

# RELATÓRIO LEAMAT

MATRIZES EM AÇÃO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

BRUNO FILLIPE GOMES DA SILVA  
LUDMILLA RANGEL CARDOSO SILVA  
RAFAELA DOS SANTOS SOUZA MUNIZ  
TATIANE GOMES RIBEIRO

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ  
2012.2

BRUNO FILLIPE GOMES DA SILVA  
LUDMILLA RANGEL CARDOSO SILVA  
RAFAELA DOS SANTOS SOUZA MUNIZ  
TATIANE GOMES RIBEIRO

# RELATÓRIO LEAMAT

## MATRIZES EM AÇÃO

### ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof.<sup>a</sup> Esp. Ana Paula Rangel de Andrade

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ  
2012.2

## Sumário

INTRODUÇÃO.....	3
1. OBJETIVO.....	4
2. ATIVIDADES DESENVOLVIDAS.....	4
2.1 Elaboração da sequência didática.....	4
2.2 Relato da aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II...	11
2.3 Relato aplicação da atividade para a turma regular.....	12
CONCLUSÕES.....	14
REFERÊNCIAS.....	16
APÊNDICE.....	17
APÊNDICE A: Material didático aplicado na turma regular.....	18

em do alunos, o que na maioria das vezes, impede a participação ativa dos alunos em sala de aula, que esta é uma das principais dificuldades.

A importância de se trabalhar com a geometria plana é evidente, pois ela é a base para o estudo da geometria espacial e da geometria analítica. Além disso, a geometria plana é fundamental para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade de resolução de problemas. Portanto, é importante que os professores adotem estratégias que tornem o estudo da geometria plana mais interessante e significativo para os alunos.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, as atividades de geometria devem ser trabalhadas, porque "ela não é apenas um conjunto de conceitos geométricos de uma forma estática, mas também um processo dinâmico para este estudo" (BRASIL, 1993, p. 20).

Stankowski afirma ainda que o estudo desta disciplina geométrica possibilita uma ampliação da compreensão da Geometria. Segundo o autor:

Esta disciplina deve ser trabalhada de forma dinâmica, pois ela oferece uma possibilidade de desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade de resolução de problemas. Além disso, a geometria plana é fundamental para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade de resolução de problemas. Portanto, é importante que os professores adotem estratégias que tornem o estudo da geometria plana mais interessante e significativo para os alunos.

O público alvo deste trabalho são os alunos da turma do LEAMAT II, que já aprenderam o conteúdo de matéria em sala de aula, porém não conseguiram

## INTRODUÇÃO

O grupo escolheu o tema “Matrizes em ação” por sugestão de um de seus integrantes. Inicialmente, a intenção era trabalhar com as transformações geométricas relacionadas aos números complexos, mas nas pesquisas feitas, verificou-se que o estudo de matrizes a partir dessas transformações também seria interessante.

O diferencial deste trabalho é a interação entre a Geometria e a Álgebra que são estudadas no Ensino Médio, muitas vezes, de forma isolada. Uma maneira de unir tais áreas é o estudo das transformações geométricas, afirma Stormowski (2008).

Segundo este autor, o estudo de matrizes não tem uma aplicação no dia a dia dos alunos, o que na maioria das vezes impossibilita justificar sua abordagem em sala de aula. Sobre esse assunto, Lima defende que:

A justificativa elementar para o estudo de matrizes são as transformações geométricas e os sistemas lineares. Mas no Ensino Médio brasileiro as noções fundamentais de rotação, homotetia (mais geralmente isometria e semelhança), bem como outras transformações geométricas de grande relevância (translações, por exemplo), são praticamente ignoradas (LIMA, 2001, p.360).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, “as transformações geométricas devem ser trabalhadas, porque permitem o desenvolvimento de conceitos geométricos de uma forma significativa, além de obter um caráter mais dinâmico para este estudo” (BRASIL, 1998, p. 124).

Stormowski afirma ainda que o estudo das transformações geométricas possibilita uma ampliação da abordagem da Geometria. Segundo este autor,

Estas singularidades destacam as transformações geométricas como uma possibilidade de estudo para o Ensino Médio, caracterizando também uma ampliação da abordagem da geometria, que neste nível, muitas vezes fica restrito ao cálculo de áreas de superfícies e volume de sólidos. Ao mesmo tempo propicia uma abordagem que relaciona geometria e álgebra, tópicos que quase sempre são estudados de forma muito estanque no colégio, indo de encontro ao estudo compartimentado da matemática (STORMOWSKI, 2008, p.3).

O público alvo deste trabalho são os alunos da 3ª série do Ensino Médio, que já estudaram o conteúdo de matriz, em especial, a multiplicação de matrizes.

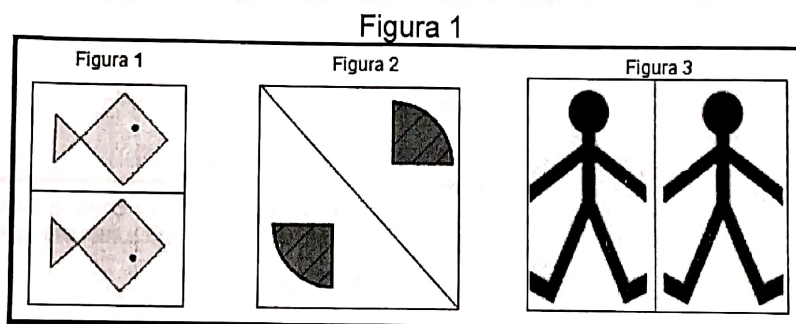
## 1. OBJETIVO

O objetivo desse trabalho é aplicar o estudo de matrizes às seguintes transformações geométricas planas: reflexão em relação aos eixos  $x$  e  $y$  e em relação à origem e rotação. Desta forma, pretende-se relacionar o estudo algébrico com o estudo "gráfico" das matrizes.

## 2. ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

### 2.1. Elaboração da sequência didática

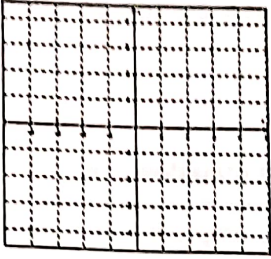
A sequência didática proposta inicia-se com uma apresentação de slides contendo 3 pares de figuras refletidas (Figura 1). Os alunos devem observar e identificar alguma relação entre as figuras de um mesmo par. Depois das observações, é exposto o título do trabalho e entregue, a cada um dos alunos, a apostila contendo 3 partes: Reflexão, Rotação e Aplicação.



A primeira parte consta da definição sobre a reflexão de figuras, além da Atividade 1 que possui três questões. Os objetivos da primeira questão (Figura 2) são: (i) refletir um ponto dado  $A$  em relação ao eixo  $x$  e determinar as coordenadas do ponto refletido  $A'$  e (ii) obter por meio dos pontos  $A$  e  $A'$  a matriz de reflexão em relação ao eixo  $x$ .

Figura 2 – Primeira questão da Atividade 1

1. Marque no plano cartesiano abaixo o ponto A de coordenadas (4, 3). Faça uma reflexão desse ponto em relação ao eixo x. Quais as coordenadas do ponto encontrado A'?



