INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE
Campus Campos-Centro

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

BRASIL

RELATÓRIO LEAMAT

REGRAS DE DIVISIBILIDADE: MEMORIZAÇÃO X COMPREENSÃO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

ALINE RODRIGUES DA SILVA
FERNANDA MANHÃES SANTOS
MAYARA CARLOS BARBOSA
PÂMELLA DE ALVARENGA SOUZA

Aprovado

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2012.2

ALINE RODRIGUES DA SILVA
FERNANDA MANHÃES SANTOS
MAYARA CARLOS BARBOSA
PÂMELLA DE ALVARENGA SOUZA

RELATÓRIO LEAMAT

REGRAS DE DIVISIBILIDADE: MEMORIZAÇÃO X COMPREENSÃO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador:Profª. Esp. Ana Paula Rangel de Andrade

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2012.2

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A escolha do tema Regras de divisibilidade: Memorização x Compreensão surgiu após a leitura do texto "A Álgebra conta o porquê" (JAKUBOVIC; IMENES; LELLIS; 1992) em que foram demonstradas as regras de divisibilidade por 3 e 4. Percebeu-se que este tipo de abordagem não é muito praticada no Ensino Fundamental II.

As Regras de Divisibilidade devem ser compreendidas e não memorizadas, então os procedimentos devem ser desenvolvidos como estratégias para que o aluno não esqueça o conceito trabalhado. Esse fato é comentado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998):

> Os procedimentos por sua vez estão direcionados à consecução de uma meta e desempenham um papel importante pois grande parte do que se aprende em Matemática são conteúdos relacionados a procedimentos. Os procedimentos não devem ser encarados apenas como aproximação metodológica para aquisição de um dado conceito, mas como conteúdos que possibilitem o desenvolvimento de capacidades relacionadas com o saber fazer, aplicáveis a distintas situações. Esse "saber fazer" implica construir as estratégias e os procedimentos, compreendendo os conceitos e processos neles envolvidos. Nesse sentido, os procedimentos não são esquecidos tão facilmente (BRASIL, 1998, p.50).

Em pesquisas realizadas percebe-se que em alguns livros de 6º e 7º anos os autores definem as regras de divisibilidade sem o uso da demonstração algébrica. Este fato é percebido por Monteiro quando afirma que "As regras de divisibilidade são ensinadas desde a 4ª série[1] do ensino fundamental, porém, mesmo em séries mais avançadas os livros didáticos e os professores não costumam justificar tais regras" (MONTEIRO, 2008, p.12). O mesmo autor relata: "Para que perder a oportunidade de aumentar sua realização profissional? É tão bom desmistificar as coisas em Matemática, construir os conceitos, as regras e fórmulas junto com os alunos, o que, certamente facilitará a assimilação do conteúdo" (MONTEIRO, 2008, p.14).

É importante estudar as regras de divisibilidade com alunos do Ensino Fundamental II, pois em algumas situações precisa-se apenas saber se um número natural é divisível por outro número natural sem a necessidade de obter o resultado da divisão.

---

[1] Atual 5º ano do Ensino Fundamental

É interessante ressaltar que inúmeros matemáticos se interessam pelo tema, visto que o mesmo é abordado em vários artigos da Revista do Professor de Matemática como:

- Veja como não é difícil provar! (MONTEIRO, 2008)
- De novo: Divisibilidade por 7 (RAMOS, 2006)
- Divisibilidade por 3, 7, 9, 11, 13, 17,... (TORRES, 2005)
- Como incentivar um aluno levando a novas descobertas (BORGES, 2000)
- Outros critérios de divisibilidade (GUEDES, 1988)
- Sobre critérios de divisibilidade (TÁBOAS; RIBEIRO, 1985)

1. OBJETIVOS

Pretende-se com este trabalho demonstrar, juntamente com os alunos, as regras de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 8, 9 e 10 para alunos do 9º ano.

Deseja-se desenvolver nos alunos o raciocínio lógico-formal visando à compreensão do conceito de divisibilidade.

2. ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

2.1. Elaboração da sequência didática

Para elaboração das atividades, foram realizadas pesquisas em revistas, livros didáticos, sites e trabalhos monográficos, visando um maior embasamento teórico.

