DINAMIZANDO O ENSINO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS SENO E COSSENO COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

LUCIVÂNIA COUTINHO SOARES

19/08/14

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2013.2

LUCIVÂNIA COUTINHO SOARES

RELATÓRIO LEAMAT III

DINAMIZANDO O ENSINO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS SENO E COSSENO COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Profª Ms. Taís Freitas de Carvalho Castro

CAMPOS DOS GOYTACAZES/RJ
2013.2

SUMÁRIO

Introdução

Inicialmente, a escolha do tema Trigonometria ocorreu devido às dificuldades apresentadas pelo grupo em relação à compreensão do conteúdo. Aliado a isso, vislumbrou-se a possibilidade do uso de um recurso tecnológico como um atrativo para o ensino da trigonometria, viabilizando por meio do movimento e do dinamismo, um estudo diferenciado em relação ao modelo tradicional.

O uso de um recurso tecnológico para a melhor compreensão de um conteúdo com base nos PCN, só tem sentido se for para "[...] enriquecer o ambiente educacional, propiciando a construção de conhecimentos por meio de uma atuação, ativa, crítica e criativa por parte de aluno e professores [...]" (BRASIL, 1998, p. 140).

Dentro da Trigonometria, decidiu-se trabalhar as funções trigonométricas, em virtude do destaque ressaltado nos PCN sobre o assunto:

> Apesar de sua importância, tradicionalmente a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. (BRASIL, 1998, p. 118 -119)

Atualmente, o ensino das funções trigonométricas, apresenta-se de modo mecânico e tradicional, como consequência, o aluno pode acabar tendo uma visão limitada de um conteúdo que poderia ser explorado de diferentes maneiras. Neste sentido, o uso de um recurso tecnológico poderá se comportar como uma ferramenta para potencializar o processo de ensino e aprendizagem.

> A inquietação sobre o ensino de funções, em particular de funções trigonométricas, pautado nos métodos tradicionais, tais como: quadro, giz e figuras estáticas, resultou na busca de um recurso que pudesse tornar possível a ideia de percurso de um ponto sobre o ciclo trigonométrico. [...] a partir do uso de um recurso tecnológico que permite o movimento desse ponto sobre o ciclo. (CASTRO et al., 2010, p. 1)

Nesse contexto, surgiu a proposta do presente trabalho que é abordar as funções trigonométricas de uma forma diferente da tradicional, cuja utilização do *software* Geogebra aliada a atividade tem como objetivo fazer da aprendizagem deste conteúdo algo mais dinâmico e atraente para o aluno.

1. Objetivo

Construir o conceito das funções trigonométricas seno e cosseno com base no movimento de um ponto sobre o Ciclo Trigonométrico, com o auxílio do *software* Geogebra.

2. Atividades desenvolvidas

O público alvo desta atividade são alunos do 1º ou 2º ano do Ensino Médio que ainda não tenham estudado funções trigonométricas no ciclo, pois espera-se que eles percebam e façam deduções, tendo como pré-requisito o trabalho desenvolvido na linha de pesquisa de Geometria, que aborda dos conceitos iniciais de Trigonometria até as razões trigonométricas no ciclo.

2.1. Elaboração da sequência didática

Para a elaboração da sequência didática foram realizadas pesquisas em livros para dar suporte teórico ao material e, assim foi organizada uma atividade contendo dez questões para ser aplicada durante quatro horas-aula.

A atividade foi desenvolvida pensando-se em uma sequência que pudesse ser resolvida pelo aluno, possibilitando concluir ao final das resoluções quais as relações existentes entre as razões trigonométricas no ciclo e as funções trigonométricas seno e cosseno, além de contar com o auxílio do *software* Geogebra para dinamizar o processo.

Nas duas primeiras questões, busca-se instigar os alunos a perceberem a relação entre graus e radianos em cada um dos casos. Uma vez que o estudo de função esta relacionado à medida do arco em radianos, tornou-se necessário possibilitar aos alunos a melhor compreensão dessa relação, tendo como base as noções de ângulos já conhecidas.

A terceira questão visa complementar os itens anteriores. É solicitado que sejam feitas transformações entre as unidades de medida (graus para radianos e vice-versa). Outro fator de relevância a ser abordado nesta questão é que, embora as medidas utilizadas sejam inteiras, existem infinitos valores entre um arco de medida inteira e outro.

Na quarta questão, pretende-se que os alunos representem graficamente os arcos pedidos, observando que à medida que o arco varia as medidas do cosseno e seno também variam. Neste momento, espera-se que eles comecem a perceber a ideia de função.

A quinta questão tem o intuito de levar os alunos a formalizarem o que aprenderam até então e, para isso espera-se que eles definam cosseno e seno, estendendo este conceito para a ideia de função.

As questões seis e sete têm o objetivo de observar o comportamento do cosseno e do seno nos quatro quadrantes do ciclo, para que posteriormente tais informações possam ser utilizadas na construção dos gráficos destas funções.

Na oitava questão, a noção de função começa a se delinear com a "ideia do fio enrolado" (imagina-se o ciclo trigonométrico como um carretel com um fio enrolado de comprimento infinito que, ao ser desenrolado, irá coincidir com o eixo x do plano cartesiano e, como é possível ter infinitas voltas no ciclo no sentido tanto positivo quanto negativo pode-se dizer que o fio representa o conjunto dos números reais) e os alunos deverão determinar o domínio e a imagem das funções trigonométricas.

Na nona e décima questões, pretende-se que os alunos façam as construções dos gráficos das funções f(x)=sen x e f(x)=cos x, percebendo que o domínio e a imagem de ambas são iguais. Espera-se que consigam perceber a relação existente entre o comportamento do cosseno e do seno no ciclo com os respectivos gráficos.

As duas últimas questões têm como objetivo levar os alunos a perceberem que os gráficos das mesmas podem ser obtidos a partir dos que foram traçados nos itens anteriores, identificando a ocorrência de dilatações e translações.

É importante ressaltar que a maioria das questões que constituem a atividade pode ser resolvida com a utilização do ciclo trigonométrico construído no *software* Geogebra.

2.2. Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

As atividades desenvolvidas foram aplicadas na turma do LEAMAT II com a intenção de verificar se as questões propostas estavam de acordo com os objetivos pretendidos e, se o tempo estimado para a aplicação em uma turma regular estava adequado.

Iniciou-se a aplicação distribuindo a atividade à turma. Antes de solicitar que respondessem a primeira questão, os alunos foram instigados a relembrar como se dá o cálculo do comprimento da circunferência, sabendo que o raio do ciclo é um, chegou-se a conclusão que a medida da circunferência é 2π. Logo, a metade da mesma é π. A partir daí, foi pedido que os alunos respondessem as duas primeiras questões.

Como não foram apresentadas dificuldades, receberam instrução para responderem a terceira questão. Como era esperado, fizeram regra de três para converter as medidas dos ângulos de graus para radianos e vice-versa. Na quarta questão, os alunos conseguiram perceber que o cosseno e seno variam de acordo com o arco. Neste momento, a ideia de variação característica da função começou a ser delineada.

Na quinta questão, foi pedido que eles conceituassem cosseno e seno de um arco e, todos conseguiram responder satisfatoriamente. Quanto ao preenchimento da tabela não apresentaram dúvida, mas na última linha precisaram de ajuda para compreender que se tratava de uma generalização e a resposta seria sen *x* e cos *x*. Neste momento, foi apresentada uma definição formal para a função cosseno e para a função seno.

Nas questões seis e sete, não demonstraram dificuldades na identificação dos quadrantes positivos e negativos. Em relação ao crescimento e decrescimento alguns se confundiram com o crescimento do segmento em módulo, o que não significa que a função seja crescente neste quadrante. Na oitava questão, todos perceberam que as funções f(x) = sen x e f(x) = cos x tem os mesmos domínios e imagens.

Nas questões seguintes, foi dada ênfase a construção dos gráficos das funções seno e cosseno e, não foram apresentadas quaisquer dificuldades no seu traçado. Os alunos compreenderam que o gráfico está diretamente relacionado ao comportamento das funções seno e cosseno no ciclo.

Ao ser concluída a resolução da lista de questões, foi sugerido pelos alunos e professores orientadores que a ordem das questões um e dois fosse alterada, pois o item dois tem grau de dificuldade menor e assim deveria vir primeiro; na questão três deveriam ser inseridos valores em radianos, para que a transformação acontecesse de graus para radianos e vice-versa; na questão quatro acharam necessário que os alunos aprendessem a fazer a transformação de unidades no *software* Geogebra; na quinta questão deveriam ser acrescentados ângulos negativos, exemplificando que estes ocorrem no sentido horário; na oitava questão, a sugestão foi falar sobre o "fio enrolado" e a ideia de função.

Além disso, deveriam ser acrescentadas funções para que os alunos observassem as transformações ocorridas tendo como base as funções originais f(x)=sen x e f(x)=cos x e, que tivessem mais oportunidades para compartilhar suas resoluções, uma vez que a participação se constitui como fator fundamental para a conclusão desta atividade.