Pode-se chegar ao ponto A' usando a multiplicação de matrizes. Considere-se na equação  $X \cdot A = A'$ ,  $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  e X a matriz de reflexão. Determine X dentre as opções abaixo.

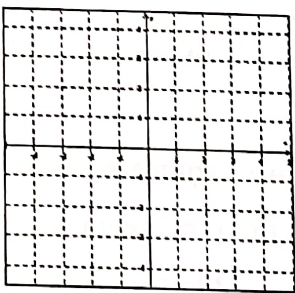
a)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$       b)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$       c)  $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$       d)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Fonte: elaboração própria

Na segunda questão (Figura 3) os objetivos são semelhantes ao da primeira questão, mas, neste caso, pede-se a matriz de reflexão em relação ao eixo y.

Figura 3 – Segunda questão da Atividade 1

2. Marque no plano cartesiano abaixo o ponto B de coordenadas (4, -3). Faça uma reflexão desse ponto em relação ao eixo y. Quais as coordenadas do ponto encontrado B'?



Pode-se chegar ao ponto B' usando a multiplicação de matrizes. Considere na equação  $X' \cdot B = B'$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$  e X' a matriz de reflexão. Determine X' dentre as opções abaixo.

a)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$       b)  $\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix}$       c)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$       d)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

Fonte: elaboração própria

O objetivo da terceira questão (Figura 4) é fazer com que o aluno compreenda que refletir um ponto A em relação ao eixo x e logo em seguida refletir o ponto obtido em relação ao eixo y, equivale a refletir o ponto A em

relação à origem. Essa observação é feita com o auxílio de um slide, no qual são marcados os pontos A e B' e é mostrada que a distância de A e de B até a origem é igual, além de verificar que ambos os pontos estão sobre uma mesma reta que passa pelo ponto (0,0).

Figura 4 – Terceira questão da Atividade 1

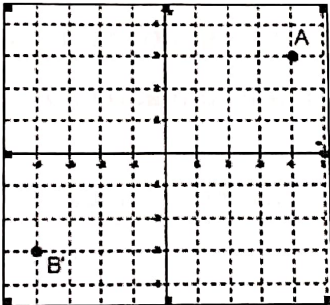
3. Considere A e B' os pontos, representados por matrizes, das questões 1 e 2, respectivamente, assim como X e X' as matrizes de reflexão.

a) Efetue  $X' \cdot X$ .

b) Multiplique o resultado do item anterior pela matriz A. Que matriz você encontrou?

c) De acordo com os itens a e b pode-se escrever que na equação  $X'' \cdot A = B'$ ,  $X'' =$  \_\_\_\_\_.

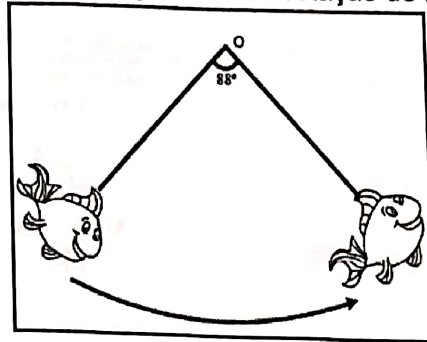
Marcando os pontos A e B' no plano cartesiano, observa-se que ocorre uma reflexão em relação à origem. A matriz responsável por essa transformação é X''



Fonte: elaboração própria

Na segunda parte é abordada a rotação de figuras. Da mesma forma que na reflexão, a sequência didática inicia-se com uma apresentação de slides, constando de uma figura que é rotacionada  $88^\circ$  no sentido anti-horário (Figura 5). Esta mesma figura encontra-se na apostila, juntamente com a definição de rotação de uma figura e de vetor. Por fim, apresenta-se a matriz de rotação para que o aluno compreenda que ao multiplicar a mesma por um ponto P, encontra-se um novo ponto P', resultado da rotação de P,  $\alpha$  graus no sentido anti-horário.

Figura 5 – Ilustração sobre a rotação de figuras



Fonte: <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/14965/000673105.pdf?sequence=1>

A segunda parte ainda contém a Atividade 2 que consta de três questões (Figura 6). A primeira e a segunda questões têm como objetivo fazer com que o aluno rotacione os pontos dados, por meio da multiplicação de matrizes, e encontre as coordenadas do novo ponto. Na terceira questão deve-se refletir um ponto em relação ao eixo y e depois rotacioná-lo a fim de efetuar as duas transformações estudadas. Tais transformações são apresentadas em slides, com o objetivo de facilitar a visualização dos movimentos.

Figura 6 – Atividade 2

1) Dado o ponto A (2, 0), encontre o ponto A'.

2) Rotacionando o ponto B(3, 5),  $39^\circ$  no sentido anti-horário, encontre as coordenadas do ponto B' com aproximação de duas casas decimais. Considere  $\cos 39^\circ = 0,78$  e  $\sin 39^\circ = 0,63$ .

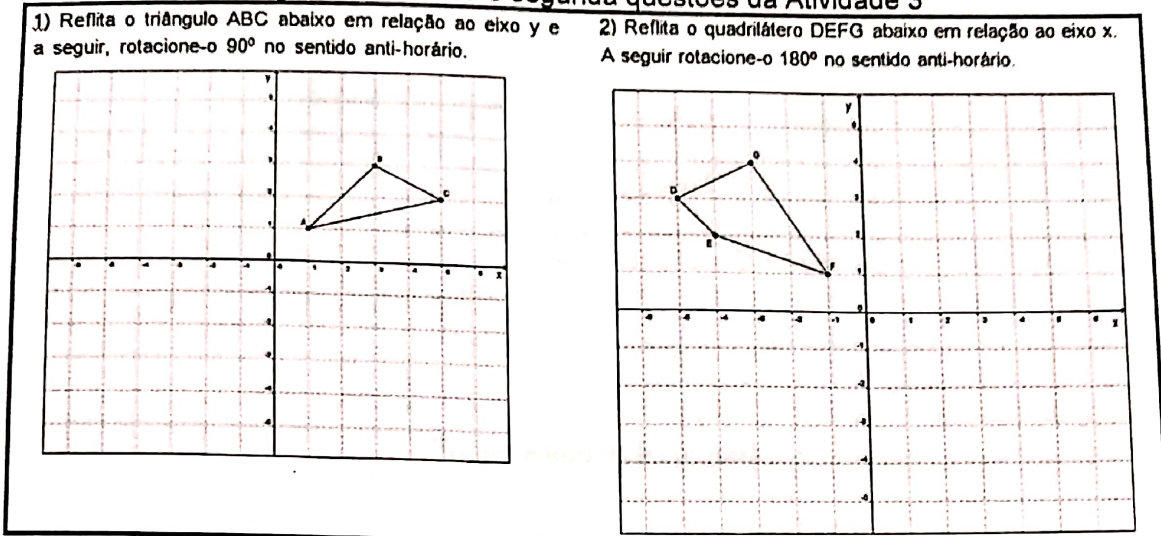
3) Reflita o ponto A (-3, -1), em relação ao eixo y e em seguida rotacione  $90^\circ$  no sentido anti-horário. Quais as coordenadas do ponto encontrado?

