CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CEFET CAMPOS
Universidade da Tecnologia e do Trabalho

Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

POR

ALINE NOGUEIRA PIRES
CARINA GOMES DA SILVA
DANIELE DE SOUZA OLIVEIRA
KARINE GOMES BARRETO
PAULA EVELINE DA SILVA DOS SANTOS

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2007.2

ALINE NOGUEIRA PIRES
CARINA GOMES DA SILVA
DANIELE DE SOUZA OLIVEIRA
KARINE GOMES BARRETO
PAULA EVELINE DA SILVA DOS SANTOS

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Projeto apresentado no Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos, como parte das exigências da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Gilmara Teixeira Barcelos
Mestre em Ciências de Engenharia - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2007.2

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Este projeto teve por objetivo estudar de forma prática e investigadora as razões trigonométricas no triângulo retângulo, levando o aluno a construir o conhecimento através da manipulação de figuras no *software* GeoGebra.

A idéia de utilizar um *software* como recurso pedagógico na realização desse projeto está fundamentada nas orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais. É importante que no Ensino Fundamental os alunos sejam capazes de utilizar fontes de informação e diferentes recursos tecnológicos para adquirir e construir seus conhecimentos (BRASIL, 1999). E o uso desses recursos traz significativas contribuições para se repensar sobre o processo de ensino e aprendizagem de Matemática à medida que relativiza a importância do cálculo mecânico e da simples manipulação simbólica, uma vez que por meio de instrumentos esses cálculos podem ser realizados de modo mais rápido e eficiente.

Optamos por esse tema, pois o entendimento das razões trigonométricas é fundamental para o estudo da trigonometria em qualquer etapa da vida escolar. Além de ser um tema com aplicações em outras disciplinas, por exemplo, na física na qual são aplicadas no estudo de plano inclinado, leis de Newton, etc.

O projeto foi aplicado a alunos do 1º ano do Proeja (Programa de Educação de Jovens e Adultos), seu desenvolvimento foi no laboratório de informática sob observação da orientadora do projeto. Aplicamos o projeto em, aproximadamente, 4 horas/aula. A aula começou com 5 alunos e finalizou com 20 alunos.

Iniciamos o trabalho com uma breve revisão da definição e dos elementos de um triângulo retângulo. Apresentamos um problema para motivação inicial que foi resolvido juntamente com os alunos ao fim da aplicação do projeto. Em seguida apresentamos aos alunos o *software* e as ferramentas que seriam utilizadas para a realização das atividades. Após o reconhecimento do software, os alunos resolveram atividades de dedução das razões trigonométricas. Dando seqüência iniciamos a descrição da parte histórica, que consistiu em explicar o surgimento da

trigonometria e exemplificar sua utilização. A seguir, fizemos a demonstração do valor do seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis, a partir do triângulo eqüilátero e do quadrado. Finalizando, propomos a resolução de algumas atividades de aplicação.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1 Preparação do Projeto

Este projeto teve início no segundo período, no qual escolhemos o tema e iniciamos seu desenvolvimento por meio de pesquisas em livros e *Internet*. Ao final do período, foi apresentado a turma o tema e os métodos que utilizaríamos no projeto. Elaboramos atividades de dedução as quais contemplavam a definição de seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo a partir da investigação de uma figura, contento triângulos semelhantes, construída no *software* GeoGebra. Além disso, selecionamos algumas atividades de aplicação envolvendo razões trigonométricas.

Ao término do 2º período, foi entregue a professora orientadora do projeto, um relatório parcial, no qual, continha nossa proposta de ensino.

No terceiro período fizemos as correções necessárias do projeto e realizamos um teste exploratório, com a nossa turma, tendo como objetivo identificar possíveis erros. Neste teste constatamos algumas falhas que foram corrigidas para que estas não ocorressem durante a aplicação deste projeto para os alunos.

Percebemos que os pré-requisitos revisados na primeira etapa do projeto não foram suficientes para o desenvolvimento do estudo do tema, visto que durante as etapas seguintes observamos que era preciso reconhecer cateto oposto e adjacente a um determinado ângulo. Com isso incluímos esses conceitos nos pré-requisitos. Além disso, percebemos que a parte histórica deveria ter sido abordada de forma mais clara, para tanto reestruturamos esta etapa.

Foram diagnosticados erros na atividade de dedução, pois verificamos que a figura do arquivo a ser utilizado continha as respostas das atividades do tema em estudo. Além disso, observamos que alguns enunciados precisavam ser revistos.

Na demonstração do valor do seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis, percebemos que não era preciso fazer passo a passo a demonstração do ângulo de 60°, visto que esta é feita de forma análoga ao de 30°.

Algumas atividades de aplicação apresentavam enunciados mal elaborados dificultando assim sua compreensão, fizemos então, as correções necessárias.

Foi realizado o segundo teste exploratório no quarto período da Licenciatura em curso (3º Período da disciplina), em busca de acertar as falhas ocorridas no primeiro teste.

Neste teste, modificamos a apresentação dos pré-requisitos, utilizamos triângulos construídos em cartolinas coloridas para melhor compreensão destes pelos alunos. Escrevemos o problema de motivação inicial em uma cartolina. Percebemos que os recursos utilizados contribuíram para melhoria desta etapa inicial.

Fizemos uma mudança também na parte histórica, incluímos figuras e a tabela trigonométrica em uma apresentação do *Power Point*, o que facilitou o acompanhamento dos alunos.

Na atividade de dedução, percebemos que seria melhor que cada razão fosse deduzida separadamente. Revimos também os enunciados das atividades.

Após a demonstração dos valores do seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis, decidimos escrever estes valores numa tabela feita de cartolina, esta ficaria exposta durante toda a aula.

2.2 Etapas do Projeto

Os tópicos a seguir destacam as etapas do desenvolvimento do projeto:

- pré-requisitos;
- problema inicial;
- atividade de dedução;
- parte histórica;
- ângulos notáveis;
- atividades de aplicação.

