

RELATÓRIO LEAMAT III

DESVENDANDO A ÁLGEBRA DOS QUADRADOS MÁGICOS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

CAMILA LINHARES RIBEIRO BARBOSA

JOSILÉIA ARAÚJO MATOS

JULIANA CORRÊA PEREIRA

LETÍCIA FERREIRA DE SOUZA

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2011.2

CAMILA LINHARES RIBEIRO BARBOSA

JOSILÉIA ARAÚJO MATOS

JULIANA CORRÊA PEREIRA

LETÍCIA FERREIRA DE SOUZA

RELATÓRIO LEAMAT III

DESVENDANDO A ÁLGEBRA DOS QUADRADOS MÁGICOS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Ana Paula Rangel de Andrade

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ

2011.2

Sumário

1- Introdução.....	4
2-Objetivo.....	4
3- Atividades desenvolvidas.....	5
3.1- Elaboração da atividade.....	5
3.2- Relato da aplicação da atividade na turma do Leamat II.....	7
3.3 - Relato da atividade na turma regular de ensino fundamental.....	8
4- Conclusão.....	12
Referências.....	13
Apêndices.....	14
Apêndice A: Atividades Aplicadas.....	15
Apêndice B: Atividades Reformuladas.....	26

1- INTRODUÇÃO

“Quem nunca brincou de preencher um quadrado mágico? – aquele em que você tentava dispor vários números de forma que a soma fosse a mesma na diagonal do quadrado, nas linhas e também nas colunas.” (GONÇALVES, 2006, p. 30) .

O tema quadrados mágicos foi escolhido como objeto para esse estudo, a partir de leituras realizadas na Revista do Professor de Matemática (RPM). Com base nas experiências acadêmicas das professoras em formação, foi possível perceber se tratar de um assunto pouco explorado em sala de aula, aparecendo nos livros didáticos esporadicamente relacionados ao tópico curiosidades.

Novos estudos em outros artigos da RPM foram feitos para que fosse possível compreender a álgebra subjacente aos quadrados mágicos. Pôde-se constatar que existe uma forte relação entre este assunto e as Progressões Aritméticas.

Foi observado também por uma das professoras em formação, a princípio, que o jogo Sudoku é um tipo de quadrado mágico, pois a soma dos números que compõem as linhas e as colunas representa um mesmo valor, porém percebeu-se que a soma dos números que compõem as diagonais podem resultar em um valor distinto deste.

Mesmo assim optou-se por utilizar o jogo já que o mesmo é uma forma interessante e rica de inserir e trabalhar este conteúdo.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais:

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p.268)

2- OBJETIVO

Com a aplicação das atividades, espera-se que o aluno encontre relações algébricas envolvendo os números que compõem um quadrado mágico. Pretende-se ainda valorizar os aspectos lúdicos e a parte histórica referente ao tema.

Nesta próxima etapa estão as quatro questões que irão trabalhar a Álgebra inserida nos quadrados mágicos. Na primeira, os alunos preenchem uma tabela (Figura 2) com o valor secreto (a soma dos números que compõe um quadrado) e a constante mágica (a soma dos números de cada linha, coluna ou diagonal do quadrado) para quadrados de ordem 3, 5, 6 e n . Na segunda, os alunos respondem algumas perguntas com o objetivo de verificar se ficaram claras as relações encontradas na questão anterior.

Figura 2: Tabela da questão 1

ORDEM	VALOR SECRETO	CONSTANTE MÁGICA
3		
5		
6		
n		

Fonte: As autoras

Na terceira questão foi dada uma tabela (Figura 3) para que os alunos preencham a partir de observações feitas nos quadrados construídos anteriormente, e como forma de trabalhar as regularidades observadas foi elaborada a questão quatro.

Figura 3: Tabela da questão 3

Questão/Ordem	5	7	n (n é um número ímpar)
Último elemento da coluna central			
Razão da P.A. formada pelos números que compõem a coluna central			
Número que ocupa a posição central do quadrado mágico			

Fonte: As autoras

A fim de mostrar algumas curiosidades sobre os quadrados mágicos apresentou-se a seguir: Quadrados Mágicos e o teorema de Pitágoras e Quadrados Mágicos com números primos.

Para a composição da segunda parte da apostila foram selecionadas algumas questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Optou-se por inserir essas questões, por se tratar de um tema bastante presente nesta avaliação e também pelo papel motivador que a resolução das mesmas causa em alunos deste nível de ensino.

Para finalizar a terceira parte, foi mostrado o jogo Sudoku, conhecido por muitos jovens, por estar sendo inserido na mídia atual. Apesar de não se tratar realmente de um quadrado mágico, reforça o caráter lúdico presente neste trabalho.

3.2 Relato da aplicação da atividade na turma do LEAMAT II

As atividades elaboradas foram aplicadas na turma do LEAMAT II com o intuito de detectar falhas, verificar o tempo necessário para a aplicação das mesmas e receber sugestões visando o alcance dos objetivos.

O trabalho foi bastante elogiado por tratar de um tema pouco explorado em sala de aula. Além disso, algumas alterações foram feitas a partir dessa aplicação:

1) Colocar a atividade do Sudoku no final do trabalho, uma vez que poderia ocupar mais tempo que o previsto e atrasar as demais atividades.