Preparou-se uma apostila dividida em três partes: a primeira é constituída de um problema inicial, a segunda pela teoria do Sistema de Numeração Decimal e a última pelas demonstrações das regras de divisibilidade, incluindo um desafio.

O problema inicial (Figura 1) tem o objetivo de verificar se o aluno lembra as regras de divisibilidade, já que para resolver a situação proposta não são necessárias as contas de divisão, mas apenas as regras.

Figura 1 – Problema Inicial

PROBLEMA INICIAL

Na padaria Lâmbida, o senhor Thales produz pães para uma instituição escolar. Hoje ele terá que produzir 3501 pães para atender aos dois turnos da escola, mas ele está com dúvida se poderá distribuir os pães igualmente em três cestos. Isso será possível? E se forem em quatro cestos? E em oito cestos? E em nove cestos?

Fonte: elaboração própria

A teoria do Sistema de Numeração Decimal tem por objetivo preparar o aluno para as demonstrações das regras de divisibilidade, relembrando os conceitos sobre a base 10, como: 1 dezena equivale a 10 unidades, 1 centena a 10 dezenas ou a 100 unidades, etc.

As demonstrações das regras de divisibilidade presentes na última parte e também no desafio (Figura 2) têm por objetivo fazer com que os alunos compreendam as regras por meio do raciocínio lógico-formal. Foram selecionadas para este trabalho as regras de divisibilidade por 3, 9, 4 e 8. Não foram apresentadas as demonstrações das regras de divisibilidade por 7, 11, 13, bem como por outros números, pois estas exigiriam conceitos não explorados.

Figura 2 – Primeira questão e Desafio da terceira parte

1- Responda as questões abaixo, considerando em todos os casos o número abcd, com a, b, c, d algarismos.

a) Observe a regra de divisibilidade por 3:

Um número é divisível por 3 quando a soma de seus algarismos constitui um número múltiplo de 3.

Tente justificá-la.

DESAFIO

Responda o desafio abaixo, considerando o número abcd, com a, b, c, d algarismos.

As regras de divisibilidade de um número por 2, 5, 10 dependem do último algarismo deste número. Prove que isso é verdade!

Fonte: elaboração própria

2.2. Relato da aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

A experimentação ocorreu no dia 21 de setembro de 2012, em um encontro com duração de 1h40min.

Inicialmente, foi proposta aos alunos uma situação-problema para verificar se eles usariam as regras de divisibilidade ou fariam as contas de divisão. A maioria fez a conta e apenas uma aluna lembrou-se da regra de divisibilidade por 3, porém não estava segura e preferiu dividir.

Após, recordou-se o Sistema de Numeração Decimal, em especial o conceito de base 10 e a decomposição de um número em potências desta mesma base. Os alunos não apresentaram dificuldade.

Depois, demonstrou-se a regra de divisibilidade por 3 juntamente com os alunos da turma, por meio das sugestões encaminhadas. Em seguida foi dado um tempo para que os alunos fizessem sozinhos a demonstração da regra de divisibilidade por 9. Vale ressaltar que essa regra é semelhante a regra de divisibilidade por 3.

Analogamente, foram demonstradas as regras de divisibilidade por 4 e 8 que também são semelhantes. Em relação a essas duas demonstrações, os alunos tiveram dúvidas com relação à redação das regras que estava na apostila. A dificuldade foi compreender, no caso da regra de divisibilidade por 8, que o número formado pelos três últimos algarismos tem que ser divisível por 8 e não os três últimos números separadamente. Por esse motivo, o item c da primeira questão, que trata da regra de divisibilidade por 4 e o item d da primeira questão (Figura 3) tiveram o enunciado modificado.

Figura 3 – Comparativo da 4ª. questão

d) Observe a regra de divisibilidade por 8:

> Um número é divisível por 8 se os três últimos algarismos forem divisíveis por 8.

Tente justificá-la.

---

d) Observe a regra de divisibilidade por 8:

> Um número é divisível por 8 se o número formado pelos três últimos algarismos, na ordem em que aparecem, for divisível por 8.

Tente justificá-la.

Fonte: elaboração própria

Além disso, os alunos, durante as demonstrações, apresentaram dificuldade em compreender que 10c + d representa o número cd, por isso foi acrescentado mais itens na questão da decomposição da segunda parte do trabalho que trata do Sistema de Numeração Decimal.

