INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

RELATÓRIO LEAMAT III

$log_{aplicações}x$

Explorando questões de vestibular

Ensino e Aprendizagem de Álgebra

Bianca Guimarães dos Santos
Marcella Ribeiro do Nascimento
Vanderlane Andrade Florindo

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2011.2

Bianca Guimarães dos Santos
Marcella Ribeiro do Nascimento
Vanderlane Andrade Florindo

RELATÓRIO LEAMAT III

log aplicações x

Ensino e Aprendizagem de Álgebra

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof.ª Esp. Ana Paula Rangel de Andrade

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2011.2

Sumário

1) Introdução

O tema desse trabalho foi escolhido partindo da dificuldade das professoras em formação no que se refere ao aprendizado de logaritmos e de suas aplicações. Essa dificuldade segundo as mesmas pode ser estendida a outros alunos, colegas de turma, nos dois níveis de ensino, Médio e Superior.

Como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e outros vestibulares do Brasil exploram questões de aplicação de logaritmo numa abordagem interdisciplinar, optou-se por desenvolver este trabalho direcionando-o para tal foco. Em função disto, foi escolhida para aplicação, uma turma do terceiro ano do Ensino Médio. A resolução de questões de vestibular de instituições como a UFF, UENF, UFMG, Unicamp dentre outras serviu como elemento motivador.

Esta questão da interdisciplinaridade é abordada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p.42) quando afirma que o aluno deve “aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas”. De acordo com Fortes (2011), a interdisciplinaridade:

> (...) é compreendida como uma forma de trabalhar em sala de aula, no qual se propõe um tema com abordagens em diferentes disciplinas. É compreender, entender as partes de ligação entre as diferentes áreas de conhecimento, unindo-se para transpor algo inovador, abrir sabedorias, resgatar possibilidades e ultrapassar o pensar fragmentado. É a busca constante de investigação, na tentativa de superação do saber. (FORTES, 2011, p. 7)

2) Objetivo

O objetivo das professoras em formação ao desenvolver e aplicar este trabalho consiste em promover um estudo de logaritmos voltado para as aplicações.

3) Atividades desenvolvidas

3.1) Elaboração das atividades

Inicialmente, foram feitas pesquisas bibliográficas sobre o tema e, por meio destas, resolveu-se exercícios, em sua maioria, relacionados às aplicações para que o grupo pudesse reconhecer os conceitos e propriedades que deveriam ser trabalhados.

Selecionou-se então, algumas questões de vestibular e de livros didáticos observando o grau de dificuldade e a variedade de temas interdisciplinares como pH, desaceleração do nível de álcool no sangue, nível sonoro, decaimento de isótopos radioativos, intensidade de luz e intensidade de terremoto.

Com base neste estudo, elaborou-se uma sequência didática dividida em três partes: exercícios de revisão, exercícios de aplicação - parte I e exercícios de aplicação - parte II (Apêndice A). No início da aula é apresentado em *slides* um breve resumo da História dos logaritmos, e algumas aplicações com exercícios associados à cada uma (Apêndice B). A primeira parte tem por objetivo relembrar a definição e as propriedades dos logaritmos; a segunda parte trabalha com a aplicabilidade do conteúdo proposto e a necessidade do pensamento interdisciplinar; e, na terceira parte espera-se que os alunos utilizem os conhecimentos relembrados em aula para resolver novas questões de aplicação fora da sala de aula.

É importante ressaltar que os exercícios da primeira parte foram escolhidos de modo que abordasse todas as propriedades presentes na segunda parte do trabalho.

3.2) Aplicação da atividade na turma do LEAMAT II

Não foram encontradas muitas dificuldades em relação à aplicação do trabalho, pois, uma vez relembradas à definição e as propriedades dos logaritmos, se tornou viável o seu uso nos exercícios de aplicação.

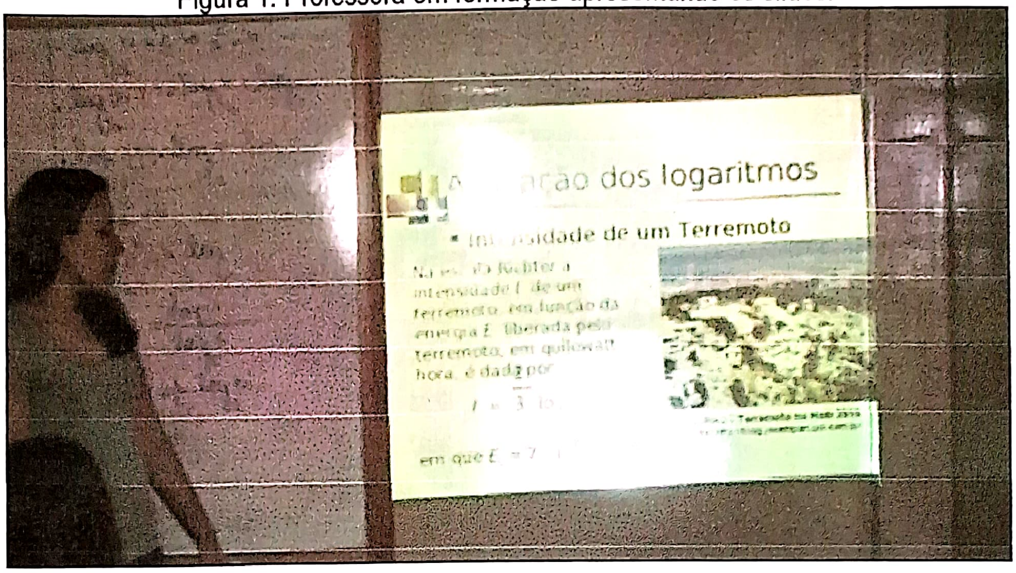
Mesmo assim, algumas observações e sugestões feitas relacionadas à adequação da linguagem, arrumação do quadro e melhoria na apresentação dos *slides* contribuíram para o aprimoramento da sequência didática proposta. Na resolução dos exercícios muitas soluções que surgiram permitiram ao grupo ter uma visão mais aguçada das possibilidades de sugestões dos alunos para a mesma e também, pôde-se analisar a questão do tempo de aula necessário para o desenvolvimento do trabalho. Optou-se por usar duas aulas para revisão e duas para aplicação, sendo estas em dias diferentes.