Fonte: elaboração própria

A terceira parte, que compreende a Atividade 3, tem a finalidade de mostrar as aplicações deste trabalho e possui 3 questões. O objetivo das questões 1 e 2 é encontrar a “nova posição” de cada figura no plano cartesiano, utilizando matrizes de reflexão ou de rotação (Figura 7).



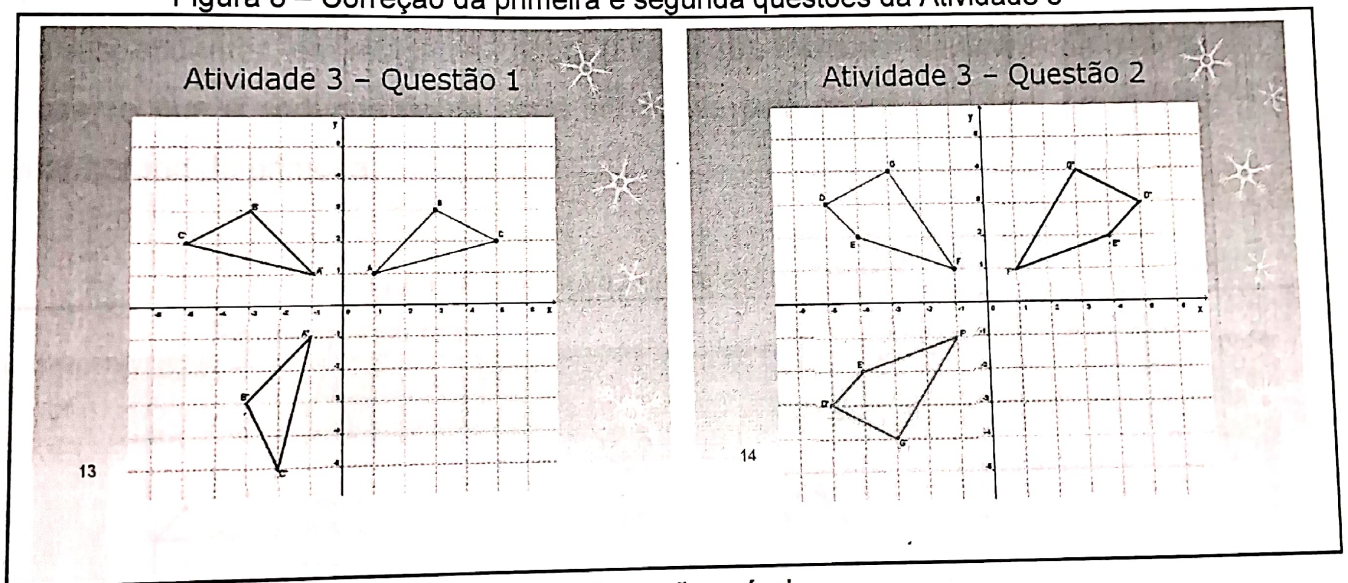
Figura 7- Primeira e segunda questões da Atividade 3



Fonte: elaboração própria

As questões são acompanhadas de um grupo de slides com as soluções de cada uma (Figura 8).

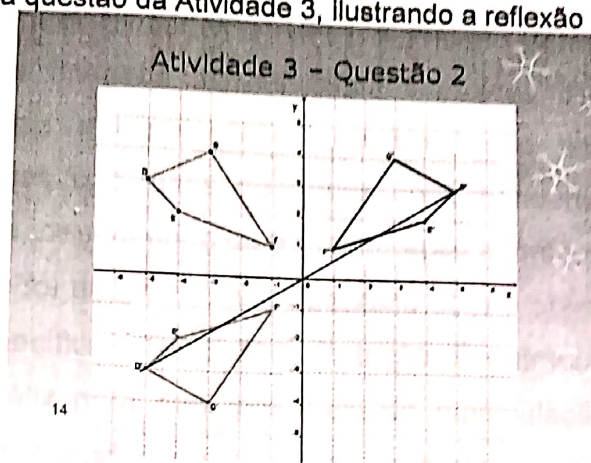
Figura 8 – Correção da primeira e segunda questões da Atividade 3



Fonte: elaboração própria

Ao final da questão dois, é chamada atenção para o fato de que ao rotacionar uma figura 180°, a mesma é refletida em relação à origem. Utiliza-se para tal um novo slide (Figura 9) mostrando, uma reta que passa por dois pontos D e D' e ao mesmo tempo pela origem. Verifica-se que as distâncias desses pontos em relação à origem são iguais.

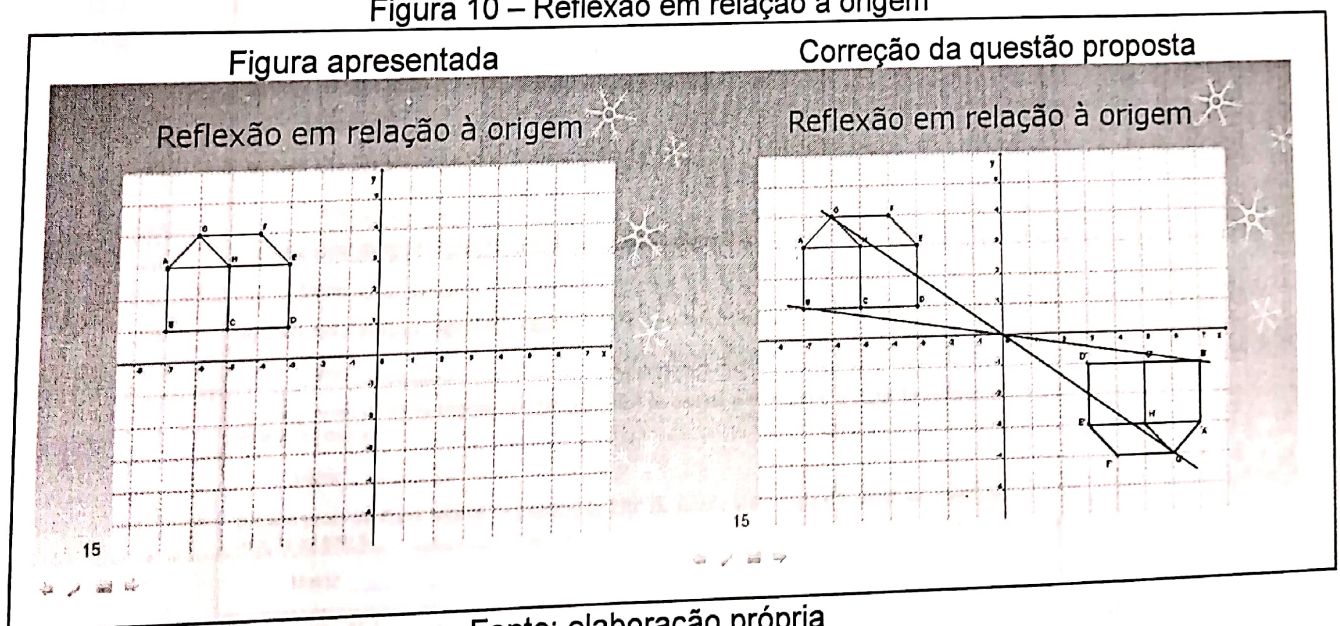
Figura 9 – Segunda questão da Atividade 3, ilustrando a reflexão em relação à origem



Fonte: elaboração própria

A seguir, para reforçar o conceito de reflexão em relação à origem trabalhado na questão anterior, é apresentada por meio de slide, uma figura e solicitado aos alunos que façam de forma abstrata uma reflexão da mesma em relação à origem. A seguir, é apresentada a resposta e por fim acrescentam-se dois segmentos ilustrando, cada um, as distâncias de dois pontos correspondentes, em relação à origem (Figura 10). Pretende-se ainda que o aluno observe que a segunda figura pode ser obtida pela rotação de  $180^\circ$  no sentido anti-horário da primeira.

