CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
Universidade da Tecnologia e do Trabalho

MEC/SETEC

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

PRODUTOS NOTÁVEIS

POR

HELOIZA RANGEL DA SILVA
JOSIE PACHECO DE VASCONCELLOS SOUZA
LUIS GUSTAVO MARQUES SOARES
ROSANA RAMOS DE BARCELOS
TATIELE DO NASCIMENTO PEREIRA PESSANHA

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2007-2

HELOIZA RANGEL DA SILVA
JOSIE PACHECO DE VASCONCELLOS SOUZA
LUIS GUSTAVO MARQUES SOARES
ROSANA RAMOS DE BARCELOS
TATIELE DO NASCIMENTO PEREIRA PESSANHA

PRODUTOS NOTÁVEIS

Projeto apresentado no Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos, como parte das exigências da disciplina Laboratório de Ensino do curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Mônica Souto da Silva Dias
Mestre em Educação Matemática – CEFET Campos

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2007-2

"Os jogos em grupo podem motivar e despertar o interesse do aluno, tornando a aprendizagem mais atraente. A partir de erros e acertos e da necessidade da análise sobre a eficiência de cada estratégia, construída para alcançar a vitória no jogo, estimula-se o desenvolvimento do raciocínio reflexivo daqueles que jogam."

(Júlia Borin, 2002)

Sumário

1- Introdução

O ensino da Matemática tanto na rede pública quanto na rede privada, mas, principalmente, na pública, em geral se dá por meio de aulas expositivas, sem utilização de recursos pedagógicos tais como, dobraduras, jogos, tecnologia, etc. Talvez seja essa explicação para que muitos alunos não gostem da Matemática.

Percebe-se que os alunos não relacionam a Matemática com o seu dia a dia, seu contexto social e o seu desenvolvimento. É importante que o professor tenha consciência dessas dificuldades e procure estimular a atenção e o interesse dos alunos para aprender Matemática. Uma idéia para despertar o interesse dos alunos, seria a inserção de atividades extracurriculares. Neste trabalho, sugerimos a utilização de jogos para motivar a aprendizagem, além de estimular o desenvolvimento de habilidades tais como raciocínio lógico, concentração, atenção e socialização do aluno.

A utilização dos jogos no ensino da Matemática permite ao professor analisar e avaliar alguns aspectos, que de acordo com os PCN (1998, p. 47), são:

- Compreensão: facilidades para entender o processo do jogo assim como o autocontrole e o respeito a si próprio;
- Facilidades: possibilidades de construir uma estratégia vencedora;
- Possibilidades de descrição: capacidades de comunicar o procedimento seguido e da maneira de atuar;
- Estratégia utilizada: capacidades de comparar com as previsões ou hipóteses.

A aprendizagem da Matemática, muitas vezes, não atinge o nível de compreensão por parte dos alunos, limitando-se apenas à memorização de fórmulas. Desse modo, buscamos analisar a contribuição da utilização de jogos no ensino da Matemática, que sob o nosso ponto de vista, pode propiciar a compreensão de conteúdos matemáticos e, no caso deste trabalho, o entendimento de conteúdo de Produtos Notáveis, de modo permanente, evitando a "decoreba" de fórmulas sem significado para o aluno.

O objetivo geral deste projeto é verificar se a utilização de jogos no ensino da Matemática possibilita a construção significativa do conceito de produto notável. Para atingir esse objetivo geral, alguns objetivos específicos podem ser delineados: a) Verificação do nível de interesse dos alunos quanto ao uso de jogos matemáticos; b) Avaliação do uso de jogos matemáticos como ferramenta pedagógica na resolução de produtos notáveis.

Pretendíamos aplicar esse projeto ao 8° ano do Ensino Fundamental. Mas no decorrer do desenvolvimento optamos por aplicar e uma turma de 3° ano do Ensino Médio, porque uma professora de matemática da turma havia detectado que os alunos, apesar de estarem cursando a 3° série do Ensino Médio, ainda apresentam muitas dificuldades ao desenvolver os produtos notáveis. Abordamos o tema inicialmente com demonstrações algébricas e em seguida aplicamos dois jogos: Bingo Algébrico[1] e Tabuleiro Notável[2], cujo desenvolvimento será explicado no decorrer do relatório.

---

[1] A elaboração desse jogo foi baseada em outro jogo encontrado no seguinte site: <http://www.eduquenet.net/fatoracao.htm> cujo o autor do texto é Sérgio Friedman.

[2] Este jogo foi criado e elaborado pelos componentes do grupo.

2 – A importância da utilização de jogos no ensino da Matemática

Podemos dizer que a inexistência de estudos históricos acerca da evolução de jogos e do brinquedo no Brasil, nos leva a adotar os parâmetros franceses. Na França, a progresso do jogo e do brinquedo acompanha os grandes períodos da civilização ocidental. Pode-se situar na antiga Roma e na Grécia o aparecimento das primeiras reflexões em torno da importância deste recurso na educação (VASSALLO NETO, 2006).

O primeiro educador a fazer um trabalho de repercussão baseado no uso didático dos jogos foi Friedrich Froebel, que atuou em 1840 em escolas na Alemanha e Suíça. Para ele o uso pedagógico de jogos e brinquedos, deveria ser organizados e sutilmente dirigidos pelo professor. Froebel inventou vários jogos do tipo quebra-cabeça, dobraduras de papel, jogos de dados, etc. As bases de sua orientação residiam num profundo espiritualismo e na opinião de que a escola – ao menos nas séries iniciais – não devia se concentrar na transmissão de conhecimento, mas no desenvolvimento do caráter, e no despertar da motivação para os estudos. A etapa dos jogos era uma das mais importantes no desenvolvimento da criança. Nas décadas seguintes a sua morte, que ocorreu em 1852, os jardins de infância, e com eles suas idéias e os "jogos educativos", ligeiramente difundiram-se pela Europa, América do Norte e Japão (VASSALLO NETO, 2006).

Outra educadora que muito contribuiu para o desenvolvimento do uso didático dos jogos foi Maria Montessori, italiana, que iniciou sua carreira trabalhando com crianças deficientes mentais, para as quais precisou desenvolver métodos e materiais de ensino especiais. Obtendo enorme sucesso, passou a usar as suas idéias e materiais em escolas "normais", no início do século, antes da I Guerra (VASSALLO NETO, 2006).

Aqui no Brasil, destaca-se o papel de Malba Tahan (Júlio César de Melo e Souza), um famoso professor de matemática, que foi um crítico energético do ensino tradicional e excessivamente algebrizado de nossas escolas, mas não ficou somente na crítica. Suas contribuições para a matemática e obras produzidas são internacionalmente reconhecidas. (VASSALLO NETO, 2006)

Vygostsky (1989) afirmava que através do brinquedo a criança aprende a agir numa esfera cognitiva, sendo livre para determinar suas próprias ações. Segundo ele, o brinquedo estimula a curiosidade e autoconfiança, proporcionando desenvolvimento da linguagem do pensamento, da concentração e atenção (GROENYWALD; TIMM, sd.).

