INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE

Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica

Ministério da Educação

RELATÓRIO LEAMAT

RESOLUÇÃO GRÁFICA DE SISTEMAS LINEARES COM DUAS EQUAÇÕES E DUAS INCÓGNITAS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

IGOR CARDOSO DE ABREU
LARISSA CONSOLE DE OLIVEIRA
THIAGO FRAGOSO GONÇALVES

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2014.2

IGOR CARDOSO DE ABREU
LARISSA CONSOLE DE OLIVEIRA
THIAGO FRAGOSO GONÇALVES

RELATÓRIO LEAMAT

RESOLUÇÃO GRÁFICA DE SISTEMAS LINEARES COM DUAS EQUAÇÕES E DUAS INCÓGNITAS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Campus Campos-Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Carla Antunes Fontes

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2014.2

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Para escolha do tema, vale destacar a importância dos Sistemas Lineares para a Matemática, como os próprios Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998, p. 121) preceituam: "(...) é importante que os alunos percebam que as equações, sistemas e inequações facilitam muito as resoluções de problemas difíceis do ponto de vista aritmético." Levar para o aluno a importância desse conteúdo e que seu entendimento é um meio para resolução de diversos problemas.

Durante nossas pesquisas e por experiências próprias, foi possível perceber a pouca ênfase que é dada a resolução gráfica dos sistemas, devido a esse fato, escolhemos abordar esse tema em nosso trabalho.

Ainda segundo os PCN (BRASIL, 1998, p. 118), temos a importância da resolução gráfica para a compreensão dos sistemas lineares: "Convém também destacar a importância dos gráficos para o desenvolvimento de conceitos e procedimentos algébricos e para mostrar a variedade de relações possíveis entre duas variáveis".

Segundo Bianchini e Jordão (2012), temos ainda um novo olhar sobre a resolução gráfica, ressaltando a contribuição dessa abordagem que não só facilita o entendimento, mas também leva os alunos à discussão das classificações dos sistemas:

> Uma investigação feita por Battaglioli (2008) (...) ressalta a importância de se explorar o registro gráfico na resolução dos sistemas lineares, uma vez que tal procedimento poderá contribuir para que os alunos tenham maior facilidade, não só para entender o conjunto solução de um sistema linear, mas também para classificá-lo e discuti-lo quando necessário.[1]

Visando tornar a aula mais dinâmica e despertar o interesse do aluno, facilitando assim a construção do aprendizado, será utilizado um *software* para as representações gráficas dos sistemas lineares. Os próprios PCN (1998) do terceiro e quarto ciclos citam a utilização de recursos tecnológicos como suporte no estudo do tema a ser abordado.

[1] BIANCHINI; JORDÃO, 2012, p. 6.

> Assim, no trabalho com a Álgebra é fundamental a compreensão de conceitos como o de variável e de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica (...). Para apoiar a compreensão desses conceitos pode-se lançar mão da construção e interpretação de planilhas, utilizando recursos tecnológicos como a calculadora e o computador.[2]

2. OBJETIVOS

O objetivo do trabalho em questão é fornecer ao aluno uma nova maneira de resolver os Sistemas Lineares com duas equações e duas incógnitas, por meio da resolução gráfica. A proposta visa dar maior significação à resolução dos problemas dessa ordem, em detrimento da memorização de procedimentos. Ou seja, o objetivo é levar o discente à construção do conhecimento - não apenas mostrar o processo para que uma sequência de resolução seja aplicada - e dar um novo enfoque que será dado com o uso de um *banner*.

3. ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

3.1. Elaboração da Sequência Didática

A sequência didática apresentada neste trabalho foi elaborada com o objetivo de fornecer ao aluno uma nova maneira de resolver os sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas por meio da resolução gráfica.

A apostila desenvolvida pelos professores em formação tem início com exercícios que apresentam uma proposta de resolução pelo método da adição de três sistemas lineares. No intuito de relembrar a resolução pelo método da adição, cada sistema remete a um tipo de solução possível: sistema possível e determinado, sistema impossível e sistema possível e indeterminado.

Figura 1 - Questão 1

a) $\begin{cases} 2x + 3y = -7 \\ 2x + 2y = -4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 4 \\ -4x - 4y = -8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} a - b = 2 \\ 3a - 3b = 6 \end{cases}$

Fonte: elaboração própria.

---

[2] BRASIL, 1998, p. 84.

Em seguida, a apostila traz em sua questão 2 os conceitos das possíveis posições relativas entre duas retas num mesmo plano.

A questão 3, letras (A) e (B), trabalha o conceito de coordenadas no Plano Cartesiano, premissa básica para o bom transcorrer da sequência didática. Faz a ida com a leitura das coordenadas de pontos marcados no plano e a volta, com a marcação de pontos no plano a partir de coordenadas dadas. A questão 3-B, reforça ainda os conceitos trazidos pela questão 2, pois chama a atenção para as retas formadas a partir de alguns pontos marcados.

Figura 2 - Questão 3-B

b.1) Ligue os pontos A e D, B e C. Com relação à posição, como podemos chamar as retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{BC}$?

____

Fonte: elaboração própria.

A questão 4 trata especificamente da resolução gráfica dos sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas, ponto chave do nosso trabalho. Neste ponto, a apostila retoma todos os três sistemas da questão 1, mostrando que apesar dos métodos serem diferentes, as respostas eram iguais.

