



RELATÓRIO LEAMAT III

SENO E COSSENO NA CIRCUNFERÊNCIA TRIGONOMÉTRICA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

**CARLOS ANTÔNIO GUIMARÃES BASÍLIO
RENATA NOGUEIRA CARDOSO
ROBERTA MACHADO DE OLIVEIRA**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2010.2**

CARLOS ANTÔNIO GUIMARÃES BASÍLIO
RENATA NOGUEIRA CARDOSO
ROBERTA MACHADO DE OLIVEIRA

RELATÓRIO LEAMAT III

SENO E COSSENO NA CIRCUNFERÊNCIA TRIGONOMÉTRICA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Professora Especialista Mylane dos Santos Barreto

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2010.2

1) Introdução

O trabalho visa demonstrar a intenção de desenvolver atividades, na prática, com o objetivo de permitir que o aluno compreenda a relação entre os conceitos trigonométricos e o ciclo trigonométrico para facilitar o estudo e dar sentido ao pensamento do conteúdo estudado em sala de aula.

2) Objetivos

O resultado esperado nas aplicações da atividade elaborada e aplicada é facilitar a aprendizagem dos alunos e apresentar subsídios para o estudante compreender e reconhecer as razões trigonométricas seno e cosseno na circunferência trigonométrica.

3) Atividades desenvolvidas

3.1) Elaboração da atividade

A elaboração da atividade aplicada foi baseada na pesquisa e leitura de livros didáticos e na internet, aplicado nesse segmento escolar, e a seqüência foi desenvolvida de modo que o estudante pudesse reconhecer as razões trigonométricas na circunferência trigonométrica.

3.2) Relato da Aplicação da Atividade na Turma do LEAMAT II

A aplicação da seqüência didática na turma do LEAMAT II foi um momento de aprendizagem, pois se percebeu que professores e alunos têm visões diferentes, em cada fase da aplicação ambos pontuavam de maneiras variadas. As observações feitas pelos professores em formação e pelos professores do LEAMAT foram discutidas pelo grupo e algumas foram acatadas. Assim a seqüência didática sofreu algumas alterações (Apêndice).

Cada integrante da turma recebeu uma apostila com os itens da seqüência didática e outra apostila com o desenho de quatro ciclos trigonométricos. As construções solicitadas na seqüência didática foram feitas na segunda apostila.

Os ciclos trigonométricos foram traçados com raio medindo 1 decímetro para facilitar as medições que são solicitadas na sequência didática. No ciclo 1 foram traçados os ângulos de 30° e 330° , no ciclo 2 foram traçados os ângulos de 45° e 225° , no ciclo 3 foram traçados os ângulos de 60° e 120° para facilitar a visualização da relação entre o seno, cosseno destes ângulos e no ciclo 4 foram traçados os ângulos de 30° , 45° e 60° para verificar a relação entre a medida da tangente desses ângulos e a medida de segmentos traçados no ciclo.

Inicialmente a sequência didática abordava as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente. Para otimizar o tempo foi decidido que a sequência didática abordaria apenas seno e cosseno.

Através desta experiência foi possível verificar que é imprescindível estar atento às observações dos alunos no momento da aplicação desta sequência didática na turma do ensino regular. Isso permitirá a identificação das possíveis dúvidas e busca de soluções, além de verificar se o objetivo do grupo, que justificou a elaboração da atividade, foi alcançado. É importante que o professor tenha poder de argumentação capaz de fazer o aluno pensar e se comunicar matematicamente.

Durante a aplicação das atividades foi sugerido aos professores em formação um maior cuidado com a linguagem matemática.

3.3) Relato da Aplicação da Atividade para a Turma Regular

O trabalho foi aplicado em uma turma de Pré-Vestibular de uma Escola regular, João Barcellos Martins, situada na Avenida 7 Setembro em Campos dos Goytacazes. A aula iniciou às 19 horas e 30 minutos onde a professora da turma apresentou os professores em formação aos alunos. A aula iniciou e terminou com a presença de 9 alunos na sala de aula.