3.3) Aplicação da atividade na turma de Ensino Regular

A atividade foi aplicada em uma turma de 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual da cidade de Campos dos Goytacazes, em dois encontros de duas horas cada. Compareceram nos dois encontros, 20 e 10 alunos respectivamente.

Primeiramente, a intenção era iniciar a aula com uma apresentação de *slides* sobre a História dos logaritmos. Em vez disso, iniciou-se com os Exercícios de revisão em função do atraso na chegada do computador. Essa apresentação foi mostrada durante a resolução dos exercícios (Figura 1).

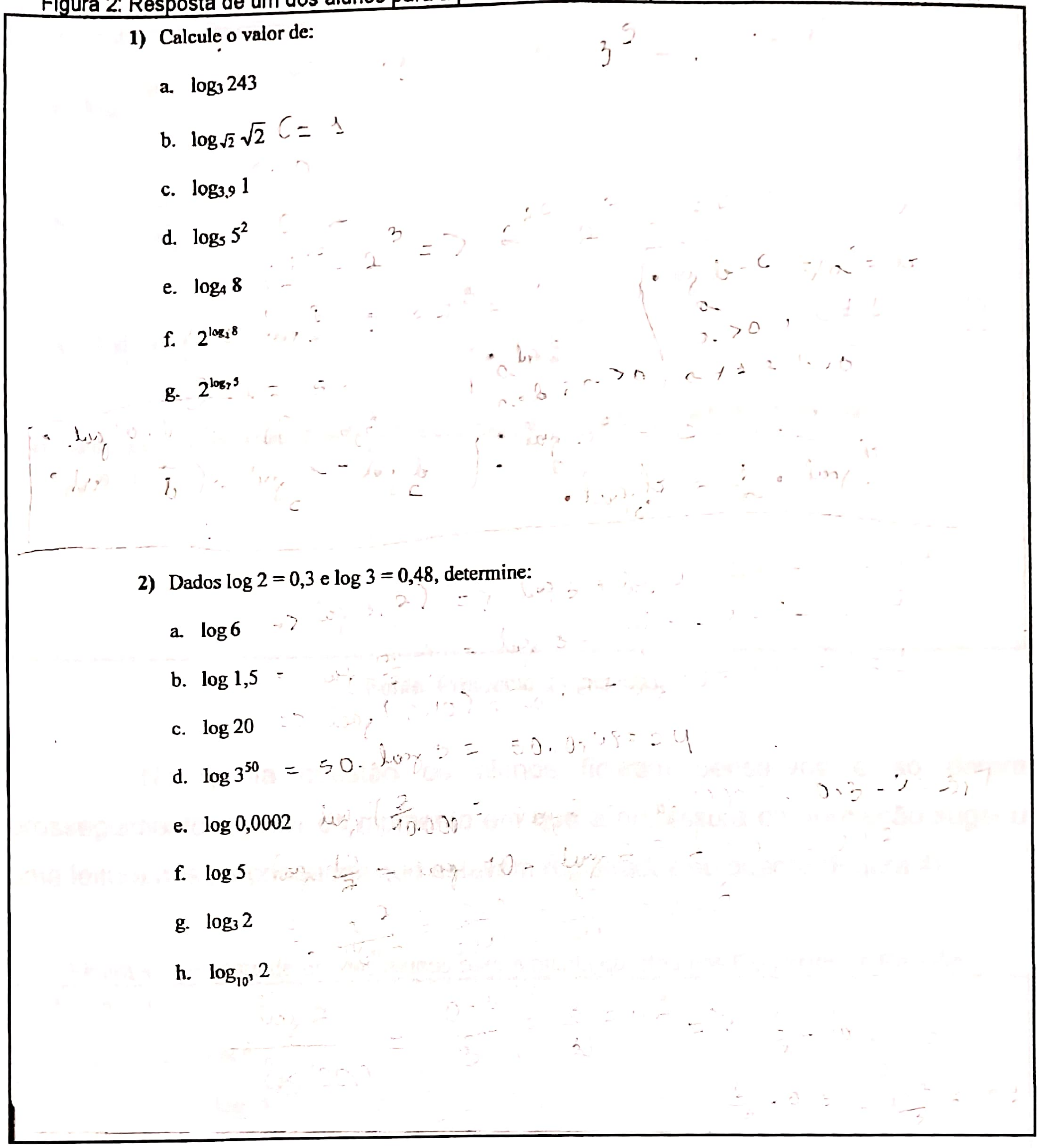
Figura 1: Professora em formação apresentando os slides.



