INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE
Campus Campos Centro

RELATÓRIO LEAMAT III

INEQUAÇÃO DO 2.º GRAU

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Carlos Antonio Guimarães Basilio
Renata Nogueira Cardoso
Roberta Machado de Oliveira

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2010.2

Carlos Antonio Guimarães Basilio
Renata Nogueira Cardoso
Roberta Machado de Oliveira

RELATÓRIO LEAMAT III

INEQUAÇÃO DO 2.º GRAU

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia,Campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Professora Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2010.2

1) Introdução

O trabalho teve a intenção de associar a álgebra com a geometria na área de inequação do 2.° grau para facilitar o estudo e dar sentido ao pensamento do conteúdo.

> *"[...] deve visar ao desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio de situações de aprendizagem que levem o aluno a produzir e interpretar diferentes escritas algébricas – expressões, igualdades e desigualdades -, identificando equações, inequações e sistemas; resolver situações-problemas por meio de equações e inequações do segundo grau, compreendendo os procedimentos envolvidos" (BRASIL,1998,p.81)*

A utilização da fórmula da soma e do produto é uma maneira de visualizar o conteúdo diferente da fórmula resolutiva da equação do 2.° grau. Associar o conceito de média aritmética e o de ponto médio de um segmento é um dos fatores principais do trabalho para o entendimento de simetria da parábola facilitando assim o aprendizado e dando sentido ao conteúdo estudado.

2) Objetivos

- **Objetivos Gerais**

O nosso trabalho tem por objetivo construir os conceitos de inequação de 2.° grau por meio da interpretação geométrica.

O resultado esperado nas aplicações da atividade a ser elaborada é facilitar a aprendizagem dos alunos com relação ao estudo de inequações do 2.° grau e fazer com que os alunos construam conceitos sólidos para que possam utilizá-la, por exemplo, em aplicações da Matemática a estudos de Economia e Processos de Otimização.

- **Objetivos Específicos**
    - Determinar os zeros da função pelo processo da soma e produto;
    - Reconhecer o x do vértice como média aritmética dos zeros da função;
    - Identificar o y do vértice por meio de substituição do x do vértice na lei da função;
    - Reconhecer que a intersecção do gráfico com o eixo y é o termo independente da lei da função;
    - Estabelecer pontos do gráfico por meio do conceito de simetria;

- Construir gráficos de equações do 2.º grau cujo determinante é maior do que ou igual a zero;
- Resolver inequações do 2.º grau;
- Determinar valores de máximo ou de mínimo de inequações do 2.º grau;
- Aplicar os conceitos de inequação de 2.º grau a conceitos de Economia e Processos de Otimização.

3) Atividades desenvolvidas

3.1) Elaboração da Atividade

A elaboração das atividades aplicadas foi baseada na pesquisa e leitura de livros didáticos aplicados nesse segmento escolar tendo em vista que o grupo os utilizou para elaboração de novas atividades que julgavam importantes.

3.2) Relato da Aplicação na Turma do LEAMAT II

A aplicação das atividades na turma teve bastante participação dos alunos e professores que sugeriram algumas modificações para facilitar e complementar o trabalho.

Nessa perspectiva, foi adicionado a letra d da atividade 1 (Figura 1) que solicita ao aluno identificar as coordenadas do vértice da parábola.

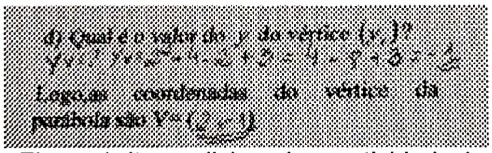

d) Qual é o valor do y do vértice (y_v)?
[illegible]
Logo, as coordenadas do vértice da parábola são V=(2, -1)

Figura 1: Item adicionado na atividade 1

Durante a aplicação das atividades foi sugerido aos professores em formação um maior cuidado com a linguagem matemática.

3.3) Relato da Aplicação da Atividade para a Turma Regular

O nosso trabalho foi aplicado em uma turma de 3.º ano do Ensino Médio de uma escola estadual situada em Campos dos Goytacazes. A aula iniciou às 7 horas onde a professora da turma apresentou os professores em formação e solicitou a participação de todos. A aula iniciou com a presença de 2 alunos e cerca de 30 minutos depois a sala continha 18 alunos.

A professora em formação começou a aula revendo conceitos de função quadrática. O objetivo era revisar a resolução de equação do 2.° grau pelo método da soma e produto e determinar o x do vértice (x_v) por simetria dos zeros da função. O aluno deveria constatar que o valor do x_v era a média aritmética dos zeros da função e que a partir deste valor seria possível determinar o y do vértice (y_v) (Figura 2).

