



## **RELATÓRIO LEAMAT III**

**SENO E COSSENO NA CIRCUNFERÊNCIA TRIGONOMÉTRICA**

**ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA**

**CARLOS ANTÔNIO GUIMARÃES BASÍLIO  
RENATA NOGUEIRA CARDOSO  
ROBERTA MACHADO DE OLIVEIRA**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ  
2010.2**

CARLOS ANTÔNIO GUIMARÃES BASÍLIO  
RENATA NOGUEIRA CARDOSO  
ROBERTA MACHADO DE OLIVEIRA

## **RELATÓRIO LEAMAT III**

SENO E COSSENO NA CIRCUNFERÊNCIA TRIGONOMÉTRICA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, Campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Professora Especialista Mylane dos Santos Barreto

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ  
2010.2

## **1) Introdução**

O trabalho visa demonstrar a intenção de desenvolver atividades, na prática, com o objetivo de permitir que o aluno compreenda a relação entre os conceitos trigonométricos e o ciclo trigonométrico para facilitar o estudo e dar sentido ao pensamento do conteúdo estudado em sala de aula.

## **2) Objetivos**

O resultado esperado nas aplicações da atividade elaborada e aplicada é facilitar a aprendizagem dos alunos e apresentar subsídios para o estudante compreender e reconhecer as razões trigonométricas seno e cosseno na circunferência trigonométrica.

## **3) Atividades desenvolvidas**

### **3.1) Elaboração da atividade**

A elaboração da atividade aplicada foi baseada na pesquisa e leitura de livros didáticos e na internet, aplicado nesse segmento escolar, e a seqüência foi desenvolvida de modo que o estudante pudesse reconhecer as razões trigonométricas na circunferência trigonométrica.

### **3.2) Relato da Aplicação da Atividade na Turma do LEAMAT II**

A aplicação da seqüência didática na turma do LEAMAT II foi um momento de aprendizagem, pois se percebeu que professores e alunos têm visões diferentes, em cada fase da aplicação ambos pontuavam de maneiras variadas. As observações feitas pelos professores em formação e pelos professores do LEAMAT foram discutidas pelo grupo e algumas foram acatadas. Assim a seqüência didática sofreu algumas alterações (Apêndice).

Cada integrante da turma recebeu uma apostila com os itens da seqüência didática e outra apostila com o desenho de quatro ciclos trigonométricos. As construções solicitadas na seqüência didática foram feitas na segunda apostila.

Os ciclos trigonométricos foram traçados com raio medindo 1 decímetro para facilitar as medições que são solicitadas na sequência didática. No ciclo 1 foram traçados os ângulos de  $30^\circ$  e  $330^\circ$ , no ciclo 2 foram traçados os ângulos de  $45^\circ$  e  $225^\circ$ , no ciclo 3 foram traçados os ângulos de  $60^\circ$  e  $120^\circ$  para facilitar a visualização da relação entre o seno, cosseno destes ângulos e no ciclo 4 foram traçados os ângulos de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$  para verificar a relação entre a medida da tangente desses ângulos e a medida de segmentos traçados no ciclo.

Inicialmente a sequência didática abordava as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente. Para otimizar o tempo foi decidido que a sequência didática abordaria apenas seno e cosseno.

Através desta experiência foi possível verificar que é imprescindível estar atento às observações dos alunos no momento da aplicação desta sequência didática na turma do ensino regular. Isso permitirá a identificação das possíveis dúvidas e busca de soluções, além de verificar se o objetivo do grupo, que justificou a elaboração da atividade, foi alcançado. É importante que o professor tenha poder de argumentação capaz de fazer o aluno pensar e se comunicar matematicamente.

Durante a aplicação das atividades foi sugerido aos professores em formação um maior cuidado com a linguagem matemática.

### **3.3) Relato da Aplicação da Atividade para a Turma Regular**

O trabalho foi aplicado em uma turma de Pré-Vestibular de uma Escola regular, João Barcellos Martins, situada na Avenida 7 Setembro em Campos dos Goytacazes. A aula iniciou às 19 horas e 30 minutos onde a professora da turma apresentou os professores em formação aos alunos. A aula iniciou e terminou com a presença de 9 alunos na sala de aula.

Os professores em formação começaram a aula aplicando uma atividade onde foi usado o transferidor para construir o ângulo  $A\hat{O}E$  medido  $30^\circ$  no primeiro quadrante do círculo, régua para medir o segmento e calculadora para calcular o seno e o cosseno de  $30^\circ$ . O objetivo era que os alunos identificassem que as medidas dos segmentos, seno e do cosseno são iguais ou aproximados do cálculo do seno e do cosseno de  $30^\circ$ .