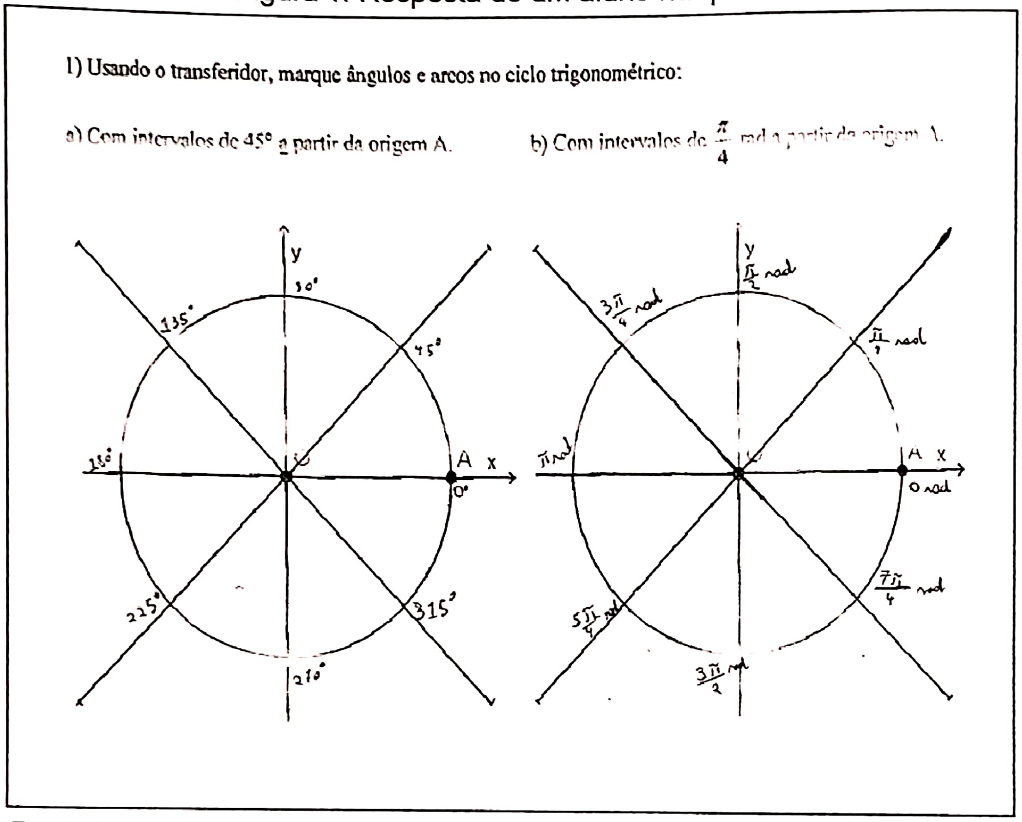
2.3. Aplicação da sequência didática na turma regular

A atividade desenvolvida foi aplicada em uma escola da rede pública de ensino no município de Campos dos Goytacazes em uma turma do 3º ano do Ensino Médio. A aplicação foi realizada em um encontro de três horas-aula, com a presença de seis alunos. É importante ressaltar que a atividade foi desenvolvida para ser realizada em uma turma que ainda não tivesse estudado funções trigonométricas, mas devido ao período previsto para as aplicações e o calendário de avaliações da escola regular, só houve disponibilidade na turma citada.

Este trabalho foi realizado em conjunto com o da linha de pesquisa de Geometria, que consistiu em uma introdução que abordou os conceitos iniciais da Trigonometria. Esses pré-requisitos foram indispensáveis para a realização do presente trabalho.

Ao iniciar a aplicação, foi perguntado aos alunos qual era o comprimento da circunferência, uma vez que para a resolução das duas primeiras questões este conceito seria necessário. Eles responderam corretamente e não apresentaram quaisquer dúvidas em relação à resolução das questões mencionadas, na qual muitos deles fizeram os cálculos mentalmente. Os alunos conseguiram perceber que a medida dos ângulos e arcos eram as mesmas em cada uma das questões e, tal percepção foi importante para mostrar a relação entre graus e radianos, pois essa compreensão era indispensável para a construção do conceito de função (Figura 1).

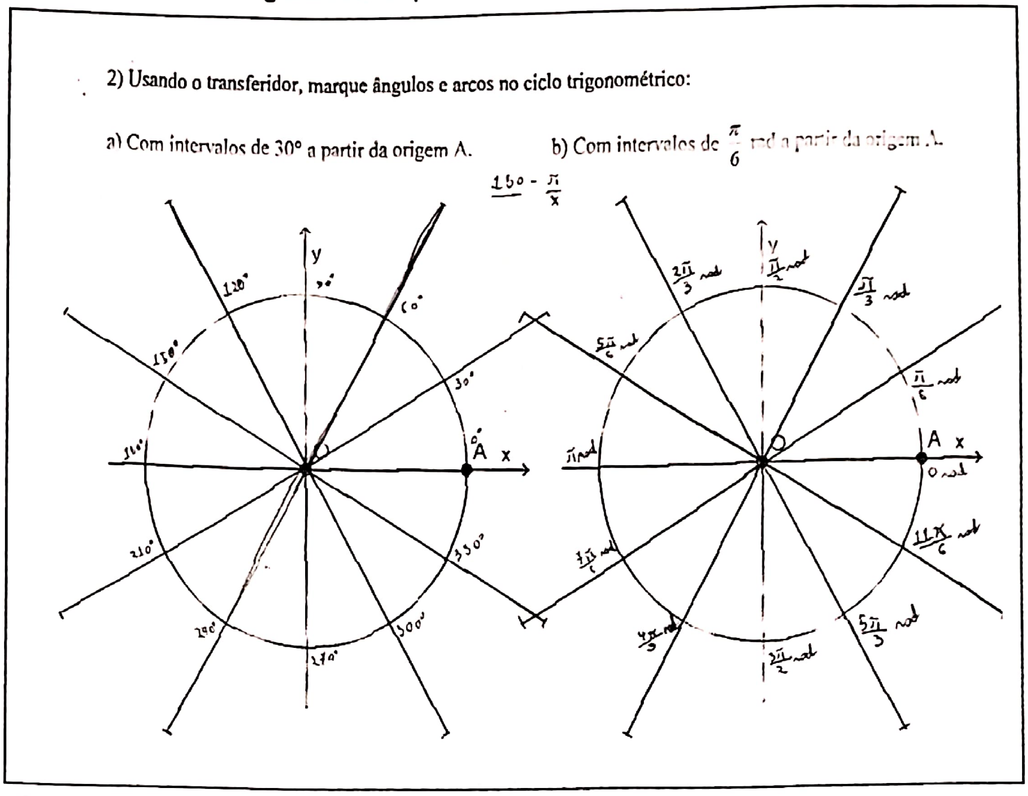
Figura 1: Resposta de um aluno na questão 1



Fonte: Protocolo de pesquisa

Os alunos conseguiram compreender com facilidade a relação existente entre ângulos e arcos, o que favoreceu a resolução das questões que vieram na sequência. Um exemplo disso foi a segurança com a qual responderam a segunda questão (Figura 2).

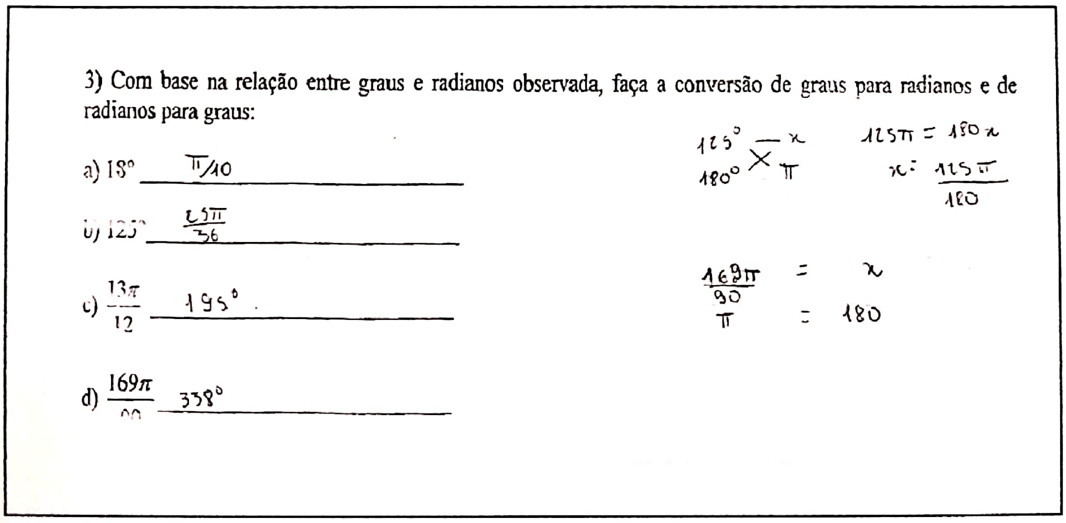
Figura 2: Resposta de um aluno na questão 2



Fonte: Protocolo de pesquisa

Na terceira questão, que objetivava formalizar os conceitos aprendidos nas questões anteriores, os alunos perceberam que é possível fazer a transformação entre as unidades de medidas de arcos (Figura 3).