2) Acrescentar ao quadrado que compõem a parte referente à "Construção de quadrados mágicos de ordem ímpar", uma grade com linhas mais fortes, a fim de destacar o quadrado principal. Além disso, completar a grade dos quadrados auxiliares, a fim de que os alunos relacionassem mais facilmente as linhas e colunas.

3) Acrescentar uma Atividade na primeira parte, item 4, para que o aluno utilize as fórmulas deduzidas na questão 3 do item Explorando a Álgebra dos Quadrados Mágicos da apostila.

4) Caso os alunos necessitem recorrer à fórmula dos termos de uma P.A em algum exercício e não se lembrem mais da mesma, recordá-la por meio da “História de Gauss”.

5) Acrescentar dois tempos de aula aos outros dois previstos anteriormente já que o período de aplicação das atividades não foi suficiente para a resolução de todo o trabalho.

3.3 Relato da atividade aplicada na turma de ensino regular

A atividade foi aplicada em uma turma de segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública situada em Campos dos Goytacazes, na qual estavam presentes 31 alunos. Foi realizada em dois encontros de duas horas cada.

Inicialmente as professoras em formação se apresentaram e entregaram aos alunos uma apostila contendo a primeira parte do trabalho: história, definição, construção, atividades e curiosidades sobre alguns quadrados mágicos.

Na parte referente à construção, utilizou-se uma cartolina (Figura 4) reproduzindo a figura do quadrado mágico de ordem 5 que está na apostila com o intuito de facilitar a explicação sobre as regras descritas.

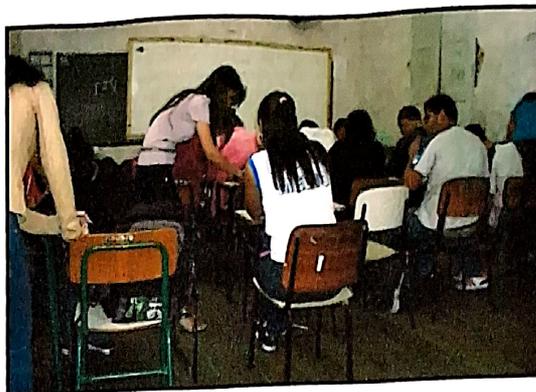
Figura 4: Quadrado de ordem 5x5, na cartolina

11	19	2	14	3
12	23	9	21	4
10	18	1	14	22
11	24	7	20	3
17	5	13	21	9
23	6	19	2	15
4	12	25	8	16

Fonte: As autoras

Em seguida, os alunos construíram um quadrado mágico de ordem sete, e encontraram algumas dificuldades necessitando de auxílio individual das professoras em formação. Porém a atividade motivou os alunos que a realizaram com bastante empenho (Figura 5).

Figura 5 : Professoras em formação auxiliando os alunos na atividade de construção do quadrado mágico de ordem 7



Fonte: As autoras

Após terem sido preenchidos os quadrados mágicos de ordem 5 e 7, uma das professoras em formação leu as definições de constante mágica e valor secreto e solicitou aos alunos que resolvessem o primeiro exercício.

Nem todos os alunos completaram os valores para os quadrados de ordem n , apenas uma aluna conseguiu chegar à fórmula através de indagações às professoras em formação, como por exemplo: se o n está representando um número qualquer, entre outras.

A fim de que os alunos chegassem à generalização da fórmula da constante mágica e do valor secreto para quadrados mágicos de ordem n , a professora em formação perguntou como fariam para encontrar o valor secreto de um quadrado mágico de ordem. A aluna citada anteriormente comentou que havido percebido que esses números formavam uma P.A. Porém, os alunos não se lembravam da fórmula da soma dos termos de uma P.A, então foi contada a "História de Gauss" (Figura 6).

Figura 6: Questão 1 resolvida por um dos alunos

1. Considerando as definições dadas, preencha a tabela:

ORDEM	VALOR SECRETO	CONSTANTE MÁGICA
3	45	15
5	325	65
6	666	111
n	$(a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}$	$\frac{a_1 + a_n}{2} \cdot \frac{n}{2}$

Fonte: Protocolo de pesquisa

A seguir, os alunos resolveram o item a da segunda questão, não apresentando dificuldades. O primeiro encontro, de dois tempos, terminou nesta atividade.

No próximo encontro que foi no dia seguinte, uma das professoras em formação explicou os outros itens da segunda questão junto com a turma, uma vez que os alunos apresentaram dificuldades em manipular as fórmulas encontradas, bem como em solucionar a equação biquadrada, necessária ao item b da mesma questão (Figura 7).

Figura 7: Questão 2 respondida por um dos alunos.