Utilizamos jogos no ensino de Matemática para estimular e verificar o desenvolvimento da linguagem, da criatividade, do raciocínio dedutivo, que é exigido na escolha de uma jogada ou em argumentações. A inserção dos jogos na Educação Matemática propicia:

- Descentralizar: ver algo de um ponto de vista que não é o seu;
- Analisar o comportamento e a atividade mental de um jogador disposto a ganhar;
- Conjecturar, verificar e analisar idéias e raciocínios;
- Desenvolver a concentração;
- Sociabilizar a informação;
- Diminuir os bloqueios apresentados por muito de nossos alunos;
- Desenvolver habilidades de raciocínio como: organização, atenção e concentração, tão necessárias ao aprendizado de elementos matemáticos.
- Partindo dos princípios declarados por Piaget, o objetivo pedagógico no contexto escolar e clínico do jogo passa pelos seguintes itens:
    - ✓ Sociabilização do aluno;
    - ✓ Trabalhar a ansiedade;
    - ✓ Rever os limites;
    - ✓ Reduzir a descrença na autocapacidade de realização;
    - ✓ Diminuir a dependência, desenvolvimento da autonomia;
    - ✓ Aprimorar a coordenação motora;
    - ✓ Desenvolver a organização espacial;
    - ✓ Melhorar o controle segmentar;
    - ✓ Aumentar a atenção e a concentração;
    - ✓ Desenvolver a antecipação da estratégia;
    - ✓ Trabalhar a discriminação auditiva;
    - ✓ Ampliar o raciocínio lógico;
    - ✓ Desenvolver a criatividade;
    - ✓ Perceber figura e fundo;
    - ✓ Trabalhar o jogo.

Precisamos ter em mente que os jogos são excelentes ferramentas para exercitar a abstração, a imprecisão e a auto-estima (VASSALLO NETO, 2006).

O que temos em questão é a resolução de problemas que aparecem na execução de um jogo e em seguida criar uma postura crítica frente a situações que necessitam de respostas. Se pararmos para analisar, cada jogada cria muitos questionamentos e neste momento o papel do professor é o de estimulador, de questionador, de tal maneira que o aluno assuma uma postura crítica frente aos problemas e situações propostos. O professor não dever se visto como um agente da formação, mas sim como um facilitador da construção do conhecimento matemático, e este conhecimento é construído numa perspectiva sócio-interativista, é construído eticamente, coletivamente e o erro faz parte dessa construção, aliás, ele é fundamental para a melhor compreensão da atitude correta (VASSALLO NETO, 2006).

O jogo pode ser baseado em alguns critérios básicos, que são: o jogo deve ser para dois ou mais jogadores, ou melhor, não deve ser um jogo solitário; o jogo deve ter regras preestabelecidas que não podem ser alteradas no decorrer de uma partida; as regras devem ser formuladas de tal modo que haja no final um vencedor; o jogo deve possuir significância e relevância para os alunos; a sorte deve ter um papel secundário ou não interferir; as regras devem permitir que cada jogador possa participar e serem objetivas e claras (VASSALLO NETO, 2006).

Os tipos de jogos são:

a) *Jogos de treinamento*:

São os jogos que auxiliam a memorização, ou a fixação de conceitos, fórmulas e técnicas ligadas a algum conteúdo. Devem ser utilizados quando o professor percebe que alguns alunos precisam de reforço num determinado conteúdo, substituindo assim as grandes listas de exercícios (VASSALLO NETO, 2006).

b) *Jogos de estratégia:*

Aqui temos um maior desenvolvimento do raciocínio lógico, na realidade o aluno deve criar ou possuir uma estratégia. O papel do aluno está centrado na descoberta, assim a necessidade da formulação de hipóteses, da argumentação e da experimentação são fatores imprescindíveis para a validação das hipóteses, assim o jogo torna-se um problema resolvido que pode gerar ou não outros problemas e desafios. O fator sorte não interfere no resultado (VASSALLO NETO, 2006).

c) *Jogos geométricos:*

Tem como objetivo desenvolver a habilidade de observação e o pensamento lógico. Com eles é possível trabalhar figuras geométricas, semelhança de figuras, ângulos e polígonos (GROENYWALD; TIMM, sd.).

Ambos os jogos que iremos aplicar são jogos de treinamento.

Na Educação Matemática, o jogo deve possuir uma intencionalidade, deve estar carregado de conteúdo. É um conteúdo que não pode ser apreendido apenas com a manipulação livre de materiais. É preciso jogar, para que assim se possa construir o conteúdo objeto da aprendizagem. O conteúdo matemático não deve estar no jogo, mas no ato de jogar. É por isso que o professor tem um papel importante, não mais como um juiz, mas como um jogador que conhece bem as regras e as reinventa com seus companheiros de equipe: os alunos (VASSALLO NETO, 2006).

Se os professores utilizassem o jogo como uma atividade voluntária, à qual não se pode obrigar a ninguém, quem sabe os exercícios ou a tarefa se tornassem mais desafiantes, provocadores de curiosidade, e o dever de casa fosse percebido como um prazer de casa, permitindo maior envolvimento e compromisso com o desafio do conhecimento da realidade, de si mesmo e do outro, facilitando o aprender a aprender (BICUDO, 1999).

A maioria dos alunos espera do professor a solução do problema proposto, colocando assim o professor na posição de saber tudo. Porém o seu objetivo maior é poder transmitir o seu conhecimento de forma mais clara possível, para que assim não induza o equívoco dos alunos (BICUDO, 1999).

3 – Relato e análise da aplicação do trabalho

As atividades propostas neste trabalho foram aplicadas a um grupo de alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Campos dos Goytacazes, no dia 26 de julho de 2007, de 14h às 16h.

Este grupo foi encaminhado pela professora de Matemática da turma para participar deste trabalho, porque ela havia detectado que os alunos, apesar de estarem cursando a 3ª série do Ensino Médio, ainda apresentam muitas dificuldades ao desenvolver os produtos notáveis, como por exemplo, não utilizar a definição de potência para desenvolver uma soma ou diferença elevada ao quadrado, isto é, em $(x + a)^2$, eles costumam resolver erroneamente elevando cada termo do binômio ao quadrado, escrevendo $x^2 + a^2$, quando deveriam fazer $(x + a)(x + a)$ e aplicar a propriedade distributiva ou aplicar a regra prática dos produtos notáveis.

A aplicação das atividades estava estruturada da seguinte forma: revisão oral de potenciação e produtos notáveis, atividades de desenvolvimento de habilidades, ficha de atividades, jogo do bingo, jogo do tabuleiro. Esta ordem foi modificada durante a realização da atividade, por uma sugestão da orientadora, pois foi observado que a aula estava ficando monótona. Assim a estrutura modificada passou a ser a seguinte: revisão oral de potenciação, demonstração dos produtos notáveis, atividades orais com exposição minuciosa de produtos notáveis, jogo do bingo, atividades de desenvolvimento de habilidades, jogo do tabuleiro. Deste modo a aula ficou mais dinâmica e interativa. Nos parágrafos seguintes passamos a descrever e analisar cada uma destas fases.

Figura 1: Aplicação do trabalho

3.1 - Revisão oral de potenciação e produtos notáveis

Iniciando a aula, os professores em formação perguntaram aos alunos o que eles sabiam sobre produtos notáveis. Não ficamos surpresos ao ver que alguns alunos não lembravam o que era. Antes de começar a revisão foi feito um relato de como se originou o termo "Produtos Notáveis" e logo após foi dado início à revisão oral que está descrita nos parágrafos seguintes.

Um componente do grupo relatou que após o aparecimento da Álgebra, o cálculo com expressões algébricas tornou-se cada vez mais intenso nas ciências exatas e humanas. Na sua busca constante por um cálculo mais rápido e menos trabalhoso, os matemáticos observaram que alguns tipos de produtos de polinômios apareciam com extraordinária freqüência.