Para finalizar, a apostila traz um desafio, onde a partir de duas retas dadas, os alunos devem "montar" o sistema que as originou.

3.2. Relato da Aplicação da Sequência Didática na Turma do LEAMAT II

A sequência didática elaborada foi aplicada na turma do LEAMAT II no dia 03 de setembro de 2014, para o cálculo do tempo necessário para sua aplicação numa turma regular, visando também o retorno acerca da condução da aula e do conteúdo da apostila, aproveitando as sugestões para possíveis alterações.

A sequência didática teve início com uma régua sendo entregue a cada aluno. Deve-se levar em conta que apostila não foi entregue de uma vez. A folha que continha a questão 1 foi entregue, e notamos certa dificuldade de resolução, principalmente nos itens (b) e (c).

Já com a folha da questão 2 em mãos, os alunos não apresentaram nenhuma dificuldade em entender os conceitos das posições relativas entre duas retas num plano, tampouco em desenhar um exemplo de cada uma delas com auxílio da régua.

Na atividade 3, relembrou-se as representações de pares ordenados no Plano Cartesiano. A atividade foi finalizada com a marcação de pontos no plano, a partir de coordenadas dadas. Também nessa questão, os alunos do LEAMAT não apresentaram dificuldade.

A atividade 4 foi a resolução gráfica dos sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas, com uma sequência de questionamentos que os levaram a concluir que as soluções dos itens da questão 1, estão intrinsicamente ligadas à intersecção ou não intersecção das retas construídas no gráfico. Não houve grandes dificuldades e eles puderam concluir que as soluções gráficas e algébricas de cada item são iguais. Dessa forma, a sequência didática contribuiu para a ampliação do conhecimento acerca dos sistemas lineares de duas equações e duas incógnitas.

Para finalizar, foi proposto um desafio com "a volta", ou seja, montar um sistema linear de duas equações e duas incógnitas a partir de duas retas dadas de um Plano Cartesiano. Foi constatado que a não resolução desta atividade pela maioria dos alunos aponta para uma alteração da aplicação em uma turma regular.

A duração da atividade apontou a necessidade de três tempos de aula para a aplicação da sequência didática numa turma de Ensino Fundamental, com a otimização do tempo pelo uso de um Plano Cartesiano já impresso em forma de *banner*.

As alterações sugeridas na sequência didática, após a aplicação na turma do LEAMAT II foram:

a) Substituir no sistema da atividade 1, letra (c), as variáveis a e b por x e y, haja visto que não há convenção para as posições de a e b no par ordenado.

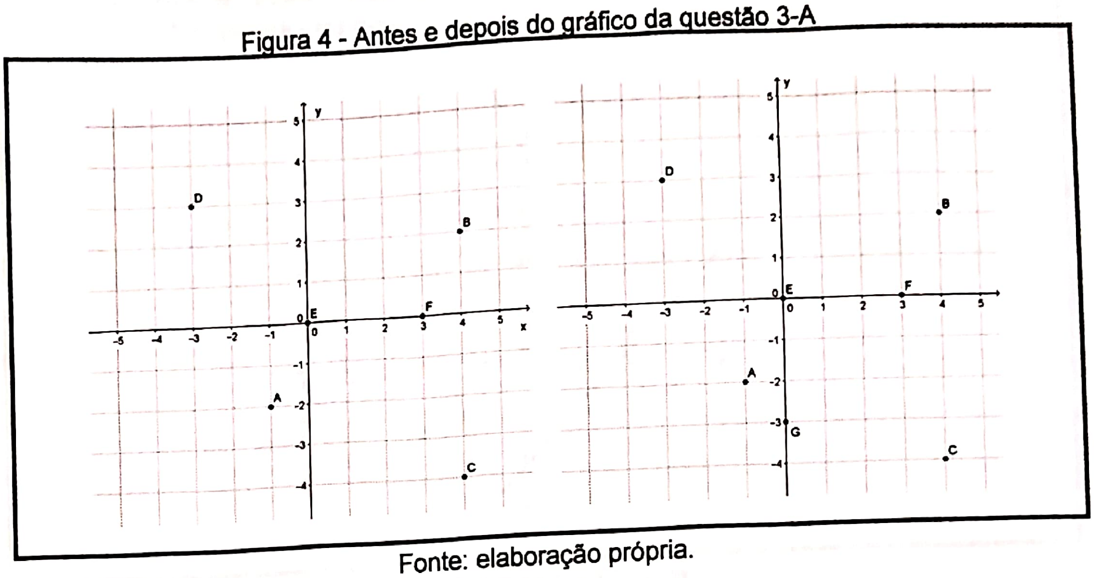
Figura 3 - Antes e depois da questão 1, letra (c)

c) $\begin{cases} a - b = 2 \\ 3a - 3b = 6 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x - 3y = 6 \end{cases}$

Fonte: elaboração própria.

b) Inserir um ponto na questão 3-A que pertença ao eixo y, no caso, o ponto $G = (0, -3)$.

Figura 4 - Antes e depois do gráfico da questão 3-A



Fonte: elaboração própria.

c) Alterar na questão 3-B a expressão "ligue os pontos" para "trace a reta que passa pelos pontos", e "como podemos chamar" para "como podemos classificar", tornando o enunciado mais correto.