2. Partindo das relações descobertas na questão 1, responda:

$$(1 + 169) \cdot \frac{169}{2} = \frac{170 \cdot 169}{2} = 14.365$$

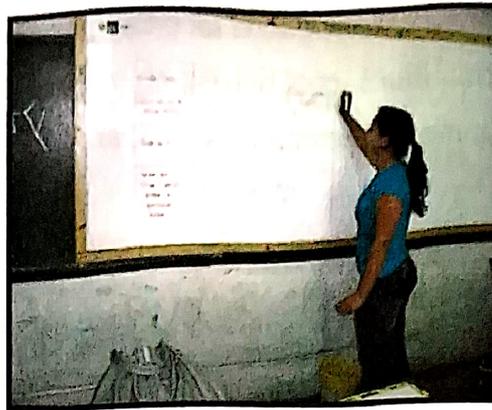
a) Qual o valor secreto de um quadrado de ordem 13?

b) Se o valor secreto de um quadrado mágico é 136, determine a ordem e a constante mágica desse quadrado. Ordem 4 constante mágica 34

Fonte: Protocolo de pesquisa

Para preencher a tabela da terceira questão (Figura 8), foi pedido que os alunos voltassem aos quadrados mágicos de ordem 5 e 7, construídos anteriormente.

Figura 8: Professora em formação corrigindo a terceira questão



Fonte: As autoras

Os mesmos apresentaram dificuldade apenas para encontrar o número que ocupa a posição central dos Quadrados Mágicos (Figura 9).

Figura 9: Tabela da questão 3 resolvida por um dos alunos

3. Considerando os quadrados mágicos de ordens 5 e 7 construídos segundo às regras da página 3, complete a tabela abaixo:

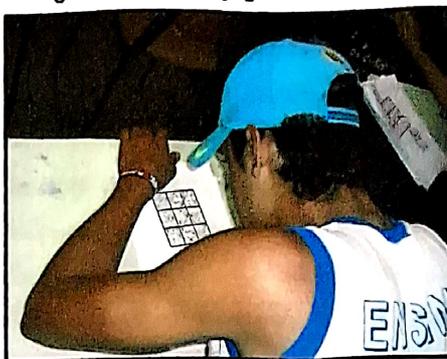
Questão/ Ordem	5	7	n (n é um número ímpar)
Último elemento da coluna central	25	49	n^2
Razão da P.A. formada pelos números que compõem a coluna central	6	8	$n+1$
Número que ocupa a posição central do quadrado mágico	$\frac{1+25}{2} = 13$	$\frac{1+49}{2} = 25$	$\frac{n^2+1}{2}$

Fonte: Protocolo de pesquisa

Em seguida, os alunos resolveram as questões da OBMEP tentando utilizar as regras para construção de quadrados mágicos de ordem ímpar. Foi necessária então a intervenção das professoras em formação, explicando que tais regras só se aplicam a quadrados mágicos compostos por números inteiros de 1 até n^2 . Uma delas resolveu a primeira questão junto com a turma já que foram muitas as dúvidas e a partir daí os alunos conseguiram resolver a segunda questão. A terceira questão que possuía um grau de dificuldade maior também foi resolvida com o auxílio de uma professora em formação.

Para finalizar a aplicação do trabalho foi entregue uma apostila contendo um pouco da história e da definição do Sudoku além do próprio jogo. Essa atividade motivou os alunos e mesmo aqueles que ainda não o conheciam se interessaram em aprendê-lo (Figura 10).

Figura 10: Aluno jogando o Sudoku



Fonte: As autoras

A apresentação chegou ao fim, com os alunos relatando por escrito a sua opinião sobre a aula, em uma ficha distribuída pelas professoras em formação.

4- CONCLUSÃO

A atividade foi bem sucedida, pois os alunos, em sua maioria, conseguiram alcançar o objetivo pretendido, encontrar relações algébricas envolvendo os números que compõem os quadrados mágicos.

Além disso, as professoras em formação perceberam, durante a aplicação do trabalho, alguns aspectos importantes para o futuro de sua profissão, dentre eles:

- Um maior nível de interação dos alunos, quando a aula é apresentada de uma forma atrativa, saindo dos padrões tradicionais. A apresentação teve um formato bem dinâmico, contribuindo para modificar a concepção da Matemática, como algo complicado e monótono para uma disciplina agradável e de melhor compreensão.
- A importância da seqüência didática, visto que alguns conceitos são pré-requisitos para a compreensão de novos conteúdos. Durante a aplicação das atividades percebeu-se

que os alunos apresentaram dificuldades em radiciação, equação biquadrada, progressão aritmética e manipulação de fórmulas algébricas.

Os relatos abaixo (Figura 11) confirmam alguns desses comentários:

Figura 11: Relatos de alguns alunos sobre a apresentação

É muito bom para o nosso aprendizado, fiquei surpresa com a competência e a falta de vontade desses minutos. Foi muito legal, consegui entender algo que eu não entendia, não foi uma aula chata, como sempre e todas as aulas de matemática.
Muito obrigado, ~~eu~~ continuo com os erros que vocês são grandes professores.

Gostei muito, eu me amarecei nessas coisas, adore aprender coisas novas.
É bom descobrir um pouco e sair do mecanismo.
Aprender se divertindo é tudo que um aluno quer.
Voltar novamente.

Fonte: Protocolo de pesquisa

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): Matemática*. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

GONÇALVES, A. O. Quadrados mágicos 3x3: um novo olhar. *Revista do professor de matemática*, São Paulo, n. 59, p. 30-32, 1. quadrim. 2006.

APÊNDICE A:
APÊNDICES
ATIVIDADES APLICADAS NA TERÇA DO LEAMAT II

Ministério da Educação
Secretaria de Educação Especial
Centro Nacional de Educação Especial
Brasília, DF, 2014

Atividade 2: "Algo" sobre a porcentagem

De autoria de Maria Izabel de Azevedo

Esta atividade é uma adaptação de uma atividade desenvolvida por Maria Izabel de Azevedo, autora do livro "Atividades de Matemática para o Ensino Fundamental", publicado pela Editora Ática em 2008.