Figura 10 – Reflexão em relação à origem



Fonte: elaboração própria

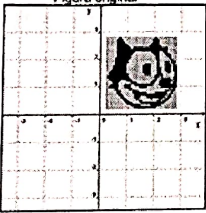

A terceira questão (Figura 12) é baseada no trabalho do professor doutor da Universidade Federal Fluminense (UFF), Humberto Bortolossi<sup>1</sup> que tem como objetivo representar imagens digitais binárias através de matrizes, além de mostrar como certas manipulações da imagem são realizadas através de operações nas linhas e colunas da matriz correspondente. Dessa forma, a imagem inicial muda, dependendo da transformação abordada.

Esta questão foi adaptada neste trabalho com o objetivo de abordar duas transformações específicas: Reflexão e Rotação. É entregue a cada aluno uma imagem do gato Félix para que, por meio da manipulação, haja uma melhor visualização dessas transformações. Cada item da questão está associado à imagem final e a matriz responsável pela transformação. Merecem destaque os itens e e f em que será necessário multiplicar a matriz de reflexão em relação ao eixo x pela matriz de rotação de 90° e depois pela matriz de rotação de 270°.

Figura 12 – Terceira questão da Atividade 3

3) Observe a figura original e associe as imagens que estão abaixo da mesma com as descrições em cada item. Após, escreva qual é a matriz responsável por cada transformação.

Figura original

( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( )

a) Cada ponto da figura original foi refletido em relação ao eixo x.  
Matriz: \_\_\_\_\_

b) Cada ponto da figura original foi refletido em relação ao eixo y.  
Matriz: \_\_\_\_\_

c) Cada ponto da figura original foi refletido em relação à origem.  
Matriz: \_\_\_\_\_

d) Cada ponto da figura original foi rotacionado 90° no sentido anti-horário.  
Matriz: \_\_\_\_\_

e) Cada ponto da figura original foi rotacionado 90° no sentido anti-horário e a seguir foi refletido em relação ao eixo x.  
Matriz: \_\_\_\_\_

f) Cada ponto da figura original foi rotacionado 270° no sentido anti-horário e a seguir foi refletido em relação ao eixo x.  
Matriz: \_\_\_\_\_

Fonte: [http://www.uff.br/cdme/matrix/matrix-html/matrix\\_boolean/jdi\\_alpha\\_br.html](http://www.uff.br/cdme/matrix/matrix-html/matrix_boolean/jdi_alpha_br.html)  
Adaptada pelos professores em formação

1 [http://www.uff.br/cdme/matrix/matrix-html/matrix\\_boolean/jdi\\_alpha\\_br.html](http://www.uff.br/cdme/matrix/matrix-html/matrix_boolean/jdi_alpha_br.html)

## 2.2. Relato da aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

A atividade foi aplicada no dia 09/11/12 durante dois horários de aula.

A professora orientadora iniciou o trabalho com uma breve explicação de matrizes e de multiplicação de matrizes, visto que a turma do Leamat II não havia estudado tal tema, assim, não apresentava o requisito necessário para a aplicação da atividade proposta.

Após, os professores em formação, iniciaram a aula conforme uma primeira sequência didática elaborada que trazia poucas diferenças da apresentada no item 2.1. Os objetivos eram os mesmos, porém alguns pontos da apostila e da apresentação de slides foram melhorados, não havendo nesta aplicação a terceira parte, acrescentada depois das sugestões.

Para a turma do Leamat II foi apresentada a aplicação de matrizes somente com um slide composto do “Gato Félix” – retirado e adaptado do site do Bortolossi já apresentado anteriormente – com todas as transformações estudadas. A turma ficou encantada esperando algo mais e, atendendo as sugestões, foi feita a terceira parte na apostila com a elaboração de mais alguns slides.

Resumindo, após a aplicação da sequência didática, foram sugeridas as seguintes alterações:

- ✓ Na primeira parte da Atividade 1, colocar os eixos de simetria nas Figuras 1, 2 e 3 e modificar a Figura 4, apagando os textos e deixando apenas o eixo de simetria.
- ✓ Na Atividade 1, as questões foram modificadas para múltipla escolha, pois poderiam ser obtida mais de uma resposta caso o enunciado fosse mantido.(Figura 13)

## 2.3. Relato da aplicação da atividade na turma do LEAMAT I

O trabalho foi aplicado em uma turma do Leamat I, em uma escola pública federal da cidade de Coimbra, durante os dois horários de aula. Comparando a atividade aplicada na turma do Leamat II, a aula iniciou, com uma revisão de matrizes e de multiplicação de matrizes. Embora os alunos

Figura 13: Comparativo da questão 1 da Atividade 1

Questão antes da reformulação	Questão depois da reformulação
<p>1. Marque no plano cartesiano abaixo o ponto A de coordenadas (4,3). Faça uma reflexão desse ponto em relação desse ponto em relação ao eixo x. Quais as coordenadas do ponto encontrado A'?</p>	<p>1. Marque no plano cartesiano abaixo o ponto A de coordenadas (4,3). Faça uma reflexão desse ponto em relação desse ponto em relação ao eixo x. Quais as coordenadas do ponto encontrado A'?</p>
<p>Pode-se chegar ao ponto A' usando a multiplicação de matrizes. Considere-se na equação <math>X \cdot A = A'</math>, <math>A = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}</math> e X a matriz de reflexão. Determine X.</p>	<p>Pode-se chegar ao ponto A' usando a multiplicação de matrizes. Considere-se na equação <math>X \cdot A = A'</math>, <math>A = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}</math> e X a matriz de reflexão. Determine X dentre as opções abaixo.</p>
	<p>a) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>   b) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>   c) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 7 \\ 0 &amp; -3 \end{pmatrix}</math>   d) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; -1 \end{pmatrix}</math></p>

Fonte: elaboração própria

- ✓ Na segunda parte, modificar a Figura 6, pois o vetor  $\overrightarrow{OA'}$  estava com tamanho diferente do vetor  $\overrightarrow{OA}$ .
- ✓ Na Atividade 2, a questão do desafio se tornou a terceira questão, pois era simples para receber tal denominação.
- ✓ Foi elaborada uma nova parte com algumas aplicações de matrizes na transformação de figuras.
- ✓ O tempo foi adequado para 4 aulas.