2.2.1 Pré-Requisitos

Visando um melhor aproveitamento das atividades propostas revisamos os seguintes tópicos:

- Definição de Triângulo Retângulo;
- Elementos do Triângulo Retângulo: Catetos e Hipotenusa;
- Exemplos de triangulo retângulo no dia a dia.

Iniciamos com a exposição oral dos pré-requisitos relembrando definições de triângulos retângulos, cateto oposto e adjacente, altura de um triângulo e triângulos isósceles. Para isso, utilizamos cartolina cortada em forma de triângulo retângulo com objetivo de facilitar a visualização dos elementos do triângulo retângulo (Figura1).

Figura 1: Pré-Requisito

Os alunos não apresentaram dificuldades nesta etapa, participaram ativamente respondendo as perguntas sobre os pré-requisitos, alguns demonstraram que já tinham algum conhecimento do assunto, mas se mostravam tímidos.

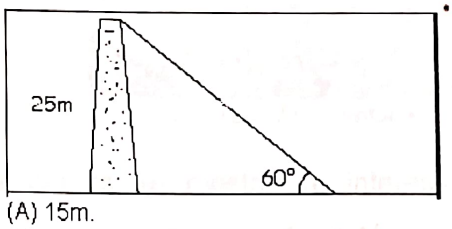
2.2.2 Problema Inicial

Utilizamos o problema inicial (Quadro 1), para motivação dos alunos, esse foi resolvido ao término da atividade de dedução das razões trigonométricas.

Quadro 1: Problema Inicial

(ENCCEJA, 2005) Para firmar no solo uma torre de 25m de altura, devemos fixar alguns cabos de aço do topo da torre até o solo. Cada cabo forma um ângulo de 60º, conforme a figura. O comprimento de cada cabo será de aproximadamente

Dados: sen 60º = 0,85 ; cos 60º = 0,5 e tg 60º = 1,70.



(A) 15m.
(B) 21m.
(C) 29m.
(D) 50m.

Os alunos sabiam que seria resolvido com razões trigonométricas, porém não souberam identificar qual das razões resolveria o problema. A partir da participação dos alunos nessa etapa percebemos que alguns deles já haviam estudado o tema no 9º ano. Pois, como uma das mediadoras é monitora da turma, sabíamos que no 1º ano este tema ainda não havia sido abordado pela professora da turma.

2.2.3 Atividade de Dedução

Antecedendo a atividade de dedução seguimos um roteiro (Anexo 1) no qual apresentamos o *software* GeoGebra.

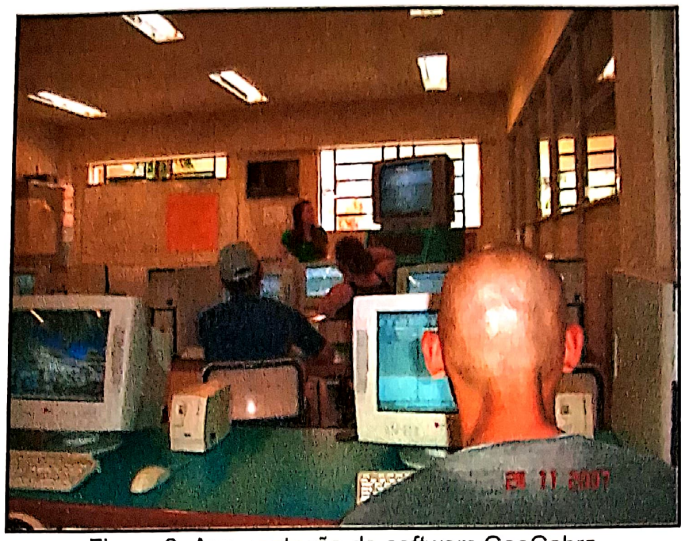


Figura 2: Apresentação do *software* GeoGebra

Os alunos se mostraram interessados em aprenderem a manusear o *software*, muitos deles quando estávamos apresentando o *software*, tentavam descobrir a função das ferramentas que estavam na interface do *software*.

Logo após pedimos aos alunos que resolvessem a atividade de dedução (Anexo2) utilizando a figura que está no anexo 3,essa foi elaborada no *software* GeoGebra.

O objetivo destas atividades é fazer com que os alunos deduzam as Razões Trigonométricas a partir de um determinado ângulo.

Figura 3: Atividade de Dedução

Os alunos participaram bastante desta etapa do projeto respondendo a todas as questões e fazendo perguntas em relação ao conteúdo, eles deduziram as razões de imediato, a partir da atividade 1. Logo após a dedução de cada razão foi exposta a origem das palavras seno, cosseno e tangente.

Finalizando esta etapa, utilizamos dois triângulos retângulos construídos no *software* Geogebra, que trazia um resumo das três razões estudadas, disponibilizados para os alunos em seus computadores, podendo estes, movimentarem as figuras e visualizarem os valores das razões trigonométricas dos ângulos agudos de cada triângulo formado a partir de seu manuseio. Aproveitamos esta etapa para ressaltar os ângulos complementares.

O anexo 6 contêm atividades de dedução resolvidas por dois alunos, as quais, trazem respostas após movimentarem os pontos pedidos. Ao compararmos as razões determinadas pelos alunos, por meio de questionamentos e posterior análise das respostas das atividades, percebemos que os alunos entenderam que como os ângulos considerados eram diferentes, porém nos três triângulos retângulos semelhantes os valores das razões eram os mesmos. O objetivo das atividades foi alcançado, ou seja, os alunos conjecturaram que as razões consideradas nas atividades não dependem das medidas dos lados do triangulo retângulo, e sim da medida do ângulo agudo considerado.

2.2.4 Parte Histórica

Tendo o intuito de despertar a curiosidade dos alunos fizemos um breve resumo sobre o surgimento da Trigonometria no Triângulo Retângulo com base no texto abaixo.