Para não ter que fazer sempre a multiplicação resolveram "guardar" os resultados. Esses produtos especiais, pela sua utilidade e simplicidade, receberam o nome de Produtos Notáveis. O termo "Produto" pode ser o resultado de uma operação de multiplicação e o termo "notável" pode ser definido como "importante", ou aquilo que se destaca.

Após esta explanação, um professor em formação começou a revisão sobre algumas propriedades de potenciação. O texto abaixo expõe o que foi registrado no quadro, durante tal apresentação. É importante ressaltar que ao longo de toda a revisão, os alunos foram chamados a participar, respondendo perguntas feitas pelos professores em formação, alguns dos alunos também participaram formulando perguntas dirigidas aos professores em formação referentes a dúvidas anteriores àquele momento.

➢ **Potência:**

♦ Definição: Produto de fatores iguais.

$\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = a^2$

$\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = a^3$

$\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{a} \ldots \mathbf{a} = a^n$

♦ Produto de potência de mesma base;

$\mathbf{a}^{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{a}^{\mathbf{n}} = a^{m+n}$

♦ Divisão de potência de mesma base;

$\mathbf{a}^{\mathbf{n}} / \mathbf{a}^{\mathbf{m}} = a^{n-m}$

◆ Potência de Potência;

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

◆ Duas propriedades sem nome;

$(a / b)^n = a^n / b^n$

$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$

➢ ***Exemplos:***

$(2x)^2 = 4x^2$

$(a \cdot b \cdot c)^2 = a^2 b^2 c^2$

$(9xy)^2 = 81\, x^2 y^2$

$(2x^2)^2 = 4x^4$

$(2x^2 y^3)^3 = 8\, x^6 y^9$

$xy \cdot xy = x^2 y^2 = (xy)^2$

$(2a)^2 \cdot (2a)^3 = (2a)^5 \quad \neq \quad 2a^2 \cdot 2a^3 = 4a^5$

➢ **Distributiva:**

$2(x + 1) = 2x + 2$

$(x - 2) \cdot (2x + 3) = 2x^2 + 3x - 4x - 6 = 2x^2 - x - 6$

Os professores em formação chamaram atenção dos alunos para o fato de que na propriedade distributiva multiplicamos todos os termos (não se esquecendo das regras dos sinais) e somamos os termos semelhantes. A fim de economizar tempo e não ter de multiplicar termo a termo, utilizamos os produtos notáveis.

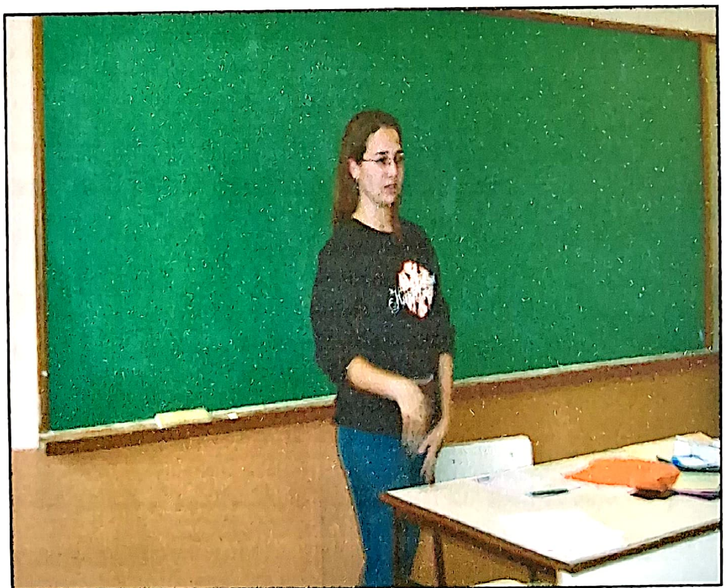

Figura 2: Revisão de produtos notáveis

Após os alunos terem revisado a potenciação e a propriedade distributiva, foi possível então dar inicio ao conteúdo de Produtos Notáveis.

3.2 - Demonstrações dos produtos notáveis

Através de uma exposição dialogada com os alunos foram resolvidos exemplos de expressões que envolviam potência de dois termos, como por exemplo: $(5x - 2)^2$, onde levamos os alunos a desenvolver a potência e aplicar a propriedade distributiva, até perceberem que a mesma estrutura se repetia em todos os exemplos utilizados. Foi feito isso para os três produtos notáveis abordados no nosso trabalho.

Em seguida, demonstramos os produtos notáveis no quadro negro, que serão citados abaixo:

Quadrado da Soma de dois termos

Quadrado da soma de dois números reais a e b quaisquer - **a** mais **b** ao quadrado é igual ao quadrado do primeiro mais duas vezes o primeiro vezes o segundo, mais o quadrado do segundo:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Demonstração:

Pela definição de potenciação temos que:

$(a + b)^2 = (a + b)\ (a + b)$

Utilizando-se da propriedade distributiva da multiplicação:

$(a + b)^2 = a\ (a + b) + b(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2$

E, finalmente pela propriedade comutativa vem:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

✓ **Algebricamente, fica demonstrado que:**

$(x + y)^2$	=	x^2	+	$2xy$	+	y^2
quadrado da soma de 2 termos		***quadrado do 1º termo***		***duas vezes o produto do 1º pelo 2º***		***quadrado do 2º termo***

O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro, mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo.

Quadrado da Diferença de dois termos

Quadrado da diferença de dois números reais a e b quaisquer - **a** menos **b** ao quadrado é igual ao quadrado do primeiro menos duas vezes o primeiro vezes o segundo, mais o quadrado do segundo:

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Demonstração:

Pela definição de potenciação temos que:

$(a - b)^2 = (a - b)\,(a - b)$

Utilizando-se da propriedade distributiva da multiplicação:

$(a - b)^2 = a\,(a - b) + b(a - b) = a^2 - ab - ba + b^2$

E, finalmente pela propriedade comutativa vem:

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

✓ **Algebricamente, fica demonstrado que:**

$(x - y)^2$	=	x^2	-	$2xy$	+	y^2
quadrado da diferença de 2 termos		***quadrado do 1° termo***		***duas vezes o produto do 1° pelo 2°***		***quadrado do 2° termo***

O quadrado diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro, menos duas vezes o produto do primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo.

Produto da Soma pela Diferença de dois termos

O Produto da soma pela diferença de dois números reais **a** *e* **b** *quaisquer* é igual ao quadrado do primeiro termo (a) menos o quadrado do segundo (b):

$(a + b)\,(a - b) = a^2 - b^2$

Demonstração:

Novamente é decorrência das propriedades distributiva e comutativa da multiplicação:

$(a + b)\,(a - b) = a\,(a - b) + b(a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$

✓ **Algebricamente, fica demonstrado que:**

$(x + y)$	$\cdot$	$(x - y)$	$=$	x^2	$-$	y^2
soma dos termos		*diferença dos termos*		*quadrado do 1ºtermo*		*quadrado do 2º*

termo

O produto da soma pela diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo.