A intenção inicial foi atendida pelos alunos e assim permitiu que os professores em formação passassem para a segunda atividade no círculo 2. Onde

eles usaram as mesmas ferramentas do exercício anterior para construir o ângulo  $A\hat{O}F$  medido  $45^\circ$  e também o ângulo  $A\hat{O}G$  medido  $60^\circ$  do terceiro exercício, no círculo 3. No final da primeira atividade os alunos descreveram ainda qual a relação entre os segmentos determinados no círculo e a medida do seno e do cosseno de um ângulo e também responderam quem representa o eixo da reta horizontal e o eixo da reta vertical no ciclo trigonométrico.

Na atividade 2 foi construído ângulo de  $A\hat{O}E$  medido  $120^\circ$  com as mesmas ferramentas usada na atividade 1, foi determinado as medidas dos segmentos e cálculo do seno e do cosseno de  $120^\circ$  e perguntado aos alunos qual a relação entre o seno de  $60^\circ$  e o de  $120^\circ$  e qual a relação do cosseno de  $60^\circ$  e de  $120^\circ$ . Pode-se observar nessa atividade que a maioria dos alunos respondeu as expectativas e por isso iniciou-se a atividade 3 para construir o ângulo  $B\hat{O}M$  medido  $45^\circ$ , no terceiro quadrante, e fazer as medidas dos segmentos e o cálculo do seno e do cosseno de  $225^\circ$ , importante lembrar que para todas as construções foram usadas as mesmas ferramentas para fazer as medidas dos segmentos e os cálculos dos senos e cossenos de um ângulo, logo os alunos perceberam que os resultado das medidas e os cálculos eram próximos.

Os professores em formação perguntaram qual era a relação entre o seno de  $45^\circ$  e o de  $225^\circ$  e a relação do cosseno de  $45^\circ$  e de  $225^\circ$ . Alguns alunos demonstraram dificuldade nessas perguntas. Mas outros responderam corretamente, como mostra a figura a baixo.

8) Qual a relação entre o seno de  $45^\circ$  e o seno de  $225^\circ$ ?

Os valores são iguais mas os sinais são opostos

9) Qual a relação entre o cosseno de  $45^\circ$  e o cosseno de  $225^\circ$ ?

os sinais são iguais mas os valores são diferentes

Na atividade 4 foi construído o ângulo  $A\hat{O}S$  medido  $30^\circ$  de modo que o ponto S esteja no 4.º quadrante. Para fazer as medidas dos segmentos e o cálculo do seno e do cosseno de  $330^\circ$  foi usado às mesmas ferramentas das atividades anteriores. Desta vez foi perguntado aos alunos qual a relação entre o seno de  $30^\circ$  e o seno de  $330^\circ$  e também a relação do cosseno de  $30^\circ$  e o cosseno de  $330^\circ$ . A maioria respondeu corretamente essas duas perguntas, deixando claro que foram sanadas as dúvidas da atividade anterior.

Na última atividade trabalhou-se com os alunos a relação de sinal positivo e negativo do seno e do cosseno no ciclo trigonométrico e a maioria dos alunos corresponderam bem às questões aplicadas, Como mostra a figura abaixo.

### ATIVIDADE 5

- 1) O sinal do seno de  $235^\circ$  é positivo ou negativo?  
negativo
- 2) Qual o sinal do cosseno de  $325^\circ$ ?  
negativo
- 3) Sabendo que o seno e o cosseno de  $45^\circ$  é igual a  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , determine o cosseno de  $135^\circ$ ?  
 $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$  são diferentes, iguais
- 4) Sendo positivo o seno de  $65^\circ$ . Qual o sinal do seno de  $130^\circ$ ?  
positivo
- 5) Se o cosseno de  $310^\circ$  é positivo. Qual o sinal do cosseno de  $225^\circ$ ?  
negativo
- 6) O seno é positivo nos quadrantes I II e negati  
nos quadrantes III VI
- 7) O cosseno é negativo nos quadrantes II III e positi  
nos quadrantes I VI
- 8) Sabendo que o seno de  $30^\circ$  é igual a  $\frac{1}{2}$  e que o cosseno de  $30^\circ$  é igual a  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
determine o seno de  $210^\circ$ ?  
não é igual mas tem mesmo denominador

Foram previstos 100 minutos de aula o que foi suficiente para a aplicação das atividades programadas, é importante lembrar que foi feito uma visita antes na turma para conhecer o local da aula, o número de alunos e também o nível da turma.

#### 4) Conclusões

Os Professores em formação não obtiveram muitos problemas para aplicar o conteúdo na turma, uma vez que a mesma era de nove alunos e também foi feito uma visita antes e detectado que os alunos já tinham conhecimento de conceitos trigonométricos, o que não quer dizer que eles sabiam tudo, apenas tinham uma noção do teor do que foi aplicado na turma. Isso facilitou bastante à aplicação das atividades.