O significado da palavra trigonometria (do grego tri - "três"; gonos - "ângulos"; metria - "medição") nos remete ao estudo das medidas dos lados e ângulos dos triângulos.

Segundo IEZZI, et. al. (2004) foi a necessidade de relacionar distâncias com ângulos que levou astrônomos e topógrafos de diversos povos a criarem a Trigonometria. No entanto o primeiro a escrever num livro sobre a trigonometria foi Bartholomeu Pitiscus (1561-1613) – Thesaurus – publicado em 1613 (IEZZI, et al.,

2004). Existem inúmeras situações em que a Trigonometria é de grande utilidade para outros ramos da ciência, como a Engenharia, a Física e a Astronomia (IEZZI, et al., 2004). Os egípcios foram os primeiros a usar a Trigonometria, pois precisavam demarcar freqüentemente suas terras, usavam cordas, estacas e outros objetos (IEZZI, et al., 2004).

Com isso, outras civilizações foram adquirindo conhecimento, permitindo o desenvolvimento da Trigonometria embora em 500 a.C. já se encontrem registros relacionando cordas e círculos, os estudos de Erastóstenes (276 a.C.-194 a.C.) e Aristarco de Samos (310 a.C.-230 a.C.) são considerados os primeiros trabalhos gregos sobre a Trigonometria no final do séc.II a.C., o astrônomo grego Hiparco de Nicéia, chamado "pai da Trigonometria" (180 a.C.-125 a.C.) construiu a primeira tabela trigonométrica (IEZZI, et al., 2004). Foi somente no séc.XVIII que o matemático suíço Leonhard Euler conseguiu desvincular a trigonometria da Astronomia, dando àquela o caráter de ramo independente na Matemática (IEZZI, et al., 2004). A comprovada importância do triângulo – figura básica em qualquer estudo de geometria – justifica o interesse pelo assunto (IEZZI, et al., 2004).

Além da parte histórica, nesta etapa mostramos algumas figuras do cotidiano nas quais o triângulo retângulo estava presente (Figura 4). Essas figuras foram colocadas num arquivo *power point* visando exemplificar a presença de estruturas triangulares no dia a dia.

Figura 4: Triângulo retângulo em situações do cotidiano

O interesse dos alunos nesta parte foi muito grande, todos permaneceram atentos durante a apresentação.

2.2.5 Ângulos Notáveis

Para melhor compreensão das razões trigonométricas dos ângulos notáveis utilizamos emborrachados em forma de triângulo eqüilátero e quadrado. No triangulo eqüilátero traçamos uma de suas alturas, encontrando assim dois triângulos retângulos no qual deduzimos as razões trigonométricas dos ângulos de 30° e 60°. Já no quadrado traçamos sua diagonal obtendo assim dois triângulos retângulos isósceles no qual deduzimos as razões trigonométricas do ângulo de 45°.

Figura 5: Apresentação dos Ângulos Notáveis

Percebemos que alguns alunos já conheciam a tabela contendo o valor do seno, cosseno e tangente dos ângulos 30°,45°e 60°. Porém, não sabiam a origem desses valores.

2.2.6 Atividades de Aplicação

Nesta etapa, propusemos quatro atividades que envolvem o conteúdo abordado com intuito de avaliar se alunos entenderam o conteúdo estudado nas demais etapas (Figura 6).

Figura 6: Resolução das Atividades de Aplicação

Devido ao pouco tempo disponível para esta etapa, as atividades foram resolvidas junto com os alunos, solicitando-os a participação oral durante a resolução (Figura 7). O objetivo deste trabalho foi alcançado, fato diagnosticado pela participação ativa dos alunos e pelas respostas dado as atividades propostas nesta etapa. Apenas duas atividades foram deixadas para serem resolvidas em casa.

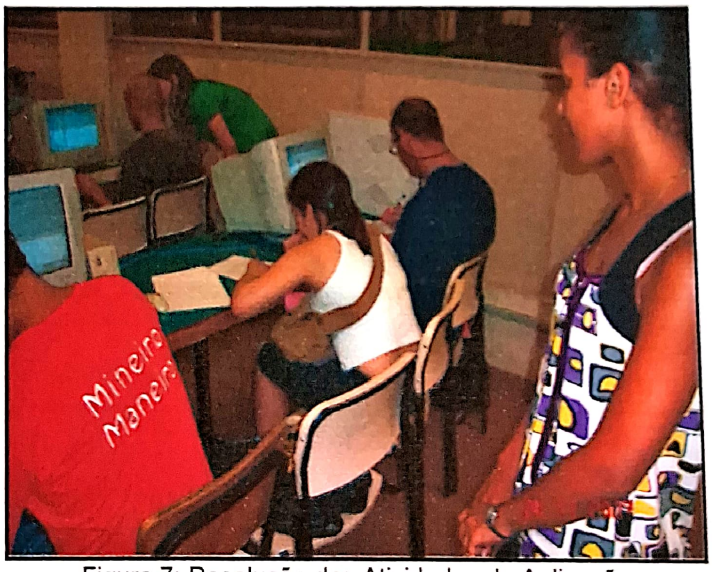


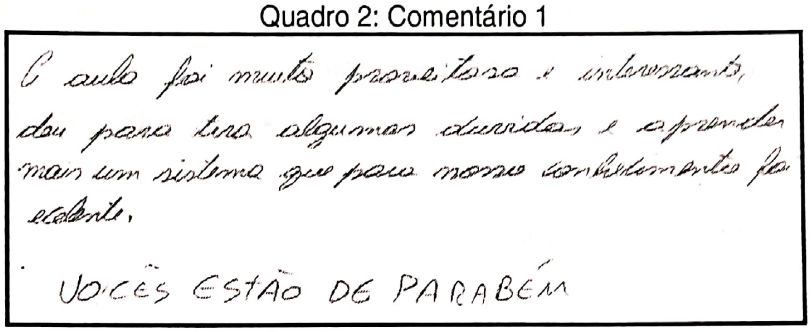
Figura 7: Resolução das Atividades de Aplicação

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base nas observações feitas durante a aplicação do projeto, e das respostas orais e escritas dos alunos, percebemos que as atividades propostas nesse projeto contribuíram para que os alunos aprendessem Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo. Isso aconteceu com o auxílio do *software* GeoGebra, que possibilitou a movimentação e visualização das figuras que utilizamos para deduzir as razões trigonométricas.