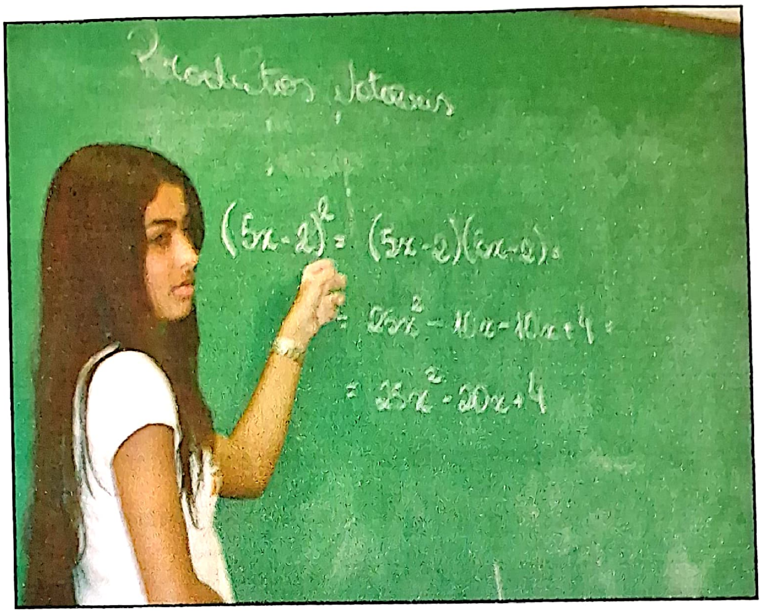

Figura 3: Demonstrações dos produtos notáveis

3.3 - Atividades orais com exposição minuciosa de produtos notáveis

Esta parte consistiu em resolver algumas atividades oralmente mostrando algumas dificuldades que geralmente são encontradas no estudo de produtos notáveis. Foram resolvidos mais exemplos dos três produtos notáveis abordados no trabalho.

Observou-se que uma das dificuldades dos alunos é reconhecer um produto notável na sua forma desenvolvida. Por isso, nesta parte, explicamos para os alunos o que é um trinômio quadrado perfeito, e mostramos como fatorá-lo.

Alguns exemplos de simplificação de expressões contendo produtos notáveis foram apresentados.

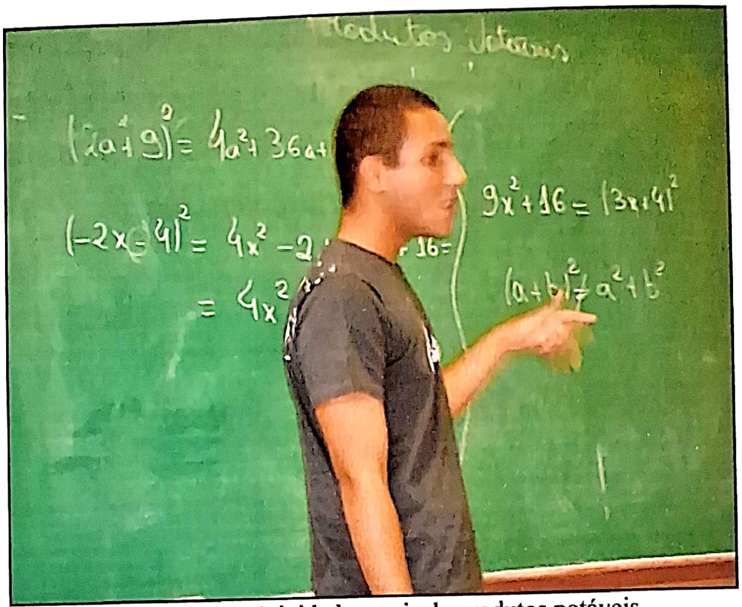

Figura 4: Atividades orais de produtos notáveis

Após esta parte resolvemos aplicar um de nossos jogos, que será explicado no próximo item, para depois aplicarmos a ficha de atividades.

3.4 - Jogo do bingo[3]

Utilizamos dois jogos para a verificação da aprendizagem: Bingo Algébrico e Jogo do Tabuleiro Notável. O objetivo da utilização dos jogos era envolver os alunos num clima de aprendizagem, estimulando a participação de todos e o espírito de equipe e desenvolvendo o raciocínio, pois os jogos propiciam o desenvolvimento das várias habilidades citadas anteriormente.

> Os jogos são atividades tão prazerosas e interessantes, por que não os trazer para a sala de aula e, assim, substituir as antigas atividades em folhas intermináveis que tornavam a aprendizagem um tédio? Trazendo o jogo para dentro da sala de aula, estaremos tornando a educação mais compatível com o desenvolvimento natural das crianças, ou seja, contribuiremos, para que a aprendizagem escolar seja relevante para o desenvolvimento.
>
> *(Constance Kamii, 1997)*

3 É interessante fazer um comentário, que no momento da aula, houve a necessidade de mudar a ordem da apresentação, que foi uma sugestão feita por nossa orientadora. Inicialmente iríamos aplicar os dois jogos seguidos para finalizar a aula. Porém foi percebido que a aula estava ficando cansativa, por isso mudamos a ordem, de modo a deixar a aula mais dinâmica e interativa. O jogo do bingo ficou após a explicação de todo o conteúdo e o jogo do Tabuleiro Notável, logo após a aplicação da ficha de atividades.

Neste item vamos relatar o momento no qual os alunos jogaram o Bingo Algébrico. Foi distribuído para cada dupla uma cartela e as regras foram explicadas oralmente por um professor em formação. Neste jogo foram selecionados 24 produtos notáveis para os quais, os primeiros membros das expressões ficaram na sacola para ser sorteado. E o segundo membro das expressões estava na cartela entregue aos alunos. A lista, regras e os modelos das cartelas seguem abaixo.

Lista do Bingo Algébrico:

PRODUDOS NOTÁVEIS (Sorteio)

1. $(4 + z)^2$
2. $(a + 7)^2$
3. $(2a + 3b)^2$
4. $(3a + 2b)^2$
5. $x^2 + 6xy + 9y^2$
6. $4a^2 + 4ab + b^2$
7. $a^2 + 2ab + b^2$
8. $x^2 + 6x + 9$
9. $(x - y)^2$
10. $(5x - 2y)^2$
11. $(x - 4)^2$
12. $(7x - y)^2$
13. $m^2 - 6m + 9$
14. $4x^2 -16x +16$
15. $25d^2 - 10da + a^2$
16. $y^2 - 16yx + 64x^2$
17. $(3x + 2y).(3x - 2y)$
18. $(m + 1).(m - 1)$
19. $(2 + 7x).(2 - 7x)$
20. $(4 + x).(4 - x)$
21. $x^2 - 81$
22. $9x^2 - 25$
23. $16^{a2} - b^2$
24. $9x^2 - 4y^2$

PRODUTOS NOTÁVEIS (Cartela)

1. $16 + 8z + z^2$
2. $a^2 + 4^a + 49$
3. $4a^2 + 12ab + 9b^2$
4. $9a^2 + 12ab + 4b^2$
5. $(x + 3y)^2$
6. $(2a + b)^2$
7. $(a + b)^2$
8. $(x + 3)^2$
9. $x^2 - 2xy + y^2$
10. $25x^2 - 20xy + 4y^2$
11. $x^2 - 4x + 16$
12. $49x^2 - 14xy + y^2$
13. $(m - 3)^2$
14. $(2x - 4)^2$
15. $(5d - a)^2$
16. $(y - 8x)^2$
17. $9x^2 - 4y^2$
18. $m^2 - 1$
19. $4 - 49x^2$
20. $16 - x^2$
21. $(x + 9).(x - 9)$
22. $(3x +5).(3x - 5)$
23. $(4a + b).(4a - b)$
24. $(3x+2y).(3x-2y)$

Regras do jogo:

1- Cada dupla receberá uma cartela com quatro produtos notáveis.