O grande desafio de trocar conhecimento com esses alunos foi o fato de que a maioria não obtinha conceito de construção de ângulo, de pontos, de retas perpendiculares e de segmentos, ou seja, conceitos básicos de construção geométrica. Por isso é importante e necessário promover uma discussão entre professores para alertar que o simples fato de aplicar a geometria trigonométrica não sana os problemas do seno e do cosseno no ciclo trigonométrico.

Sendo assim, deve-se, além de, compreender e reconhecer as razões trigonométricas do seno e cosseno na circunferência trigonométrica conceituar a construção geométrica para uma aprendizagem mais sólida na geometria, uma vez que ficou claro a falta de habilidade dos alunos com a construção geométrica.

### **5) Referências**

LUIZ, Márcio Imenes; LELLIS, Marcelo. **Matemática Imenes & Lellis**. São Paulo: Moderna, 2009.

NÓE, Marcos. **Seno, cosseno e tangente de ângulos**. Disponível em: <<http://www.brasilecola.com/matematica/seno-cosseno-tangente-angulos.htm>> Acesso em: 2 mar. 2010.

# APÊNDICE

### Atividade 1

Você recebeu folhas com círculos de raio 1dm. As retas  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$  se intersectam no ponto O, centro do círculo, e são perpendiculares.

Nas atividades use o decímetro como unidade de medida.

#### No círculo 1:

- 1) Usando o transferidor construa, no primeiro quadrante, o ângulo AÔE medindo  $30^\circ$ .
- 2) Pelo ponto E trace uma reta perpendicular à reta  $\overline{AB}$ . A reta perpendicular intersecta  $\overline{AB}$  no ponto M, marque esse ponto.
- 3) Pelo ponto E trace uma reta perpendicular à reta  $\overline{CD}$ . A reta perpendicular intersecta  $\overline{CD}$  no ponto N, marque esse ponto.
- 4) Usando uma régua determine a medida do segmento  $\overline{OM}$ . \_\_\_\_\_
- 5) Usando uma régua determine a medida do segmento  $\overline{ON}$ . \_\_\_\_\_
- 6) Usando uma calculadora determine o seno de  $30^\circ$ . \_\_\_\_\_
- 7) Usando uma calculadora determine o cosseno de  $30^\circ$ . \_\_\_\_\_

#### No círculo 2:

- 1) Usando o transferidor construa, no primeiro quadrante, o ângulo AÔF medindo  $45^\circ$ .
- 2) Pelo ponto F trace uma reta perpendicular à reta  $\overline{AB}$ . A reta perpendicular intersecta  $\overline{AB}$  no ponto P, marque esse ponto.
- 3) Pelo ponto F trace uma reta perpendicular à reta  $\overline{CD}$ . A reta perpendicular intersecta  $\overline{CD}$  no ponto Q, marque esse ponto.
- 4) Usando uma régua determine a medida do segmento  $\overline{OP}$ . \_\_\_\_\_
- 5) Usando uma régua determine a medida do segmento  $\overline{OQ}$ . \_\_\_\_\_
- 6) Usando uma calculadora determine o seno de  $45^\circ$ . \_\_\_\_\_
- 7) Usando uma calculadora determine o cosseno de  $45^\circ$ . \_\_\_\_\_

#### No círculo 3:

- 1) Usando o transferidor construa, no primeiro quadrante, o ângulo AÔG medindo  $60^\circ$ .
- 2) Pelo ponto G trace uma reta perpendicular à reta  $\overline{AB}$ . A reta perpendicular intersecta  $\overline{AB}$  no ponto R, marque esse ponto.

- 3) Pelo ponto G trace uma reta perpendicular à reta  $\overline{CD}$ . A reta perpendicular intersecta  $\overline{CD}$  no ponto S, marque esse ponto.
- 4) Usando uma régua determine a medida do segmento  $\overline{OR}$ . \_\_\_\_\_
- 5) Usando uma régua determine a medida do segmento  $\overline{OS}$ . \_\_\_\_\_
- 6) Usando uma calculadora determine o seno de  $60^\circ$ . \_\_\_\_\_
- 7) Usando uma calculadora determine o cosseno de  $60^\circ$ . \_\_\_\_\_
- 8) Descreva a relação entre os segmentos determinados nos eixos horizontais e verticais e a medida do seno e do cosseno de um ângulo.