Figura 2 – Exercício de Revisão

Revisão:

Seja a função quadrática $f(x)=ax^2+bx+c,\ \ a\neq 0$ cujos zeros são x' e x''. De acordo com a fórmula resolutiva da equação do 2.° grau, temos:

$$x'=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ e } x''=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

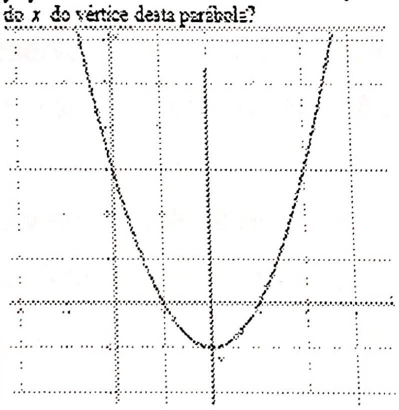
Calculando $x'+x''$ e $x'\cdot x''$ obtemos a seguinte relação:

$$x'+x''=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}+\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-2b}{2a}=\frac{-b}{a}$$

$$x'\cdot x''=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\cdot\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\left(\frac{-b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\cdot\left(\frac{-b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)=$$

$$=\left(\frac{-b}{2a}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2-4ac}{4a^2}=\frac{4ac}{4a^2}=\frac{c}{a}$$

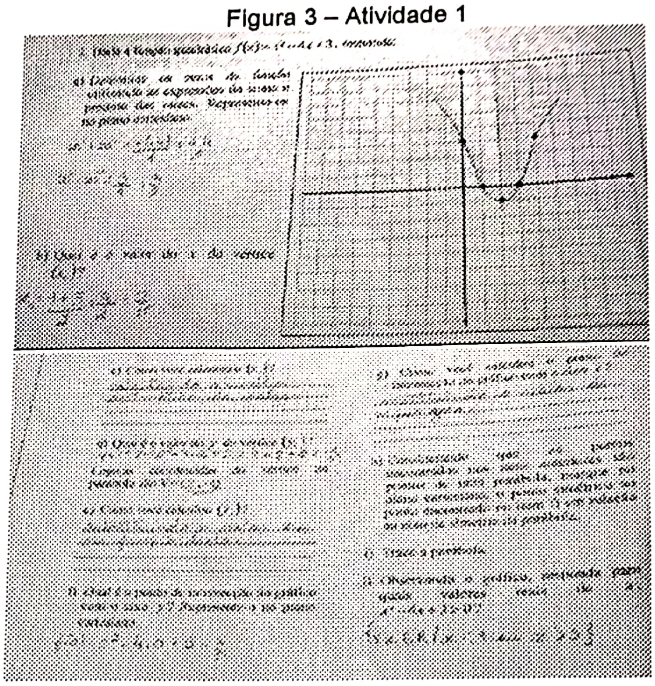
O gráfico de uma função quadrática é uma parábola, que admite um eixo de simetria perpendicular ao eixo x. Observe o esboço a seguir. O que podemos afirmar sobre o valor do x do vértice desta parábola?



Apesar de a intenção inicial ter sido a de revisar, observamos que a turma não apresentava reconhecer os conceitos apresentados. Devido a esse fato, os professores em formação explicaram detalhadamente a parte da revisão.

A atividade 1 (figura 3) teve como objetivo aplicar os conceitos ensinados no início da aula: como aplicar as expressões de soma e produto para achar os zeros da função, determinar o x e o y do vértice, determinar a coordenada do vértice, estabelecer o ponto de intersecção do gráfico com o eixo y, Construir as marcações dos pontos no plano cartesiano dado, traçar a parábola, obter os valores de x para y > 0 e achar o valor de máximo ou de mínimo da função.