Fonte: As autoras

Os alunos não se lembraram da definição de logaritmo, necessária na resolução da primeira questão. Somente após a professora em formação escrever $\log_a b = x$, disseram que isso significava que $a^x = b$. No decorrer dos itens da primeira e da segunda questões, a professora em formação anotava no quadro, de acordo com a necessidade de cada item, as propriedades com suas respectivas restrições que seriam utilizadas para a resolução destes (Figura 2). Houve casos que os alunos sugeriram a propriedade corretamente como a do logaritmo do produto, e outros em que sugeriram uma propriedades inexistente como $\log 5 = \log(2+3) = \log 2 + \log 3$.

Figura 2: Resposta de um dos alunos para a primeira e segunda questões dos Exercícios de Revisão.



1) Calcule o valor de:

a. $\log_3 243$

b. $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{2}$

c. $\log_{3,9} 1$

d. $\log_5 5^2$

e. $\log_4 8$

f. $2^{\log_2 8}$

g. $2^{\log_2 5}$

2) Dados $\log 2 = 0,3$ e $\log 3 = 0,48$, determine:

a. $\log 6$

b. $\log 1,5$

c. $\log 20$

d. $\log 3^{50}$

e. $\log 0,0002$

f. $\log 5$

g. $\log_3 2$

h. $\log_{10^3} 2$

Fonte: Protocolo de Pesquisa

Os alunos resolveram a terceira e quarta questões sem apresentar dificuldade (Figura 3).

Figura 3: Resposta de um dos alunos para a terceira e quarta questões dos Exercícios de Revisão.

3) Considerando a, b e c números reais positivos desenvolva as expressões abaixo, aplicando as propriedades dos logaritmos.

a. $\log\left(\frac{2ab}{c}\right)$

b. $\log\left(\frac{a^3b^2}{c^2}\right)$

c. $\log\left(\frac{a}{b}c^d\right)$

4) Sendo a e b números reais positivos, tais que $\log_{\sqrt{3}} a = 224$ e $\log_{\sqrt{3}} b = 218$, calcule o valor de $\frac{a}{b}$.

Fonte: Protocolo de pesquisa

Na quinta questão os alunos ficaram pensativos e só deram prosseguimento a partir do momento em que a professora em formação sugeriu uma leitura nas propriedades que estavam registradas no quadro (Figura 4).

Figura 4: Resposta de um dos alunos para a quinta questão dos Exercícios de Revisão.

5) Calcule:

a. $\log 25 + \log 4$

b. $\log_7 28 - \log_7 4$

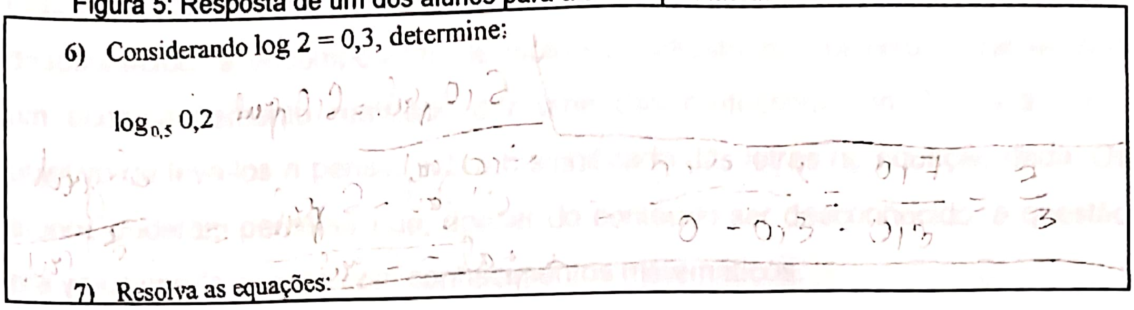
c. $\log_3 4 \cdot \log_2 3$

Fonte: Protocolo de pesquisa

O primeiro encontro se encerrou neste momento devido à questão do tempo.

O segundo encontro ocorreu um dia depois e iniciou-se com a discussão das questões que faltaram na primeira lista de exercícios. Na sexta questão, os alunos utilizaram as propriedades de mudança de base e da divisão (Figura 5).

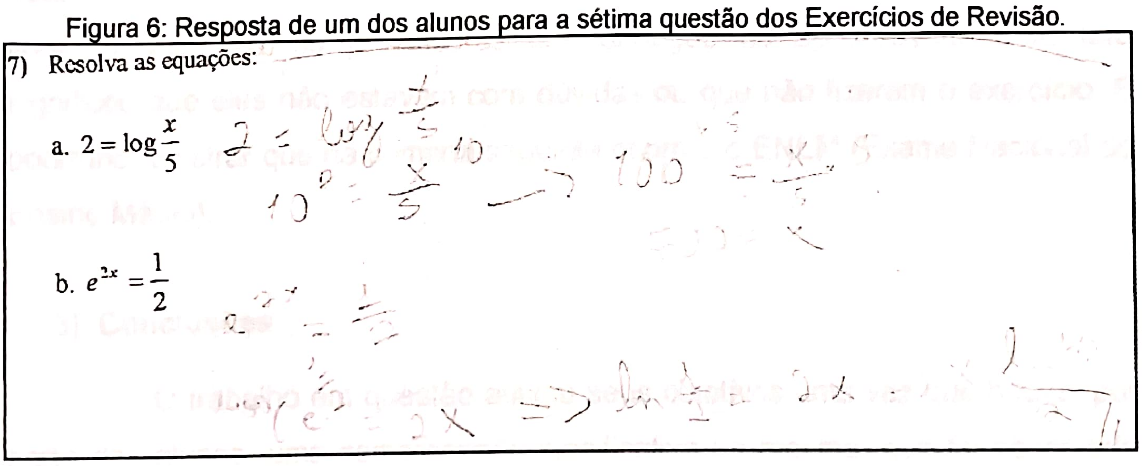
Figura 5: Resposta de um dos alunos para a sexta questão dos Exercícios de Revisão.