APÊNDICE A:

ATIVIDADES APLICADAS NA TURMA DO LEAMAT II

Esta atividade é uma adaptação de uma atividade desenvolvida por Maria Izabel de Azevedo, autora do livro "Atividades de Matemática para o Ensino Fundamental", publicado pela Editora Ática em 2008.

2011.1

Curso de Licenciatura em Matemática

Disciplina: LEAMAT II

Linha de pesquisa: Álgebra

Orientadora: Profª. Ana Paula Rangel de Andrade

Professores em formação: Camila L. R. Barbosa, Josiléia A. Matos, Juliana C. Pereira e Letícia F. de Souza

Nome: _____

Data: __/__/__

Desvendando a Álgebra dos Quadrados Mágicos

Um quadrado especial: o Sudoku

Em 1979, o arquiteto e designer de *puzzles* norte-americano Howard Garns inventou o Sudoku. Sua criação foi publicada na revista *Dell Pencil Puzzles and World Games*, da Dell Magazines editora especializada em jogos de raciocínio, com o nome de *Number Place*. Nos Estados Unidos, também é chamado de *Nanpure*.

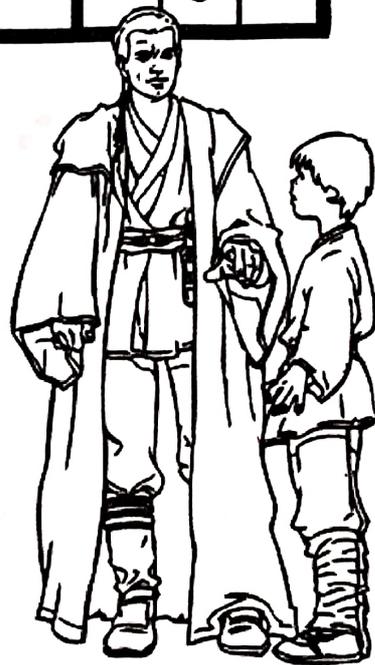
O sudoku não obteve repercussão imediata e somente no ano de 2004 fizeram sua primeira publicação na Inglaterra. A partir desse momento, as publicações foram se espalhando pelo mundo inteiro tornando-se uma febre internacional.

O sudoku é um jogo composto por uma grade 9×9 constituída de sub-grades 3×3 denominadas de região, cuja finalidade é preencher as células vazias com um número, de forma que cada coluna, linha e região contenham os números de 1 a 9 apenas uma vez.

Com base na explicação dada, preencha o sudoku dado:



	1			4		3	5	2
	6	7	5			9		
5					8			6
	5	2		6	1			
	3	8			9	6	2	
			3	2		5	4	
9	2	5	6					7
		4			5	2	3	
				8			6	



Curso de Licenciatura em Matemática

Disciplina: LEAMAT II

Linha de pesquisa: Álgebra

Orientadora: Prof. Ana Paula Rangel de Andrade

Professores em formação: Camila L. R. Barbosa, Josiléia A. Matos, Juliana C. Pereira e Leticia F. de Souza

Nome: _____ Data: ___/___/___

Quadrados Mágicos

Nos dias atuais pouco se sabe sobre a real história dos quadrados mágicos. Para muitos estudiosos matemáticos, seu surgimento se deu na China, há cerca de 3 000 anos. Trata-se de um quadrado mágico de ordem 3x3 que data de 2 850 a.C (Figura 1). Nele, os números ímpares são representados por bolinhas brancas e os pares por bolinhas pretas.

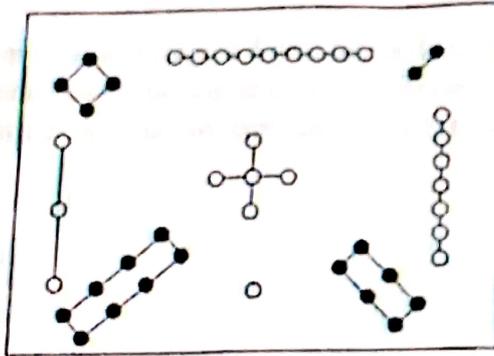
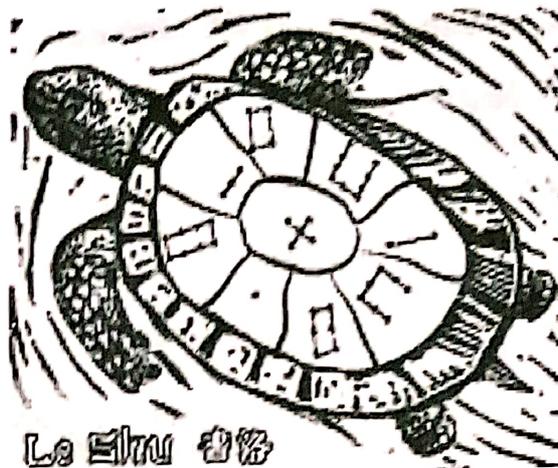


Figura 1: Quadrado Mágico 1

Fonte: ANDRADE, 1999, p. 12

Um outro exemplo é atribuído ao semilegendário imperador - engenheiro Yu, o Grande (c. 2 200 a.C), que segundo a tradição, estava observando o rio Amarelo quando viu surgir uma tartaruga divina, em cujo dorso estava o símbolo hoje conhecido como lo shu (Figura 2).