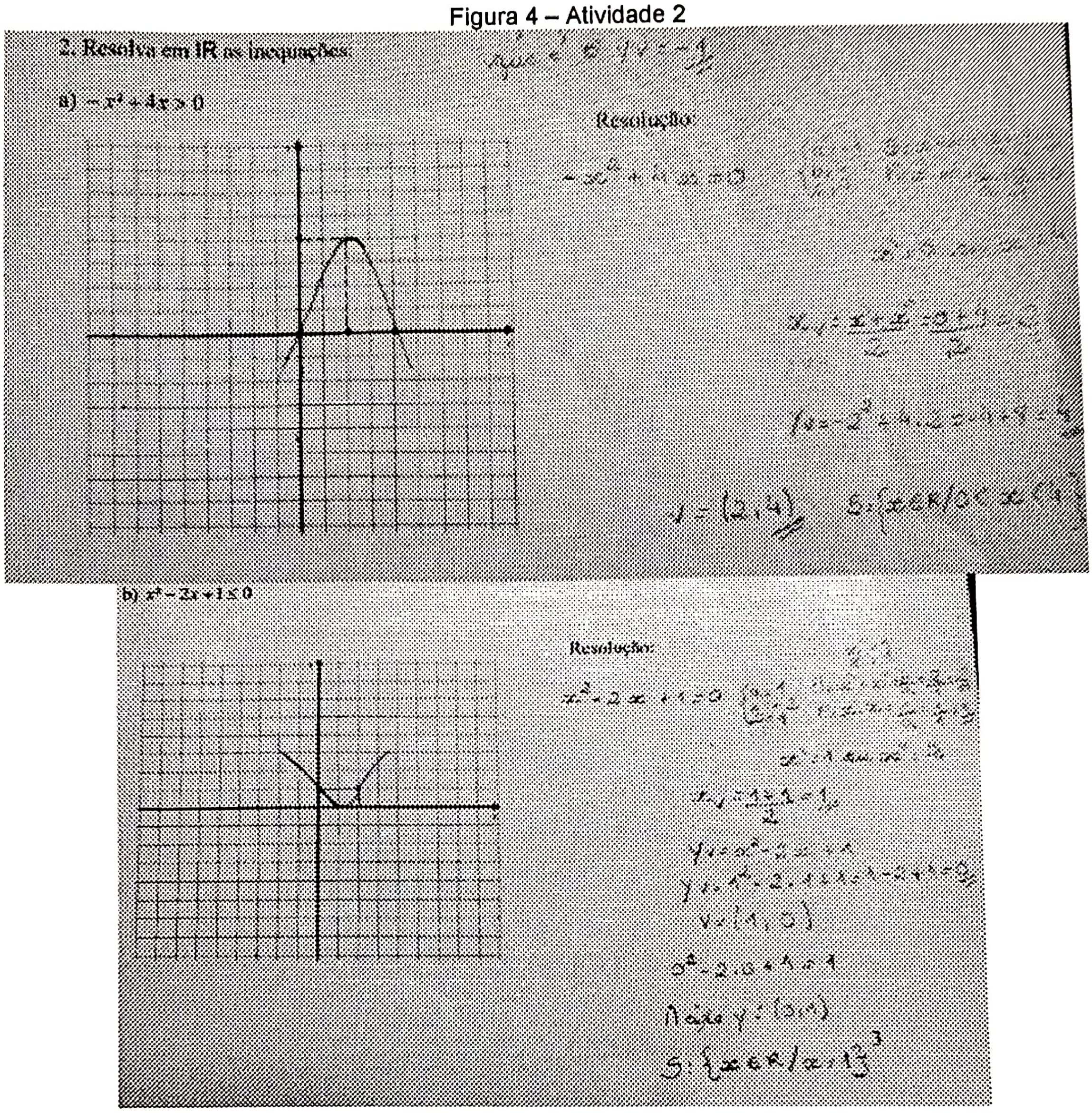
Figura 3 – Atividade 1



Pudemos observar nessa atividade que os alunos não sabiam o conceito de simetria, tendo em vista que os mesmos não obtiveram sucesso na resolução do item h cujo objetivo era determinar o ponto simétrico ao ponto de intersecção do gráfico com o eixo y em relação a reta que passa pelo x do vértice.

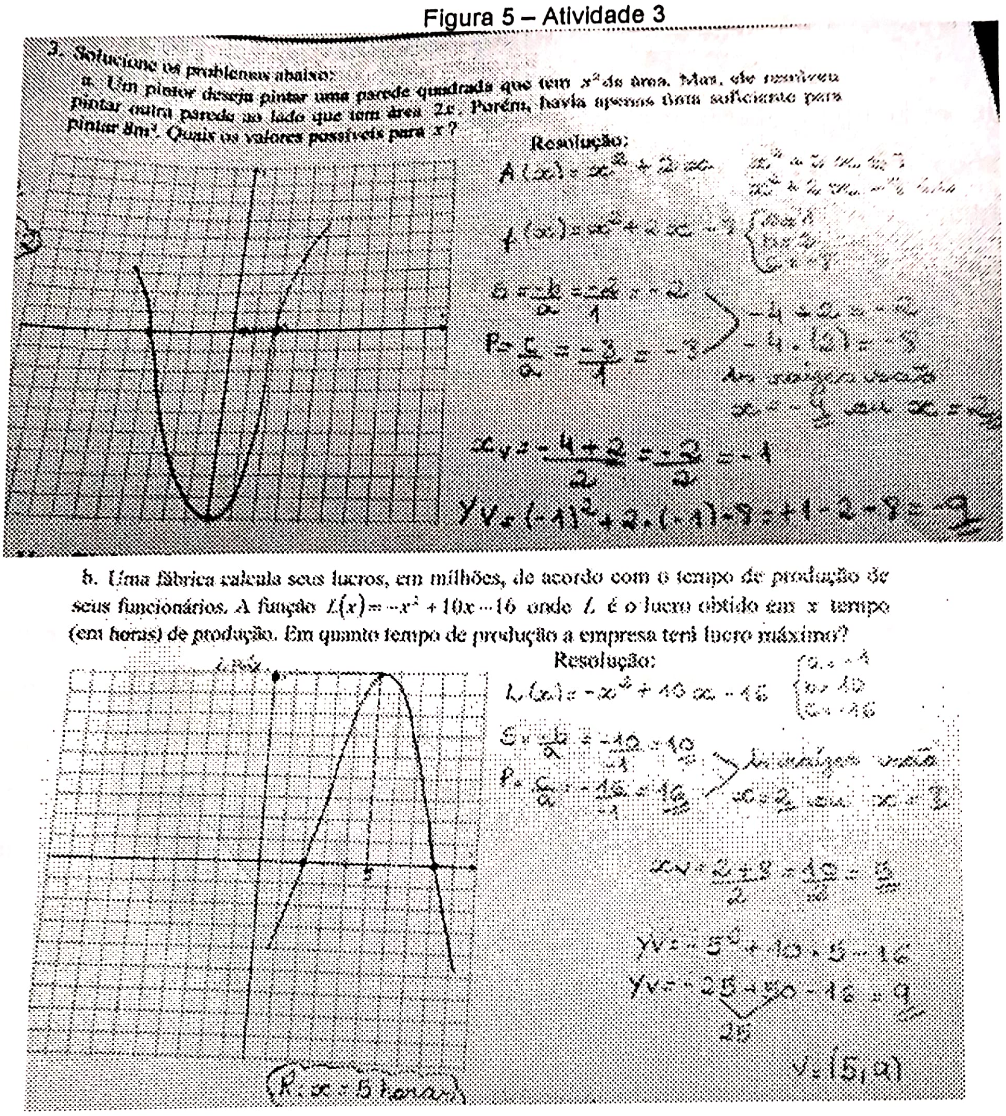
A atividade 2 (figura 4) tinha por objetivo aplicar o conceito de inequação do 2.° grau, porém os professores em formação perceberam que os alunos não conseguiam identificar quando a função é maior do que ou menor do que zero o que foi sanado com a intervenção dos licenciandos em conjunto com a professora da turma. A turma também não demonstrou muito interesse em resolver a questão, exceto alguns alunos que estavam sentados na frente que, diferente da primeira atividade, respondiam o esperado pelo grupo.