Fonte: Protocolo de Pesquisa

Os alunos não visualizaram um caminho para a resolução da sétima questão, então a professora em formação sugeriu a utilização da definição de logaritmo. Também não se mostraram atentos ao fato de que a questão pedia o valor da incógnita x. Neste momento discutiu-se sobre o significado do enunciado da questão (Figura 6).

Figura 6: Resposta de um dos alunos para a sétima questão dos Exercícios de Revisão.



Fonte: Protocolo de pesquisa

Após o término da resolução da lista de Exercícios de Revisão, foi iniciada a parte dos exercícios de aplicação dos logaritmos. A primeira questão era bastante simples e os alunos não apresentaram dificuldade em encontrar a solução.

A professora em formação responsável pela discussão da segunda questão a desenvolveu junto aos alunos observando suas sugestões que foram utilizar primeiramente a propriedade da divisão e logo após mudança de base.

Quando foram questionados a respeito da terceira questão, os alunos no primeiro momento não demonstraram interesse em resolvê-la, pois a mesma trabalhava apenas com incógnitas e, também porque envolvia um conteúdo desconhecido, a decomposição de isótopos radioativos. Por isso foi necessário um acompanhamento realizado por uma das professoras em formação com objetivo de levá-los a pensar sobre o significado das letras na equação dada. Os alunos puderam perceber que, apesar do conteúdo ser desconhecido, a questão era solucionada apenas com conhecimentos matemáticos.

As questões quatro e cinco não foram resolvidas junto à turma devido à falta de tempo. Ao final da aula, se reservou dez minutos para que os alunos relatassem, em uma folha própria, as suas impressões sobre o trabalho.

Ao término deste encontro, foi entregue uma segunda folha de exercícios de aplicação. Combinou-se um dia para que as professoras em formação voltassem e discutissem as questões. No entanto, a sala se encontrava vazia no dia e hora marcados, pois os alunos estavam em outra sala assistindo aula. Ao término desta aula todos foram embora mesmo depois de tomarem conhecimento que as professoras em formação os aguardavam. Este fato significou que eles não estavam com dúvidas ou que não fizeram o exercício. É oportuno registrar que na semana seguinte ocorreu o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio).

3) Conclusões

O trabalho em questão atingiu seus objetivos uma vez que houve, por parte dos alunos, uma compreensão significativa do mesmo, que foi observada através da interação entre os alunos e as professoras em formação durante a aplicação das atividades.

O grupo de professoras em formação obteve maior domínio do tema escolhido e pôde, por meio da aplicação do mesmo, ter um contato mais significativo com o universo da sala de aula. Já o grupo de alunos que participou da experimentação foi beneficiado à medida que o trabalho proporcionou um maior aprendizado e esclarecimento de dúvidas quanto ao tema proposto (Figura 7).

Figura 7: Opinião de um dos alunos sobre o trabalho.

Dê a sua opinião sobre o trabalho realizado:

FOI UM OTIMO TRABALHO QUE AJUDOU A TODOS NÓS A ESCLARECERMOS NOSSAS DUVIDAS, FOI UMA AULA INTERATIVA E MUITO PROVEITOSA. E TENHO CERTEZA QUE PELO DESEMPENHO AQUI APRESENTADO SERÃO OTIMAS PROFESSORAS.

Fonte: Protocolo de Pesquisa

Os alunos também relataram sobre a importância do trabalho para o vestibular, comentando sobre a existência desse conteúdo neste processo seletivo (Figura 8).

Figura 8: Opinião de dois dos alunos sobre o trabalho.

Dê a sua opinião sobre o trabalho realizado:

Gostei muito das aulas, as meninas estão dê parabéns achei muito legal a iniciativa delas de nos ajuda a aprender melhor logaritimo, que para nós do terceiro ano é muito importante pelo questão do vestibular Gostei muito !!!

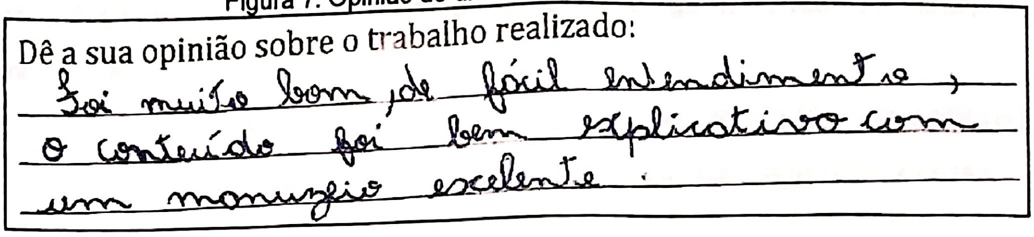
Dê a sua opinião sobre o trabalho realizado:

foi muito bom, gostei mesmo, pois aprendi algo à mais no qual irá me ajudar futuramente para os vestibulares. A aula foi excelênte, explicou muito bem, tirou muitos de nossas duvidas.