---



---



---

- 9) A reta horizontal  $\overline{AB}$  representa o eixo do \_\_\_\_\_
- 10) A reta vertical  $\overline{CD}$  representa o eixo do \_\_\_\_\_

## ATIVIDADE 2

### No círculo 3:

- 1) Usando o transferidor construa o ângulo  $A\hat{O}E$  medindo  $120^\circ$ , de modo que o ponto E esteja no 2º Quadrante.
- 2) Pelo ponto E trace uma reta perpendicular à reta  $\overline{AB}$ . A reta perpendicular intersecta  $\overline{AB}$  no ponto M, marque esse ponto.
- 3) Pelo ponto E trace uma reta perpendicular à reta  $\overline{CD}$ . A reta perpendicular intersecta  $\overline{CD}$  no ponto N, marque esse ponto.
- 4) Usando uma régua determine a medida do segmento  $\overline{OM}$ . \_\_\_\_\_
- 5) Usando uma régua determine a medida do segmento  $\overline{ON}$ . \_\_\_\_\_
- 6) Usando uma calculadora determine o seno de  $120^\circ$ . \_\_\_\_\_
- 7) Usando uma calculadora determine o cosseno de  $120^\circ$ . \_\_\_\_\_
- 8) Qual a relação entre o seno de  $60^\circ$  e o seno de  $120^\circ$  ?

---



---

- 9) Qual a relação entre o cosseno de  $60^\circ$  e o cosseno de  $120^\circ$  ?

### ATIVIDADE 3

#### No círculo 2:

- 1) Usando o transferidor construa o ângulo BÔM medindo  $45^\circ$ , de modo que o ponto M esteja no 3º Quadrante.
- 2) Pelo ponto M trace uma reta perpendicular à reta  $\overline{AB}$ . A reta perpendicular intersecta  $\overline{AB}$  no ponto R, marque esse ponto.
- 3) Pelo ponto F trace uma reta perpendicular à reta  $\overline{CD}$ . A reta perpendicular intersecta  $\overline{CD}$  no ponto N, marque esse ponto.
- 4) Usando uma régua determine a medida do segmento  $\overline{OR}$ . \_\_\_\_\_
- 5) Usando uma régua determine a medida do segmento  $\overline{ON}$ . \_\_\_\_\_
- 6) Usando uma calculadora determine o seno de  $225^\circ$ . \_\_\_\_\_
- 7) Usando uma calculadora determine o cosseno de  $225^\circ$ . \_\_\_\_\_
- 8) Qual a relação entre o seno de  $45^\circ$  e o seno de  $225^\circ$ ?  
\_\_\_\_\_
- 9) Qual a relação entre o cosseno de  $45^\circ$  e o cosseno de  $225^\circ$ ?  
\_\_\_\_\_

### ATIVIDADE 4

#### No círculo 1:

- 1) Usando o transferidor construa o ângulo AÔS medindo  $30^\circ$ , de modo que o ponto S esteja no 4º Quadrante.
- 2) Pelo ponto S trace uma reta perpendicular à reta  $\overline{AB}$ . A reta perpendicular intersecta  $\overline{AB}$  no ponto P, marque esse ponto.
- 3) Pelo ponto S trace uma reta perpendicular à reta  $\overline{CD}$ . A reta perpendicular intersecta  $\overline{CD}$  no ponto Q, marque esse ponto.
- 4) Usando uma régua determine a medida do segmento  $\overline{OP}$ . \_\_\_\_\_
- 5) Usando uma régua determine a medida do segmento  $\overline{OQ}$ . \_\_\_\_\_
- 6) Usando uma calculadora determine o seno de  $330^\circ$ . \_\_\_\_\_
- 7) Usando uma calculadora determine o cosseno de  $330^\circ$ . \_\_\_\_\_
- 8) Qual a relação entre o seno de  $30^\circ$  e o seno de  $330^\circ$ ?  
\_\_\_\_\_
- 9) Qual a relação entre o cosseno de  $30^\circ$  e o cosseno de  $330^\circ$ ?  
\_\_\_\_\_

### ATIVIDADE 5

1) O sinal do seno de  $235^\circ$  é positivo ou negativo?

\_\_\_\_\_

2) Qual o sinal do cosseno de  $325^\circ$ ?

\_\_\_\_\_

3) Sabendo que o seno e o cosseno de  $45^\circ$  são iguais a  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , determine o cosseno de  $135^\circ$ ?

\_\_\_\_\_

4) Sendo positivo o seno de  $65^\circ$ . Qual o sinal do seno de  $130^\circ$ ?

\_\_\_\_\_

5) Se o cosseno de  $310^\circ$  é positivo. Qual o sinal do cosseno de  $225^\circ$ ?

\_\_\_\_\_

6) O seno é positivo nos quadrantes \_\_\_\_\_ e negativo nos quadrantes \_\_\_\_\_

7) O cosseno é negativo nos quadrantes \_\_\_\_\_ e positivo nos quadrantes \_\_\_\_\_

8) Sabendo que o seno de  $30^\circ$  é igual a  $\frac{1}{2}$  e que o cosseno de  $30^\circ$  é igual a  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , determine o seno de  $210^\circ$ ?

Campos dos Goytacazes, 30 de MARÇO de 2011.

Renata Macedo  
Roberta Machado de Oliveira  
Carlos Antonio G. Basilio