Figura 3: Resposta de um aluno na questão 3



3) Com base na relação entre graus e radianos observada, faça a conversão de graus para radianos e de radianos para graus:

a) 18° $\pi/10$

b) 125° $\frac{25\pi}{36}$

c) $\frac{13\pi}{12}$ 195°.

d) $\frac{169\pi}{90}$ 338°

$125° — x$

$180° — \pi$

$125\pi = 180x$

$x = \frac{125\pi}{180}$

$\frac{169\pi}{90} = x$

$\pi = 180$

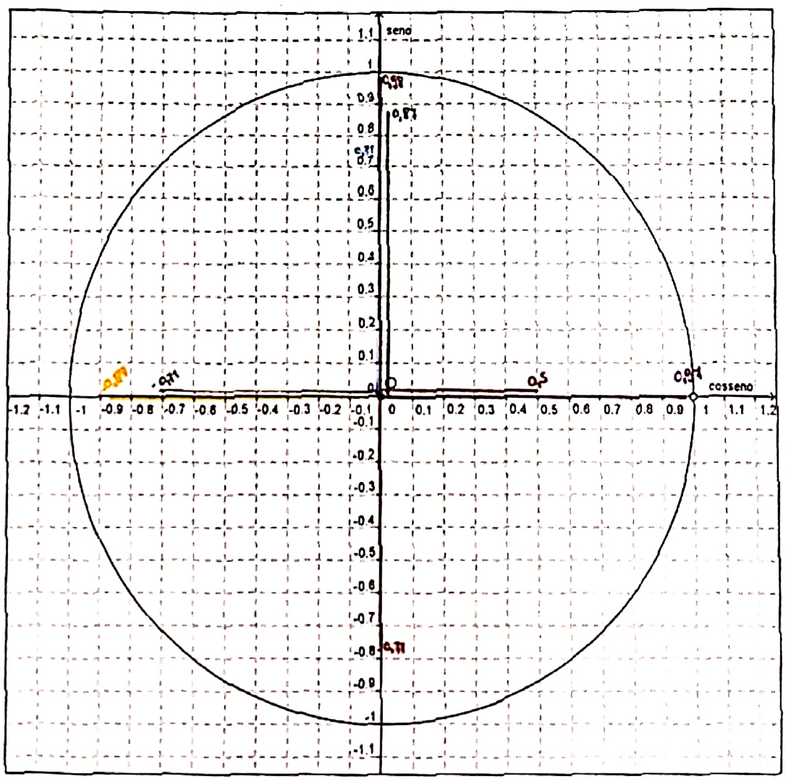
Fonte: Protocolo de pesquisa

Na quarta questão, foi solicitado que os alunos traçassem o seno e o cosseno de alguns arcos e anotassem suas respectivas medidas, a intenção era que eles percebessem que à medida que o arco varia os respectivos valores de seno e cosseno também variam e, desta maneira, começaria a se delinear a ideia de função. Os alunos conseguiram perceber também que os valores que encontraram eram aproximados em virtude da precisão dos desenhos e, neste momento eles poderiam fazer a comparação utilizando o Geogebra (Figura 4).

Figura 4: Resposta de um aluno na questão 4

4) Com o auxílio do *software* Geogebra, represente graficamente no ciclo trigonométrico e anote os resultados encontrados nos espaços:

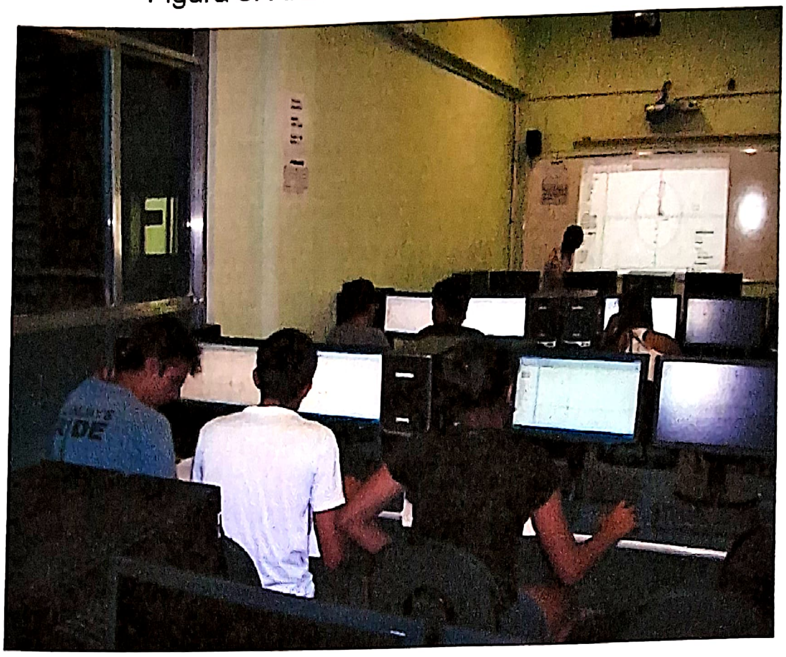
- sen 80° 0,98
- sen 420° 0,81
- sen -50° -0,77
- sen $\frac{3\pi}{4}$ rad 0,71
- cos -210° -0,87
- cos $\frac{\pi}{12}$ rad 0,97
- cos $-\frac{5\pi}{3}$ rad 0,5
- cos $\frac{10\pi}{8}$ rad -0,71



Fonte: Protocolo de pesquisa

Os alunos ficaram atentos e procuraram investigar utilizando o *software* Geogebra o máximo que puderam para fazerem algumas deduções (Figura 5).

Figura 5: Alunos utilizando o Geogebra



Fonte: Protocolo de pesquisa

Na quinta questão, foi pedido que os alunos definissem seno e cosseno (Figura 6) com base no que tinham visto anteriormente e, cada um definiu de acordo com o seu entendimento. Foi pedido que eles compartilhassem com os colegas a definição que escreveram e, após esta troca foi apresentada, oralmente pela professora em formação, a definição formal para seno e cosseno.

Quanto ao preenchimento da tabela o objetivo era que os alunos percebessem a variação dos valores de seno e cosseno mediante a variação do arco e, ao final esperava-se que conseguissem perceber que é possível determinar seno e cosseno de um arco qualquer e chegar à generalização de sen x e cos x. No entanto, apesar de terem conseguido responder a todos os itens satisfatoriamente, sentiram dificuldades em identificar a generalização que a questão apresentava, sendo necessária neste momento, a intervenção da professora em formação.

Figura 6: Resposta de um aluno na questão 5

5) Com base na questão anterior, responda:

a) O que é o seno de um arco?

É o segmento de reta [illegible] relativo ao ângulo

b) O que é o cosseno de um arco?

É o segmento [illegible] relativo ao ângulo

c) Preencha a tabela com o auxílio do *software* Geogebra:

Arco em grau	Arco em radiano	Valor do seno	Valor do cosseno
-30°	$-\frac{\pi}{6}$	-0,5	0,87
-240°			
-300°	$-\frac{5\pi}{3}$	0,87	0,5
30°			
50°			
155°	$\frac{31\pi}{36}$	0,42	-0,91
270°	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0
345°			
480°			
780°	$\frac{13\pi}{3}$	0,87	0,5
	x	sen x	cos x

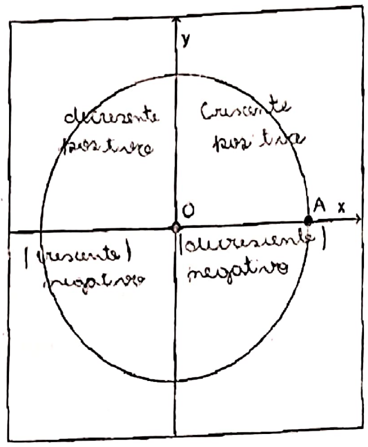
Fonte: Protocolo de pesquisa

É importante ressaltar que pelo fato dos alunos já terem visto função trigonométrica e em virtude do tempo disponível para a aplicação, só foram respondidos alguns itens da quinta questão, o que pode ter influenciado na dificuldade da generalização.

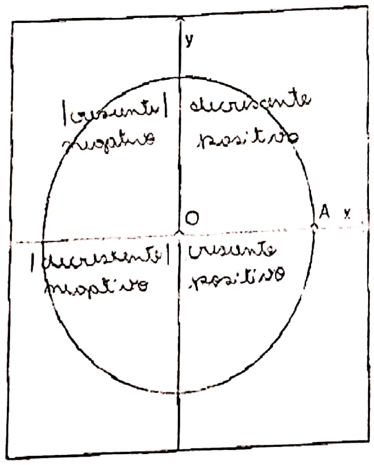
Nas questões seis e sete, os alunos deveriam movimentar o ponto sobre o ciclo e observar o comportamento do seno e do cosseno, bem como o sinal de cada um deles em cada um dos quatro quadrantes (Figura 7). Estas questões foram respondidas sem dificuldades, alguns apenas confundiram o crescimento/decrescimento, pois associaram o crescimento do seno ou cosseno com o crescimento em módulo não levando em consideração o sentido do mesmo.