Figura 4 – Atividade 2



O mesmo ocorreu na terceira atividade que tinha por objetivo aplicar o conceito da atividade 2 na forma contextualizada (figura 5). O grupo observou que os alunos tiveram dificuldade de interpretar o enunciado. A falta de tempo não permitiu que o grupo fizesse todos os itens presentes. Foi feito o item a, também com a ajuda dos professores em formação e do professor da turma.

Figura 5 – Atividade 3



Foi previsto 100 minutos de aula o que não foi suficiente para a aplicação dos itens b e c da atividade 3 ficando como sugestão para a professora da turma aplicar em aula posterior.

4) Conclusões

Nos últimos anos, autores como Lins & Gimenez (1997), a partir das sugestões do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) elaboraram propostas de atividades que aconselham aos professores a ensinarem aritmética, álgebra e geometria, de forma interligada, a partir das séries iniciais.

Nesse trabalho, os professores em formação integram a geometria e a álgebra com a intenção de que os alunos consigam conceituar, manipular e aplicar inequações do 2.° grau que tenham por discriminantes valores maiores do que ou iguais a zero.

Um dos fatores que dificultou a aplicação da atividade na turma regular foi a falta de conhecimento de alguns conceitos de geometria bem como os conteúdos previstos como prerrequisito de função polinomial de 2.° grau. Os alunos não sabiam, ou não se lembravam, o que era ponto médio e simetria, por exemplo.

Esse problema se deu pelo fato dos professores em formação planejarem sua aula se baseando apenas no nível de escolaridade, desconhecendo o grupo de alunos ao qual teriam a atividade aplicada.

Fica a sugestão do grupo que esse trabalho não seja aplicado se baseando apenas no nível de escolaridade, visto que na aplicação da atividade, foi percebido que os prerrequisitos contidos no currículo escolar pareciam esquecidos ou não trabalhados em sala de aula. Além disso, sugere-se complementar a atividade 2 com outras inequações do 2.° grau cujos discriminantes sejam maior do que ou igual a zero e a atividade 3 com um maior número de situações-problema.

APÊNDICE

APÊNDICE I

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

Escola:____

Nome:____

Turma:____

Licenciatura em Matemática

Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Linha de Pesquisa: Álgebra

Revisão:

Seja a função quadrática $f(x)=ax^2+bx+c,\quad a\neq 0$ cujos zeros são x' e x''. De acordo com a fórmula resolutiva da equação do 2.º grau, temos:

$$x'=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \text{e} \quad x''=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

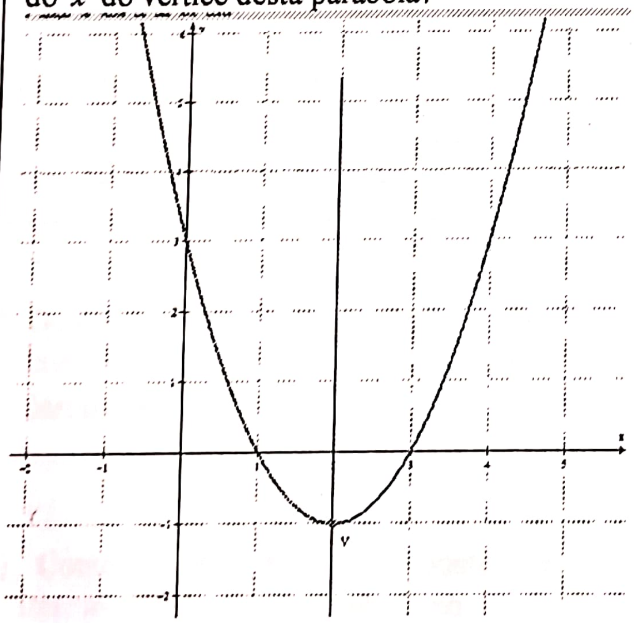
Calculando $x'+x''$ e $x'\cdot x''$ obtemos a seguinte relação:

$$x'+x''=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}+\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-2b}{2a}=\frac{-b}{a}$$

$$x'\cdot x''=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\cdot\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\left(\frac{-b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\cdot\left(\frac{-b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)=$$