2- Daremos um tempo de 5 a 10 minutos para resolverem os produtos notáveis da cartela.

3- Similar a um bingo, começaremos o sorteio dos produtos notáveis (1° ou 2° membro do produto notável). Assim, os alunos terão que encontrar o resultado correspondente ao produto notável que será sorteado.

4- Ganhará a primeira dupla que completar toda a cartela do bingo algébrico corretamente.

5- Em caso de empate daremos o prêmio a todas as duplas que completaram o bingo algébrico.

Modelo das cartelas do Bingo Algébrico:

$4a^2 + 12ab + 9b^2$
$(2x - 4)^2$
CEFET CAMPOS
$4 - 49x^2$
$(a + b)^2$

$25x^2 - 20xy + 4y^2$
$(x + 3y)^2$
CEFET CAMPOS
$(x + 9).(x - 9)$
$(m - 3)^2$

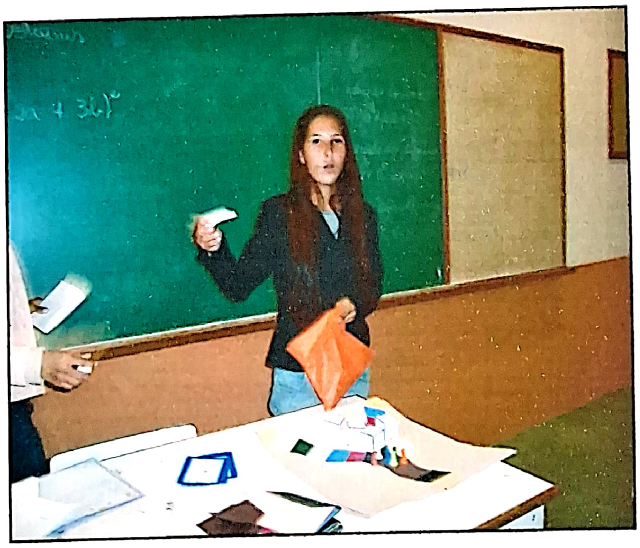

Figura 5: Sorteio do Bingo Algébrico

Ao saber que utilizariam jogos naquele momento os alunos se mostraram interessados e um pouco ansiosos, devido ao fato de ser uma aula mais dinâmica do que as "aulas normais". Com isso podemos dizer que os alunos participaram bastante e uma das dificuldades dos alunos é reconhecer um produto notável na sua forma desenvolvida.

3.5 - Atividades de desenvolvimento de habilidades

Esta parte constou de duas questões contendo vários produtos notáveis para serem desenvolvidos. Foi dado um tempo para os alunos resolverem a primeira questão e logo após foi corrigida. Podemos vê-la abaixo:

1. Complete as sentenças a seguir de modo que elas sejam trinômios quadrados perfeitos:

a) $x^2 + \_\_\_\_ + 100$
b) $x^2 + \_\_\_\_ + 25$
c) $x^4 + 25 + \_\_\_\_$
d) $x^2 - \_\_\_\_ + 4$
e) $16x^6 + 49 + \_\_\_\_$
f) $x^4 - \_\_\_\_ + 9y^2$
g) $x^2 - 4x + \_\_\_\_$
h) $4x^2 - 40x + \_\_\_\_$
i) $x^4 - 12x^2y^2 + \_\_\_\_$
j) $x^2 + \_\_\_\_ + 5x$
k) $x^2 - x + \_\_\_\_$

Algumas dificuldades encontradas foram na letras c e i, onde trocamos a ordem usual dos termos do trinômio quadrado perfeito.

A segunda questão da ficha de atividades foi aplicada ao final da aula. Porém não foi corrigida, pois foi através dela que fizemos uma análise do aprendizado dos alunos que se encontra na conclusão. Abaixo, se encontra a segunda questão da ficha de atividades:

2. Complete com **V**, para as sentenças verdadeiras e com **F**, para as sentenças falsas, corrigindo-as:

a) $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$ ( )
b) $(5 - x)^2 = 25 - 10x + x^2$ ( )
c) $(2a + c).(2a - c) = 8a^2 + 2c^2$ ( )
d) $(2y + 3x)^2 = 4y^2 + 20xy + 9x^2$ ( )

e) $(4a - 3b)^2 = 16a - 24ab + 9$ ( )

f) $(m^2 + 7n).(m^2-7n)= m^4 - 49n^2$ ( )

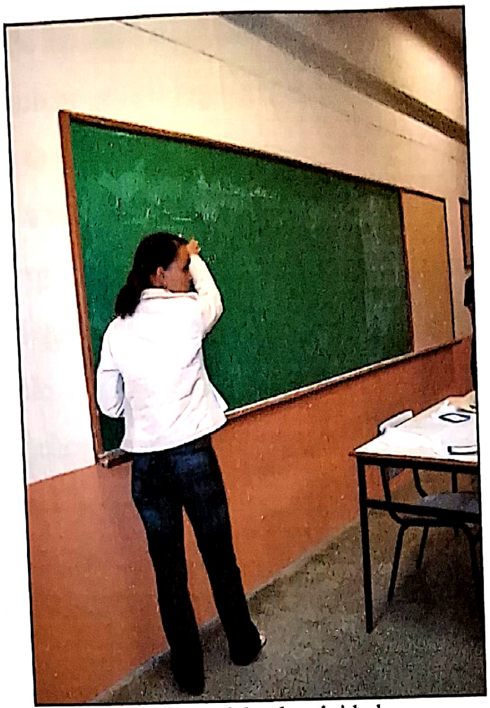

Figura 6: Ficha de atividades

Na ficha de atividades continha um espaço ao final da folha, no qual o aluno poderia opinar sobre a aula da qual ele havia participado. Podemos verificar abaixo.

Comentários da aula:

____

____.

Em anexo, se encontra ao modelo da ficha de atividades. Selecionamos também algumas fichas de atividades resolvidas e alguns comentários da aula feitos pelos alunos.

3.6 - Jogo do Tabuleiro Notável

O jogo consiste em um tradicional jogo de tabuleiro em que os jogadores terão que percorrer um caminho com alguns obstáculos, onde será o vencedor quem chegar primeiro ao final. No Tabuleiro Notável os obstáculos serão perguntas e questões sobre produtos notáveis, onde cada casa terá uma cor que terá sua respectiva carta. E cada cor de carta terá seu nível de dificuldade. Ao final haverá uma pergunta secreta, onde será um problema mais elaborado de produtos notáveis, conseqüentemente, um grau de dificuldade maior. Por exemplo, se o jogador cair numa casa amarela, o instrutor do jogo pegará uma carta amarela e lhe fará uma pergunta, caso ele responda certo, o jogador irá avançar, caso responda errado permanecerá nesta casa até responder alguma pergunta certa. E assim por diante.

Regras do jogo:

1- Dividiremos a turma em quatro grupos.

2- Cada grupo será dividido em duas equipes.

3- Cada grupo terá um tabuleiro para o jogo.

4- Começará o jogo quem tirar maior número no dado.

5- A equipe jogará o dado e verá em qual casa irá cair.

6- Se for uma casa com pergunta, só avançará se responder à pergunta corretamente.