Por último, foi proposto um desafio no qual o aluno deveria descobrir que as regras de divisibilidade de um número por dois, cinco e dez dependem do último algarismo deste número. Antes de começar a resolver, os alunos perguntaram se a questão seria resolvida com um número formado por quatro algarismos. Percebeu-se que essa informação não estava na questão e os professores em formação então disseram que sim, já que todas as outras demonstrações foram feitas com quatro algarismos. Assim, o enunciado foi refeito. A maioria conseguiu demonstrar sem apresentar dificuldades.

Em resumo, as alterações sugeridas na sequência didática, após a aplicação na turma do LEAMAT II, foram:

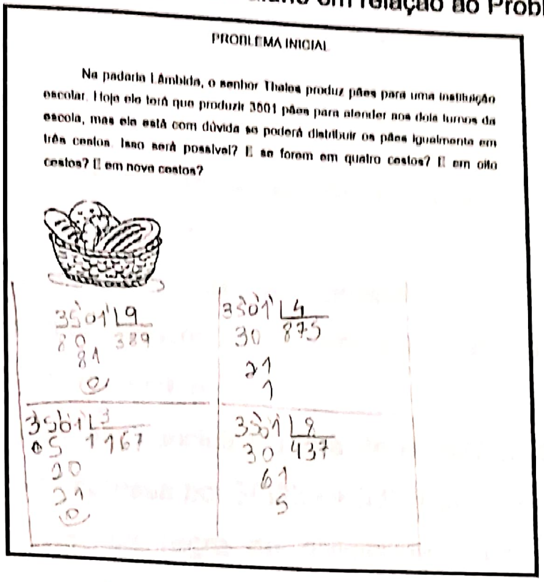
1) A correção na redação da regra de divisibilidade por 8 A nova escrita ficou: Um número é divisível por 8 se o número formado pelos três últimos algarismos, na ordem em que aparecem, for divisível por 8. A mesma correção também vale para a regra de divisibilidade por 4.
2) No Desafio incluir que a prova será feita com um número abcd, formado por 4 algarismos.
3) Acrescentar mais itens na questão sobre decomposição, abaixo do quadro posicional (Apêndice B, p.16), e adicionar exercícios propondo o contrário, isto é, a partir da decomposição, pedir o número, como: 10c + d representa o número cd.

2.3) Relato da aplicação da sequência didática na turma regular

A aplicação ocorreu no dia 02 de abril de 2013, em uma escola pública da cidade de Campos dos Goytacazes numa turma de 8º ano e contou com a participação de 28 alunos. A aula iniciou-se com 20 minutos de atraso e teve a duração de 2 horas.

Inicialmente foi entregue o Problema Inicial e pediu-se aos alunos que tentassem solucioná-lo. A maioria dos alunos resolveu a questão fazendo a divisão (Figura 4), porém alguns apresentaram dificuldade na tabuada. Ao perguntar se esse caminho era o único possível, uma aluna respondeu que poderia utilizar a Regra de Divisibilidade e mostrou o seu conhecimento em relação a divisibilidade por 3 e por 9.