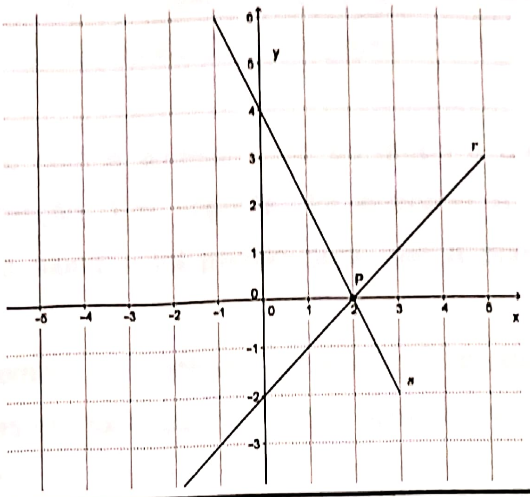
d) Alterar o enunciado dos itens 3 das letras (A), (B) e (C) da questão 4, para torna-los mais inteligíveis.

e) Modificar completamente o desafio, uma vez que ele necessitava de conceitos ainda não adquiridos pelos alunos do 8º ano. Foi feita então uma questão extra, como se pode verificar na figura a seguir.

Figura 5 - Desafio

DESAFIO

Dadas as retas no plano cartesiano abaixo, monte o sistema de duas equações e duas incógnitas que as originou.



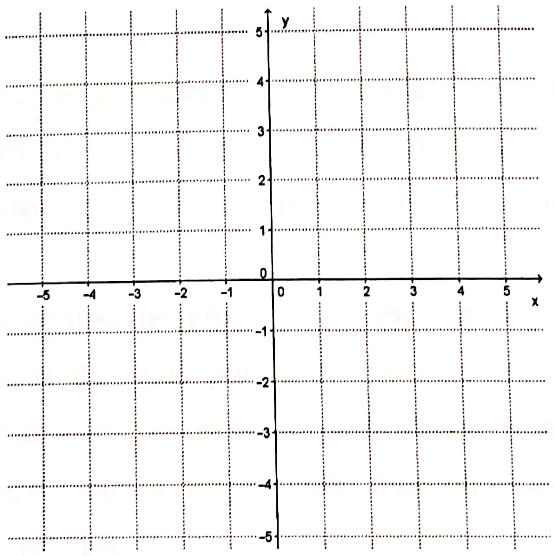
Fonte: elaboração própria.

Figura 6 - Questão Extra

QUESTÃO EXTRA

Resolva o sistema abaixo e mostre graficamente sua resposta.

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ -x + y = -2 \end{cases}$$



Fonte: elaboração própria.

3.3. Relato Da Aplicação Da Sequência Didática Na Turma Regular

A aplicação foi realizada no dia 05 de dezembro de 2014, durante duas horas, no 8º ano do Colégio Estadual Rotary II, na cidade de Campos dos Goytacazes, no bairro Custodópolis. Estavam presentes 16 alunos e a professora regente da turma.

A aula começou com a apresentação do grupo e do tema por um dos professores em formação. Em seguida, foi entregue a primeira parte das atividades para cada aluno e foi pedido para que a primeira questão fosse resolvida.

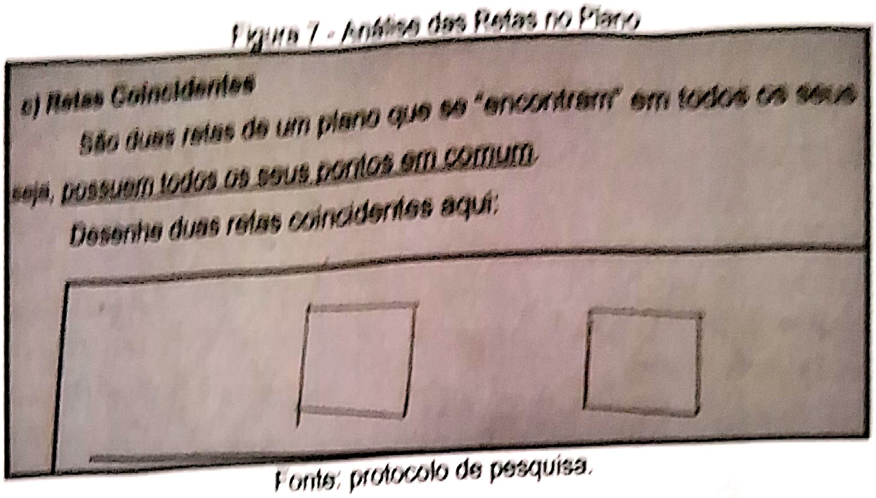
A turma não lembrou o conteúdo para que a atividade fosse realizada, assim, os professores em formação fizeram o item (a), no quadro, junto com a turma. Após a explicação, os professores em formação circularam pela sala, orientando nas resoluções dos itens (b) e (c). A turma foi alertada para o fato que o tipo de resposta a ser encontrada nestes dois itens seria diferente da encontrada no item (a), no qual havia sido encontrado um par ordenado: $S = \{(1, -3)\}$.

Alguns alunos relataram a um dos professores em formação que este conteúdo havia sido visto no ano anterior, mas eles já não se lembravam mais do que haviam estudado.

Após 25 minutos, os professores em formação resolveram no quadro os itens (b) e (c). No item (b), foi explicado o que é um sistema impossível: $S = \emptyset$. No item (c), explicou-se o que é sistema possível e indeterminado, dando vários valores para x.