Os professores em formação começaram a aula aplicando uma atividade onde foi usado o transferidor para construir o ângulo $A\hat{O}E$ medido 30° no primeiro quadrante do círculo, régua para medir o segmento e calculadora para calcular o seno e o cosseno de 30° . O objetivo era que os alunos identificassem que as medidas dos segmentos, seno e do cosseno são iguais ou aproximados do cálculo do seno e do cosseno de 30° .

A intenção inicial foi atendida pelos alunos e assim permitiu que os professores em formação passassem para a segunda atividade no círculo 2. Onde

eles usaram as mesmas ferramentas do exercício anterior para construir o ângulo $A\hat{O}F$ medido 45° e também o ângulo $A\hat{O}G$ medido 60° do terceiro exercício, no círculo 3. No final da primeira atividade os alunos descreveram ainda qual a relação entre os segmentos determinados no círculo e a medida do seno e do cosseno de um ângulo e também responderam quem representa o eixo da reta horizontal e o eixo da reta vertical no ciclo trigonométrico.

Na atividade 2 foi construído ângulo de $A\hat{O}E$ medido 120° com as mesmas ferramentas usada na atividade 1, foi determinado as medidas dos segmentos e cálculo do seno e do cosseno de 120° e perguntado aos alunos qual a relação entre o seno de 60° e o de 120° e qual a relação do cosseno de 60° e de 120° . Pode-se observar nessa atividade que a maioria dos alunos respondeu as expectativas e por isso iniciou-se a atividade 3 para construir o ângulo $B\hat{O}M$ medido 45° , no terceiro quadrante, e fazer as medidas dos segmentos e o cálculo do seno e do cosseno de 225° , importante lembrar que para todas as construções foram usadas as mesmas ferramentas para fazer as medidas dos segmentos e os cálculos dos senos e cossenos de um ângulo, logo os alunos perceberam que os resultado das medidas e os cálculos eram próximos.

Os professores em formação perguntaram qual era a relação entre o seno de 45° e o de 225° e a relação do cosseno de 45° e de 225° . Alguns alunos demonstraram dificuldade nessas perguntas. Mas outros responderam corretamente, como mostra a figura a baixo.

8) Qual a relação entre o seno de 45° e o seno de 225° ?

Os valores são iguais mas os sinais são opostos

9) Qual a relação entre o cosseno de 45° e o cosseno de 225° ?

os sinais são iguais mas os valores são diferentes

Na atividade 4 foi construído o ângulo $A\hat{O}S$ medido 30° de modo que o ponto S esteja no 4.º quadrante. Para fazer as medidas dos segmentos e o cálculo do seno e do cosseno de 330° foi usado às mesmas ferramentas das atividades anteriores. Desta vez foi perguntado aos alunos qual a relação entre o seno de 30° e o seno de 330° e também a relação do cosseno de 30° e o cosseno de 330° . A maioria respondeu corretamente essas duas perguntas, deixando claro que foram sanadas as dúvidas da atividade anterior.

Na última atividade trabalhou-se com os alunos a relação de sinal positivo e negativo do seno e do cosseno no ciclo trigonométrico e a maioria dos alunos corresponderam bem às questões aplicadas, Como mostra a figura abaixo.

ATIVIDADE 5

- 1) O sinal do seno de 235° é positivo ou negativo?
negativo
- 2) Qual o sinal do cosseno de 325° ?
negativo
- 3) Sabendo que o seno e o cosseno de 45° é igual a $\frac{\sqrt{2}}{2}$, determine o cosseno de 135° ?
 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$ são aproximadamente iguais
- 4) Sendo positivo o seno de 65° . Qual o sinal do seno de 130° ?
positivo
- 5) Se o cosseno de 310° é positivo. Qual o sinal do cosseno de 225° ?
negativo
- 6) O seno é positivo nos quadrantes I II e negati
 nos quadrantes III VI
- 7) O cosseno é negativo nos quadrantes II III e positi
 nos quadrantes I VI
- 8) Sabendo que o seno de 30° é igual a $\frac{1}{2}$ e que o cosseno de 30° é igual a $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 determine o seno de 210° ?
do mesmo modo com ângulos diferentes

Foram previstos 100 minutos de aula o que foi suficiente para a aplicação das atividades programadas, é importante lembrar que foi feito uma visita antes na turma para conhecer o local da aula, o número de alunos e também o nível da turma.