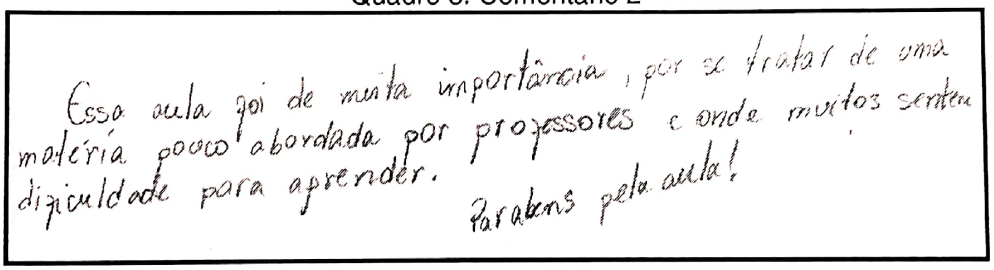
Ao final do trabalho foi pedido para que os alunos comentassem sobre as atividades desenvolvidas. Destacamos alguns comentários nos quadros 2, 3 e 4.

Quadro 2: Comentário 1


A aula foi muito proveitosa e interessante, deu para tirar algumas duvidas e aprender mais um sistema que para mim completamente foi ecelente.

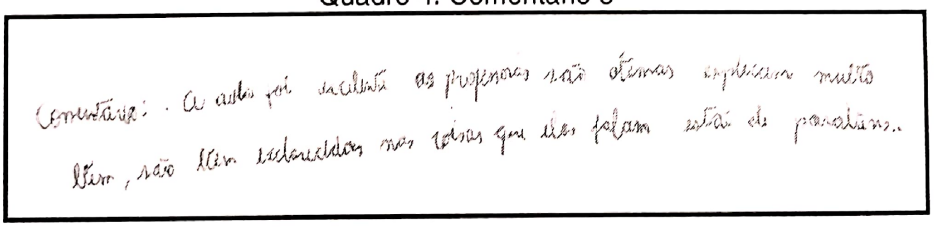
VOCÊS ESTÃO DE PARABÉM

Quadro 3: Comentário 2


Essa aula foi de muita importância, por se tratar de uma matéria pouco abordada por professores e onde muitos sentem dificuldade para aprender.

Parabens pela aula!

Quadro 4: Comentário 3


Comentário: A aula foi facilitada as professoras não ótimas explicam muito bem, são bem educadas nas coisas que elas falam estão de parabéns..

A partir destes comentários, percebemos que os alunos aprenderam e atribuímos esse fato aos recursos utilizados e as atividades elaboradas, em

resumo a todas as etapas desenvolvidas nesse trabalho. Após a aplicação desse projeto, observamos que os recursos tecnológicos quando bem utilizados em sala de aula beneficiam não só os alunos, mas também, os professores, pois o uso destes traz significativas contribuições para o processo de ensino e aprendizagem.

Destacamos como importante neste projeto à oportunidade de trabalharmos um novo método pedagógico, que nos auxiliou a despertar o interesse dos alunos e, além disso, nos levou a crer que a aprendizagem de Matemática, como de outras disciplinas pode ser recuperada, basta que, os professores busquem formas de mediar a aprendizagem.

Vale ressaltar que o trabalho com jovens e adultos, enriqueceu nosso projeto, visto que, eles demonstraram muito interesse pela aula participando ativamente das atividades, atribuímos esse fato a maturidade da maioria e a qualidade das atividades.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. *Matemática: 1ª série, Ensino Médio.* São Paulo: Moderna, 2004.

BRASIL, *PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais): Matemática.* Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

ENCCEJA (Exame Nacional de Competências de Jovens e Adultos), Matemática - Ensino Fundamental, 2005. Disponível em: < http://www.inep.gov.br/download/encceja/2005/provas_EF/MIOLO_MATEMATICA _EF.pdf> Última consulta em: 21/05/07.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze de; IZOMAR, Artur Kenji Ogawa. *Matemática: ciência e aplicações.* 1ª série: Ensino Médio. 2 ed. São Paulo: Atual, 2004.

ANEXOS

ANEXO 1: ROTEIRO PARA RECONHECIMENTO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA

Roteiro da apresentação do *software* Geogebra

GeoGebra é um software livre de matemática dinâmica para utilização na educação em escolas secundárias que reúne geometria, álgebra e cálculo, disponível para *download* em (http://www.geogebra.org/cms/). Você pode fazer construções com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas bem como funções e mudá-los dinamicamente depois. Uma característica do GeoGebra é: uma expressão na janela algébrica corresponde a um objeto na janela geométrica e vice-versa.

Conhecendo o *software:*

1. Mostrar a janela algébrica e a geométrica.
2. Construir os segmentos AB e CD usando a ferramenta  .
3. Observar na janela algébrica os valores dos segmentos.
4. Dividir a medida do segmento AB pela medida do segmento CD, no campo de entrada.
5. Mover o ponto A, observando as modificações na janela algébrica.

ANEXO 2: ATIVIDADES DE DEDUÇÃO

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CEFET CAMPOS Universidade da Tecnologia e do Trabalho
Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Nome: _____ Série: ____Turma: _____

Estas atividades foram elaboradas por Aline Nogueira Pires, Carina da Silva Gomes, Daniele de Souza Oliveira, Karine Gomes Barreto e Paula Eveline da Silva dos Santos para o desenvolvimento de um projeto no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino na Licenciatura em Matemática do CEFET Campos.
As atividades a seguir serão realizadas a partir da investigação de construções feitas no *software* GeoGebra (disponível em: www.geogebra.at).