7- Caso não responda, terá que passar a sua vez e esperar para uma próxima jogada.

8- Vencerá o jogo aquele que acertar todas as questões percorrendo o caminho mais rapidamente até a linha de chegada.

9- Lembrando que ao final, independente do número que sair no dado, só vencerá quem responder a pergunta secreta corretamente.

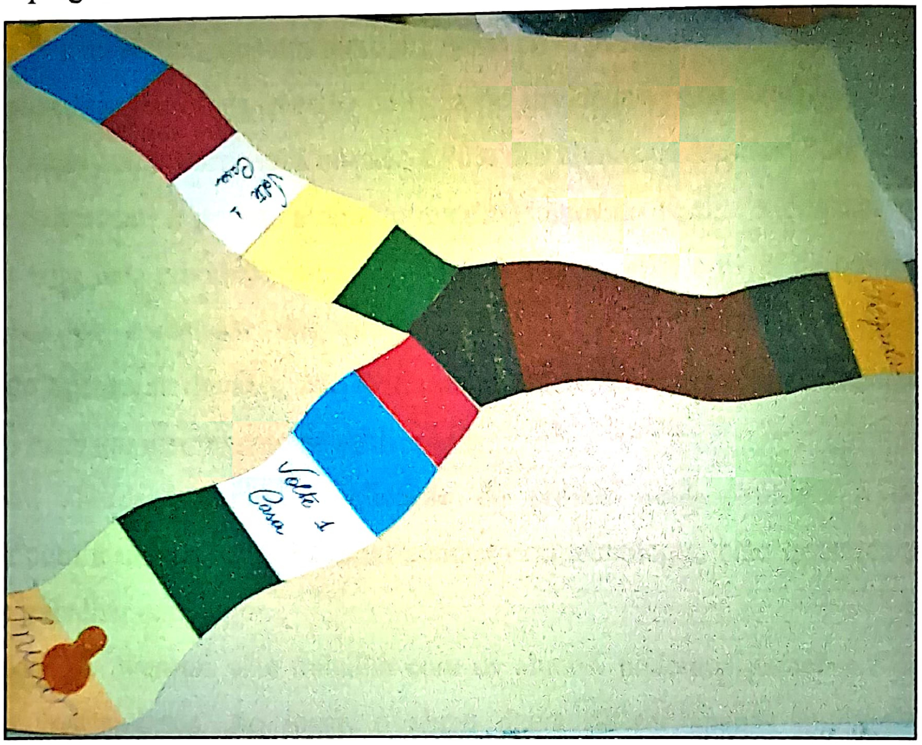

Figura 7: Tabuleiro Notável

No inicio da aplicação do Tabuleiro Notável, os alunos ficaram agitados devido a turma ser dividida em quatro grupos e por ficarem sabendo também que o grupo que ganhasse iria receber brindes.

Durante a aplicação do jogo percebemos que o conteúdo abordado foi bem entendido, pois o número de acertos foi bem maior que o número de erros.

Como se tratava de uma aula com um pouco de diversão, os alunos estavam bem motivados, tanto que sua participação no jogo foi muito importante e contribuiu para o entendimento do conteúdo.

4 – Considerações Finais

Ao iniciarmos o projeto de Laboratório de Ensino e Aprendizagem, fizemos uma pesquisa sobre o tema e encontramos uma similaridade na abordagem do tema de Produtos Notáveis, uma vez que grande parte dos autores pesquisados utilizava a demonstração geométrica, para em seguida desenvolver a expressões gerais dos seguintes produtos: Quadrado da Soma de dois termos, Quadrado da Diferença de dois termos e Produto da Soma pela Diferença de dois termos.

A experiência desenvolvida nos chamou a atenção para a eficácia da utilização dos jogos na Educação Matemática. Sabemos que, devido a muitos fatores[4], a inserção dos jogos na aula poderá não ocorrer com freqüência necessária, mas aprendemos que ao fazer o uso de jogos matemáticos, estaremos com um recurso pedagógico eficaz para a construção do conhecimento matemático, que nos auxiliará nessa nova postura.

Analisamos a segunda questão da ficha de atividades, onde verificamos que 80% dos alunos acertaram completamente a questão e 90% dos alunos tiveram um bom rendimento.

Por aplicarmos o projeto a uma turma do 3° anos do Ensino Médio, acreditamos que poderia ser feita uma atividade inicial com o intuito de avaliar o nível de conhecimento dos alunos sobre os conteúdos dos pré-requisitos, para aproveitamos melhor o tempo, esclarecendo apenas as dúvidas, não deixando assim a aula monótona e cansativa, além de possuirmos mais um instrumento de análise.

Outra abordagem para a aplicação do projeto seria explorar a demonstração geométrica com a utilização de material concreto ou tecnologia. Não optamos por ela, pois preferimos trabalhar com jogos.

Ao desenvolvermos este trabalho com os alunos, podemos perceber o interesse e o entusiasmo dos mesmos. Ao jogar, o aluno deixa de ser apenas ouvinte passivo das explicações do professor para ser um elemento ativo, construindo sua própria aprendizagem. O que pode ser confirmado pelos depoimentos dos alunos em anexo.

Mas é preciso que o educador tenha consciência que trabalhar assim não é fácil; exige uma atenção maior sobre os alunos para identificar o que precisa ser trabalhado e escolher o jogo certo para cada conceito matemático. O professor educador tem que estar preparado, dominar o conteúdo, ser inovador, dinâmico e bastante flexível para motivar o seu aluno e fazer com que este obtenha um aprendizado satisfatório.

---

4 Dupla ou tripla jornada do professor; falta de recurso pedagógico na escola; falta de orientação pedagógica; entre outros.

Bibliografia

BICUDO Maria Aparecida Viggiani. *Pesquisa em Educação Matemática: concepção e perspectivas.* São Paulo: Editora UNESP, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais.* Brasília: MEC/ SEF, 1998.

DANTE, Luis Roberto. *Tudo é Matemática* Ensino Fundamental. São Paulo: Ática, 2002.

GIOVANNI, José Ruy. *A Conquista da Matemática*: a + nova, 7ª série – SP: FTD, 2002. – (Coleção a conquista da matemática).

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; TIMM, Usula Tatiana. *Utilizando Curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula*, sd. Disponível em:

LOPES, Antônio José. *A Matemática é feita assim*, 7ª série. São Paulo: FTD, (S.d)

NAME, Miguel Asis. *Tempo de matemática.* São Paulo: Editora Brasil, 1996.

VASSALLO NETO, Rafael. *Aprender Brincando: dos jogos à sala de aula.* Minicurso (4° Encontro de Educação Matemática do Rio de Janeiro – SBEM). Rio de Janeiro: Macaé, 2006.

FRIEDMAN, SERGIO. Fatoração e produtos notáveis, Bingo Algébrico. Disponível em: http://www.eduquenet.net/fatoracao.htm (Último acesso 08/03/2007)

LOPES, Lucidalva Aparecida Leite; Recco, Claudineia Helena. *O ensino da Matemática, através de jogos nas séries iniciais*, sd. Disponível em: <http://www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/cd_xxviii_cnmac/posters/214posterCNMAC2005_Lucidalva.ppt>. Última consulta em: 10/03/07.