Fonte: Protocolo de pesquisa

Alguns dos estudantes demonstraram sua opinião em relação ao comportamento das professoras em formação em sala de aula e para as mesmas os comentários foram satisfatórios, pois até aquele momento não haviam tido contato com uma turma de Ensino Médio (Figura 9).

Figura 7: Opinião de um dos alunos sobre o trabalho.


Dê a sua opinião sobre o trabalho realizado:
Foi muito bom, de fácil entendimento, o conteúdo foi bem explicativo com um manuzeio excelente.

Fonte: Protocolo de Pesquisa

Apesar de alguns alunos não se manifestarem oralmente pareciam compreender o que estava sendo exposto e os que participaram, compartilharam com a turma suas dúvidas e ideias, favorecendo assim o ambiente de discussão.

Nem todos os que iniciaram à aula ficaram até o término da mesma, mas percebeu-se por meio dos que permaneceram, que as dúvidas em relação ao conteúdo foram discutidas e solucionadas.

As professoras em formação comentaram muitas vezes com os alunos sobre este conteúdo ser frequentemente cobrado no ENEM e em outros vestibulares. Por isso é importante destacar que uma semana após o trabalho ser realizado foi aplicada a prova do ENEM e esta trazia uma questão semelhante a que foi aplicada no presente trabalho (Figura 10).

5) Referências

FORTES, Clarissa Corrêa. **Interdisciplinaridade: origem, conceito e valor.** Disponível em: <http://www3.mg.senac.br/NR/rdonlyres/eh3tcog37oi43nz654g3dswloqyejkbfuxkjpbgehjepnlzyl4r3inoxahewtpql7drvx7t5hhxkic/Interdisciplinaridade.pdf>. Acesso em: 09 jan. 2011.

BRASIL. MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias - Ensino Médio. Brasília, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em 24 jan. 2012.

APÊNDICES

APÊNDICE A
ATIVIDADES APLICADAS

2011.2

Curso: Licenciatura em Matemática
Disciplina: LEAMAT III.
Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra
Orientador(a): Ana Paula Rangel de Andrade
Professores em formação: Bianca G. dos Santos, Marcella R. do Nascimento, Vanderlane A. Florindo.

Exercícios de Revisão

1) Calcule o valor de:

a. $\log_3 243$

b. $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{2}$

c. $\log_{3,9} 1$

d. $\log_5 5^2$

e. $\log_4 8$

f. $2^{\log_2 8}$

g. $2^{\log_2 5}$

2) Dados $\log 2 = 0,3$ e $\log 3 = 0,48$, determine:

a. $\log 6$

b. $\log 1,5$

c. $\log 20$

d. $\log 3^{50}$

e. $\log 0,0002$

f. $\log 5$

g. $\log_3 2$

h. $\log_{10^3} 2$

3) Considerando a, b e c números reais positivos desenvolva as expressões abaixo, aplicando as propriedades dos logaritmos.

a. $\log\left(\frac{2ab}{c}\right)$

b. $\log\left(\frac{a^3b^2}{c^2}\right)$

c. $\log\left(\frac{a}{b}c^d\right)$

4) Sendo a e b números reais positivos, tais que $\log_{\sqrt{3}} a = 224$ e $\log_{\sqrt{3}} b = 218$, calcule o valor de $\frac{a}{b}$.

5) Calcule:

a. $\log 25 + \log 4$

b. $\log_7 28 - \log_7 4$

c. $\log_3 4 \cdot \log_2 3$

6) Considerando $\log 2 = 0{,}3$, determine:

$\log_{0,5} 0{,}2$

7) Resolva as equações:

a. $2 = \log\frac{x}{5}$

b. $e^{2x} = \frac{1}{2}$

Exercícios de Aplicação – Parte I

1) (Cesgranrio-RJ) As indicações **R_1** e **R_2**, na escala Richter, de dois terremotos estão relacionados pela fórmula $R_1 - R_2 = \log_{10}\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$, em que **$M_1$** e **$M_2$** medem a energia liberada pelos terremotos sob a forma de ondas que se propagam pela crosta terrestre. Houve dois terremotos: um corresponde a $R_1 = 8$ e outro corresponde a $R_2 = 6$. A razão $\frac{M_1}{M_2}$ é:

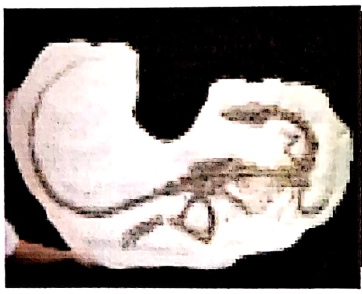
a) 2
b) $\log_2 10$
c) $\frac{4}{3}$
d) 10^2
e) $\log_{10}\left(\frac{4}{3}\right)$

2) (Ufpel-RS) No Brasil as leis de trânsito consideram que o limite de álcool no sangue permitido para dirigir com segurança (LP) é 0,6 grama de álcool por litro de sangue, embora especialistas entendam que esse número devesse ser menor. A melhor forma de curar uma bebedeira é esperar o tempo passar, pois à medida que o tempo passa, tende a diminuir o estado de embriaguez. Um modelo matemático que serve para estimar o tempo de desaceleração do nível álcool no sangue é dado por $t = \log_{0,5}\left(\frac{LP}{NA}\right)$, em que **t** é o tempo em horas e NA é o nível de álcool no sangue em grama/litro.