Atividades utilizando o *Software*

1) Observe a figura no *software* Geogebra e:

1.1 Calcule, utilizando os recursos do *software*, as razões entre o cateto oposto a α e a hipotenusa em cada um dos triângulos retângulos que aparecem na tela:

a) $\frac{DG}{AD} =$

b) $\frac{EH}{AE} =$

c) $\frac{FI}{AF} =$

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

_____

_____

1.2 Mova os pontos D, E e F, observe a janela algébrica e anote o valor da seguintes razões:

a) $\frac{DG}{AD} =$

b) $\frac{EH}{AE} =$

c) $\frac{FI}{AF} =$

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

1.3 Mova o ponto C, observe a janela algébrica e anote o valor das seguintes razões:

a) $\frac{DG}{AD} =$

b) $\frac{EH}{AE} =$

c) $\frac{FI}{AF} =$

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

Comentário:

2) Observe a figura no *software* Geogebra e:

2.1 Calcule, utilizando os recursos do *software*, as razões entre os catetos adjacentes ao ângulo α e as hipotenusas que aparecem na tela:

a) $\frac{AG}{AD} =$

b) $\frac{AH}{AE} =$

c) $\frac{AI}{AF} =$

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

2.2 Mova os pontos D, E e F, observe a janela algébrica e anote o valor da seguintes razoes:

a) $\frac{AG}{AD} =$

b) $\frac{AH}{AE} =$

c) $\frac{AI}{AF} =$

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

_____

_____

2.3 Mova o ponto C, observe a janela algébrica e anote o valor das seguintes razões:

a) $\frac{AG}{AD} =$

b) $\frac{AH}{AE} =$

c) $\frac{AI}{AF} =$

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

_____

_____

Comentário:

_____

_____

_____

3) Observe a figura no *software* Geogebra e:

3.1 Calcule, utilizando os recursos do *software,* as razões entre o cateto oposto e o cateto adjacente ao ângulo α:

a) $\frac{DG}{AG} =$

b) $\frac{EH}{AH} =$

c) $\frac{FI}{AI} =$

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

_____

_____

3.2 Mova os pontos D, E e F, observe a janela algébrica e anote o valor da seguintes razoes:

a) $\frac{DG}{AG} =$

b) $\frac{EH}{AH} =$

c) $\frac{FI}{AI} =$

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

_____

_____

3.3 Mova o ponto C, observe a janela algébrica e anote o valor das seguintes razões:

a) $\frac{DG}{AG} =$

b) $\frac{EH}{AH} =$

c) $\frac{FI}{AI} =$

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

_____

_____

Comentário:

4) Observe a figura no *software* Geogebra e:

4.1 Calcule, utilizando os recursos do *software,* a razão entre o seno e cosseno do ângulo α. Anote o valor encontrado.

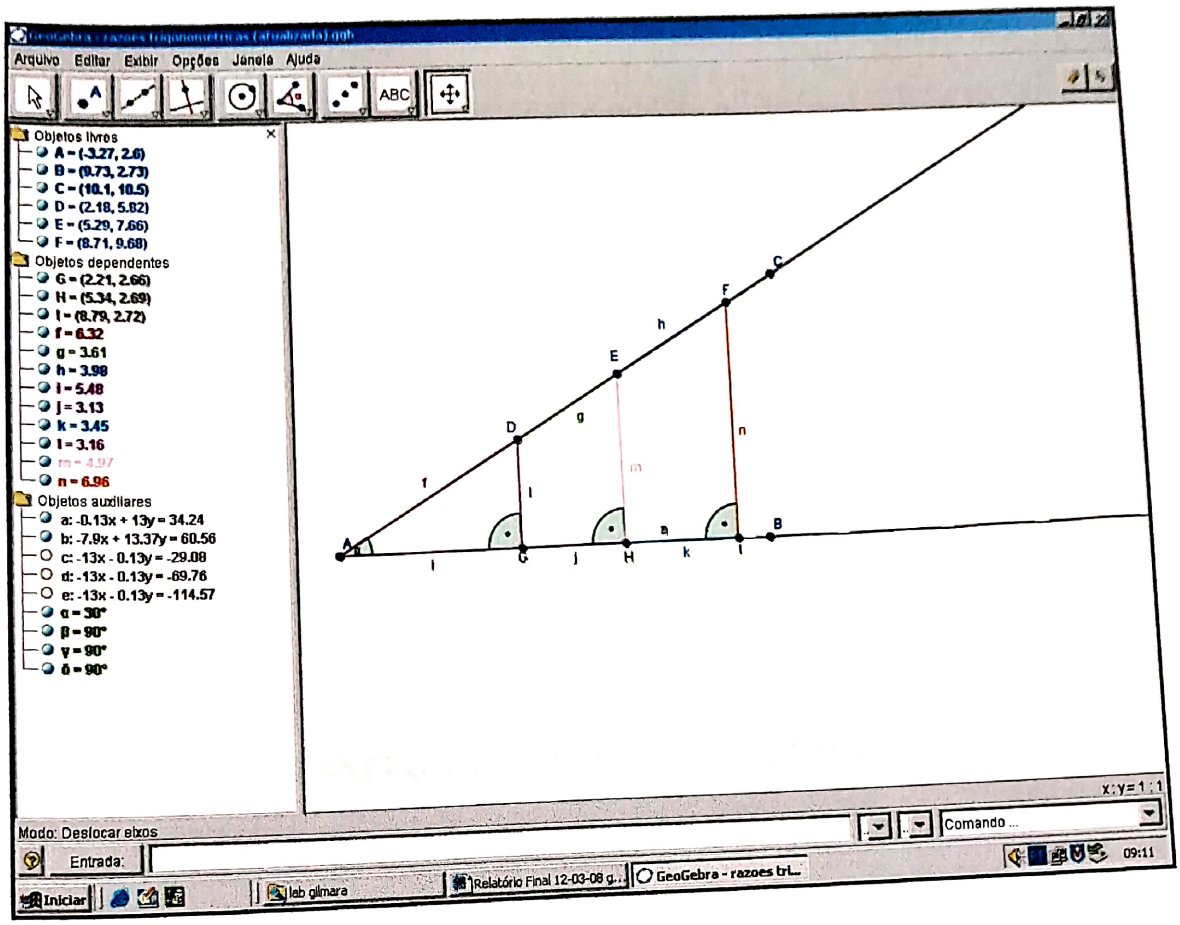
4.2 Compare o valor obtido no anterior (item 4.1) com o valor da tangente do ângulo α (item 3.3).