4) Conclusões

Os Professores em formação não obtiveram muitos problemas para aplicar o conteúdo na turma, uma vez que a mesma era de nove alunos e também foi feito uma visita antes e detectado que os alunos já tinham conhecimento de conceitos trigonométricos, o que não quer dizer que eles sabiam tudo, apenas tinham uma noção do teor do que foi aplicado na turma. Isso facilitou bastante à aplicação das atividades.

O grande desafio de trocar conhecimento com esses alunos foi o fato de que a maioria não obtinha conceito de construção de ângulo, de pontos, de retas perpendiculares e de segmentos, ou seja, conceitos básicos de construção geométrica. Por isso é importante e necessário promover uma discussão entre professores para alertar que o simples fato de aplicar a geometria trigonométrica não sana os problemas do seno e do cosseno no ciclo trigonométrico.

Sendo assim, deve-se, além de, compreender e reconhecer as razões trigonométricas do seno e cosseno na circunferência trigonométrica conceituar a construção geométrica para uma aprendizagem mais sólida na geometria, uma vez que ficou claro a falta de habilidade dos alunos com a construção geométrica.

5) Referências

LUIZ, Márcio Imenes; LELLIS, Marcelo. **Matemática Imenes & Lellis**. São Paulo: Moderna, 2009.

NÓE, Marcos. **Seno, cosseno e tangente de ângulos**. Disponível em: <<http://www.brasilecola.com/matematica/seno-cosseno-tangente-angulos.htm>> Acesso em: 2 mar. 2010.

APÊNDICE

Atividade 1

Você recebeu folhas com círculos de raio 1dm. As retas \overline{AB} e \overline{CD} se intersectam no ponto O, centro do círculo, e são perpendiculares.

Nas atividades use o decímetro como unidade de medida.

No círculo 1:

- 1) Usando o transferidor construa, no primeiro quadrante, o ângulo AÔE medindo 30° .
- 2) Pelo ponto E trace uma reta perpendicular à reta \overline{AB} . A reta perpendicular intersecta \overline{AB} no ponto M, marque esse ponto.
- 3) Pelo ponto E trace uma reta perpendicular à reta \overline{CD} . A reta perpendicular intersecta \overline{CD} no ponto N, marque esse ponto.
- 4) Usando uma régua determine a medida do segmento \overline{OM} . _____
- 5) Usando uma régua determine a medida do segmento \overline{ON} . _____
- 6) Usando uma calculadora determine o seno de 30° . _____
- 7) Usando uma calculadora determine o cosseno de 30° . _____

No círculo 2:

- 1) Usando o transferidor construa, no primeiro quadrante, o ângulo AÔF medindo 45° .
- 2) Pelo ponto F trace uma reta perpendicular à reta \overline{AB} . A reta perpendicular intersecta \overline{AB} no ponto P, marque esse ponto.
- 3) Pelo ponto F trace uma reta perpendicular à reta \overline{CD} . A reta perpendicular intersecta \overline{CD} no ponto Q, marque esse ponto.
- 4) Usando uma régua determine a medida do segmento \overline{OP} . _____
- 5) Usando uma régua determine a medida do segmento \overline{OQ} . _____
- 6) Usando uma calculadora determine o seno de 45° . _____
- 7) Usando uma calculadora determine o cosseno de 45° . _____

No círculo 3:

- 1) Usando o transferidor construa, no primeiro quadrante, o ângulo AÔG medindo 60° .
- 2) Pelo ponto G trace uma reta perpendicular à reta \overline{AB} . A reta perpendicular intersecta \overline{AB} no ponto R, marque esse ponto.

- 3) Pelo ponto G trace uma reta perpendicular à reta \overline{CD} . A reta perpendicular intersecta \overline{CD} no ponto S, marque esse ponto.
- 4) Usando uma régua determine a medida do segmento \overline{OR} . _____
- 5) Usando uma régua determine a medida do segmento \overline{OS} . _____
- 6) Usando uma calculadora determine o seno de 60° . _____
- 7) Usando uma calculadora determine o cosseno de 60° . _____
- 8) Descreva a relação entre os segmentos determinados nos eixos horizontais e verticais e a medida do seno e do cosseno de um ângulo.