Figura 7: Resposta de um aluno nas questões 6 e 7

6) Com o auxílio do *software* Geogebra e partindo do ponto A de coordenadas (1,0), faça o ponto P percorrer todos os quadrantes observando o comportamento do seno em cada um deles. Anote em cada quadrante do ciclo trigonométrico a seguir, se o seno é crescente ou decrescente, positivo ou negativo.



7) Com o auxílio do software Geogebra e partindo do ponto A de coordenadas (1,0), faça o ponto P percorrer todos os quadrantes observando o comportamento do cosseno em cada um deles. Anote em cada quadrante do ciclo trigonométrico a seguir, se o cosseno é crescente ou decrescente, positivo ou negativo.



Fonte: Protocolo de pesquisa

Na oitava questão, os alunos deveriam identificar e representar o domínio e a imagem das funções seno e cosseno com base no comportamento no ciclo. Com o auxílio do *software* Geogebra, conseguiram responder esta questão sem dificuldades (Figura 8), embora no protocolo apresentado, o aluno não tenha utilizado a notação de conjunto para representar a imagem.

Figura 8: Resposta de um aluno na questão 8

8) Com base na observação do comportamento das funções seno e cosseno no ciclo trigonométrico, determine:

Função	f(x) = sen x	f(x) = cos x
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Imagem	$-1 \leq y \leq 1$	$-1 \leq y \leq 1$

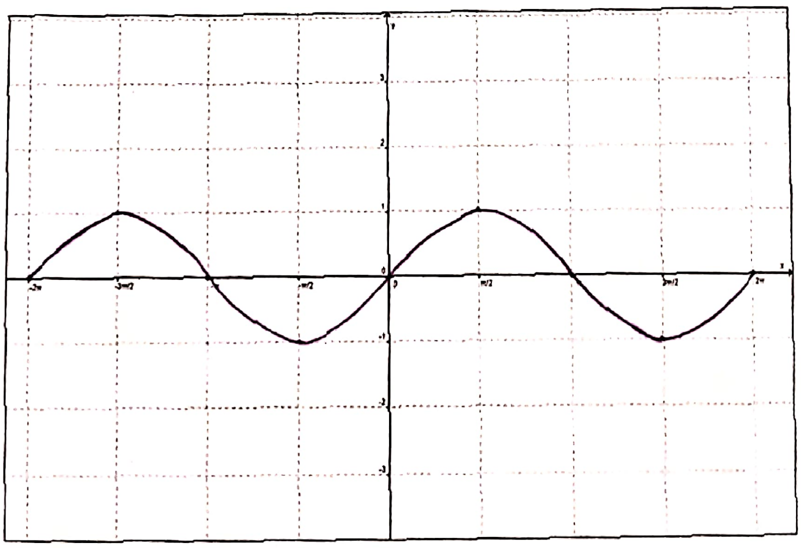
Fonte: Protocolo de pesquisa

Na questão nove, foi pedido que os alunos fizessem a construção dos gráficos com base no comportamento das funções no ciclo. Eles conseguiram responder de maneira satisfatória, relacionando as funções seno (Figura 9) e cosseno (Figura 10) em cada quadrante do ciclo com o gráfico no plano cartesiano e, conseguiram perceber também que os valores negativos assumidos pela variável x representam a movimentação do ponto sobre o ciclo no sentido horário.

Figura 9: Resposta de um aluno na questão 9 (a)

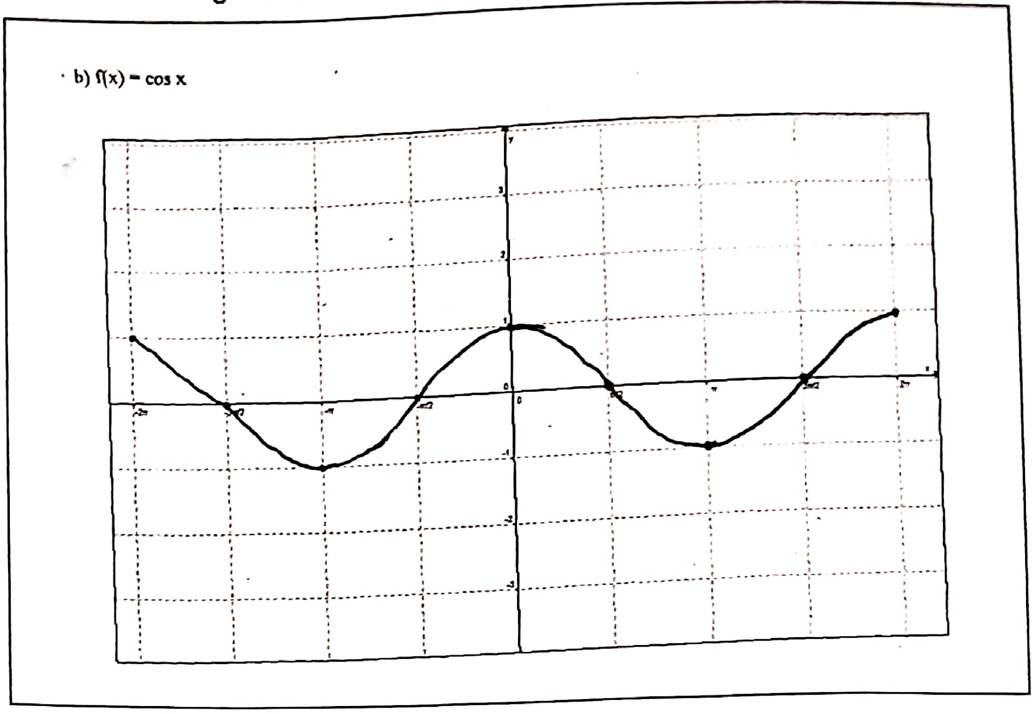
9) Como já vimos f(x) = sen x e g(x) = cos x são funções reais, e podem ser representadas no sistema cartesiano. No eixo x marcaremos os arcos e no eixo y, a imagem. Construa os gráficos das funções a seguir, determinando o domínio e a imagem.

a) f(x) = sen x



Fonte: Protocolo de pesquisa

Figura 10: Resposta de um aluno na questão 9 (b)



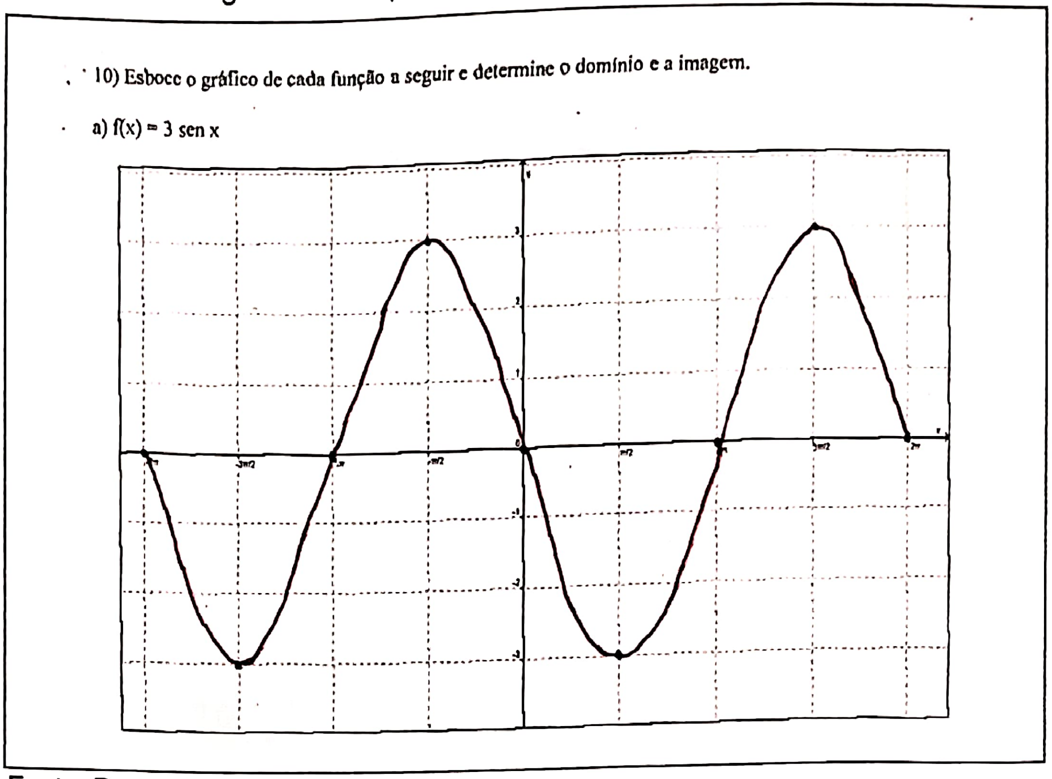
Fonte: Protocolo de pesquisa

Na questão dez, os alunos deveriam fazer a construção e perceber as transformações em relação aos gráficos das funções f(x) = sen *x* (Figura 12) e f(x) = cos *x* (Figura 13). Após a construção, eles poderiam utilizar o *software* Geogebra para conferir suas construções. De um modo geral, não houve dificuldades no traçado dos gráficos e, eles conseguiram perceber as dilatações e translações ocorridas.