4.3 Mova os pontos D, E e F, observe a janela algébrica e compare novamente a razão entre o seno e cosseno do ângulo α com o valor da tangente do ângulo α (item 3.3). Descreva o que você observou.

4.3 Mova o ponto C, observe a janela algébrica e compare novamente a razão entre o seno e cosseno do ângulo α com a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente ao ângulo α. Descreva o que você observou.

Comentário:

ANEXO 3: FIGURA UTILIZADA NA ATIVIDADE DE DEDUÇÃO.


Arquivo Editar Exibir Opções Janela Ajuda
Objetos livres
A = (-3.27, 2.6)
B = (9.73, 2.73)
C = (10.1, 10.5)
D = (2.18, 5.82)
E = (5.29, 7.66)
F = (8.71, 9.68)
Objetos dependentes
G = (2.21, 2.66)
H = (5.34, 2.69)
I = (8.79, 2.72)
f = 6.32
g = 3.61
h = 3.98
i = 5.48
j = 3.13
k = 3.45
l = 3.16
m = 4.97
n = 6.96
Objetos auxiliares
a: -0.13x + 13y = 34.24
b: -7.9x + 13.37y = 60.56
c: -13x - 0.13y = -29.08
d: -13x - 0.13y = -69.76
e: -13x - 0.13y = -114.57
α = 30°
β = 90°
γ = 90°
δ = 90°
Modo: Deslocar eixos
Comando ...
Entrada:
Iniciar
lab gilmara
Relatório Final 12-03-08 g...
GeoGebra - razoes trl...
09:11

ANEXO 4: ATIVIDADES DE APLICAÇÃO

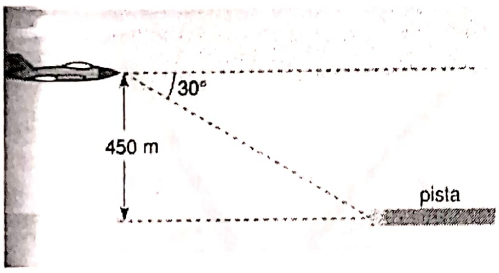
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CEFET CAMPOS Universidade da Tecnologia e do Trabalho
Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Nome: _____ Série: _____
Turma: _____

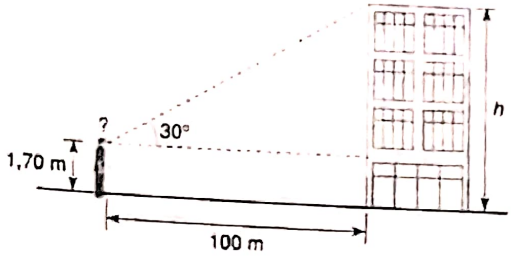
Atividades de Aplicação das Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo

1) (IEZZI, *et al.*, 1997) Uma escada de pedreiro de 10m está apoiada numa parede e forma com o solo um ângulo de 40°. Qual a altura atingida pelo ponto mais alto da escada? E qual a distância do pé da escada à parede?

2) (BIANCHINI, PACCOLA, 2004) Um avião está a 450 m de altura quando se vê a cabeceira da pista sob um ângulo de declive de 30°. A que distância o avião está da cabeceira da pista?



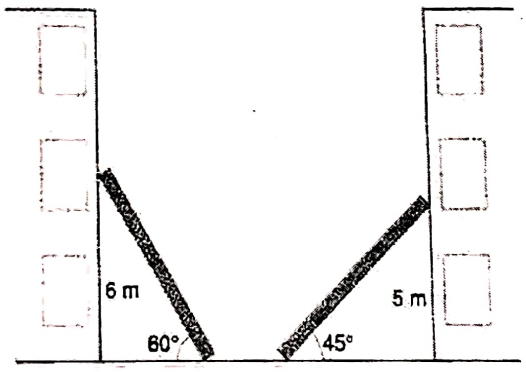
3) (Esam – RN) Um observador de 1,80m de altura está a 100m de distância da base de um prédio vê o topo desse prédio sob um ângulo de 30° com a horizontal, conforme mostra a figura abaixo.



Sabendo que os olhos do observador estão a 1,70m do solo, qual é aproximadamente a altura h do prédio? (Dados: sen 30° = 0,5; cos 30° = 0,87; tg 30° = 0,58).