Figura 4 – Cálculos feitos por um aluno em relação ao Problema Inicial

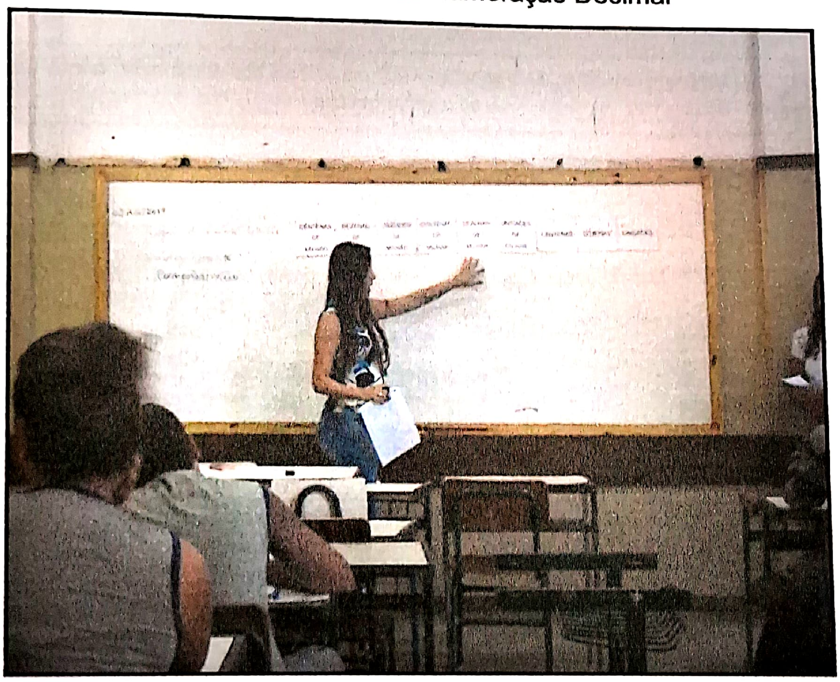

PROBLEMA INICIAL

Na padaria LAmbida, o senhor Thales produz pães para uma instituição escolar. Hoje ele terá que produzir 3501 pães para atender aos dois turnos da escola, mas ele está com dúvida se poderá distribuir os pães igualmente em três cestos. Isso será possível? E se forem em quatro cestos? E em oito cestos? E em nove cestos?

Fonte: protocolo de pesquisa

Na leitura sobre o Sistema de Numeração Decimal (Figura 5), os alunos foram participativos e não apresentaram dificuldades.

Figura 5 – Sistema de Numeração Decimal



Fonte: elaboração própria

Ao iniciar as demonstrações da regra de divisibilidade por 3, os alunos apresentaram algumas dificuldades, a saber:

(i) não lembraram o que era colocar um fator em evidência. Neste caso, foi preciso que uma professora em formação desse um exemplo no quadro para recordar;

(ii) não compreenderam que a parcela 3(333a + 33b + 3c) representava um número múltiplo de 3;

(iii) não compreenderam que a expressão a+b+c+d era a soma dos algarismos do número abcd, mesmo sendo expresso no enunciado que **a**, **b**, **c e d** eram algarismos do número abcd e

(iv) não conseguiram concluir a regra de divisibilidade a partir da última etapa da demonstração expressa por 3(333a + 33b + 3c) + a+b+c+d.

Na demonstração da regra de divisibilidade por 9 que também foi conduzida juntamente com os alunos (Figura 6), as dificuldades foram as mesmas. É válido ressaltar que o encaminhamento nesta demonstração foi similar ao da anterior.

Figura 6 – Resposta de um aluno na demonstração da regra por 9

b) A regra de divisibilidade por 9 é bem parecida com a regra acima. Observe:

Será divisível por 9 todo número em que a soma de seus algarismos constitui um número múltiplo de 9.

Tente justificá-la. $a + b + c + d = 1000a + 100b + 10c + d =$

$= 999a + a + 99b + b + 9c + c + d =$

$= 999a + 99b + 9c + a + b + c + d =$

$= \underbrace{9(111a + 11b + 1c)}_{\text{é divisível por 9}} + a + b + c + d$

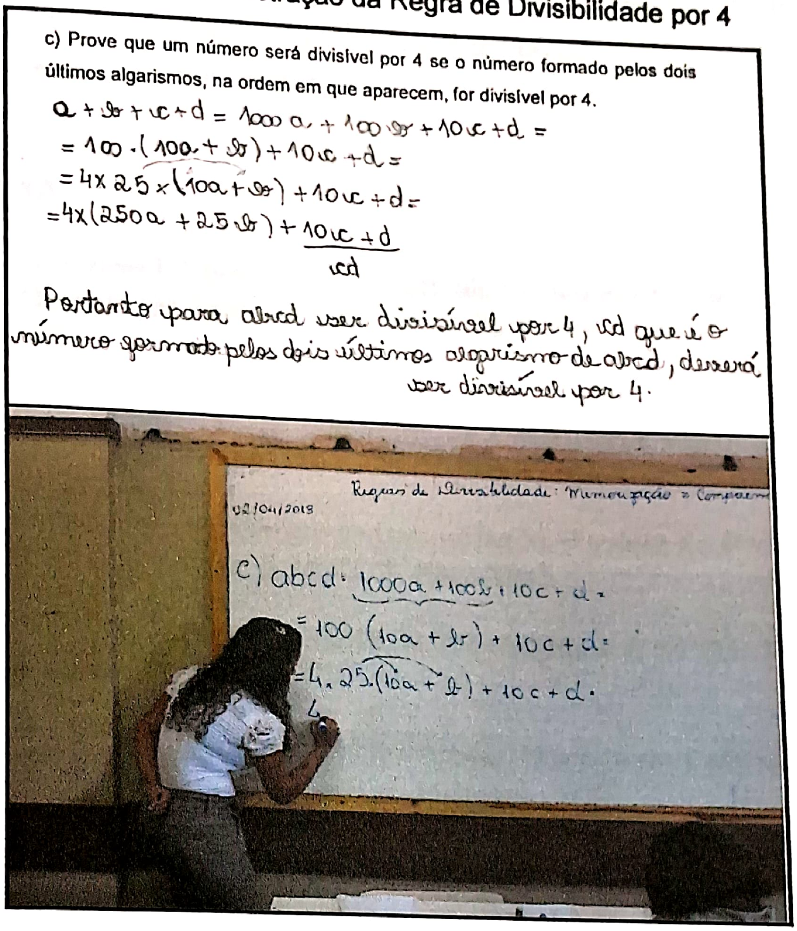
Portanto para abcd ser divisível por 9, a + b + c + d que é a soma dos seus algarismos deverá ser divisível por 9.