Figura 11: Alunos construindo os gráficos no Geogebra

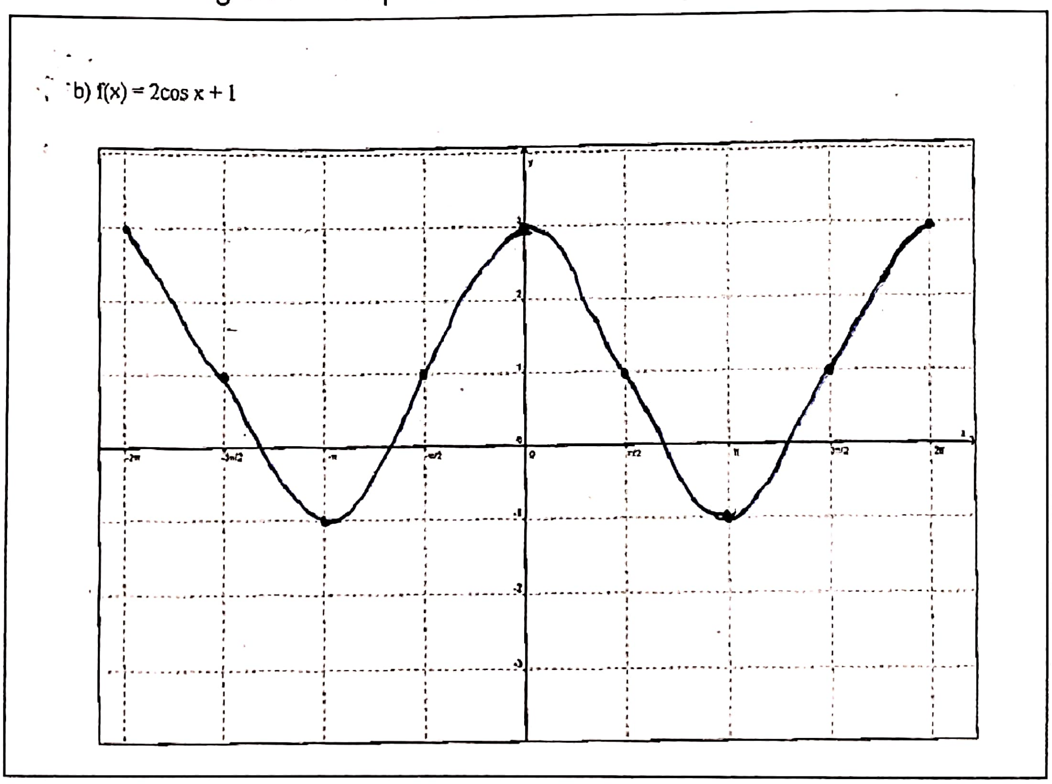
Fonte: Protocolo de pesquisa

Figura 12: Resposta de um aluno na questão 10 (a)



Fonte: Protocolo de pesquisa

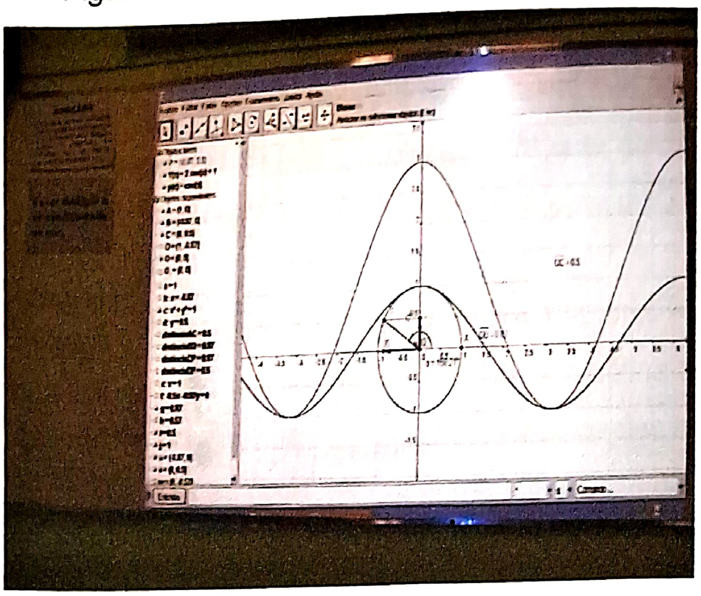
Figura 13: Resposta de um aluno na questão 10 (b)



Fonte: Protocolo de pesquisa

A utilização do recurso tecnológico como o *software* Geogebra foi de extrema importância para a resolução das questões propostas, uma vez que por meio dele a visualização das transformações pelas quais as funções f(x) = sen *x* e f(x) = cos *x* passaram se tornou mais evidente.

Figura 14: Gráfico construído no Geogebra



Fonte: Protocolo de pesquisa

3. Conclusão

A aplicação da atividade proporcionou a professora em formação uma vivência da realidade de sala de aula, na qual foi possível perceber que os alunos desta turma se mostraram muito receptivos em relação ao estudo das funções trigonométricas seno e cosseno, apesar de já terem estudado este conteúdo nas séries anteriores.

Por esse motivo, a atividade acabou assumindo um caráter de revisão e não de investigação como era o esperado e, acredita-se que a sequência tenha conseguido obter a atenção dos alunos por se tratar de uma abordagem diferente da tradicional no ensino das funções seno e cosseno e pela utilização do recurso tecnológico.

Assim, percebeu-se que a execução deste trabalho atingiu de forma parcial seus objetivos, uma vez que pretendia analisar a didática da atividade e o quanto ela poderia contribuir para a aprendizagem de alunos das séries iniciais do Ensino Médio. Então, por não se tratar de um conteúdo inédito para a turma, não foi possível definir se o bom desempenho dos alunos na resolução das questões se deve ao fato deles já terem estudado ou se a sequência didática por si só seria suficiente para promover o aprendizado. É importante ressaltar, o quanto é relevante a utilização de recursos tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem, uma vez que a aula pode se tornar mais dinâmica e significativa, desde que estes recursos sejam bem utilizados.

Assim, mesmo não contando com a turma adequada para a aplicação da atividade, foi possível perceber que a mesma contribuiu de maneira significativa para os alunos, uma vez que tiveram oportunidade de esclarecer dúvidas e revisar este conteúdo de modo diferente e com o auxílio do *software* Geogebra. É importante salientar o entusiasmo dos alunos relatado nas avaliações realizadas ao final da atividade, por meio das quais se mostraram satisfeitos em poder investigar e compreender de maneira mais dinâmica os conceitos pretendidos nesta atividade.

A sugestão é que a atividade seja aplicada em uma turma que ainda não tenha estudado tal conteúdo, uma vez que a mesma foi elaborada com o objetivo de instigar a construção do conceito das funções trigonométricas seno e cosseno com base no movimento de um ponto sobre o ciclo.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática (ensino de 5ª a 8ª série). Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf> acesso em: 18 mar. 2013.

CASTRO, T. F. C.; BARRETO, T. M.; MARQUES, C. M.; SILVA, G. R. **Funções trigonométricas no ciclo utilizando o *software* geogebra**. In: III Semana de Matemática do IF Fluminense, 2010, Campos dos Goytacazes. III Semana de Matemática. Campos dos Goytacazes: Essencia, 2010.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar**. V.3. Ed. 7. São Paulo. Atual, 1993.

APÊNDICE

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE Campus Campos-Centro   Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica   Ministério da Educação   GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

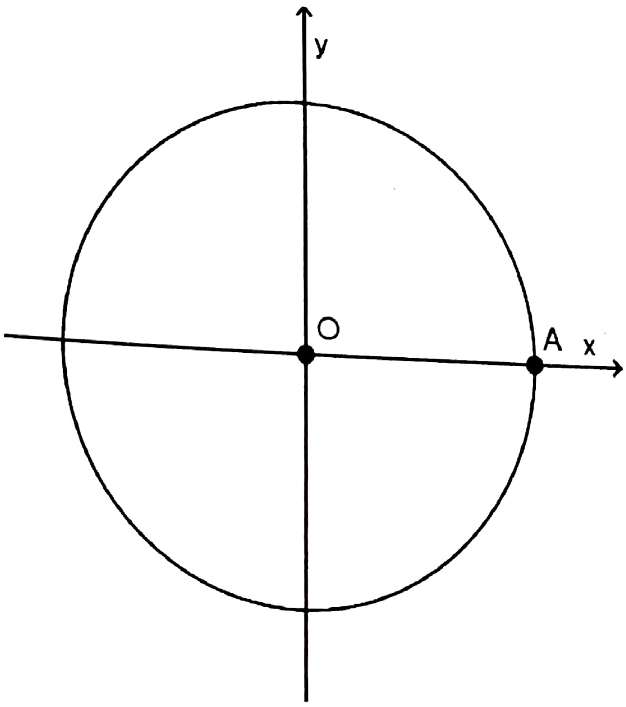
LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA II
LEAMAT II/ 2013.1