### 2.3. Relato da aplicação da atividade para a turma regular

O trabalho foi aplicado em uma turma do 3º ano do Ensino Médio de um escola pública federal da cidade de Campos dos Goytacazes, em um encontro de três tempos de aula. Compareceram ao encontro 8 alunos.

A aula iniciou, com uma revisão de matrizes que teve como foco a operação de multiplicação. Embora os alunos já tivessem estudado tal conteúdo,

foi importante a revisão, pois nem todos se lembravam da multiplicação de matrizes.

Em seguida, foi apresentada para a turma três pares de figuras com o auxílio dos slides, e perguntou-se qual seria a relação entre as figuras de cada par. Eles responderam que havia uma situação similar a do “espelho”. Com auxílio da professora em formação os alunos conseguiram compreender que tais figuras foram refletidas em relação ao eixo mostrado no desenho. Então foi entregue a primeira parte da apostila e apresentada a definição de reflexão.

As questões da Atividade 1 foram resolvidas pelos alunos e os mesmos não apresentaram dúvidas.

Após foi entregue a segunda parte da apostila e uma das professoras em formação perguntou o que seria a rotação, e eles responderam de forma correta. Então foi analisada a figura dada e exposta a definição, apresentando os elementos para uma rotação. Também foi dado outro exemplo através da rotação de um vetor.

Após ser dada a matriz de rotação, iniciou-se a Atividade 2. Na primeira questão um dos professores em formação precisou relembrar a tabela de seno e cosseno dos ângulos notáveis. Feita essa revisão resolveram as questões 1 e 2 sem apresentar dúvidas.

Na terceira questão, alguns alunos tiveram dificuldade na interpretação do enunciado e em lembrar os valores do seno e cosseno do ângulo de  $90^\circ$ . Assim um dos professores em formação lembrou as relações trigonométricas do seno e cosseno no círculo trigonométrico e os alunos fizeram corretamente a questão.

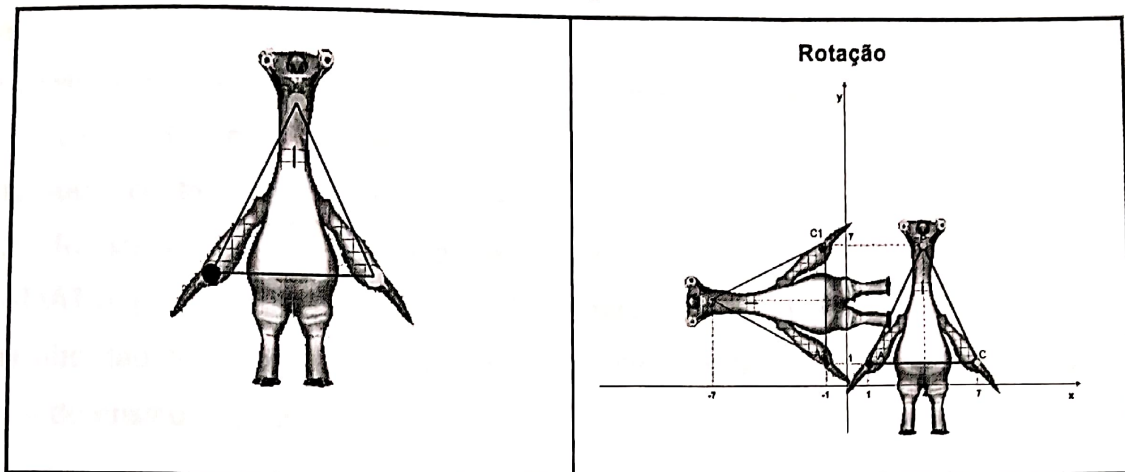
Em seguida, iniciou-se a terceira parte da apostila. Os alunos efetuaram corretamente os cálculos das questões 1 e 2, porém alguns tiveram dificuldade em transformar o ponto da sua forma matricial para a forma cartesiana, o que ocasionou uma marcação errada no plano cartesiano.

Na terceira questão, os alunos tiveram dificuldades apenas nos itens **e** e **f**, e um dos professores em formação resolveu tais itens junto com a turma.

Para finalizar a aula, o grupo mostrou uma apresentação em slides do professor Edinei Reis, que aborda algumas transformações geométricas, entre

elas a rotação de figuras<sup>2</sup>, utilizando o filme da "A era do gelo" com o personagem Sid (Figura 13).

Figura 13 – Rotação do Sid



Fonte: <http://www.slideshare.net/edineileandro/aula-sobre-aplicaes-das-matrizes-computao-grfica-ensino-mdio-7607494#btnNext>

Os alunos ficaram bastante interessados na aula, sempre respondendo as questões propostas. Na avaliação que fizeram, comentaram sobre a importância do conteúdo (Figura 14).

Figura 14 – Avaliação feita por um dos alunos

O trabalho realizado pelas professoras em formação, foi excelente, e particularmente gostei muito da aula aprendi a real importância da matéria.

Fonte: protocolo de pesquisa

## CONCLUSÕES

O trabalho cumpriu o objetivo, visto que a turma compreendeu a aplicação do estudo de matrizes nas transformações geométricas apresentadas.

<sup>2</sup> <http://www.slideshare.net/edineileandro/aula-sobre-aplicaes-das-matrizes-computao-grfica-ensino-mdio-7607494#btnNext>

A realização dessa atividade foi feita dentro do tempo previsto e os alunos estavam bastante interessados e apresentavam os requisitos necessários para a aplicação.

O uso da tecnologia foi destaque neste trabalho, pois contribuiu para uma melhor visualização das transformações abordadas. Utilizou-se recursos simples do power-point que conseguiram tornar a aula mais interessante.

Este trabalho foi de grande importância para o desenvolvimento do grupo, visto que o conteúdo em questão não era do domínio de todos. A insegurança do início foi substituída, por meio do estudo feito e da aplicação na turma do LEAMAT II, por confiança. O resultado foi a realização de uma aula dinâmica com uma abordagem do cotidiano que despertou interesse tanto no grupo quanto na turma do ensino regular.



## REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática - 3º e 4º ciclos**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <<http://www.slideshare.net/23568921/pcn-matematica> >. Acesso em: 14 fev. 2012.

LIMA, Elon Lages et al. **Exame de Textos: Análise de Livros de Matemática para o Ensino Médio**. Rio de Janeiro: SBM, 2001

STORMOWSKI, Vandoir. **Estudando matrizes a partir de transformações geométricas**. Porto Alegre, 2008. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/14965/000673105.pdf?sequenc e=1>> Acesso em: 9 dez. 2011.

## APÉNDICES

## Apêndice A: Atividades aplicadas na turma regular

Prime-se diz que a imagem formada por um espelho plano é virtual, direita e do mesmo tamanho que o objeto. Além disso, a distância do objeto ao espelho é igual à distância da imagem ao espelho. Na imagem, não ocorre inversão lateral.



LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA III  
LEAMAT III/ 2012.2

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra

Professora orientadora: Ana Paula Rangel de Andrade

Professores em formação: Bruno Fillipe Gomes da Silva, Ludmilla Rangel Cardoso Silva, Rafaela dos Santos Souza Muniz, Tatiane Gomes Ribeiro

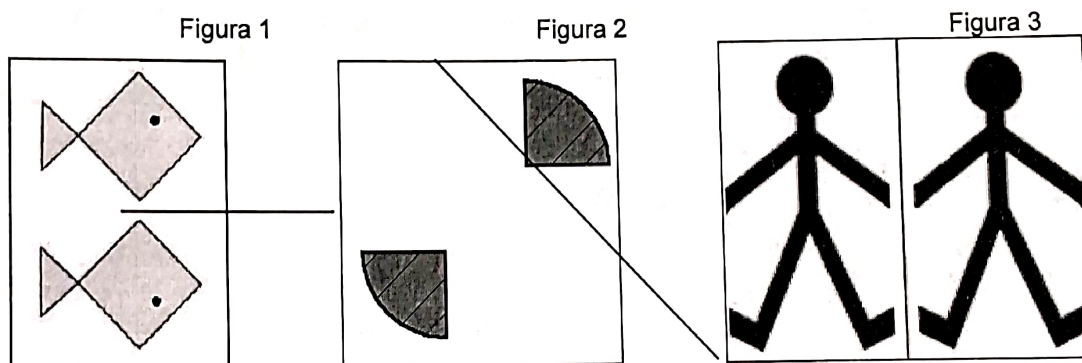
Aluno: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Matrizes em Ação

1ª Parte:

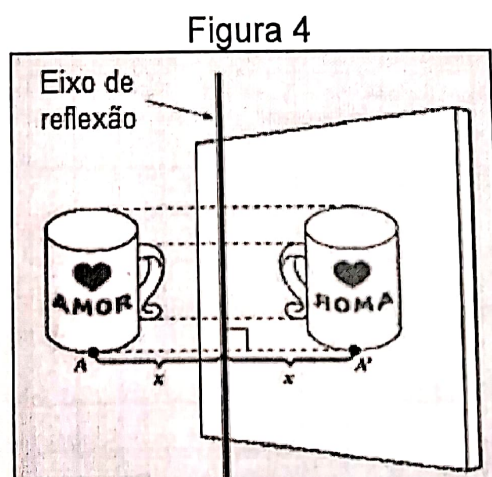
**Reflexão**

Que relação você observa entre os desenhos de cada figura abaixo?



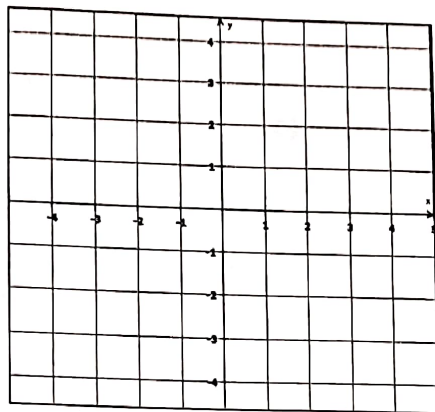
Pode-se dizer que em cada figura houve uma reflexão, pois cada ponto da figura original e o correspondente da figura refletida estão sobre uma reta perpendicular ao eixo de reflexão e a igual distância desse eixo.

Na imagem abaixo, o ponto A se transforma em A', AA' é perpendicular ao eixo de reflexão e a distância de A ao eixo é igual à distância de A' ao eixo.



## Atividade 1

1. Marque no plano cartesiano abaixo o ponto A de coordenadas (4, 3). Faça uma reflexão desse ponto em relação ao eixo x. Quais as coordenadas do ponto encontrado A'?



Pode-se chegar ao ponto A' usando a multiplicação de matrizes. Considera-se na equação

$X \cdot A = A'$ ,  $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  e X a matriz de reflexão. Determine X dentre as opções abaixo.

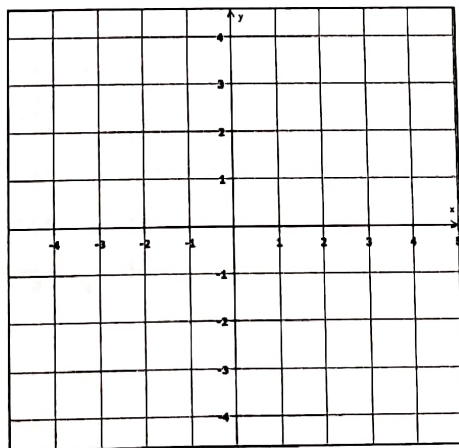
a)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

b)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

c)  $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

d)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

2. Marque no plano cartesiano abaixo o ponto B de coordenadas (4, -3). Faça uma reflexão desse ponto em relação ao eixo y. Quais as coordenadas do ponto encontrado B'?



Pode-se chegar ao ponto B' usando a multiplicação de matrizes. Considere na equação

$X' \cdot B = B'$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$  e  $X'$  a matriz de reflexão. Determine  $X'$  dentre as opções abaixo.

a)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

b)  $\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix}$

c)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

d)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

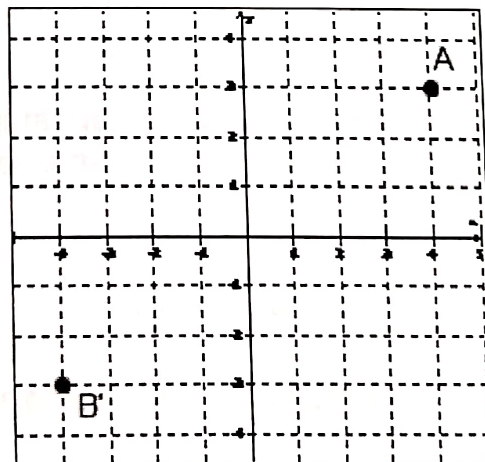
3. Considere A e B' os pontos, representados por matrizes, das questões 1 e 2, respectivamente, assim como X e X' as matrizes de reflexão.

a) Efetue  $X' \cdot X$ .

b) Multiplique o resultado do item anterior pela matriz A. Que matriz você encontrou?

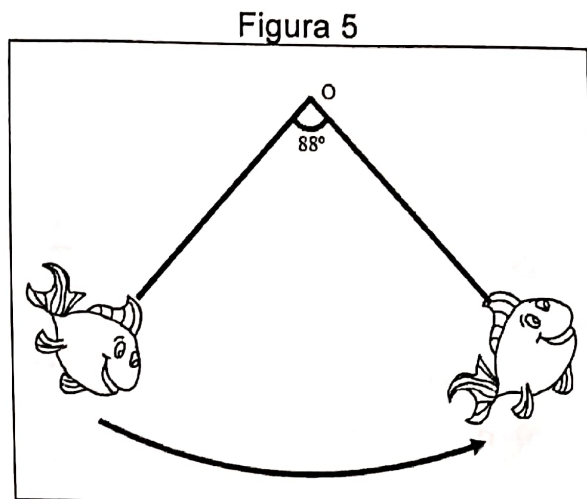
c) De acordo com os itens a e b pode-se escrever que na equação  $X'' \cdot A = B'$ ,  $X'' =$  \_\_\_\_\_.