Fonte: protocolo de pesquisa

Na demonstração da regra de divisibilidade por 4 (Figura 7), os alunos sugeriram colocar o 100 em evidência mas não conseguiram avançar pois não perceberam que era interessante pensar em um produto em que o 4 estivesse presente.

No final, não associaram a expressão 10c + d ao número cd. Desta forma, foi necessário que a professora em formação voltasse à letra d do segundo item, para que os alunos recordassem esse fato.

Figura 7 – Demonstração da Regra de Divisibilidade por 4



Fonte: elaboração própria

Pode-se perceber que os itens apresentados após o texto sobre Sistema de Numeração, como os exemplos para decompor os números e escrever os números já decompostos, tornaram as demonstrações mais fáceis.

Por falta de tempo, não foram demonstradas a regra de divisibilidade por 8 e nem o desafio. Também não foi entregue a folha de avaliação da aula.

CONCLUSÕES

O trabalho cumpriu parcialmente o seu objetivo, já que não foram demonstradas as regras de divisibilidade por 2, 5, 8 e 10 por falta de tempo.

Percebeu-se que o tempo de aula não foi suficiente para demonstrar todas as regras. Aconselha-se 3 aulas para a aplicação da atividade.

O tema apresentado não despertou interesse dos alunos. Dentre algumas reflexões, o grupo de professoras pôde perceber que as demonstrações precisam estar mais presentes na sala de aula.

REFERÊNCIAS

BORGES, S. A. Painel I: Como incentivar um aluno levando-o a novas descobertas. **Revista do Professor de Matemática,** São Paulo, n.42, p.45-46, 1.quadrim. 2000.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF,1998.

GUEDES, M. G. P. Outros Critérios de Divisibilidade. **Revista do Professor de Matemática,** São Paulo, n.12, p.24-27, 1. sem. 1988.

JAKUBOVIC, J.; IMENES, L.M.; LELLIS, M.C.T. **Álgebra**. 6.ed. São Paulo: Atual, 1992.(Pra que serve Matemática?).

MONTEIRO, M. A. Veja como não é difícil provar. **Revista do Professor de Matemática,** São Paulo, n.65, p.12-14, 1. quadrim. 2008.

RAMOS, J. S. De novo: divisibilidade por 7. **Revista do Professor de Matemática,** São Paulo, n.61, p.23-24, 3. quadrim. 2006.

TÁBOAS, C. M. G.; RIBEIRO, H. S. Sobre critérios de divisibilidade. **Revista do Professor de Matemática,** São Paulo, n.6, p.21-24, 1. sem. 1985.

TORRES, G. Z. Divisibilidade por 3, 7, 9, 11, 13, 17, ... **Revista do Professor de Matemática,** São Paulo, n.58, p.13-17, 3. quadrim. 2005.