Segundo Souza, o Lo Shu é considerado o primeiro quadrado mágico chinês. É considerado como quadrado mágico regular. (SOUZA et al. 2004, p. 5).



O Lo Shu.

Figura 2: Símbolo Lo Shu no dorso da tartaruga

Fonte: <http://fundamentalmathsv.blogspot.com/2010/03/o-quadrado-magico-e-o-casco-da.html>

Segundo Figueiredo, um quadrado mágico é uma tabela de números dispostos na forma de um quadrado, de tal modo que a soma dos elementos de uma linha, coluna ou diagonal seja uma constante. Estes números devem ser inteiros e consecutivos, começados por 1. (FIGUEIREDO, 1999, p. 8).



Construindo Quadrados Mágicos

Quadrado Mágico de ordem ímpar

As regras descritas abaixo se referem à construção de um quadrado mágico de ordem n , ou seja com n linhas e n colunas, em que n é um número ímpar. Além disso, os números que compõem esse quadrado são inteiros e consecutivos, começados por 1.

1. Escrevemos o número 1 (um) na casa central da primeira linha de Q ;
2. Andamos duas casas para cima e uma casa para a direita;
3. Se um número ficar fora do quadrado Q , este número deve ocupar a casa correspondente no quadrado Q ;
4. Se o número seguinte encontrar uma casa ocupada, ele deve ser colocado abaixo do seu antecessor e seguir com a regra normal.

Abaixo um quadrado mágico de ordem 5×5 .

	11	19	2	15	23				
	12	25	8	21	4				
10	18	1	14	22	10				
11	24	7	20	3	16				
17	5	13	21	9	17				
23	6	19	2	15					
4	12	25	8	16					

Utilize as orientações dadas para preencher o quadrado mágico abaixo de ordem 7×7 .

Explorando a Álgebra dos Quadrados Mágicos

Considera-se nas atividades que se seguem, os quadrados mágicos de ordem n formados por números inteiros e consecutivos, de 1 até n^2 .

Define-se valor secreto¹ como sendo a soma dos números que compõe esse quadrado e constante mágica¹, a soma dos números de cada linha, coluna ou diagonal.

1- Considerando as definições dadas, preencha a tabela:

ORDEM	VALOR SECRETO	CONSTANTE MÁGICA
3		
5		
6		
n		

2- Partindo das relações descobertas na questão 1, responda:

- Qual o valor secreto de um quadrado de ordem 13×13 ?
- Se o valor secreto de um quadrado mágico é 136, determine a constante mágica desse quadrado.
- Qual a ordem de um quadrado mágico que possui valor secreto igual a 7.381?

¹ Fonte: FIGUEIREDO, 1999, p. 9.

3 - Considerando os quadrados mágicos de ordem 5 e 7 construídos segundo às regras da página 3, complete a tabela abaixo:

Questão/ Ordem	5	7	n (n é um número ímpar)
Último elemento da coluna central			
Razão da P.A. formada pelos números que compõem a coluna central			
Número que ocupa a posição central do quadrado mágico			

Quadrados mágicos nos números primos

Esses quadrados mágicos são formados por seqüências de números primos. Como exemplo, apresentamos um quadrado de ordem 5 formado por cinco primos de 13 a 113 representados(a) abaixo (Fig. 1.4).

17	9	101	43	73
13	13	37	67	37
11	9	41	17	37
1	7	43	59	23
6	11	29	101	31

Figura 1.4 - Um quadrado mágico formado por números primos.

Quadrados Mágicos Interessantes

Quadrados Mágicos e o teorema de Pitágoras

Na Figura 3, a soma de todos os números que compõem o quadrado construído sobre a hipotenusa, 625, é igual a soma dos números que compõem os quadrados construídos sobre os catetos, $184+441$.

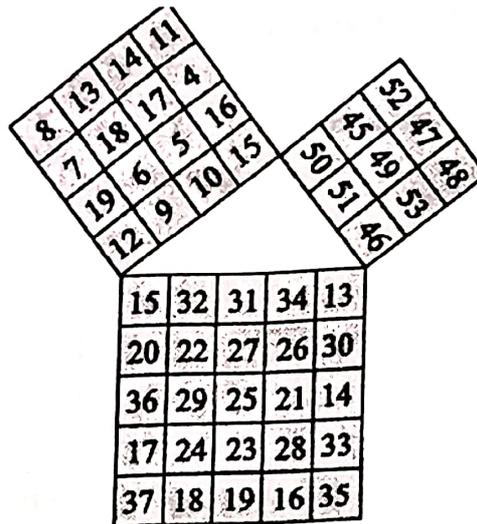


Figura 3: Quadrados Mágicos e o Teorema de Pitágoras
Fonte: SILVA, 2003

Quadrados Mágicos com números primos

Esses quadrados mágicos são formados por seqüências de números primos, como por exemplo, retirar, o quadrado de ordem 5 com números primos de 13 a 113 representado(s) abaixo (Figura 4).