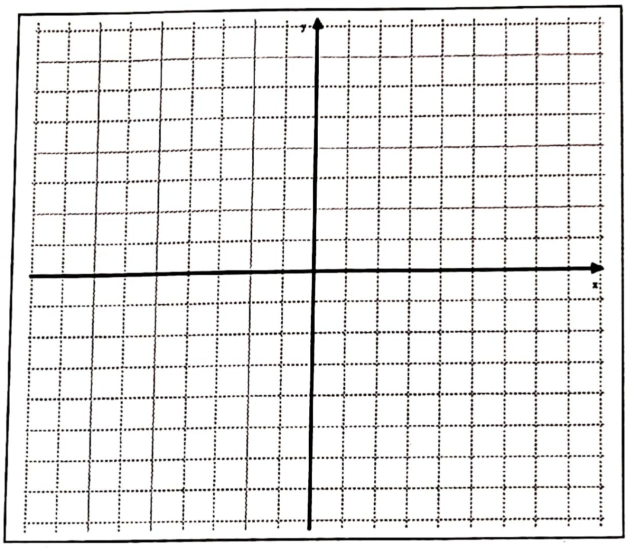
$$=\left(\frac{-b}{2a}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2-4ac}{4a^2}=\frac{4ac}{4a^2}=\frac{c}{a}$$

O gráfico de uma função quadrática é uma parábola, que admite um eixo de simetria perpendicular ao eixo x. Observe o esboço a seguir. O que podemos afirmar sobre o valor do x do vértice desta parábola?



1. Dada a função quadrática $f(x) = x^2 - 4x + 3$, responda:

a) Quais os zeros da função pela relação soma e produto? Represente-os no plano cartesiano.



b) Qual é o valor do x do vértice (x_v)?

c) Como você calculou o (x_v)?

d) Qual é o valor do y do vértice (y_v)?

e) Como você calculou (y_v)?

f) Qual é o ponto de intersecção do gráfico com o eixo y? Represente-o no plano cartesiano.

g) Como você calculou o ponto de intersecção do gráfico com o eixo y?

h) Considerando que os pontos encontrados nos itens anteriores são pontos de uma parábola, marque no plano cartesiano, o ponto simétrico ao ponto encontrado no item f) em relação ao eixo de simetria da parábola.

i) Trace a parábola.

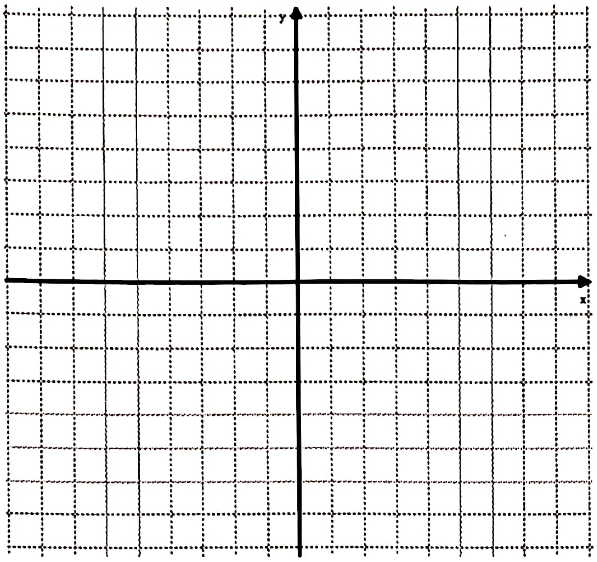
j) Observando o gráfico, responda para quais valores reais de x, $x^2 - 4x + 3 > 0$?

k) A função quadrática $f(x) = x^2 - 4x + 3$ admite valor máximo ou valor mínimo? Determine-o.

2. Resolva em IR as inequações:

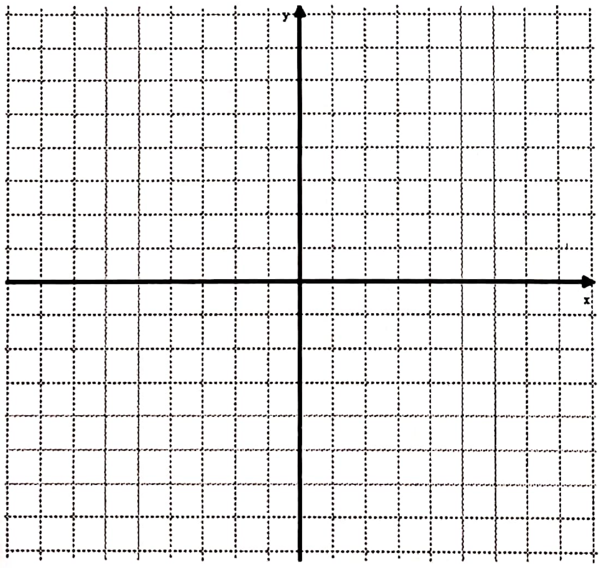
a) $-x^2+4x>0$

Resolução:



b) $x^2-2x+1\leq 0$

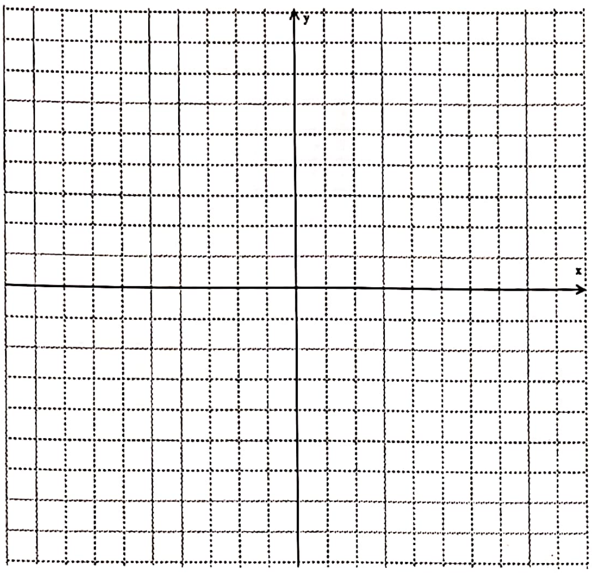
Resolução:



3. Solucione os problemas abaixo:

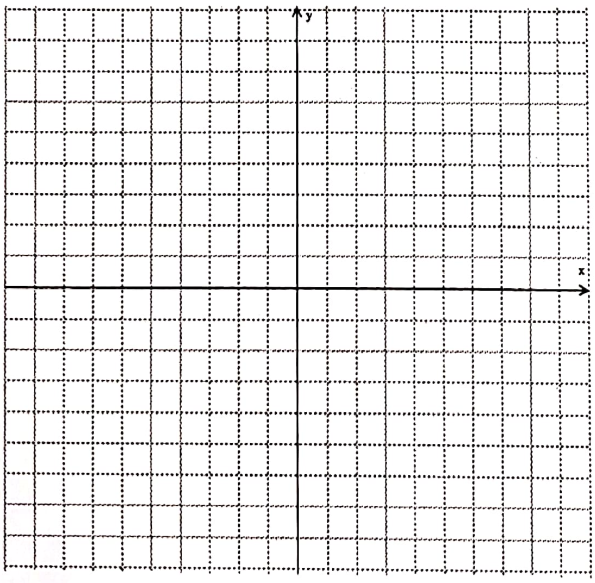
a. Um pintor deseja pintar uma parede quadrada que tem x^2 de área. Mas, ele resolveu pintar outra parede ao lado que tem área $2x$. Porém, havia apenas tinta suficiente para pintar 8m². Quais os valores possíveis para x?

Resolução:



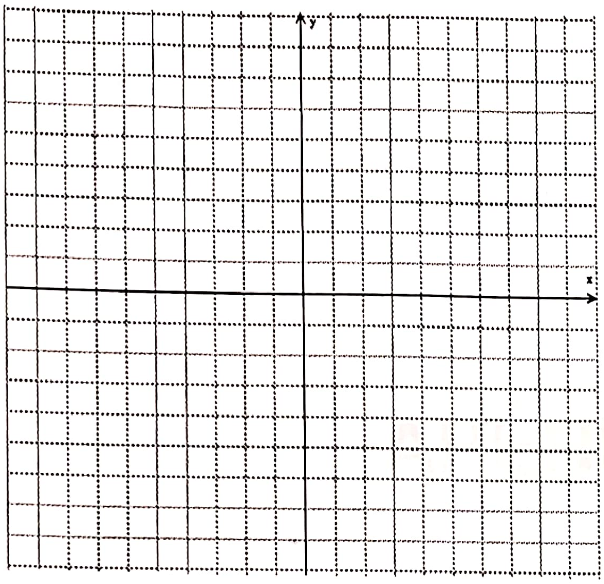
b. Uma fábrica calcula seus lucros, em milhões, de acordo com o tempo de produção de seus funcionários. A função $L(x) = -x^2 + 10x - 16$ onde L é o lucro obtido em x tempo (em horas) de produção. Em quanto tempo de produção a empresa terá lucro máximo?

Resolução:



c. Sabe-se que um piloto calcula o consumo de seu kart segundo $v(t) = t^2 + 1$ para v volume (dm^3) de combustível do carro e t em o tempo (h) do carro em movimento.
Qual o intervalo de tempo, em horas, que o carro poderá andar tendo em vista que a capacidade máxima de seu tanque é de $10dm^3$?

Resolução:



APÊNDICE II

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica — Ministério da Educação — BRASIL GOVERNO FEDERAL

Escola:____

Nome:____

Turma:____

Licenciatura em Matemática
Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Álgebra

Revisão:

Seja a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c,\quad a \neq 0$ cujos zeros são x' e x''. De acordo com a fórmula resolutiva da equação do 2.º grau, temos:

$$x' = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \text{e} \quad x'' = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

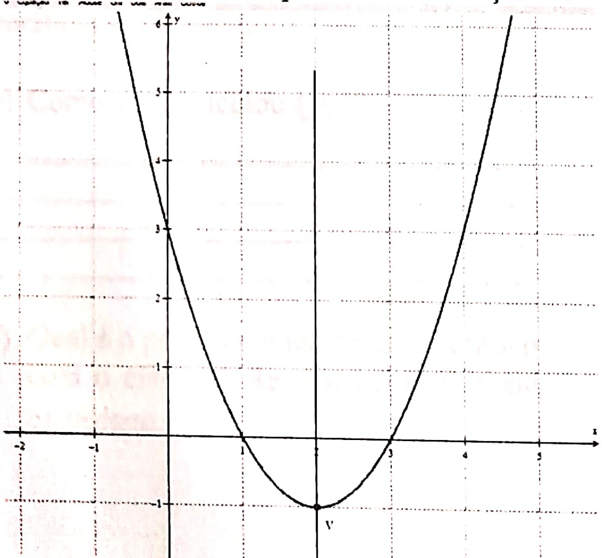
Calculando a soma ($x'+x''$) e o produto ($x' \cdot x''$) obtemos a seguinte relação:

$$x'+x'' = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$$

$$x' \cdot x'' = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \cdot \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \left(\frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right) \cdot \left(\frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right) =$$