a) 55,7m
b) 56,7m
c) 57,7m
d) 58,7m
e) 59,7m

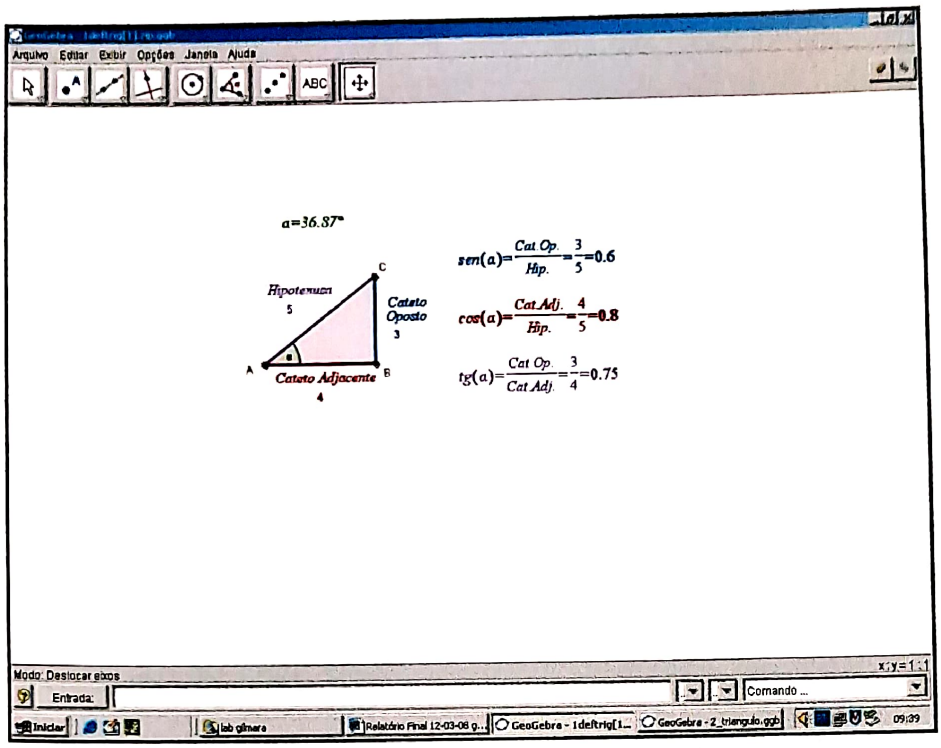
4) (BIANCHINI, PACCOLA, 2004 - adaptada) Observe duas escadas encostadas nos 2 prédios. Qual delas é maior? Justifique sua resposta. Utilize $\sqrt{3} \cong 1{,}7$ e $\sqrt{2} \cong 1{,}4$.

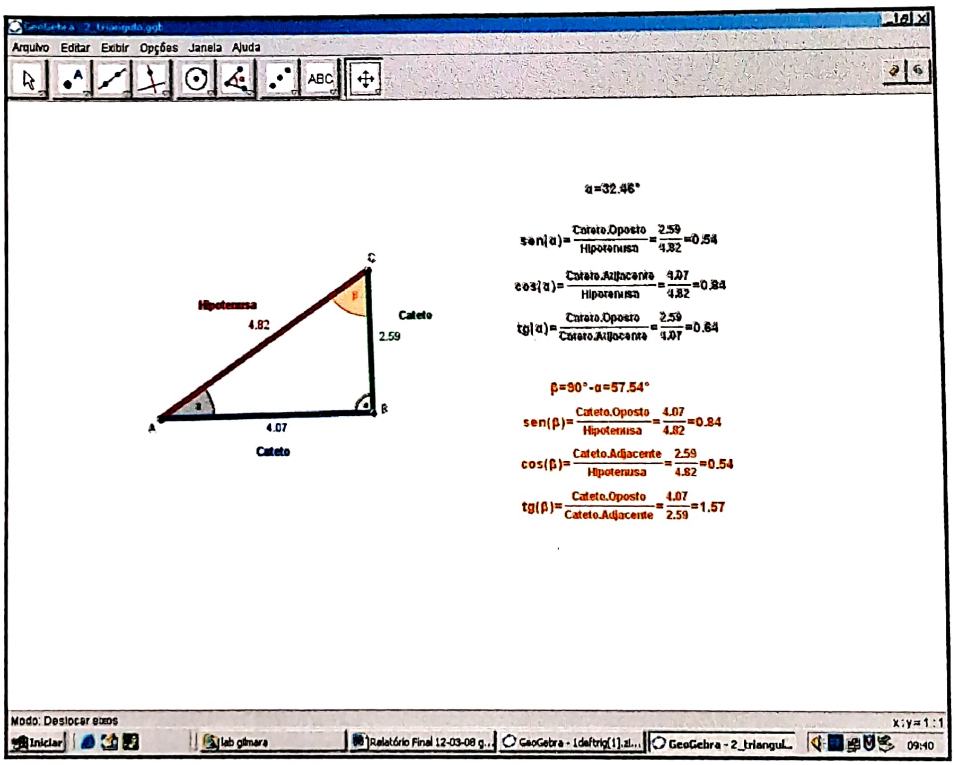


Referências Bibliográficas
BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. *Matemática:* 1ª série, Ensino Médio. São Paulo: Moderna, 2004.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David Mauro; PÉRIGO, Roberto. *Matemática:* volume único. São Paulo: Atual, 1997.

ANEXO 5: FIGURAS UTILIZADAS PARA CONCLUSÃO DO TEMA


Arquivo Editar Exibir Opções Janela Ajuda
ABC
α=36.87°
Hipotenusa
5
Cateto
Oposto
3
Cateto Adjacente
4
A
B
C
sen(α)=Cat.Op./Hip.=3/5=0.6
cos(α)=Cat.Adj./Hip.=4/5=0.8
tg(α)=Cat.Op./Cat.Adj.=3/4=0.75
Modo: Deslocar eixos
Entrada:
Comando ...
Iniciar
lab gimara
Relatório Final 12-03-08 g...
GeoGebra - 1deltrig[1...
GeoGebra - 2_triangulo.ggb
09:39


Arquivo Editar Exibir Opções Janela Ajuda
ABC
α=32.46°
Hipotenusa
4.82
Cateto
2.59
4.07
Cateto
A
B
C
sen(α)=Cateto.Oposto/Hipotenusa=2.59/4.82=0.54
cos(α)=Cateto.Adjacente/Hipotenusa=4.07/4.82=0.84
tg(α)=Cateto.Oposto/Cateto.Adjacente=2.59/4.07=0.64
β=90°-α=57.54°
sen(β)=Cateto.Oposto/Hipotenusa=4.07/4.82=0.84
cos(β)=Cateto.Adjacente/Hipotenusa=2.59/4.82=0.54
tg(β)=Cateto.Oposto/Cateto.Adjacente=4.07/2.59=1.57
Modo: Deslocar eixos
Iniciar
lab gimara
Relatório Final 12-03-08 g...
GeoGebra - 1deltrig[1].zi...
GeoGebra - 2_triangul...
09:40

