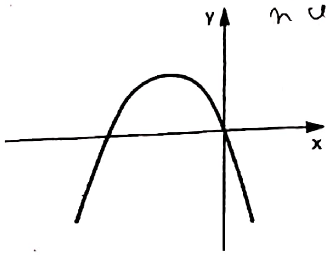
b) bijetora



c) sobrejetora

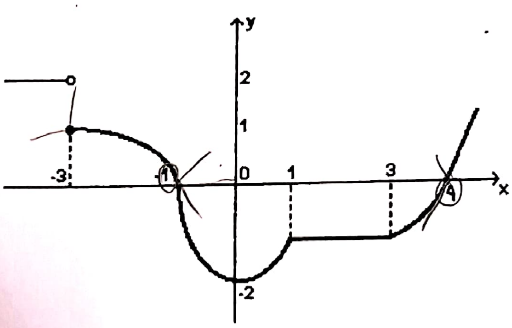


d) ñ é nada



Ficha de Atividades 6

1) O gráfico representa uma função f definida em IR. Assinale V ou F nas sentenças seguintes, justificando as falsas:



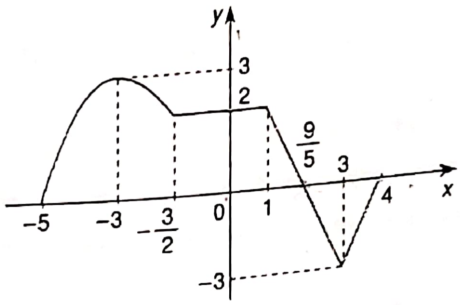
a) f é negativa para $x < -1$ ou $x > 4$. F
$x > -1$ ou $x > 4$

b) f é decrescente para $-3 \leq x \leq 0$. V

c) As raízes de f são -1 e 4. V

d) f é constante apenas para $1 \leq x \leq 3$. V

2) O gráfico abaixo refere-se a uma função f.



a) Qual é o domínio da função? $D: [-5, 4]$
b) Qual é o conjunto-imagem? $Im = [-3, 3]$
c) Para quais intervalos f é crescente? $[-5, 3] \cup [3, 4]$
d) Para quais intervalos f é decrescente? $[-3, -\frac{3}{2}] \cup [2, \frac{9}{5}]$
e) Existe valor máximo de f? Se existir, qual é o ponto de máximo? Max = 3 Min −3
f) Qual o valor de x que produz o valor mínimo de f? Qual é esse valor mínimo? Vmi = −5 Vmax = 4
g) Estude o sinal dessa função.

$f(x) > 0$, $]-5, \frac{9}{5}[$

$f(x) < 0$, $]\frac{9}{5}, 4[$

$f(x) = 0$, $x = \frac{9}{5}$, $x = -5$, $x = 4$