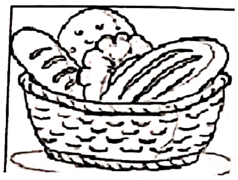
APÊNDICE

Apêndice A: Material Aplicado na Turma Regular

Curso de Licenciatura em Matemática
Linha de pesquisa: Álgebra
Orientadora: Profª. Esp. Ana Paula Rangel de Andrade
Professores em formação: Aline Rodrigues, Fernanda Manhães, Mayara Barbosa e Pâmella de Alvarenga
Disciplina: LEAMAT II
Nome:____ Data:__/__/__

PROBLEMA INICIAL

Na padaria Lâmbida, o senhor Thales produz pães para uma instituição escolar. Hoje ele terá que produzir 3501 pães para atender aos dois turnos da escola, mas ele está com dúvida se poderá distribuir os pães igualmente em três cestos. Isso será possível? E se forem em quatro cestos? E em oito cestos? E em nove cestos?



Curso de Licenciatura em Matemática
Linha de pesquisa: Álgebra
Orientadora: Profª. Esp. Ana Paula Rangel de Andrade
Professores em formação: Aline Rodrigues, Fernanda Manhães, Mayara Barbosa e Pâmella de Alvarenga
Disciplina: LEAMAT II
Nome:____ Data:__/__/__

Regras de divisibilidade: Memorização X Compreensão

Sistema de Numeração Decimal

O sistema de numeração que usamos é decimal, pois contamos em grupos de 10. A palavra decimal origina-se do latim decem, que significa 10. Esse sistema foi inventado pelos hindus, aperfeiçoado e levado para a Europa pelos árabes, daí o nome indo-arábico.

Esse sistema de numeração apresenta algumas características:

- Utiliza apenas os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 para representar qualquer quantidade.
- A ordem é a posição que o algarismo ocupa. Por exemplo, a primeira ordem são as unidades, a segunda ordem são as dezenas, a terceira ordem são as centenas, a quarta ordem são as unidades de milhar e assim por diante.
- Cada 10 unidades de uma ordem formam uma unidade da ordem seguinte. Observe:

  10 unidades = 1 dezena

  10 dezenas = 1 centena

  10 centenas = 1 unidade de milhar
- Segue o princípio do valor posicional do algarismo, isto é, cada algarismo tem um valor de acordo com a posição que ele ocupa na representação do numeral.

Temos, então, o seguinte quadro posicional:

Centenas de milhão	Dezenas de milhão	Unidades de milhão	Centenas de milhar	Dezenas de milhar	Unidades de milhar	Centenas	Dezenas	Unidades

Podemos decompor o número 7156 da seguinte forma:

7156= 7000+100+50+6 = 7x1000+1x100+5x10+6.

Decomponha os números a seguir:

a)2486____

b)3081____

c) 2352____

d) abcd____

Agora, escreva os números já decompostos abaixo:

a) 3x10 + 7 =____

b) 2x100 + 3x10 + 7=_______________________________________

c) 100a + 10b + c =____

d) 10c + d =____

DESCOBRINDO A ORIGEM DAS REGRAS

1- Responda as questões abaixo, considerando em todos os casos o número abcd, com a, b, c, d algarismos.

a) Observe a regra de divisibilidade por 3:

Um número é divisível por 3 quando a soma de seus algarismos constitui um número múltiplo de 3.

Tente justificá-la.

b) A regra de divisibilidade por 9 é bem parecida com a regra acima. Observe:

Será divisível por 9 todo número em que a soma de seus algarismos constitui um número múltiplo de 9.

Tente justificá-la.

c) Considerando no número abcd, **a,b,c** e **d** como algarismos, prove que esse número será divisível por 4 se o número formado pelos dois últimos algarismos, na ordem em que aparecem, for divisível por 4.

d) Observe a regra de divisibilidade por 8:

Um número é divisível por 8 se o número formado pelos três últimos algarismos, na ordem em que aparecem, for divisível por 8.

Tente justificá-la.

DESAFIO

Responda o desafio abaixo, considerando o número abcd, com a, b, c, d algarismos.

As regras de divisibilidade de um número por 2, 5, 10 dependem do último algarismo deste número. Prove que isso é verdade!

Campos dos Goytacazes, 02 de maio de 2013.

Aline Rodrigues da Silva
ALINE RODRIGUES DA SILVA

Fernanda Manhães Santos.
FERNANDA MANHÃES SANTOS

Mayara Carlos Barbosa
MAYARA CARLOS BARBOSA

Pâmella de Alvarenga Souza
PÂMELLA DE ALVARENGA SOUZA