17	79	101	43	73
13	113	89	61	37
109	19	41	47	97
107	71	53	59	23
67	31	29	103	83

Figura 4: Quadrado mágico com números primos
Fonte: ANDRADE, 1999, p. 16

Curso de Licenciatura em Matemática

Disciplina: LEAMAT II

Linha de pesquisa: Álgebra

Orientadora: Profª. Ana Paula Rangel de Andrade

Professores em formação: Camila L. R. Barbosa, Josiléia A. Matos, Juliana C. Pereira e Letícia F. de Souza

Nome: _____

Data: ___/___/___

Os Quadrados Mágicos nas Olimpíadas de Matemática

1. (OBEMEP – 2010) Num quadrado mágico, a soma dos três números de cada linha, coluna ou diagonal é sempre a mesma. Dado o quadrado mágico abaixo ao lado, parcialmente preenchido, qual deve ser o valor de x ?

1	14	x
26		13

- (a) 20 (b) 22 (c) 23 (d) 25 (e) 27

2. (OBEMEP – 2010) Complete as casas em branco da tabela abaixo com frações, de tal modo que a soma dos três números de qualquer linha, qualquer coluna e das duas diagonais seja sempre a mesma.

		$\frac{3}{5}$
	$\frac{1}{2}$	
0,4	0,5	

3. (OBEMEP – 2010 - Adaptado) Complete os cinco números que faltam para o quadrado abaixo para que ele seja um Quadrado Mágico.

-12		-4
	0	
4		

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Lenimar N. Mais sobre quadrados mágicos. *Revista do professor de Matemática*, São Paulo: SBM, n. 41, p.12-16, 3 quadrim. 1999.

_____. Quadrado mágico com números primos. *Revista do professor de Matemática*, São Paulo: SBM, n. 41, p. 16, 3 quadrim. 1999.

FIGUEIREDO, Daniel C. de. *Quadrados Mágicos*. Ceará, 1999. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização para Professores de Matemática) – Universidade Veiga de Almeida, Ceará, 1999. Disponível em: < www.matematicauva.org/daniel/quadrados_magicos.pdf > Acesso em 10 set. 2011.

SILVA, Bruno Alves da. Quadrados Mágicos e o Teorema de Pitágoras. *Revista do professor de Matemática*, São Paulo: SBM, n. 51, p.28, 2 quadrim. 2003.

SOUZA, Shirley Simone C. de. et al. Quadrado Mágico: recurso didático para equação de grau I. In: *Encontro nacional de educação matemática*, Recife. Anais eletrônicos Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2 quadrim. 2004, p. 5. Disponível em:
< www.sbem.com.br/files/viii/pdf/05/MC02708804456.pdf > Acesso em 10 set. 2011.

Universidade Federal do Rio de Janeiro
 Instituto de Física
 Departamento de Física Teórica
 Caixa Postal 20.939-217 Rio de Janeiro, RJ, Brasil
 E-mail: [illegible]

Atividade reformulada a partir do trabalho de [illegible]

Questão 1 - Magia

Segundo o livro "Magia" de [illegible], a magia é uma prática que visa à transformação da realidade por meio de rituais e símbolos. A magia é uma das formas mais antigas de conhecimento humano e é encontrada em todas as culturas. A magia é uma prática que visa à transformação da realidade por meio de rituais e símbolos. A magia é uma das formas mais antigas de conhecimento humano e é encontrada em todas as culturas.

APÊNDICE B:

ATIVIDADES REFORMULADAS

Este é um exemplo de atividade reformulada a partir do trabalho de [illegible] (2004), que segundo a tradição estava escrito em um livro quando viu o espírito de [illegible] em seu dorso estava o símbolo [illegible]. Segundo Souza (2004), o Lo Shu é o primeiro quadrado mágico chinês.



Figura 7: O Lo Shu, o primeiro quadrado mágico chinês.

Fonte: <http://www.medicina.com.br> (2004), p. 115. O quadrado mágico chinês é o caso 3 de [illegible].

Curso de Licenciatura em Matemática

Disciplina: LEAMAT III

Linha de pesquisa: Álgebra

Orientadora: Prof.ª Ana Paula Rangel de Andrade

Professores em formação: Camila L. R. Barbosa, Josiléia A. Matos, Juliana C. Pereira e Letícia F. de Souza

Nome: _____

Data: __/__/__

Desvendando a Álgebra dos Quadrados Mágicos

Quadrados Mágicos

Nos dias atuais pouco se sabe sobre a real história dos quadrados mágicos. Para muitos estudiosos matemáticos, seu surgimento se deu na China, há cerca de 3000 anos. Trata-se de um quadrado mágico de ordem 3 que data de 2850 a.C. (Figura 1). Nele, os números ímpares são representados por bolinhas brancas e os pares por bolinhas pretas.

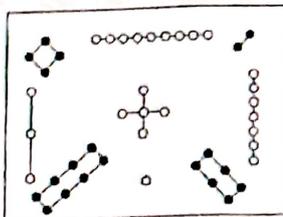


Figura 1: Quadrado Mágico
Fonte: ANDRADE, 1999, p. 12

Um outro exemplo é atribuído ao semilegendário imperador - engenheiro Yu, o Grande (c. 2200 a.C.), que segundo a tradição, estava observando o rio Amarelo quando viu surgir uma tartaruga divina, em cujo dorso estava o símbolo hoje conhecido como lo shu (Figura 2).