Utilizando log 2 = 0,3 e considerando que, depois de tomar 7 latas de cerveja, o nível de álcool no sangue de uma pessoa tenha atingido 1,5 grama/litro, é correto afirmar que, segundo a lei brasileira de trânsito, ela só poderá dirigir com segurança, após ter passado, no mínimo:

a) 1 h.
b) 1 h 20 min.
c) 1 h 48 min.
d) 1 h 34 min.
e) 48 min.
f) I.R.

3) (UFF-2009)



O decaimento de isótopos radioativos pode ser usado para medir a idade de fósseis. A equação que rege o processo é a seguinte:

$$N = N_0\, e^{-\lambda t}$$

Sendo $N_0 > 0$ o número inicial de núcleos radioativos, N o número de núcleos radioativos no tempo t e $\lambda > 0$ a taxa de decaimento.

O intervalo de tempo necessário para que o numero de núcleos radioativos seja reduzido à metade é denominado tempo de meia-vida. Pode-se afirmar que o tempo de meia vida:

a) é igual a $\ln(2)/\lambda$
b) é igual a ½
c) é igual a 2
d) é igual a $-\ln(2)/\lambda$
e) depende de N_0

4) (UERJ-2009) Admita que, em um determinado lago, a cada 40 cm de profundidade, a intensidade de luz é reduzida em 20%, de acordo com a equação

$$I = I_o.0{,}8^{\frac{h}{40}}$$

na qual I é a intensidade da luz em uma profundidade h, em centímetros, e I_0 é a intensidade na superfície.
Um nadador verificou, ao mergulhar nesse lago, que a intensidade da luz, em um ponto P, é de 32% daquela observada na superfície.
A profundidade do ponto P, em metros, considerando log2 = 0,3, equivale a:

a) 0,64
b) 1,8
c) 2,0
d) 3,2

5) (Fuvest-SP) A intensidade I de um terremoto, medida na escala Richter, é um número que varia de $I = 0$ até $I = 8{,}9$ para o maior terremoto conhecido. I é dado pela fórmula:

$$I = \frac{2}{3}\log\left(\frac{E}{E_0}\right),$$

em que E é a energia liberada no terremoto em quilowatt-hora e $E_0 = 7 \cdot 10^{-3}$ kWh.

a) Qual é a energia liberada num terremoto de intensidade 8 na escala Richter?
b) Aumentando em uma unidade a intensidade de um terremoto, por quanto fica multiplicada a energia liberada?

Exercícios de Aplicação – Parte II

1) (UFMG) O pH de uma solução aquosa é definido pela expressão $pH = -\log_{10}[H^+]$, em que $[H^+]$ indica a concentração, em mol/l, de íons de hidrogênio na solução e log, o logaritmo na base 10. Ao analisar uma determinada solução, um pesquisador verificou que, nela, a concentração de íons de hidrogênio era $[H^+] = 5{,}4 \cdot 10^{-8}$ mol/l. Para calcular o pH dessa solução, ele usou os valores aproximados de 0,30 para log2, e de 0,48 para log3. Então o valor que o pesquisador obteve para o pH dessa solução foi:

a) 7,26
b) 7,32
c) 7,58
d) 7,74

2) (UFC-CE) Suponha que o nível sonoro β e a intensidade I estejam relacionados pela equação logarítmica $\beta = 120 + 10\log_{10} I$, em que β é medido em decibéis e I, em watts por metro quadrado. Seja I_1 a intensidade correspondente ao nível sonoro de 80 decibéis de um cruzamento de duas avenidas movimentadas, e I_2 a intensidade correspondente ao nível sonoro de 60 decibéis do interior de um automóvel com ar condicionado. A razão $\frac{I_1}{I_2}$ é igual à:

a) $\frac{1}{10}$
b) 1
c) 10
d) 100
e) 1000

3) (Unicamp-SP) O álcool no sangue de um motorista alcançou o nível de 2 gramas por litro logo depois de ele ter bebido uma considerável quantidade de cachaça. Considere que esse nível decresce de acordo com a fórmula $N(t) = 2 \cdot (0{,}5)^t$, onde t é o tempo medido em horas a partir do momento em que o nível é constatado. Quanto tempo deverá o motorista esperar antes de dirigir seu veiculo, se o limite permitido de álcool no sangue, para dirigir com segurança, é de 0,8 grama por litro? (Use 0,3 para log 2)

4) (UFC-CE) Suponha que o crescimento populacional de duas cidades, A e B, seja descrito pela equação $P(t) = P_0 \cdot e^{kt}$, em que:
P_0 é a população no início da observação;
k é a taxa de crescimento populacional na forma decimal;
t e o tempo medido em anos;
e é a base do logaritmo;
$P(t)$ é a população t anos após o inicio da observação.
Se no inicio da nossa observação a população da cidade A é o quíntuplo da população da cidade B, e se a taxa de crescimento populacional de A permanecer em 2% ao ano e a de B em 10% ao ano, em quantos anos, aproximadamente, as duas cidades possuirão o mesmo número de habitantes? Considere ln 5 = 1,6.