Marcando os pontos A e B' no plano cartesiano, observa-se que ocorre uma reflexão em relação à origem. A matriz responsável por essa transformação é  $X''$



## Rotação

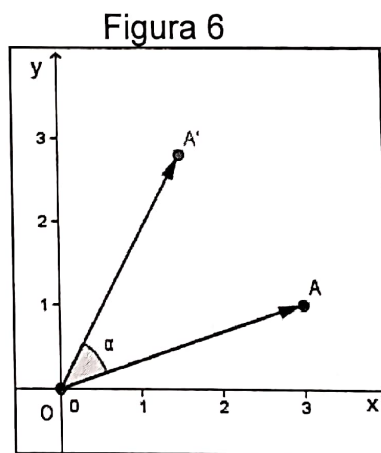
Observe a figura abaixo:



De modo geral, em uma rotação todos os pontos do transformado são obtidos rodando a figura inicial em torno de um ponto fixo  $O$  (centro de rotação), segundo um ângulo orientado no sentido positivo (sentido anti-horário). Por exemplo, o peixe da esquerda rodou  $88^\circ$  em torno do ponto  $O$  no sentido anti-horário.

Um conceito importante nesse tipo de movimento é o de vetor.

Na figura abaixo, o vetor  $\overrightarrow{OA}$  é um segmento orientado que vai da origem até o ponto  $A$  dado. Rotacionando o ponto  $A$   $\alpha$  graus no sentido anti-horário, tem-se o ponto  $A'$ .



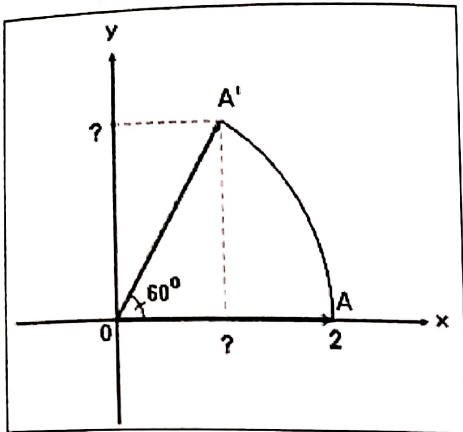
Ao refletir uma figura, usamos a matriz de reflexão. Da mesma forma, para rotacionar figuras utiliza-se a matriz de rotação:

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\operatorname{sen} \alpha \\ \operatorname{sen} \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

Pode-se encontrar o ponto  $A'$  multiplicando a matriz de rotação pelo ponto  $A$ .

## Atividade 2

1) Dado o ponto A (2, 0), encontre o ponto A'.



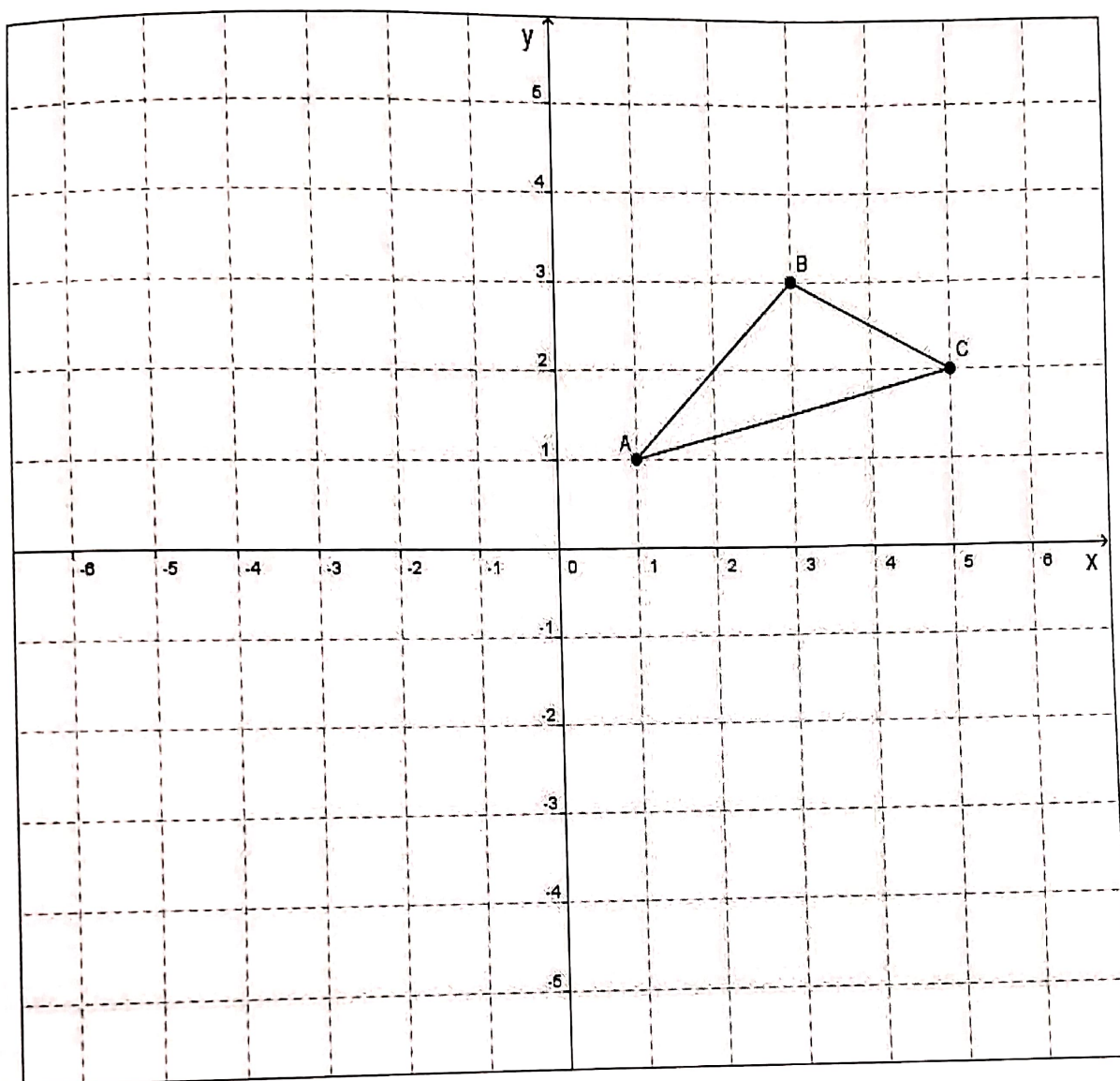
2) Rotacionando o ponto B(3, 5),  $39^\circ$  no sentido anti-horário, encontre as coordenadas do ponto B' com aproximação de duas casas decimais. Considere  $\cos 39^\circ = 0,78$  e  $\sin 39^\circ = 0,63$ .

3) Reflita o ponto A (-3, -1), em relação ao eixo y e em seguida rotacione  $90^\circ$  no sentido anti-horário. Quais as coordenadas do ponto encontrado?