ANEXO 6: APOSTILA RESOLVIDA PELOS ALUNOS

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

CEFET CAMPOS Universidade da Tecnologia e do Trabalho

Ministério da Educação

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Nome: _____ Série: ____ Turma: _____

Estas atividades foram elaboradas por Aline Nogueira Pires, Carina da Silva Gomes, Daniele de Souza Oliveira, Karine Gomes Barreto e Paula Evelne da Silva dos Santos para o desenvolvimento de um projeto no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino na Licenciatura em Matemática do CEFET Campos.
As atividades a seguir serão realizadas a partir da investigação de construções feitas no *software* GeoGebra (disponível em www.geogebra.at).

Atividades utilizando o *Software*

1) Observe a figura no *software* Geogebra e:

1.1 Calcule, utilizando os recursos do *software*, as razões entre o cateto oposto a α e a hipotenusa em cada um dos triângulos retângulos que aparecem na tela:

a) $\frac{DG}{AD} =$ 0,5

b) $\frac{EH}{AE} =$ 0,5

c) $\frac{FI}{AF} =$ 0,5

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

SÃO IGUAIS

1.2 Mova os pontos D, E e F, observe a janela algébrica e anote o valor da seguintes razões:

a) $\frac{DG}{AD} =$ 0,5

b) $\frac{EH}{AE} =$ 0,5

c) $\frac{FI}{AF} =$ 0,5

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

SÃO IGUAIS

1.3 Mova o ponto C, observe a janela algébrica e anote o valor das seguintes razões:

a) $\frac{DG}{AD}$ = 0,47 $\frac{CO}{HIP}$ = SENO

b) $\frac{EH}{AE}$ = 0,47

c) $\frac{FI}{AF}$ = 0,47

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

MODIFICAR COMPRIMIDO A QUESTÃO ENTENDI O PROBLEMA NO CORDOU IGUAIS ENTRE SI.

Comentário:

EM QUALQUER TRIANGULO RETÂNGULO O SENO DE UM ANGULO AGUDO É A RAZÃO ENTRE A MEDIDA DO CATETO OPOSTO A ESSE ANGULO A HIPOTENUZA.

2) Observe a figura no *software* Geogebra e:

2.1 Calcule, utilizando os recursos do *software*, as razões entre os catetos adjacentes ao ângulo α e as hipotenusas que aparecem na tela:

a) $\frac{AG}{AD}$ = 0,88

b) $\frac{AH}{AE}$ = 0,88

c) $\frac{AI}{AF}$ = 0,88

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

SÃO IGUAIS

2.2 Mova os pontos D, E e F, observe a janela algébrica e anote o valor da seguintes razoes:

a) $\frac{AG}{AD}$ = 0,88

b) $\frac{AH}{AE} =$ 0,35 $\frac{CA}{HP}$

c) $\frac{AI}{AF} =$ 0,35

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

São iguais

2.3 Mova o ponto C, observe a janela algébrica e anote o valor das seguintes razões:

a) $\frac{AG}{AD} =$ 0,96

b) $\frac{AH}{AE} =$ 0,96

c) $\frac{AI}{AF} =$ 0,96

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

São iguais

Comentário:

Em qualquer triângulo retângulo o cosseno de um ângulo agudo é igual a razão entre o cateto adjacente pela hipotenusa.

3) Observe a figura no *software* Geogebra e:

3.1 Calcule, utilizando os recursos do *software*, as razões entre o cateto oposto e o cateto adjacente ao ângulo α :

a) $\frac{DG}{AG} =$ 0,30

b) $\frac{EH}{AH} =$ 0,3

c) $\frac{FI}{AI} =$ 0,3

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

São iguais.

3.2 Mova os pontos D, E e F, observe a janela algébrica e anote o valor da seguintes razoes:

a) $\frac{DG}{AG} =$ 0,3

b) $\frac{EH}{AH} =$ 0,3

c) $\frac{FI}{AI} =$ 0,3

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

SÃO IGUAIS

3.3 Mova o ponto C, observe a janela algébrica e anote o valor das seguintes razões:

a) $\frac{DG}{AG} =$ 0,48

b) $\frac{EH}{AH} =$ 0,48

c) $\frac{FI}{AI} =$ 0,48

Compare os valores encontrados nos itens a, b e c. Descreva o que você observou.

SÃO IGUAIS

Comentário:
EM QUALQUER TRIANGULO RETANGULO A TANGENTE DE UM ANGULO AGUDO É A RAZÃO ENTRE O CATETO OPOSTO E O CATETO ADJACENTE A ESSE ANGULO.

4) Observe a figura no *software* Geogebra e:

4.1 Calcule, utilizando os recursos do *software*, a razão entre o seno e cosseno do ângulo α. Anote o valor encontrado.

0,43/0,9 = 0,48

4.2 Compare o valor obtido no anterior (item 4.1) com o valor da tangente do ângulo α (item 3.3).

SÃO IGUAIS

4.3 Mova os pontos D, E e F, observe a janela algébrica e compare novamente a razão entre o seno e cosseno do ângulo α com o valor da tangente do ângulo α (item 3.3). Descreva o que você observou.

SÃO IGUAIS. A TANGENTE DO U

4.3 Mova o ponto C, observe a janela algébrica e compare novamente a razão entre o seno e cosseno do ângulo α com a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente ao ângulo α. Descreva o que você observou.

MODIFICOU

Comentário:

A TANGENTE DE UM ANGULO TAMBÉM PODE SER ENCONTRADA ATRAVÉS DA RAZÃO ENTRE O SENO E O COSSENO DE UM ANGULO