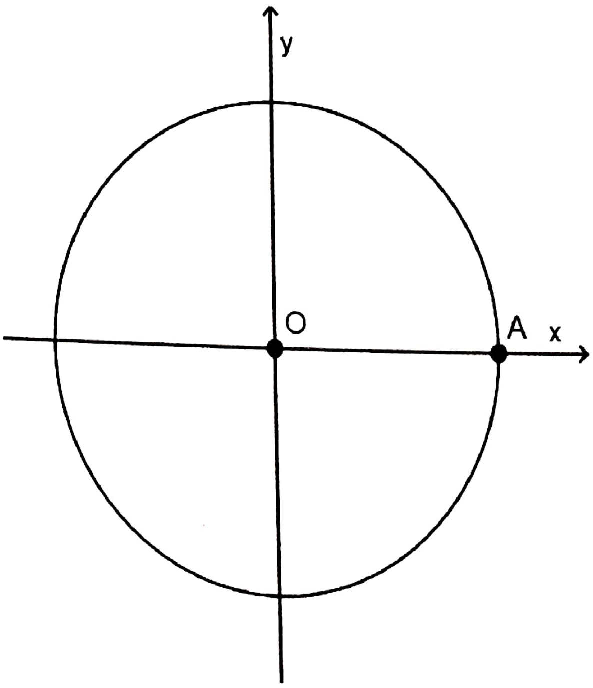
Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra
Professora orientadora: Taís Freitas de Carvalho Castro
Professora em formação: Lucivânia Coutinho Soares e Sandra Maria de Souza Silva[1]
Aluno (a): ____
Data: ____/____/______

DINAMIZANDO O ENSINO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS SENO E COSSENO COM O AUXILIO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA

1) Usando o transferidor, marque ângulos e arcos no ciclo trigonométrico:

a) Com intervalos de 45° a partir da origem A.   b) Com intervalos de $\frac{\pi}{4}$ rad a partir da origem A.

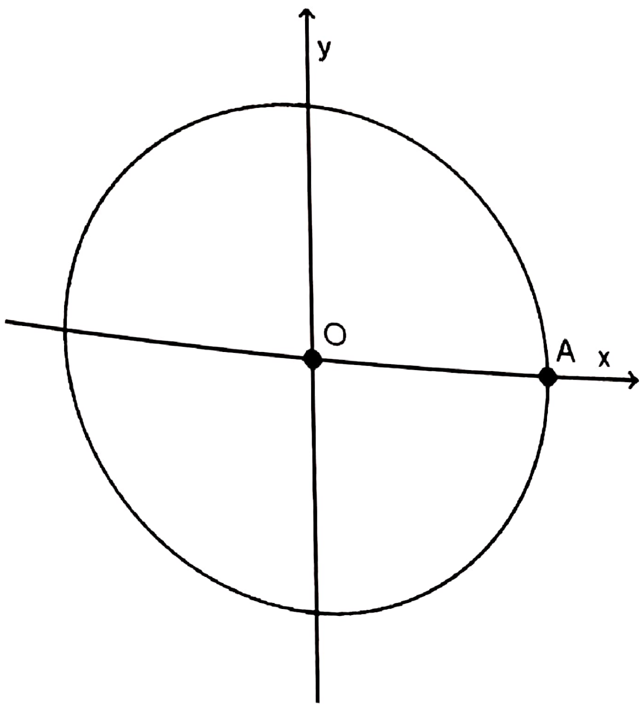




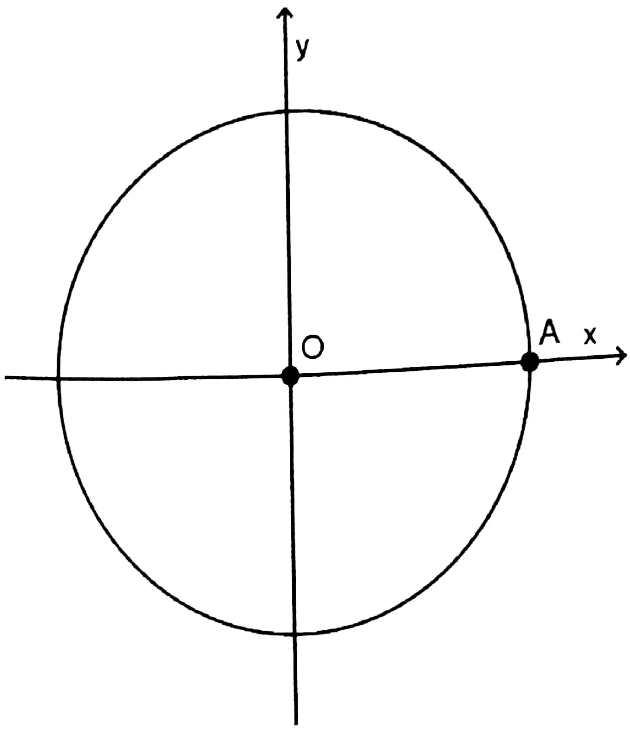
[1] A professora em formação contribuiu com parte da elaboração dessa atividade.

2) Usando o transferidor, marque ângulos e arcos no ciclo trigonométrico:

a) Com intervalos de 30° a partir da origem A.



b) Com intervalos de $\frac{\pi}{6}$ rad a partir da origem A.



3) Com base na relação entre graus e radianos observada, faça a conversão de graus para radianos e de radianos para graus:

a) 18° ______________________

b) 125° ______________________

c) $\frac{13\pi}{12}$ ______________________

d) $\frac{169\pi}{90}$ ______________________

Nota:

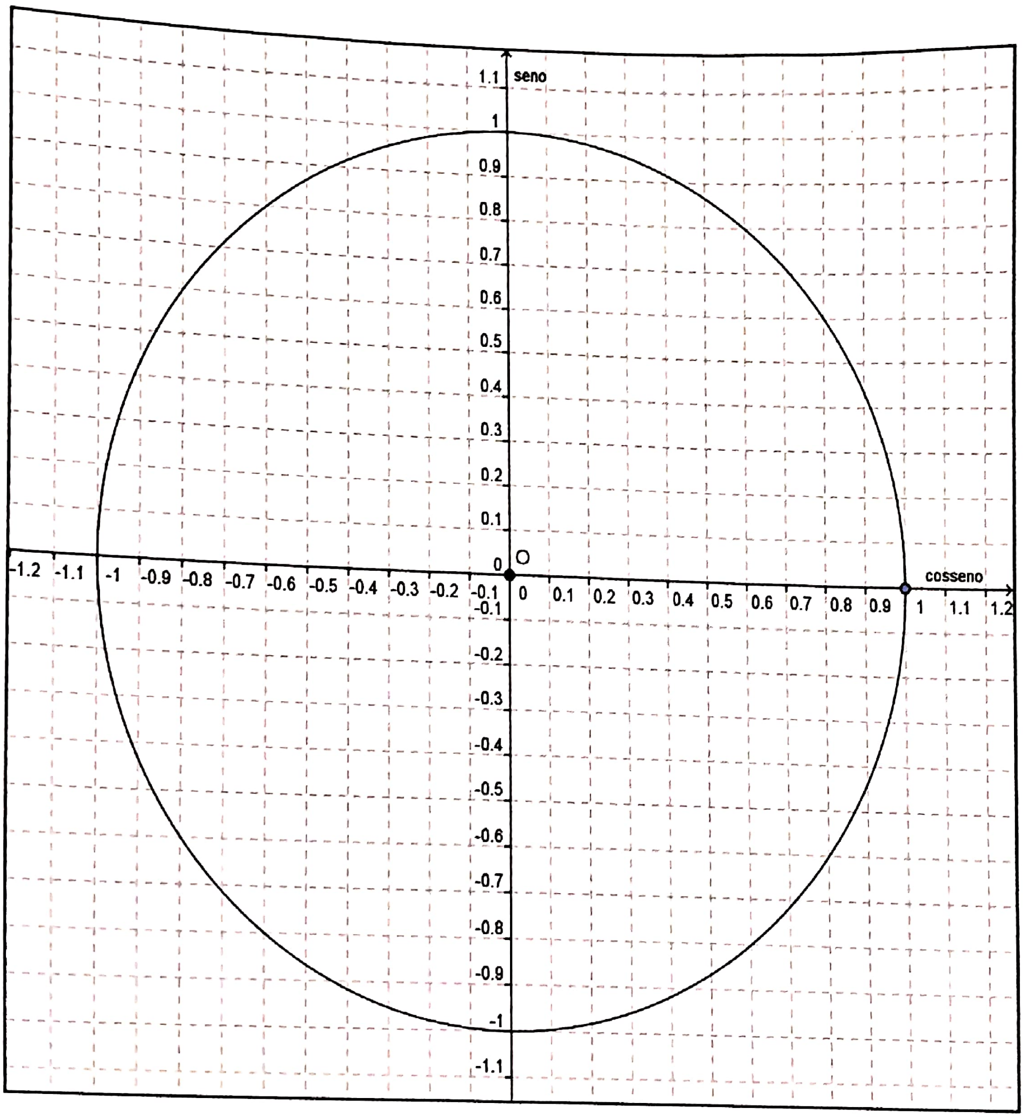
- Radiano (símbolo rad) é um arco unitário cujo comprimento é igual ao raio da circunferência que contém o arco a ser medido. [2]
- Grau é um arco unitário igual a $\frac{1}{360}$ da circunferência que contém o arco a ser medido. [3]