APÊNDICE B
APRESENTAÇÃO DE SLIDES

log$_{aplicações}$X

Explorando Questões de Vestibular

2011

História dos logaritmos

No sec. XVII não existiam calculadoras como hoje; cálculos como multiplicação ou divisão eram extremamente difíceis de serem resolvidos. Com as facilidades e a rapidez geradas pela calculadora existiriam inúmeros teoremas de Pitágoras por ai...

Em 1614, o escocês John Napier preocupou-se seriamente em simplificar os cálculos que pareciam difíceis de solucionar em época e, após 20 anos de pesquisa, apresentou o resultado de seus estudos: a teoria dos logaritmos. Estes transformavam uma multiplicação em adição ou uma divisão em subtração, pois adicionar ou subtrair números era mais rápido do que multiplicá-los ou dividi-los.

FIGURA 1 – John Napier
http://www.educ.fc.ul.pt/

Aplicação dos logaritmos

- Intensidade de um Terremoto

Na escala Richter a intensidade I de um terremoto, em função da energia E liberada pelo terremoto, em quilowatt-hora, é dada por:

$$I = \frac{2}{3}\log\left(\frac{E}{E_0}\right),$$

em que $E_0 = 7 \cdot 10^{-3}$ kWh.

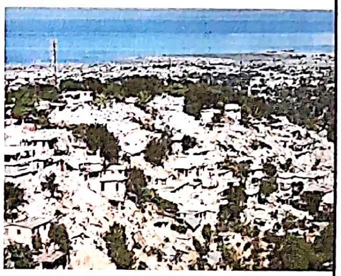


FIGURA 2 – Terremoto no Haiti 2010
Fonte: http://blog.jovempan.uol.com.br/

Questão

(Cesgranrio-RJ) As indicações R_1 e R_2, na escala Richter, de dois terremotos estão relacionados pela fórmula , em que M_1 e M_2 medem a energia liberada pelos terremotos sob a forma de ondas que se propagam pela crosta terrestre. Houve dois terremotos: um corresponde a $R_1 = 8$ e outro corresponde a $R_2 = 6$. A razão é:

A) 2

B) $\log_2 10$

C) 4/3

D) 10^2

E) log (4/3)

Questão

(Fuvest-SP) A intensidade I de um terremoto, medida na escala Richter, é um número que varia de $I = 0$ até $I = 8{,}9$ para o maior terremoto conhecido. I é dado pela fórmula:

$$I = \frac{2}{3} \log\left(\frac{E}{E_0}\right),$$

em que E é a energia liberada no terremoto em quilowatt-hora e $E_0 = 7 \cdot 10^{-3}$ kWh.

A)Qual é a energia liberada num terremoto de intensidade 8 na escala Richter?

B)Aumentando em uma unidade a intensidade de um terremoto, por quanto fica multiplicada a energia liberada?

Aplicação dos logaritmos

- Intensidade do som em decibel

A medida N do nível sonoro, em decibel (dB), em função da potência I de som, em watt (W) por centímetro quadrado, é dada por:

$$N = \log\left(\frac{I}{10^{-16}}\right)^{10}.$$

FIGURA 3 – U2 no estádio do Morumbi, em Show da turnê 360Graus
Fonte: http://www.wareporter.com.br/

Questão

(UFC-CE) Suponha que o nível sonoro β e a intensidade *I* estejam relacionados pela equação logarítmica $\beta = 120 + 10 \log_{10} I$, em que β é medido em decibéis e *I*, em watts por metro quadrado. Seja I_1 a intensidade correspondente ao nível sonoro de 80 decibéis de um cruzamento de duas avenidas movimentadas, e I_2 a intensidade correspondente ao nível sonoro de 60 decibéis do interior de um automóvel com ar condicionado. A razão é igual à:

A) 1 B) 10 C) 100 D) 1000

Aplicação dos logaritmos

- Crescimento de uma população

A fórmula abaixo nos permite calcular o crescimento de uma população P_x após um determinado período x, dada uma taxa de crescimento i e partindo de uma população inicial P_0:

$$P_x = P_0 (1 + i)^x$$

$$\log_{1+i} \frac{P_x}{P_0} = x$$

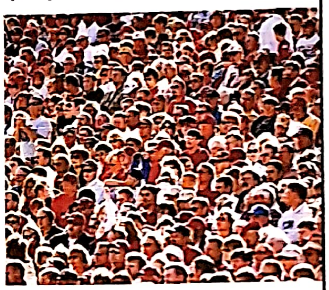


FIGURA 4 – Multidão
Fonte: http://www.clickescolar.com.br/

Questão

(UFC-CE) Suponha que o crescimento populacional de duas cidades, A e B, seja descrito pela equação $P(t) = P_0 \cdot e^{kt}$, em que:

- P_0 é a população no início da observação;
- *k* é a taxa de crescimento populacional na forma decimal;
- *t* e o tempo medido em anos;
- *e* é a base do logaritmo;
- *P(t)* é a população *t* anos após o inicio da observação.