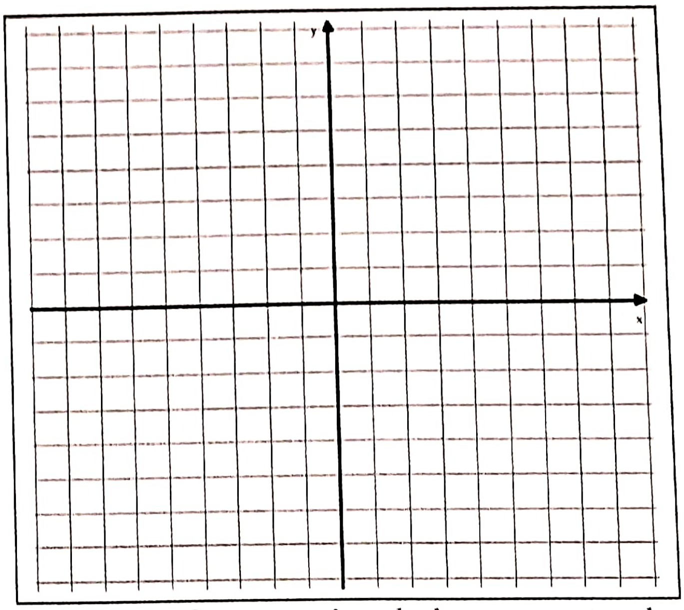
$$= \left(\frac{-b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2-4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

O gráfico de uma função quadrática é uma parábola, que admite um eixo de simetria perpendicular ao eixo x. Observe o esboço a seguir. O que podemos afirmar sobre o valor do x do vértice desta parábola em relação aos zeros da função?



1. Dada a função quadrática $f(x) = x^2 - 4x + 3$, responda:

a) Determine os zeros da função utilizando as expressões da soma e produto das raízes. Represente-os no plano cartesiano.



b) Qual é o valor do x do vértice (x_v)?

c) Como você calculou o (x_v)?

d) Qual é o valor do y do vértice (y_v)?

Logo,as coordenadas do vértice da parábola são V= (,   )

e) Como você calculou (y_v)?

f) Qual é o ponto de intersecção do gráfico com o eixo y? Represente-o no plano cartesiano.

g) Como você calculou o ponto de intersecção do gráfico com o eixo y?

h) Considerando que os pontos encontrados nos itens anteriores são pontos de uma parábola, marque no plano cartesiano, o ponto simétrico ao ponto encontrado no item f) em relação ao eixo de simetria da parábola.

i) Trace a parábola.

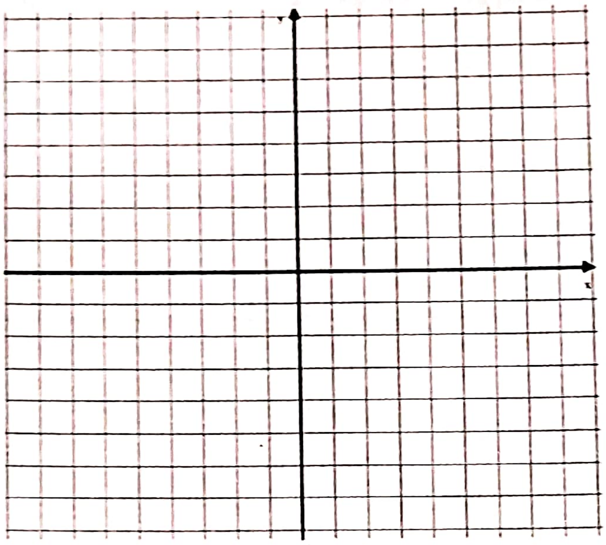
j) Observando o gráfico, responda para quais valores reais de x, $x^2 - 4x + 3 > 0$?

k) A função quadrática $f(x) = x^2 - 4x + 3$ admite valor máximo ou valor mínimo? Determine-o.