---

[2] IEZZI, 1993.
[3] IEZZI, 1993

4) Com o auxílio do *software* Geogebra, represente graficamente no ciclo trigonométrico e anote os resultados encontrados nos espaços:

- sen 80º ____________
- sen 420º ____________
- sen -50º ____________
- sen $\frac{3\pi}{4}$ rad ____________
- cos -210º ____________
- cos $\frac{\pi}{12}$ rad ____________
- cos $-\frac{5\pi}{3}$ rad ____________
- cos $\frac{10\pi}{8}$ rad ____________



5) Com base na questão anterior, responda:

a) O que é o seno de um arco?

b) O que é o cosseno de um arco?

c) Preencha a tabela com o auxílio do *software* Geogebra:

Arco em grau	Arco em radiano	Valor do seno	Valor do cosseno
-30º			
-240º			
-300º			
30°			
50°			
155º			
270°			
345°			
480º			
780º			
	x		

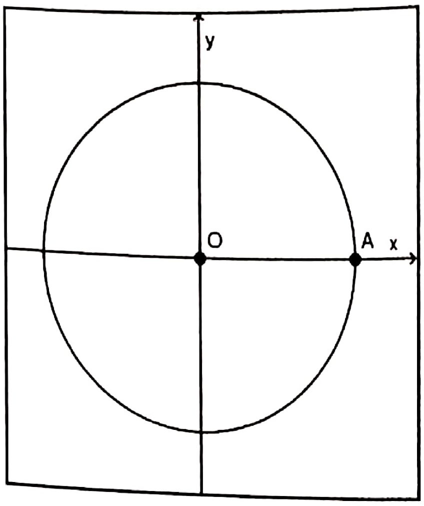
Notemos que, de modo geral, dado um arco de medida x radianos, podemos associar a ele o valor do seno desse arco. E assim, escrever: $y = \text{sen } x$. Do mesmo modo, podemos associar a esse arco o valor do cosseno. E assim, escrever: $y = \cos x$.

Observando que x pode assumir qualquer valor dentro do conjunto dos números reais, podemos dizer que o seno de um arco varia em função da medida desse arco. Da mesma forma, podemos dizer que o cosseno de um arco varia em função da medida desse arco. Assim, definimos as funções seno e cosseno:

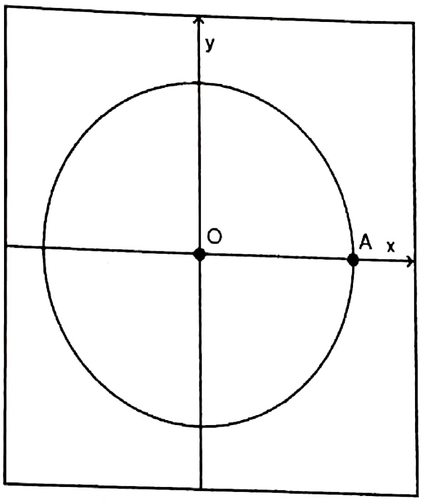
- Chamamos então de função seno a função IR em IR que a cada número real x associa o seno desse número. Ou seja, $f: \mathbb{IR} \to \mathbb{IR}$, com $f(x) = \text{sen } x$.

- Chamamos então de função cosseno a função IR em IR que a cada número real x associa o cosseno desse número. Ou seja, $f: \mathbb{IR} \to \mathbb{IR}$, com $f(x) = \cos x$.

6) Com o auxílio do *software* Geogebra e partindo do ponto A de coordenadas (1,0), faça o ponto P percorrer todos os quadrantes observando o comportamento do seno em cada um deles. Anote em cada quadrante do ciclo trigonométrico a seguir, se o seno é crescente ou decrescente, positivo ou negativo.



7) Com o auxílio do software Geogebra e partindo do ponto A de coordenadas (1,0), faça o ponto P percorrer todos os quadrantes observando o comportamento do cosseno em cada um deles. Anote em cada quadrante do ciclo trigonométrico a seguir, se o cosseno é crescente ou decrescente, positivo ou negativo.

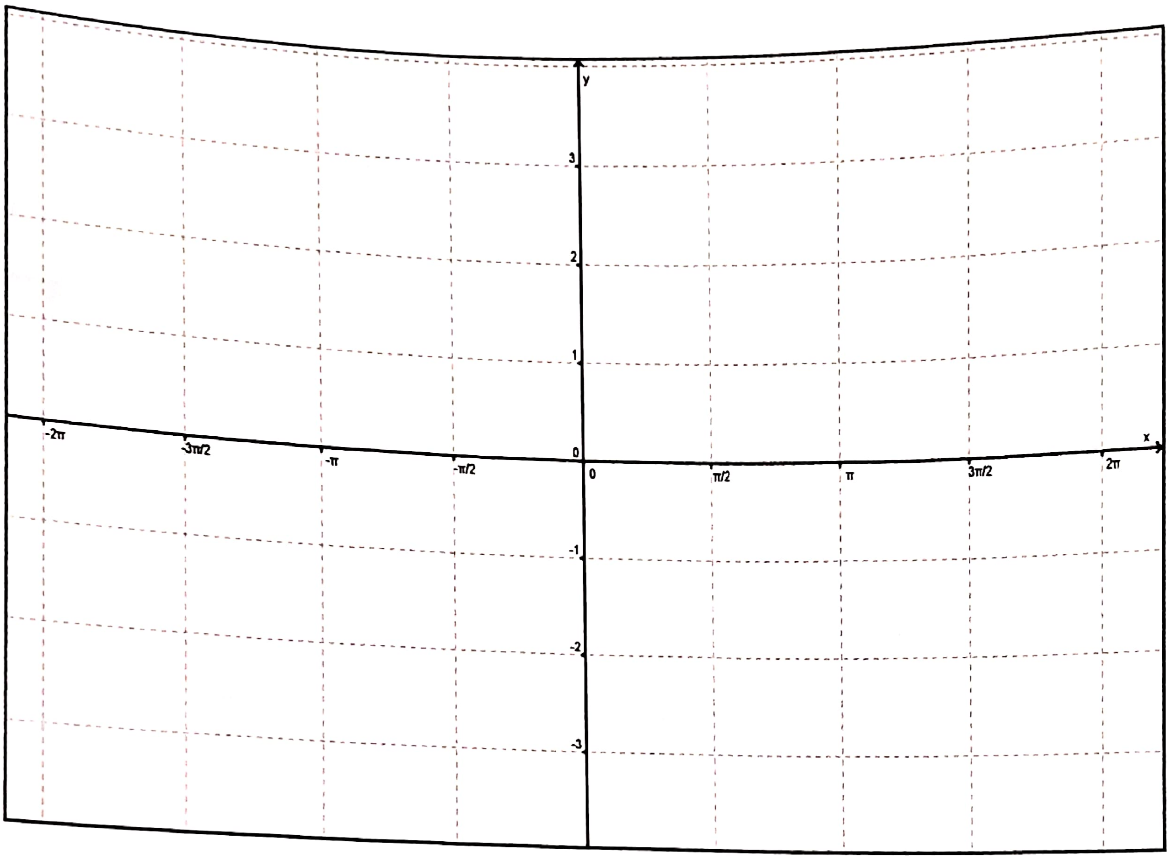


8) Com base na observação do comportamento das funções seno e cosseno no ciclo trigonométrico, determine:

Função	**f(x) = sen x**	**f(x) = cos x**
Domínio		
Imagem		

9) Como já vimos f(x) = sen x e g(x) = cos x são funções reais, e podem ser representadas no sistema cartesiano. No eixo x marcaremos os arcos e no eixo y, a imagem. Construa os gráficos das funções a seguir, determinando o domínio e a imagem.