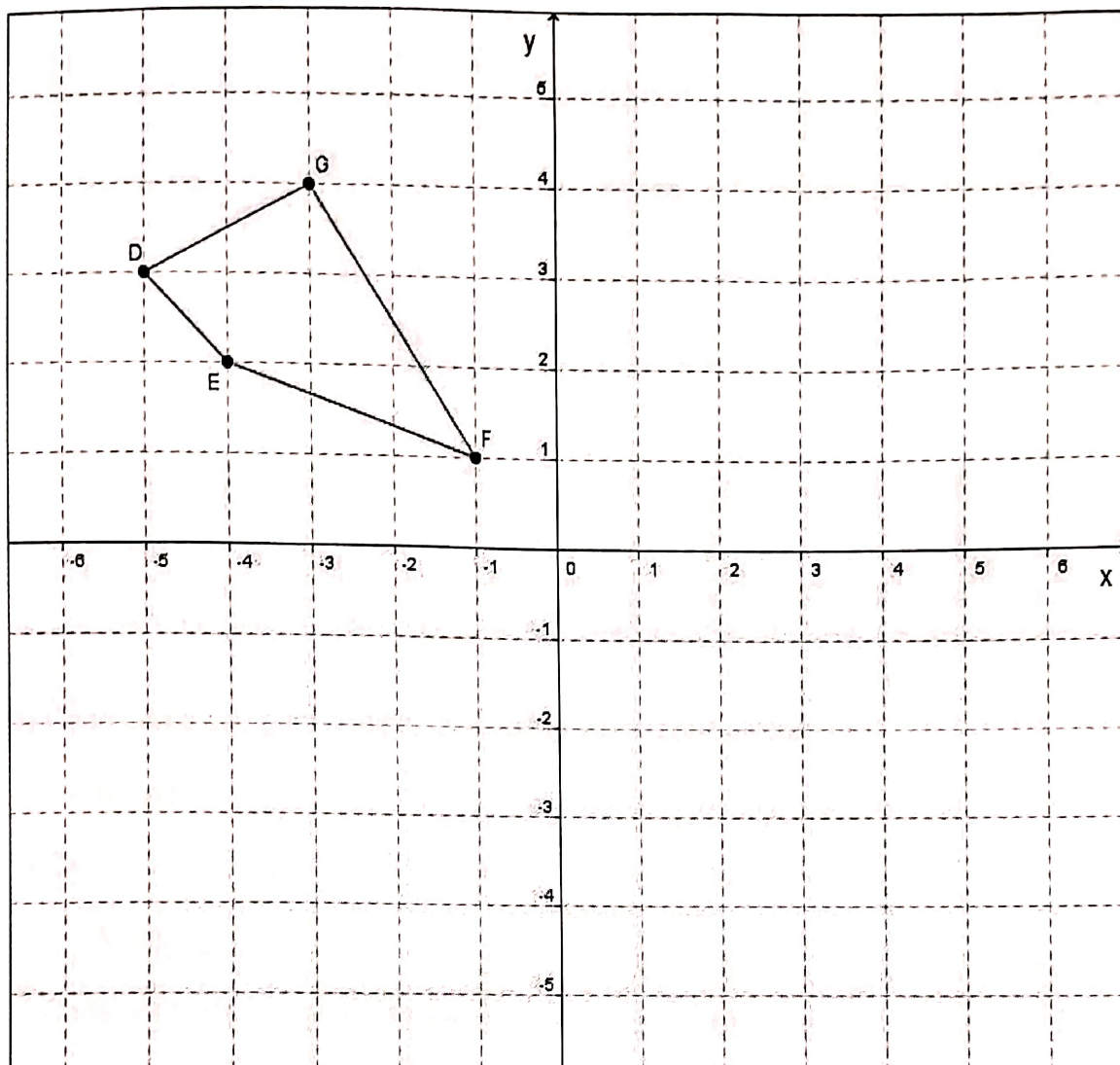


### 3ª Parte: Atividade 3

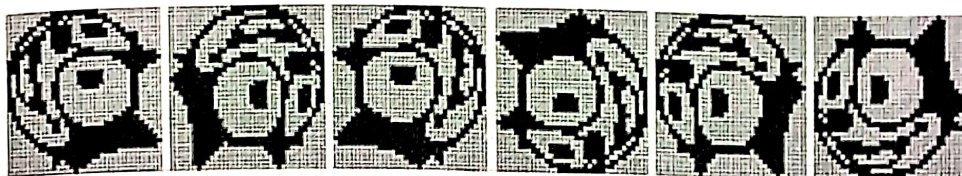
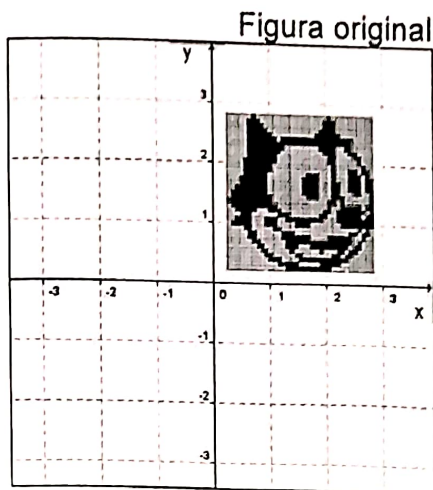
1) Reflita o triângulo ABC abaixo em relação ao eixo y e a seguir, rotacione-o  $90^\circ$  no sentido anti-horário.



2) Reflita o quadrilátero DEFG abaixo em relação ao eixo x. A seguir rotacione-o  $180^\circ$  no sentido anti-horário.



3) Observe a figura original e associe as imagens que estão abaixo da mesma com as descrições em cada item. Após, escreva qual é a matriz responsável por cada transformação.



( )    ( )    ( )    ( )    ( )    ( )

a) Cada ponto da figura original foi refletido em relação ao eixo x.

Matriz: \_\_\_\_\_

b) Cada ponto da figura original foi refletido em relação ao eixo y

Matriz: \_\_\_\_\_

c) Cada ponto da figura original foi refletido em relação à origem.

Matriz: \_\_\_\_\_

d) Cada ponto da figura original foi rotacionado  $90^\circ$  no sentido anti-horário.

Matriz: \_\_\_\_\_

e) Cada ponto da figura original foi rotacionado  $90^\circ$  no sentido anti-horário e a seguir foi refletido em relação ao eixo x.

Matriz: \_\_\_\_\_

f) Cada ponto da figura original foi rotacionado  $270^\circ$  no sentido anti-horário e a seguir foi refletido em relação ao eixo x.

Matriz: \_\_\_\_\_

Campos dos Goytacazes, 5 de julho de 2013

Bruno Fillipe Gomes da Silva

Bruno Fillipe Gomes da Silva

Ludmilla Rangel Cardoso Silva

Ludmilla Rangel Cardoso Silva

Rafaela dos Santos Souza Muniz

Rafaela dos Santos Souza Muniz

Tatiane Gomes Ribeiro

Tatiane Gomes Ribeiro