2. Resolva em IR as inequações:

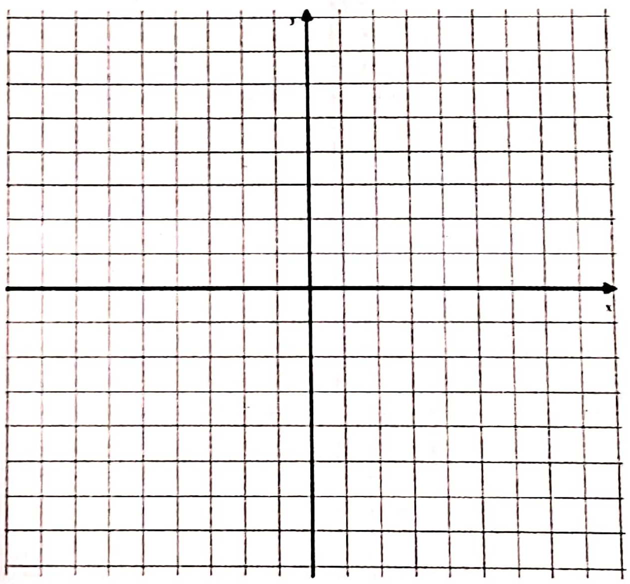
a) $-x^2 + 4x > 0$

Resolução:



b) $x^2 - 2x + 1 \leq 0$

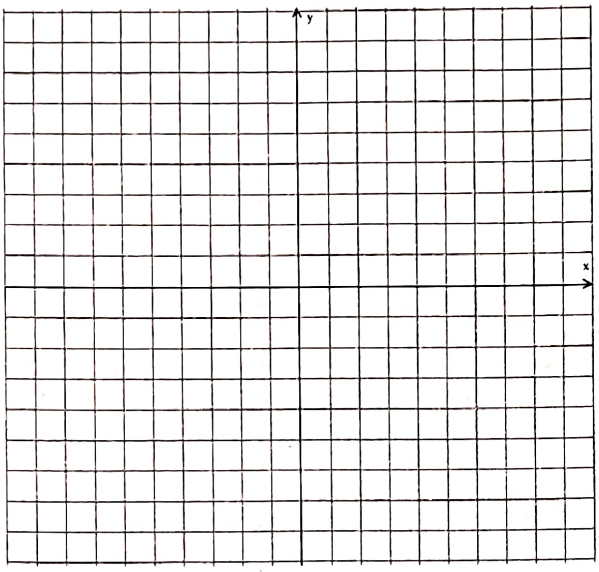
Resolução:



3. Solucione os problemas abaixo:

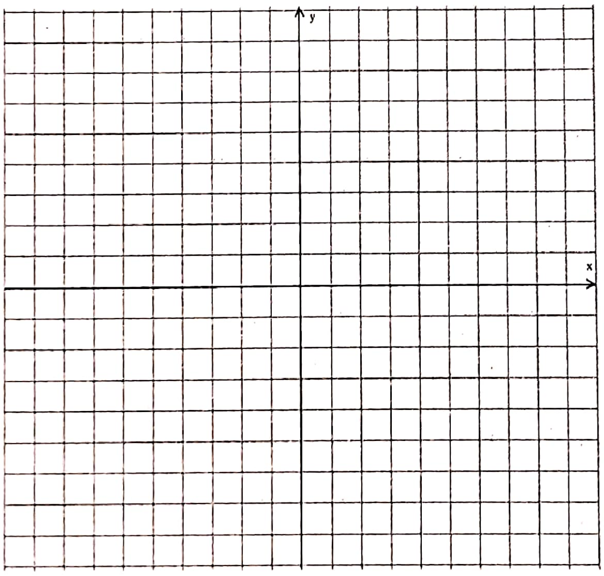
   a. Um pintor deseja pintar uma parede quadrada que tem x^2 de área. Mas, ele resolveu pintar outra parede ao lado que tem área $2x$. Porém, havia apenas tinta suficiente para pintar 8m². Quais os valores possíveis para x?

   Resolução:



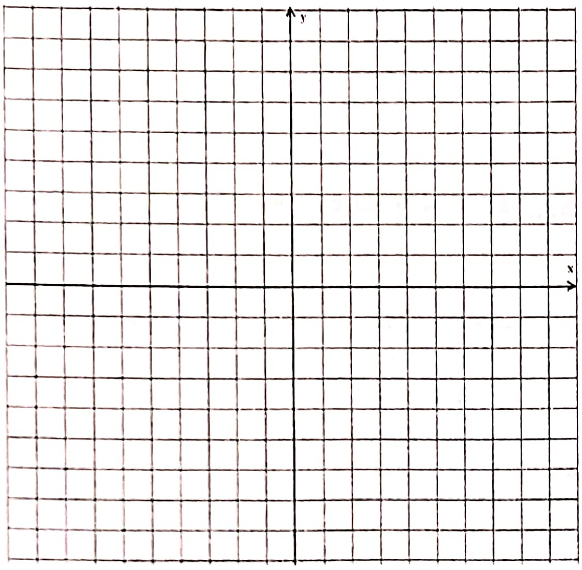
   b. Uma fábrica calcula seus lucros, em milhões, de acordo com o tempo de produção de seus funcionários. A função $L(x) = -x^2 + 10x - 16$ onde L é o lucro obtido em x tempo (em horas) de produção. Em quanto tempo de produção a empresa terá lucro máximo?

   Resolução:



c. Sabe-se que um piloto calcula o consumo de seu kart segundo $v(t) = t^2 + 1$ sendo o volume em dm³ de combustível do carro e t tempo em horas do carro em movimento. Qual o intervalo de tempo, em horas, que o carro poderá andar tendo em vista que a capacidade máxima de seu tanque é de 10 dm³?

Resolução:



Campos dos Goytacazes, 12 de Julho de 2011.

Roberta Macedo de Oliveira.

Renata Cardoso

Carlos Antônio C. Basílio