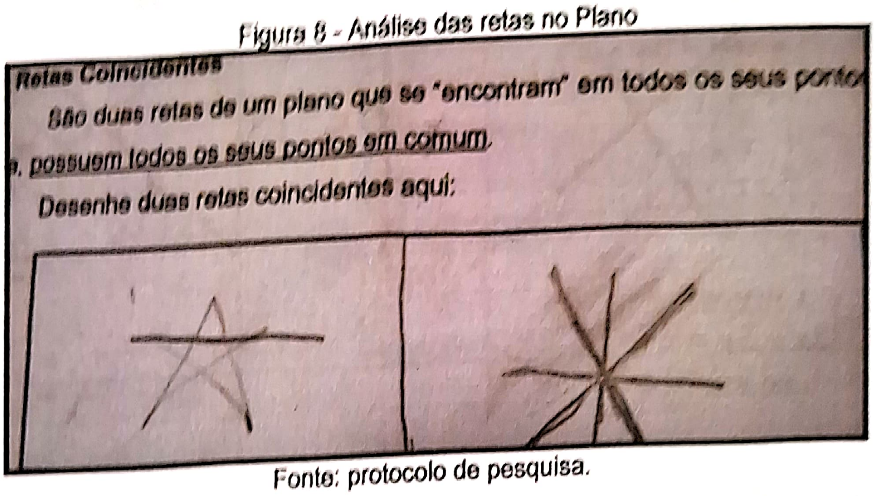
Na questão 2, os professores em formação explicaram um item de cada vez, reforçando os conceitos de retas paralelas, concorrentes e coincidentes. Os alunos também se lembraram das retas perpendiculares, no item (b). Os itens (a) e (b) foram feitos com poucas dificuldades, pois os alunos, instintivamente, procuraram por retas distintas. No item (c), entretanto, houve surpresa quando os professores em formação foram ao quadro e traçaram duas retas coincidentes.

Figura 7 - Análise das Retas no Plano



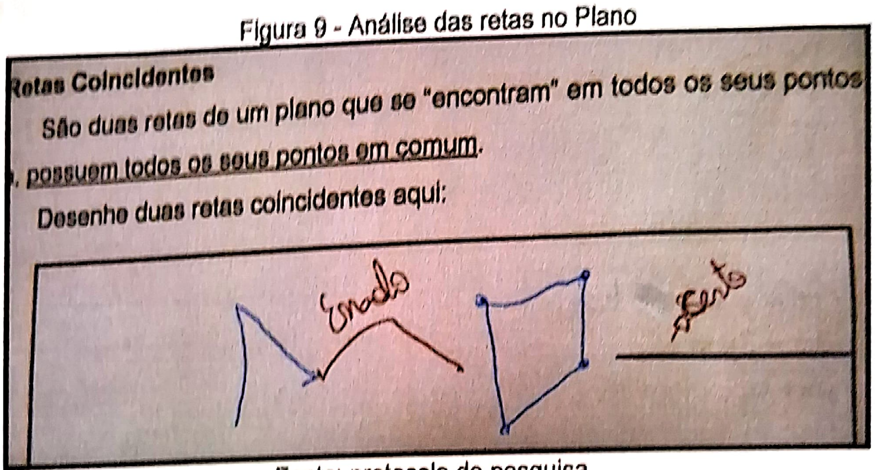
Fonte: protocolo de pesquisa.

Figura 8 - Análise das retas no Plano



Fonte: protocolo de pesquisa.

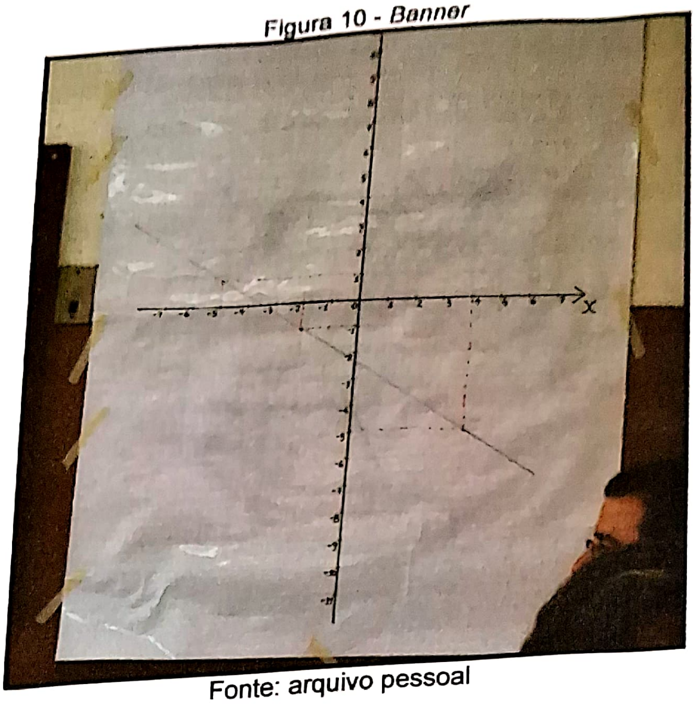
Figura 9 - Análise das retas no Plano



Fonte: protocolo de pesquisa.