Se no inicio da nossa observação a população da cidade *A* é o quíntuplo da população da cidade *B*, e se a taxa de crescimento populacional de *A* permanecer em 2% ao ano e a de B em 10% ao ano, em quantos anos, aproximadamente, as duas cidades possuirão o mesmo número de habitantes? Considere ln 5 = 1,6.

Aplicação dos logaritmos

- Juros Compostos

Na matemática financeira o montante **M** é calculado em função do capital inicial **A**, considerando **i** a taxa de juros compostos e **n** o tempo.

$$M = A\,(1 + i)^n$$

$$\log_{1+i} \frac{M}{A} = n$$

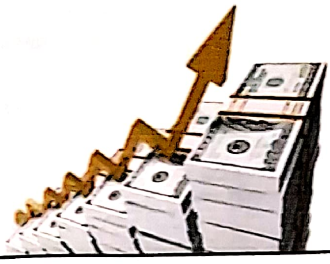


FIGURA 5 – Ilustração de Crescimento por Juros
Fonte: http://ohomemperfeito81.blogspot.com/

Aplicação dos logaritmos

- O pH de uma solução

Em Química, define-se o pH de uma solução como o logaritmo decimal do inverso da respectiva concentração de H_3O^+ (íon hidrogênio):

$$pH = -\log_{10}\,[H^+],$$

em que $[H^+]$ indica a concentração, em mol/l, de íons de hidrogênio na solução.

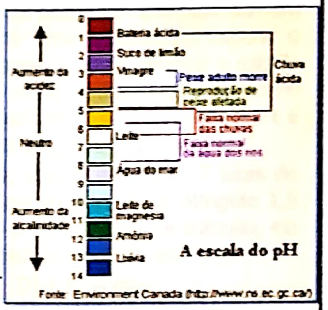


FIGURA 6 – Escala de medição do PH
Fonte: http://aquarismovirtual.blogspot.com/

Questão

(UFMG) O pH de uma solução aquosa é definido pela expressão $pH = -\log_{10}\,[H^+]$, em que $[H^+]$ indica a concentração, em mol/l, de íons de hidrogênio na solução e log, o logaritmo na base 10. Ao analisar uma determinada solução, um pesquisador verificou que, nela, a concentração de íons de hidrogênio era $[H^+] = 5{,}4 \cdot 10^{-8}$ mol/l. Para calcular o pH dessa solução, ele usou os valores aproximados de 0,30 para log2, e de 0,48 para log3. Então o valor que o pesquisador obteve para o pH dessa solução foi:

A) 7,26 B) 7,32 C) 7,58 D) 7,74

Aplicação dos logaritmos

- Tempo de desaceleração do nível de álcool no sangue

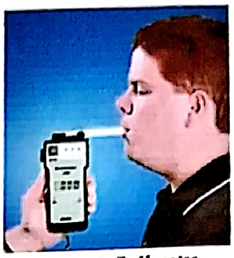


FIGURA 7 - Bafômetro
Fonte: http://www.ufrrj.br/

O modelo matemático abaixo serve para estimar o nível de álcool no sangue e considera **t** o tempo medido em horas a partir do momento em que esse nível é constatado.

$$N(t) = 2 \,.\, (0,5)^t$$

$$\log_{0,5} \frac{N}{2} = t$$

Questão

(Ufpel-RS) No Brasil as leis de trânsito consideram que o limite de álcool no sangue permitido para dirigir com segurança (LP) é 0,6 grama de álcool por litro de sangue, embora especialistas entendam que esse número devesse ser menor. A melhor forma de curar uma bebedeira é esperar o tempo passar, pois à medida que o tempo passa, tende a diminuir o estado de embriaguez. Um modelo matemático que serve para estimar o tempo de desaceleração do nível álcool no sangue é dado por $t = \log_{0,5}$, em que **t** é o tempo em horas e NA é o nível de álcool no sangue em grama/litro.

Utilizando $\log 2 = 0,3$ e considerando que, depois de tomar 7 latas de cerveja, o nível de álcool no sangue de uma pessoa tenha atingido 1,5 grama/litro, é correto afirmar que, segundo a lei brasileira de trânsito, ela só poderá dirigir com segurança, após ter passado, no mínimo:

A) 1 h. B) 1 h 20 min. C) 1 h 48 min. D) 1 h 34 min.

E) 48 min. F) I.R.

Questão

(Unicamp-SP) O álcool no sangue de um motorista alcançou o nível de 2 gramas por litro logo depois de ele ter bebido uma considerável quantidade de cachaça. Considere que esse nível decresce de acordo com a fórmula $N(t) = 2 \cdot (0,5)^t$, onde t é o tempo medido em horas a partir do momento em que o nível é constatado. Quanto tempo deverá o motorista esperar antes de dirigir seu veiculo, se o limite permitido de álcool no sangue, para dirigir com segurança, é de 0,8 grama por litro? (Use 0,3 para log 2)

Campos dos Goytacazes, 20 de abril de 2012.

Bianca Guimarães dos Santos

Bianca Guimarães dos Santos

Marcella Ribeiro do Nascimento

Marcella Ribeiro do Nascimento

Vanderlane Andrade Florindo

Vanderlane Andrade Florindo