Segundo Souza (2004), o Lo Shu é considerado o primeiro quadrado mágico chinês.

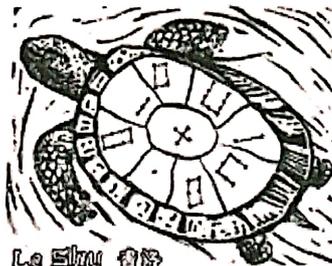


Figura 2: Símbolo Lo Shu no dorso da tartaruga

Fonte: <http://fundamentalmatsv.blogspot.com/2010/03/o-quadrado-magico-e-o-casco-da.html>

Figueiredo (1999, p. 8) afirma que: “um quadrado mágico é uma tabela de números dispostos na forma de um quadrado, de tal modo que a soma dos elementos de uma linha, coluna ou diagonal é uma constante.” Usaremos esta definição neste trabalho.

24	16	33	23	10	5
11	15	28	8	13	36
20	14	2	31	25	19
1	18	6	29	27	30
21	22	7	17	32	12
34	26	35	3	4	9

Figura 3: Quadrado Mágico de ordem 6

Construindo Quadrados Mágicos

Quadrado Mágico de ordem ímpar

As regras descritas abaixo se referem à construção de um quadrado mágico Q de ordem n , ou seja, com n linhas e n colunas, em que n é um número ímpar. Além disso, os números que compõem esse quadrado são inteiros e consecutivos, começados por 1.

1. Escrevemos o número 1 (um) na casa central da primeira linha de Q ;
2. Andamos duas casas para cima e uma casa para a direita;
3. Se um número ficar fora do quadrado Q , este número deve ocupar a casa correspondente no quadrado Q ;
4. Se o número seguinte encontrar uma casa ocupada, ele deve ser colocado abaixo do seu antecessor e seguir com a regra normal. Abaixo um quadrado mágico de ordem 5.

	11	19	2	15	23
	12	25	8	21	4
10	18	1	14	22	10
11	24	7	20	3	16
17	5	13	21	9	17
23	6	19	2	15	
4	12	25	8	16	

Utilize as orientações dadas para preencher o quadrado mágico abaixo de ordem 7.

Explorando a Álgebra dos Quadrados Mágicos

Considera-se nas atividades que se seguem, os quadrados mágicos de ordem n formados por números inteiros e consecutivos, de 1 até n^2 .

Define-se valor secreto² como sendo a soma dos números que compõe esse quadrado e constante mágica³, a soma dos números de cada linha, coluna ou diagonal.

1. Considerando as definições dadas, preencha a tabela:

ORDEM	VALOR SECRETO	CONSTANTE MÁGICA
3		
5		
6		
n		

2. Partindo das relações descobertas na questão 1, responda:

- a) Qual o valor secreto de um quadrado de ordem 13?
- b) Se o valor secreto de um quadrado mágico é 136, determine a ordem e a constante mágica desse quadrado.

3. Considerando os quadrados mágicos de ordens 5 e 7 construídos segundo às regras da página 3, complete a tabela abaixo:

Questão/ Ordem	5	7	n (n é um número ímpar)
Último elemento da coluna central			
Razão da P.A. formada pelos números que compõem a coluna central			
Número que ocupa a posição central do quadrado mágico			

² FIGUEIREDO, 1999, p. 9.

³ Idem, 1999, p. 9.

4. Com base nas regularidades observadas na terceira questão, responda:

- a) Qual o último elemento da coluna central de um quadrado de ordem 23?
- b) Considerando que os números que compõem a coluna central de um quadrado mágico formam uma P.A. de razão 12, determine a ordem desse quadrado.
- c) Sendo 81 o último elemento da coluna central de um quadrado mágico, qual será o número que ocupa a posição central desse quadrado?
- d) Sabendo que o número que ocupa a posição central de um quadrado mágico é 61, determine a ordem deste quadrado.

Quadrados Mágicos Interessantes

Quadrados Mágicos e o teorema de Pitágoras

Na Figura 3, a soma de todos os números que compõem o quadrado construído sobre a hipotenusa, 625, é igual a soma dos números que compõem os quadrados construídos sobre os catetos, $184+441$.

8	13	14	11
7	18	17	4
19	6	5	16
12	9	10	15

50	45	32	47	48
51	49	33	46	

15	32	31	34	13
20	22	27	26	30
36	29	25	21	14
17	24	23	28	33
37	18	19	16	35

Figura 4: Quadrados Mágicos e o Teorema de Pitágoras

Fonte: RPM, 2003, p.28

Quadrados Mágicos com números primos

Esses quadrados mágicos são formados por seqüências de números primos, como por exemplo, o quadrado de ordem 5 com números primos de 13 a 113 representado abaixo.

17	79	101	43	73
13	113	89	61	37
109	19	41	47	97
107	71	53	59	23
67	31	29	103	83

Figura 5: Quadrado mágico com números primos

Fonte: ANDRADE, 1999, p. 16

Curso de Licenciatura em Matemática

Disciplina: LEAMAT III
Linha de pesquisa: Álgebra
Orientadora: Prof. Ana Paula Rangel de Andrade
Professores em formação: Camila L. R. Barbosa, Josiléia A. Matos, Juliana C. Pereira e Letícia F. de Souza
Data: __/__/__
Nome: _____

Os Quadrados Mágicos nas Olimpíadas de Matemática

1. (OBMEP – 2010 - Adaptado) Complete os cinco números que faltam no quadrado abaixo para que ele seja um quadrado mágico.