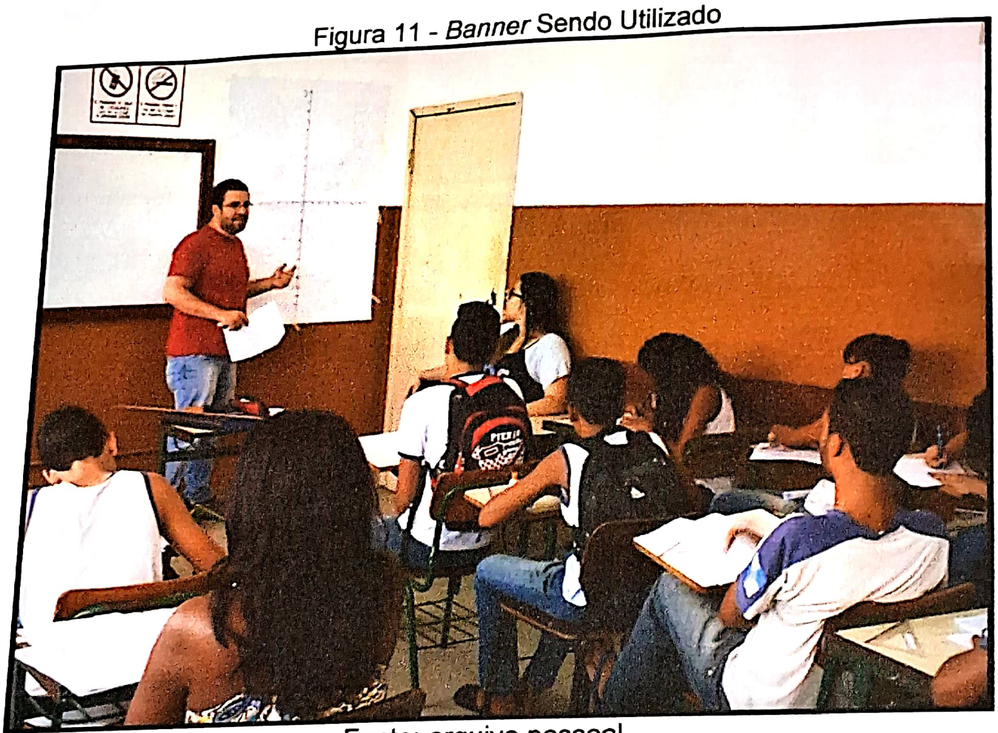
Em seguida, foi entregue a segunda parte da sequência didática, com a questão 3, que tinha o objetivo de relembrar alguns conceitos a respeito do plano cartesiano. Os alunos disseram que não tinham conhecimento sobre esse tema, logo, os professores em formação fizeram uma breve explicação do conteúdo, utilizando um *banner* feito por eles mesmos.

Figura 10 - *Banner*



Fonte: arquivo pessoal

Figura 11 - *Banner* Sendo Utilizado



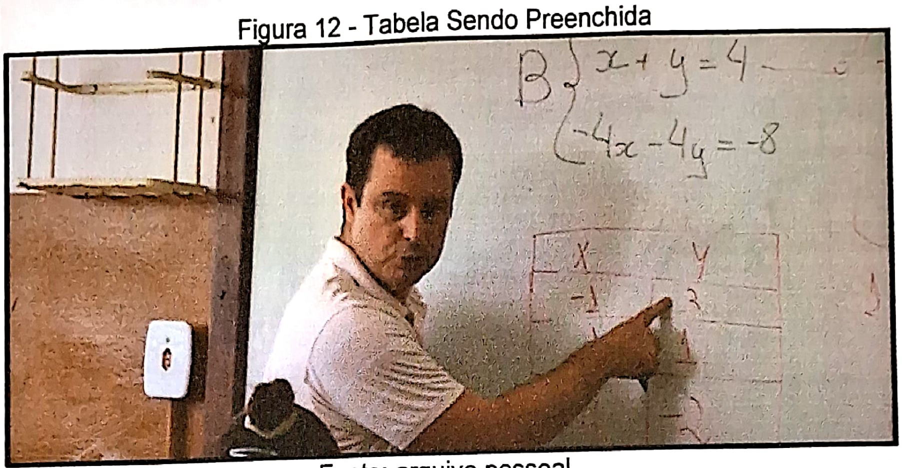
Fonte: arquivo pessoal.

No item (A), os pontos A e B foram feitos juntos com a turma. Os demais foram reconhecidos pelos estudantes com o auxílio dos professores em formação, que percorreram as carteiras. Após alguns minutos serem dados para os alunos, o restante foi feito no quadro.

No item (B), a turma teve alguns minutos para resolver o que foi pedido na atividade. Em seguida, foi feita a correção do item (b.1). Depois de mais alguns minutos foram feitas as correções dos itens (b.2) e (b.3), nos quais os alunos não tiveram dificuldades.

A quarta e última parte da sequência elaborada foi entregue para a turma e explicada pelos professores em formação. Para o item (A), foi explicado como encontrar y sendo dado o valor de x na Tabela 1, que foi preenchida em conjunto com os alunos. Após a marcação dos pontos encontrados no plano cartesiano, foi feito o traçado da reta correspondente à Tabela 1. O mesmo foi feito para a Tabela 2.

Figura 12 - Tabela Sendo Preenchida



Fonte: arquivo pessoal.