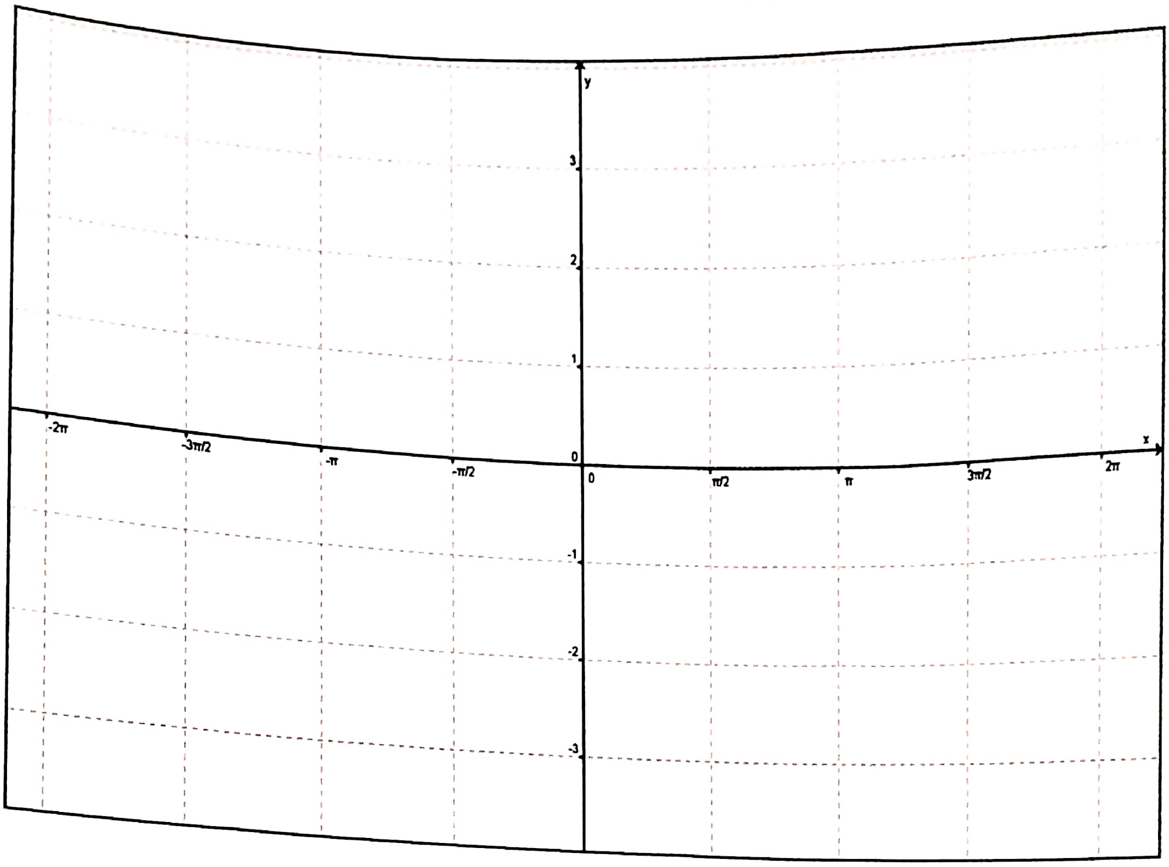
a) f(x) = sen x



x	-2π	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Sen x															

Função	**f(x) = sen x**
Domínio	
Imagem	

b) f(x) = cos x

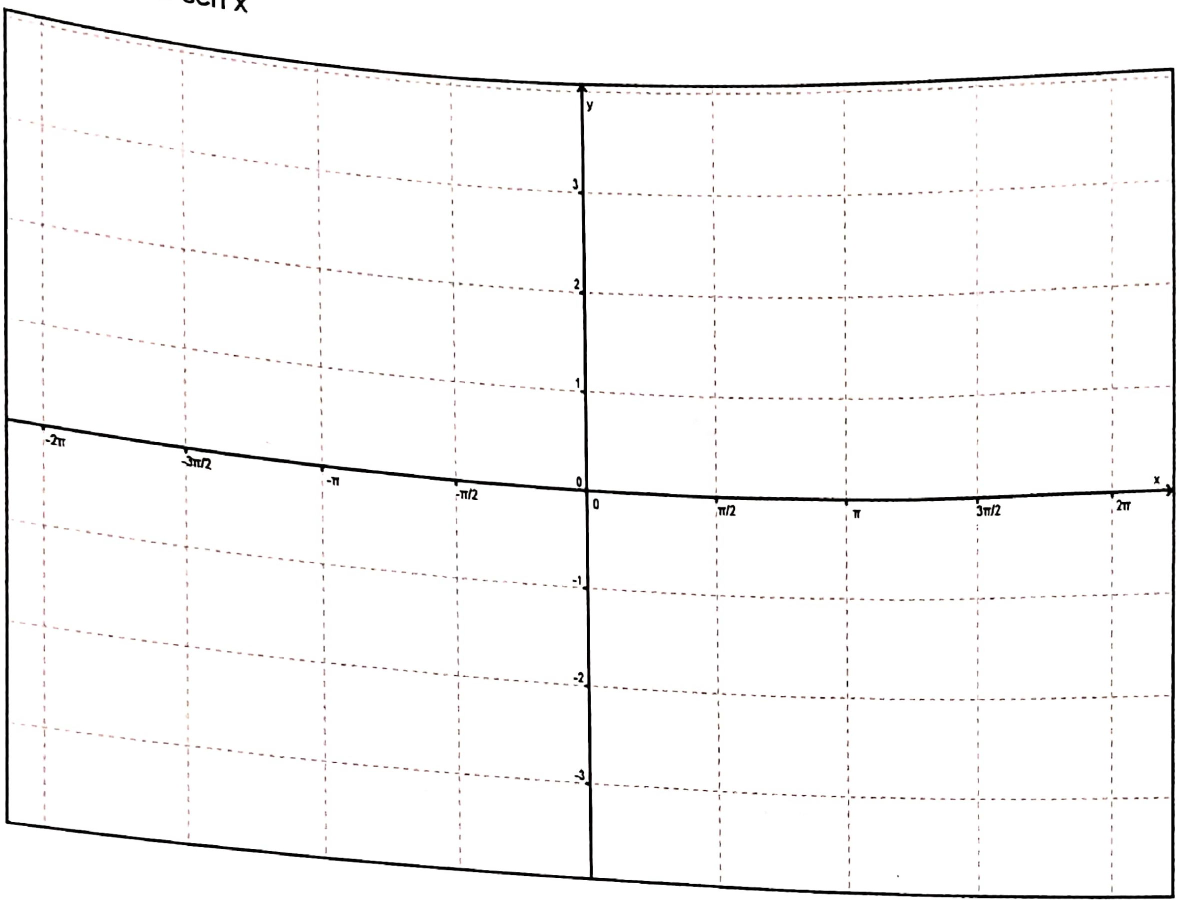


x	-2π	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Cos x															

Função	f(x) = cos x
Domínio	
Imagem	

10) Esboce o gráfico de cada função a seguir e determine o domínio e a imagem.

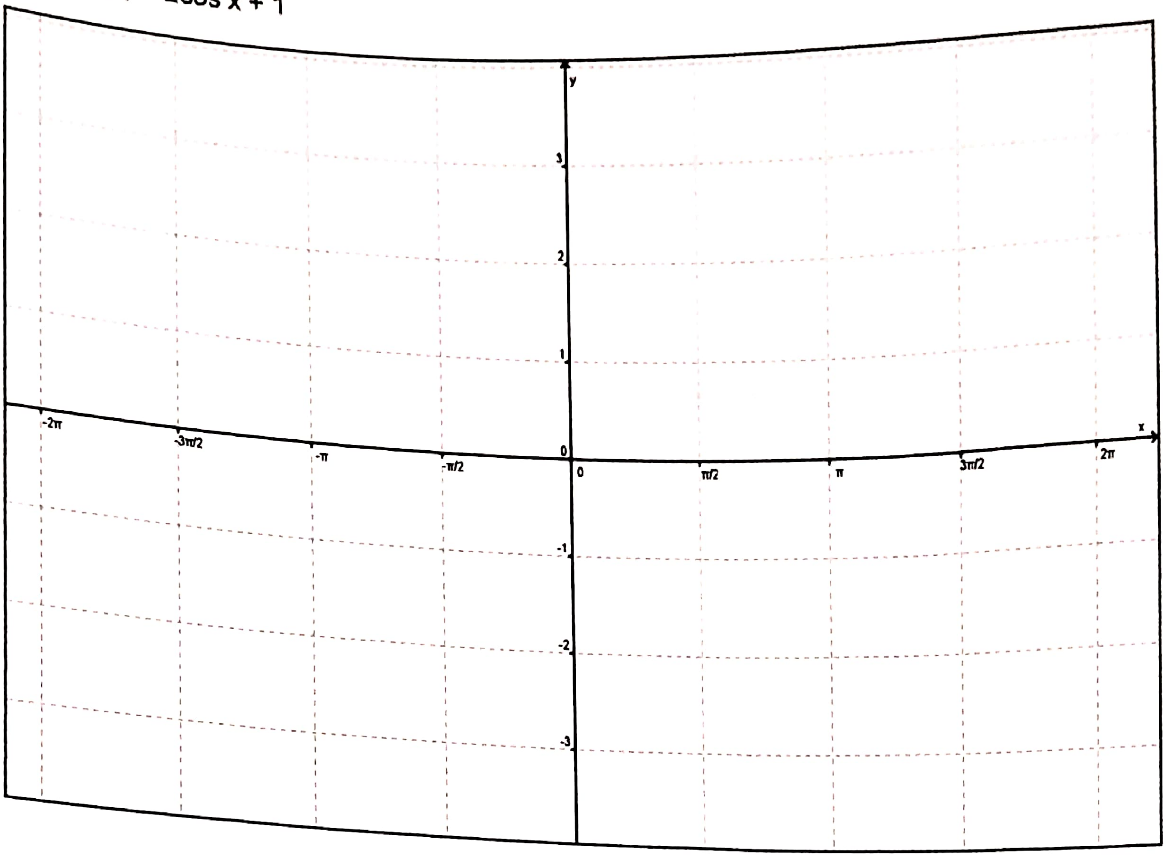
a) f(x) = 3 sen x



x	-2π	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y									

Função	f(x) = 3 sen x
Domínio	
Imagem	

b) f(x) = 2cos x + 1



x	-2π	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y									

Função	f(x) = 2 cos x + 1
Domínio	
Imagem	

Referências

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar**. V.3. Ed. 7. São Paulo. Atual, 1993.

Campos dos Goytacazes, 31 de Julho de 2014.

Mucirânia Coutinho Soares

[illegible]