<http://paginas.terra.com.br/educacao/calculu/Artigos/Professores/utilizandojogos.htm>. Última consulta em: 22/03/07.

http://www.interaula.com/versao1.3/matematica/mat00000.htm (Último acesso 27/03/07) http://www.exatas.hpg.ig.com.br/produtosnot.htm (Último acesso em 26/04/07)

http://www.juliobattisti.com.br/tutoriais/jorgeasantos/matematicaconcursos020.asp (Último acesso em 26/04/07)

http://www.nghorta.com/2006/09/23/produtos-notaveis/ (Último acesso em 26/04/07)

ANEXOS

ANEXO 1: Atividades de desenvolvimento de habilidades

MEC/SETEC
BRASIL
CEFET CAMPOS
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
Universidade da Tecnologia e do Trabalho

Nome: ____________________________ Série: __________

Turma: __________

Produtos Notáveis - Atividades

1. Complete as sentenças a seguir de modo que elas sejam trinômios quadrados perfeitos:

l) $x^2 +$ _____ $+ 100$

m) $x^2 +$ _____ $+ 25$

n) $x^4 +$ _____ $+ 25$

o) x^2 - _____ $+ 4$

p) $16x^6 +$ _____ $+ 49$

q) x^4 - _____ $+ 9y^2$

r) $x^2 - 4x +$ _____

s) $4x^2 - 40x +$ _____

t) $x^4 - 12x^2y^2 +$ _____

u) $x^2 + 5x +$ _____

v) $x^2 - x +$ _____

2. Complete com V ou F:

a) $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$ ( )

b) $(5 - x) = 25 - 10x + x^2$ ( )

c) $(2a + c).(2a - c) = 8a^2 + 2c^2$ ( )

d) $(2y + 3x)^2 = 4y^2 + 20xy + 9x^2$ ( )

e) $(4a - 3b)^2 = 16a - 24ab + 9$ ( )

f) $(m^2 + 7n).(m^2+7n) = m^4 - 49n^2$ ( )

Comentários da aula:

____

____.

ANEXO 2: Atividades de desenvolvimento de habilidades e Comentários feitos pelos alunos

MEC/SETEC

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
Universidade da Tecnologia e do Trabalho

CEFET CAMPOS

Nome: Manuella Luiza Alves Rabello Série: 3ª
Turma: 304

PRODUTOS NOTÁVEIS - Atividades

1. Complete as sentenças a seguir de modo que elas sejam trinômios quadrados perfeitos:

$2x \cdot 10$

a) $x^2 + \underline{20x} + 100$ $(x+10)^2$

b) $x^2 + \underline{10x} + 25$ $(x+5)^2$

c) $x^4 + 25 + \underline{10x^2}$ $\Rightarrow x^2 + \_\_ + 25$ $x^2\ (2 \cdot x^2 \cdot 5) + 5$

d) $x^2 - \underline{4x} + 4 \Rightarrow$

e) $16x^6 + 49 + \underline{56x^3} \Rightarrow 16x^6 + \_\_ + 49 \Rightarrow 4x^3 + \underline{2 \cdot 4x^3 \cdot 7} + 7$

f) $x^4 - \underline{6x^2} + 9y^2 \Rightarrow$

g) $x^2 - 4x + \underline{4}$

h) $4x^2 - 40x + \underline{100}$

i) $x^4 - 12x^2y^2 + \underline{36y^4} \Rightarrow x^4 - \underbrace{12x^2y^2}_{-2ab} + \_\_ \Rightarrow -2ab = 12x^2y^2$
$-2x^2 \cdot b = 12x^2y^2$

j) $x^2 + \underline{\sqrt{5x}} + 5x$ $(x+\sqrt{5})^2$ $b = \dfrac{12x^2y^2}{2x^2} = 6y^2$

k) $x^2 - x + \underline{\frac{1}{4}}$

2. Complete com **V**, para as sentenças verdadeiras e com **F**, para as sentenças falsas, corrigindo-as:

a) $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$ (V)

b) $(5 - x)^2 = 25 - 10x + x^2$ (V)

c) $(2a + c).(2a - c) = 8a^2 + 2c^2$ (F)

d) $(2y + 3x)^2 = 4y^2 + \overset{2 \cdot 2 \cdot 3}{20xy} + 9x^2$ (F)

e) $(4a - 3b)^2 = 16a - 24ab + 9$ (V) E

f) $(m^2 + 7n).(m^2 - 7n) = m^4 - 49n^2$ (V)

Comentários da aula:

Adorei. Foi uma aula bastante interessante. O conteúdo foi bem explicado!

MEC/SETEC

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

CEFET CAMPOS Universidade da tecnologia e do trabalho

Nome: LEONARDO GAIA PENHA Série: 3º ANO
Turma: 302 MANHÃ

PRODUTOS NOTÁVEIS - Atividades

1. Complete as sentenças a seguir de modo que elas sejam trinômios quadrados perfeitos:

a) $x^2 + \underline{20x} + 100$

b) $x^2 + \underline{10x} + 25$

c) $x^4 + 25 + \underline{10x^2}$

d) $x^2 - \underline{4x} + 4$

e) $16x^6 + 49 + \underline{56x^3}$ $\to 16x^6 + \underline{56x^3} + 49$

f) $x^4 - \underline{6x^2y} + 9y^2$

g) $x^2 - 4x + \underline{4}$

h) $4x^2 - 40x + \underline{100}$

i) $x^4 - 12x^2y^2 + \underline{36y^4}$

j) $x^2 + \underline{\frac{25}{4}} + 5x$

k) $x^2 - x + \underline{0{,}25}$

$4x^2 - 40x + 100$

$2x \quad 2 \cdot 2x \cdot 10 \quad 10$

$2 \cdot xy = 5x$

$y = \frac{5x}{2x} \therefore y = \frac{5}{2}$

2. Complete com **V**, para as sentenças verdadeiras e com **F**, para as sentenças falsas, corrigindo-as:

a) $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$ (V)

b) $(5 - x)^2 = 25 - 10x + x^2$ (V)

c) $(2a + c).(2a - c) = 8a^2 + 2c^2$ (F)

d) $(2y + 3x)^2 = 4y^2 + 20xy + 9x^2$ (F)

e) $(4a - 3b)^2 = 16a - 24ab + 9$ (F)

f) $(m^2 + 7n).(m^2 - 7n) = m^4 - 49n^2$ (V)

Comentários da aula:

A aula foi legal! Foi dinâmica, o que falta hoje em sala de aula. Então a aula foi proveitosa e PARABÉNS pela iniciativa do ALUNO-PROFESSOR!