- 9) A reta horizontal \overline{AB} representa o eixo do _____
- 10) A reta vertical \overline{CD} representa o eixo do _____

ATIVIDADE 2

No círculo 3:

- 1) Usando o transferidor construa o ângulo $A\hat{O}E$ medindo 120° , de modo que o ponto E esteja no 2º Quadrante.
- 2) Pelo ponto E trace uma reta perpendicular à reta \overline{AB} . A reta perpendicular intersecta \overline{AB} no ponto M, marque esse ponto.
- 3) Pelo ponto E trace uma reta perpendicular à reta \overline{CD} . A reta perpendicular intersecta \overline{CD} no ponto N, marque esse ponto.
- 4) Usando uma régua determine a medida do segmento \overline{OM} . _____
- 5) Usando uma régua determine a medida do segmento \overline{ON} . _____
- 6) Usando uma calculadora determine o seno de 120° . _____
- 7) Usando uma calculadora determine o cosseno de 120° . _____
- 8) Qual a relação entre o seno de 60° e o seno de 120° ?

- 9) Qual a relação entre o cosseno de 60° e o cosseno de 120° ?

ATIVIDADE 3

No círculo 2:

- 1) Usando o transferidor construa o ângulo BÔM medindo 45° , de modo que o ponto M esteja no 3º Quadrante.
- 2) Pelo ponto M trace uma reta perpendicular à reta \overline{AB} . A reta perpendicular intersecta \overline{AB} no ponto R, marque esse ponto.
- 3) Pelo ponto F trace uma reta perpendicular à reta \overline{CD} . A reta perpendicular intersecta \overline{CD} no ponto N, marque esse ponto.
- 4) Usando uma régua determine a medida do segmento \overline{OR} . _____
- 5) Usando uma régua determine a medida do segmento \overline{ON} . _____
- 6) Usando uma calculadora determine o seno de 225° . _____
- 7) Usando uma calculadora determine o cosseno de 225° . _____
- 8) Qual a relação entre o seno de 45° e o seno de 225° ?

- 9) Qual a relação entre o cosseno de 45° e o cosseno de 225° ?

ATIVIDADE 4

No círculo 1:

- 1) Usando o transferidor construa o ângulo AÔS medindo 30° , de modo que o ponto S esteja no 4º Quadrante.
- 2) Pelo ponto S trace uma reta perpendicular à reta \overline{AB} . A reta perpendicular intersecta \overline{AB} no ponto P, marque esse ponto.
- 3) Pelo ponto S trace uma reta perpendicular à reta \overline{CD} . A reta perpendicular intersecta \overline{CD} no ponto Q, marque esse ponto.
- 4) Usando uma régua determine a medida do segmento \overline{OP} . _____
- 5) Usando uma régua determine a medida do segmento \overline{OQ} . _____
- 6) Usando uma calculadora determine o seno de 330° . _____
- 7) Usando uma calculadora determine o cosseno de 330° . _____
- 8) Qual a relação entre o seno de 30° e o seno de 330° ?

- 9) Qual a relação entre o cosseno de 30° e o cosseno de 330° ?

ATIVIDADE 5

1) O sinal do seno de 235° é positivo ou negativo?

2) Qual o sinal do cosseno de 325° ?

3) Sabendo que o seno e o cosseno de 45° são iguais a $\frac{\sqrt{2}}{2}$, determine o cosseno de 135° ?

4) Sendo positivo o seno de 65° . Qual o sinal do seno de 130° ?

5) Se o cosseno de 310° é positivo. Qual o sinal do cosseno de 225° ?

6) O seno é positivo nos quadrantes _____ e negativo nos quadrantes _____

7) O cosseno é negativo nos quadrantes _____ e positivo nos quadrantes _____

8) Sabendo que o seno de 30° é igual a $\frac{1}{2}$ e que o cosseno de 30° é igual a $\frac{\sqrt{3}}{2}$, determine o seno de 210° ?

Campos dos Goytacazes, 30 de MARÇO de 2011.

Renata Macedo
Roberta Machado de Oliveira
Carlos Antonio G. Basilio