-12		-4
	0	
4		

2. (OBMEP – 2010) Complete as casas em branco da tabela abaixo com frações, de tal modo que a soma dos três números de qualquer linha, qualquer coluna e das duas diagonais seja sempre a mesma.

		$\frac{3}{5}$
	$\frac{1}{2}$	
0,4	0,5	

3. (OBMEP – 2010) Num quadrado mágico, a soma dos três números de cada linha, coluna ou diagonal é sempre a mesma. Dado o quadrado mágico abaixo ao lado, parcialmente preenchido, qual deve ser o valor de x ?

1	14	x
26		13

- (a) 20 (b) 22 (c) 23 (d) 25 (e) 27

Curso de Licenciatura em Matemática

Disciplina: LEAMAT III

Linha de pesquisa: Álgebra

Orientadora: Prof^a. Ana Paula Rangel de Andrade

Professores em formação: Camila L. R. Barbosa, Josiléia A. Matos, Juliana C. Pereira e Letícia F. de Souza

Data: __/__/__

Nome: _____

Um Quadrado especial: o Sudoku

Em 1979, o arquiteto e designer de *puzzles* norte-americano Howard Garns inventou o Sudoku. Sua criação foi publicada na revista *Dell Pencil Puzzles and World Games*, da Dell Magazines editora especializada em jogos de raciocínio, com o nome de *Number Place*. Nos Estados Unidos, também é chamado de *Nanpure*.

O sudoku não obteve repercussão imediata e somente no ano de 2004 fizeram sua primeira publicação na Inglaterra. A partir desse momento, as publicações foram se espalhando pelo mundo inteiro tornando-se uma febre internacional.

O sudoku é um jogo composto por uma grade 9x9 constituída de sub-grades 3x3 denominadas de região, cuja finalidade é preencher as células vazias com um número, de forma que cada coluna, linha e região contenham os números de 1 a 9 apenas uma vez.

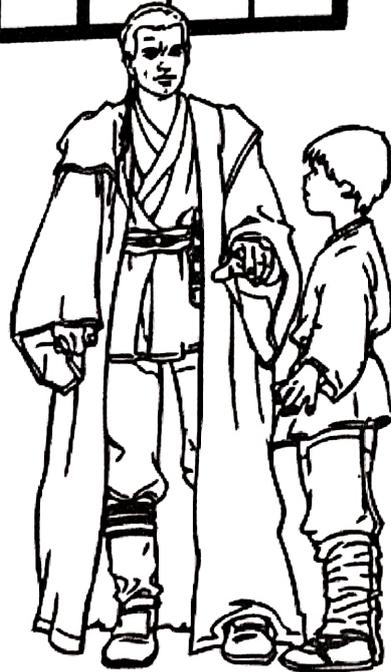
1	3	5	4	7	2	8	6	9
4	6	9	8	3	1	5	2	7
7	8	2	9	5	6	4	1	3
2	7	8	5	1	9	3	4	6
3	4	6	2	8	7	1	9	5
9	5	1	6	4	3	7	8	2
6	1	3	7	2	4	9	5	8
8	2	4	3	9	5	6	7	1
5	9	7	1	6	8	2	3	4

Figura 1: Exemplo de Sudoku .

Preencha o sudoku da folha a seguir.



	1			4		3	5	2
	6	7	5			9		
5					8			6
	5	2		6	1			
	3	8			9	6	2	
			3	2		5	4	
9	2	5	6					7
		4			5	2	3	
				8			6	



REFERÊNCIAS

- ANDRADE, Lenimar N. Mais sobre quadrados mágicos. *Revista do professor de Matemática*, São Paulo: SBM, n. 41, p.12-16, 3 quadrim. 1999.
- _____. Quadrado mágico com números primos. *Revista do professor de Matemática*, São Paulo: SBM, n. 41, p. 16, 3 quadrim. 1999.
- FIGUEIREDO, Daniel C. de. *Quadrados Mágicos*. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização para Professores de Matemática), Ceará: UVA, 1999, p. 8 -9. Disponível em: < www.matematicauva.org/daniel/quadrados_magicos.pdf > Acesso em 10 set. 2011.
- SILVA, Bruno Alves da. Quadrados Mágicos e o Teorema de Pitágoras. *Revista do professor de Matemática*, São Paulo: SBM, n. 51, p.28, 2 quadrim. 2003.
- SOUZA, Shirley Simone C. de. et al. Quadrado Mágico: recurso didático para equação de grau I. In: *Encontro nacional de educação matemática*, Recife. Anais eletrônicos Recife: UFP, 2 quadrim. 2004, p. 5. Disponível em: < www.sbem.com.br/files/viii/pdf/05/MC02708804456.pdf > Acesso em 10 set. 2011.

Campos dos Goytacazes, 27 de abril de 2012

Camila Diniz Ribeiro Barbosa

Isabela Araújo Mateo

Juliana Costa Penna

[Signature]