Ainda no item (A), no qual o sistema é possível e determinado, foi perguntado aos alunos o que deveria ocorrer graficamente para que um sistema fosse possível e determinado. Em seguida, pediu-se que os alunos respondessem, com as próprias palavras, os itens (a.2) e (a.3).

No item (B), foi sugerido pela professora orientadora que os resultados das tabelas fossem obtidos rapidamente, para agilizar a aplicação por conta do horário já avançado. Foi orientado pelos professores em formação que os valores de x eram diferentes dos fornecidos no item (A). Ainda a respeito do item (B) o sistema impossível foi relacionado às retas paralelas pelos professores em formação.

Figura 13 - Análise dos Resultados do Item 4-A

a.2) Compare essa resposta com a encontrada na letra (a) do item 1.

Tem a mesma solução (1,-2)

a.3) Este sistema é chamado de "possível e determinado". Baseando-se neste exemplo, o que ocorre geometricamente quando dizemos que um sistema é possível e determinado?

Quando as duas retas se encontram em um ponto. Esse ponto é a solução.

Fonte: protocolo de pesquisa.

Figura 14 - Análise dos Resultados do Item 4-B-b.3

b.3) Este sistema é chamado de "impossível". Baseando-se neste exemplo, o que ocorre geometricamente quando dizemos que um sistema é impossível?

Quando as retas não se encontra seria impossível encontrar o ponto de intersecção.

Fonte: protocolo de pesquisa.

Figura 15 - Análise dos Resultados do Item 4-B-b.3

b.3) Este sistema é chamado de "impossível". Baseando-se neste exemplo, o que ocorre geometricamente quando dizemos que um sistema é impossível?

São retas paralelas então elas nunca se encontram

São um sistema impossível.

Fonte: protocolo de pesquisa.

No item (C), os professores em formação retomaram o sistema possível e indeterminado encontrado no item (c) da questão 1, no início da aula. Para explicar o item (C), foram retomados os resultados dos itens (A) e (B) desta mesma questão.

Figura 16 - Análise dos Resultados do Item 4-C-c.3

c.3) Este é um sistema chamado de "possível e indeterminado". Baseando-se neste exemplo, o que ocorre geometricamente quando dizemos que um sistema é possível e indeterminado?

Porque não conseguimos ter uma única solução.

Fonte: protocolo de pesquisa.

A questão extra que havia sido preparada, não foi aplicada, pois foi percebido pelos professores em formação e pela professora orientadora a dispersão dos alunos que já demonstravam certo cansaço ao fim da aplicação. A questão foi entregue para que eles resolvessem em suas casas, caso fosse do interesse de cada um.

4. CONCLUSÕES

O trabalho cumpriu o objetivo, visto que os alunos participaram efetivamente de todas as atividades propostas e demonstraram ao final da sequência didática que o conhecimento anterior foi ampliado, levando-se em consideração as respostas tabuladas durante a observação.

Percebeu-se que o tempo de três aulas, planejado anteriormente, seria suficiente para a aplicação de toda sequência didática, entretanto, a dispersão da turma ao final da aula, tendo transcorrido duas horas da experimentação, levou os professores em formação a agilizarem a parte final das atividades.

Acredita-se que o uso do *banner* como plano cartesiano estimulou a participação dos alunos, pois, este material criado pelos professores em formação, era visualmente atrativo. Outro fator que merece destaque é a dinâmica alcançada com sua utilização, pois o plano cartesiano, já que a escola não possuía recursos tecnológicos disponíveis na sala de aula, deveria ser desenhado várias vezes durante a aplicação.

Dentre as reflexões realizadas pelo grupo de professores em formação, pode-se constatar que o conhecimento algébrico dos alunos era maior que o geométrico, evidenciando a defasagem neste conteúdo.

De modo geral, foi notável o envolvimento da turma com o tema apresentado e a surpresa ao perceberem a relação entre as resoluções algébricas e geométricas dos sistemas.

5. REFERÊNCIAS

BIANCHINI, Barbara Lutaif; JORDÃO, Ana L. Infantozzi. *Um estudo sobre a resolução algébrica e gráfica de sistemas lineares 3x3 no 2º ano do Ensino Médio.* São Paulo – SP, 2012;

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (5ª a 8ª séries).* Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998;

GIL, Katia Henn. *Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra.* IX Encontro Nacional de Matemática. Belo Horizonte – MG, SBEM, 2007;

PEDROSO, Sandra M. Dias; SEIXAS, Roziane T. L. Borges. *Sistematizando a Álgebra através de uma atividade prazerosa: o jogo.* Ponta Grossa – PR, 2008.

APÊNDICE

APÊNDICE A: Atividade Aplicada à Turma do LEAMAT II

Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática.

Linha de Pesquisa: Álgebra.

Orientadora: Profª. Carla Antunes Fontes.

Professores em Formação: Igor Cardoso de Abreu, Larissa Console de Oliveira, Thiago Fragoso Gonçalves.

Aluno: ________________________________

Resolução Gráfica de Sistemas Lineares com Duas Equações e Duas Incógnitas

1) <u>Para Relembrar: Resolução de Sistemas Lineares de Duas Equações e Duas Incógnitas pelo Método da Adição</u>

a) $\begin{cases} 2x + 3y = -7 \\ 2x + 2y = -4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 4 \\ -4x - 4y = -8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} a - b = 2 \\ 3a - 3b = 6 \end{cases}$

2) Posições Relativas de Duas Retas num Plano

a) Retas Paralelas

São duas retas de um plano que nunca se “encontram”, isto é, não há ponto de intersecção entre elas.