MEC/SETEC BRASIL

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
Universidade da Tecnologia e do Trabalho

Nome: Parrella Rodrigues de G. Francisco Série: 3º
Turma: 303

PRODUTOS NOTÁVEIS - Atividades

1. Complete as sentenças a seguir de modo que elas sejam trinômios quadrados perfeitos:

a) $x^2 +$ 20x $+ 100$

b) $x^2 +$ 10x $+ 25$

c) $x^4 + 25 +$ $10x^2$

d) x^2 - 4x $+ 4$

e) $16x^6 + 49 +$ $56x^3$

f) $x^4 -$ $6xy$ $+ 9y^2$

g) $x^2 - 4x +$ 4

h) $4x^2 - 40x +$ 100

i) $x^4 - 12x^2y^2 +$ $36y^4$ $\Rightarrow -2ab = 12x^2y^2$ $-2 \cdot x^2 \cdot b = 12x^2y^2$

j) $x^2 +$ 25/4 $+ 5x$

k) $x^2 - x +$ 1/4

2. Complete com **V**, para as sentenças verdadeiras e com **F**, para as sentenças falsas, corrigindo-as:

a) $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$ (V) $x^2 + 2x \cdot 4 + 16$: $x^2 + 8x + 16$

b) $(5 - x)^2 = 25 - 10x + x^2$ (V) $5^2 - 2 \cdot 5 \cdot x + x^2 = 25 - 10x + x^2$

c) $(2a + c).(2a - c) = 8a^2 + 2c^2$ (F) $4a^2 - c^2$

d) $(2y + 3x)^2 = 4y^2 + 20xy + 9x^2$ (F) $4y^2 + 12xy + 9x^2$

e) $(4a - 3b)^2 = 16a - 24ab + 9$ (F) $16a^2 - 24ab + 9b^2$

f) $(m^2 + 7n).(m^2 - 7n) = m^4 - 49n^2$ (V) $m^4 - 49n^2$

Comentários da aula:

Foi muito Bacana! Uma aula dinâmica de matemática é capaz de fazer uma aluna s/ noção de Contas "como Eu" aprender.

Parabéns!!!

Todos vocês explicam muito Bem.

Ah! Espero q continuem, sendo atenciosos assim, quando estiverem dando aulas.

ANEXO 3: Alunos resolvendo as atividades e jogando

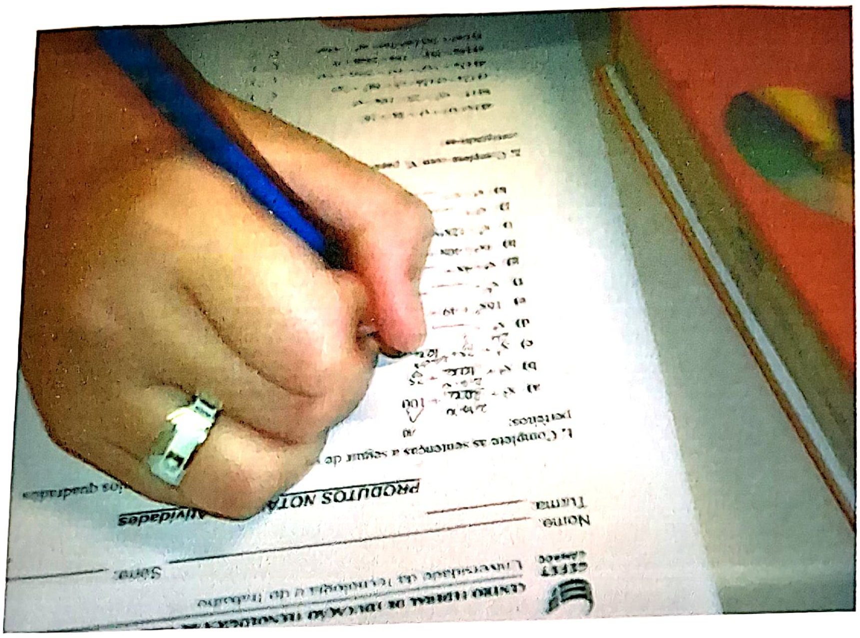

Foto 1: Resolução da ficha de Atividades

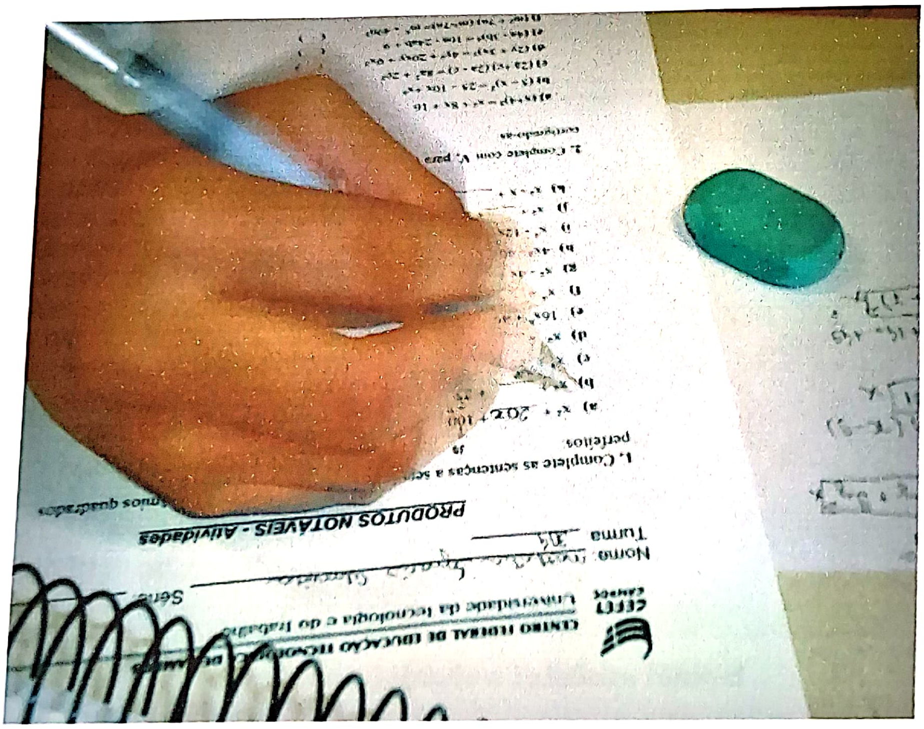

Foto 2: Resolução da ficha de Atividades

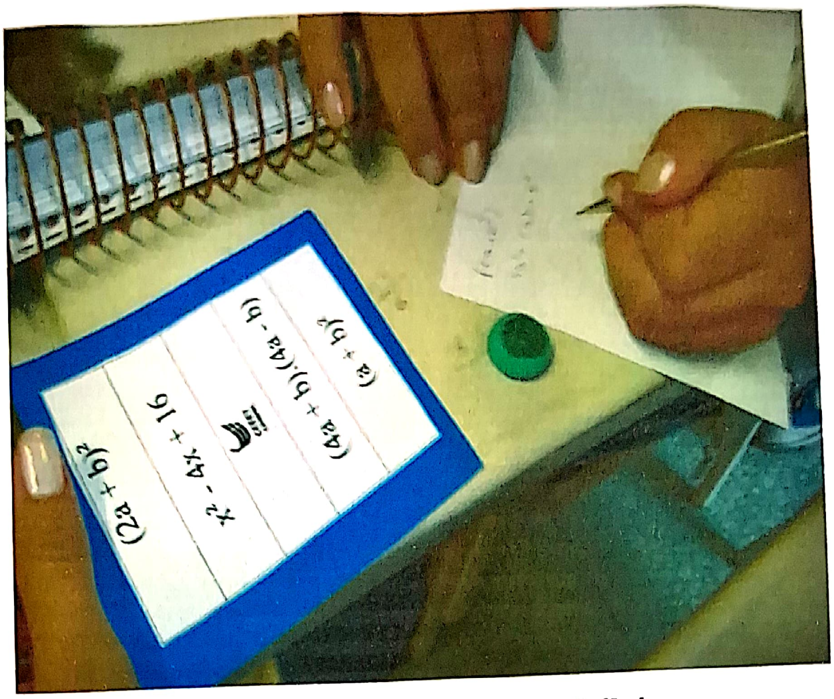

Foto 3: Alunos jogando o Bingo Algébrico

Foto 4: Alunos jogando o Tabuleiro Notável


SKC
52x