Desenhe duas retas paralelas aqui:

b) Retas Concorrentes

São duas retas de um plano que se “encontram” em um único ponto, ou seja, possuem um único ponto de intersecção.

Desenhe duas retas concorrentes aqui:

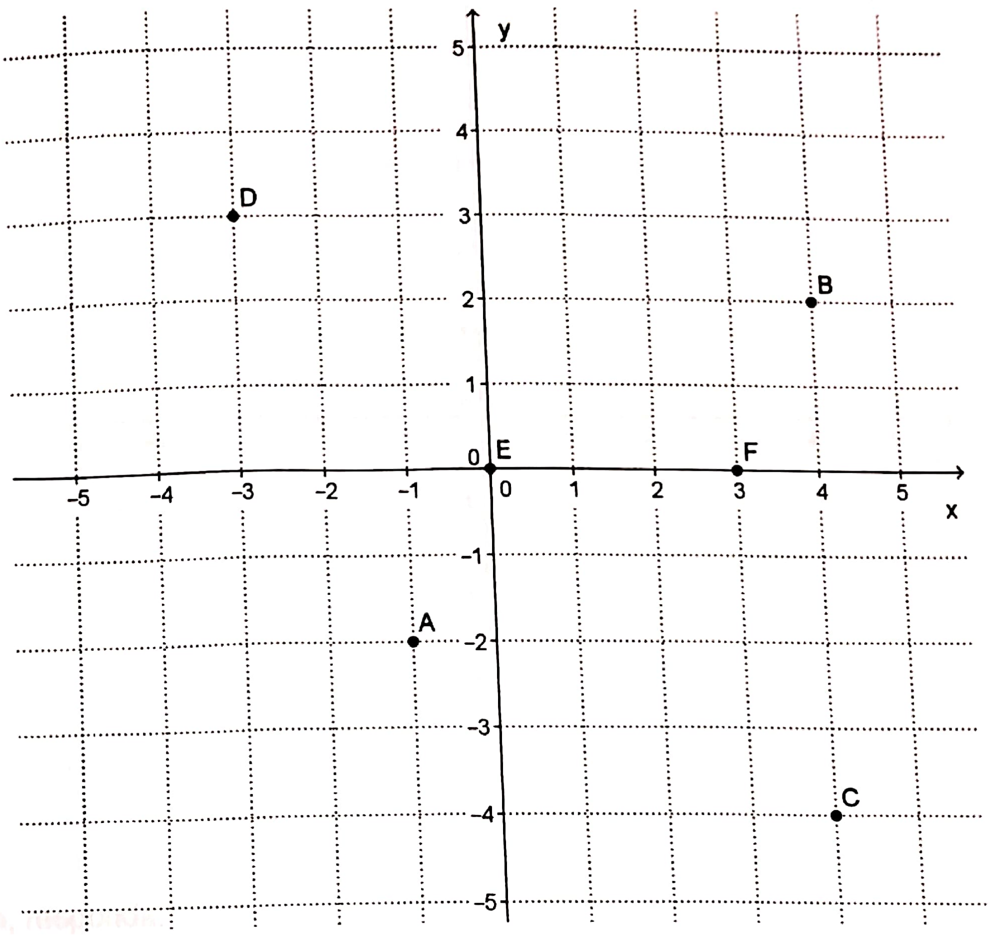
c) Retas Coincidentes

São duas retas de um plano que se “encontram” em todos os seus pontos, ou seja, possuem todos os seus pontos em comum.

Desenhe duas retas coincidentes aqui:

3) Para Relembrar: Plano Cartesiano

A) Dê o par ordenado que representa cada um dos pontos assinalados no Plano Cartesiano abaixo:



Ex.: $P = (x\ ,\ y)$

$A = (\quad ,\quad)$

$B = (\quad ,\quad)$

$C = (\quad ,\quad)$

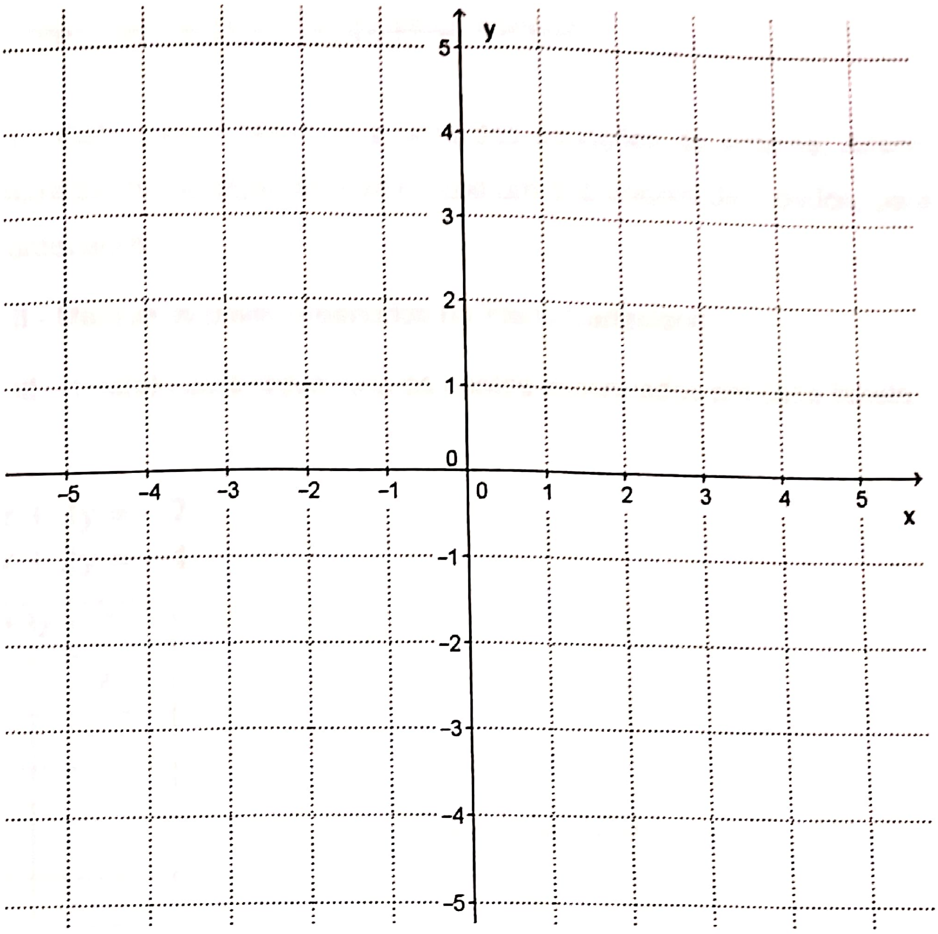
$D = (\quad ,\quad)$

$E = (\quad ,\quad)$

$F = (\quad ,\quad)$

B) Marque no Plano Cartesiano abaixo os pontos:

$A = (-5,4)$, $B = (1,5)$, $C = (-5,1)$, $D = (1,2)$, $E = (4,4)$, $F = (-4,-4)$, $G = (-2,-2)$, $H = (1,1)$, $I = (5,1)$, $J = (0,-4)$.



Agora, responda:

b.1) Ligue os pontos A e D, B e C. Com relação à posição, como podemos chamar as retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{BC}$?

____

b.2) Ligue os pontos E e F, G e H. Com relação à posição, como podemos chamar as retas $\overleftrightarrow{EF}$ e $\overleftrightarrow{GH}$?

____

b.3) Ligue os pontos I e J. Com relação à posição, como podemos chamar as retas $\overleftrightarrow{IJ}$ e $\overleftrightarrow{EF}$?

____

4) **Resolução Gráfica de um Sistema Linear de Duas Equações e Duas Incógnitas**

Retomando o item 1, onde resolvemos alguns sistemas pelo método da adição, faça o que se pede nas questões a seguir:

I - Cada tabela refere-se a uma das equações do sistema. Assim, você deve substituir na equação indicada, cada um dos valores de x dados, para obter pares ordenados;

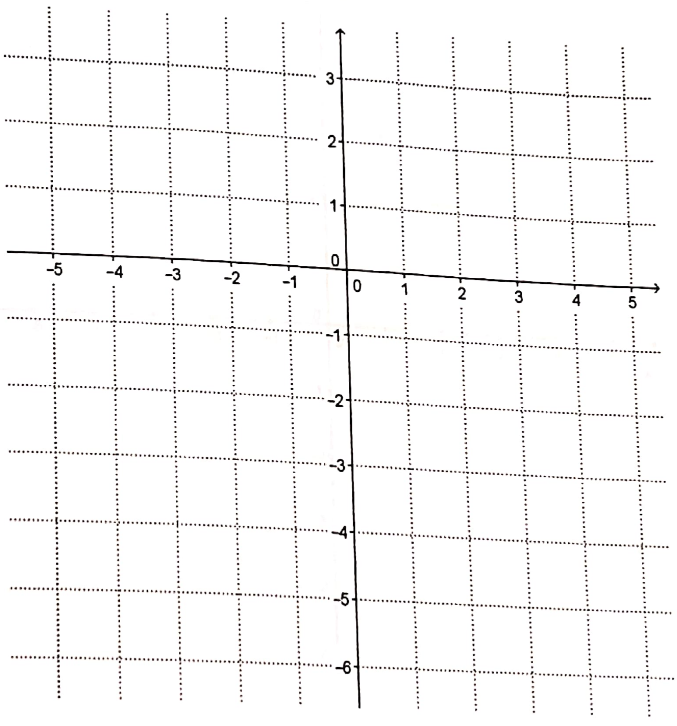
II - Marque os pares ordenados no Plano Cartesiano;

III – Usando uma régua, una os pontos encontrados em cada tabela.

A) $\begin{cases} 2x + 3y = -7 \\ 2x + 2y = -4 \end{cases}$

$2x + 3y = -7$	
x	y
-5	
-2	
1	
4	

$2x + 2y = -4$	
x	y
-5	
-2	
1	
4	



a.1) Qual o ponto de intersecção das duas retas?

____

a.2) Qual a resposta obtida na letra *a* do item 1?

____

a.3) Qual a relação entre a intersecção das retas no gráfico e a solução algébrica da letra *a* da questão 1?

____

a.4) Este sistema é chamado de "possível e determinado". Baseando-se neste exemplo, e levando em consideração sua resposta ao item anterior, quando dizemos que um sistema é possível e determinado?

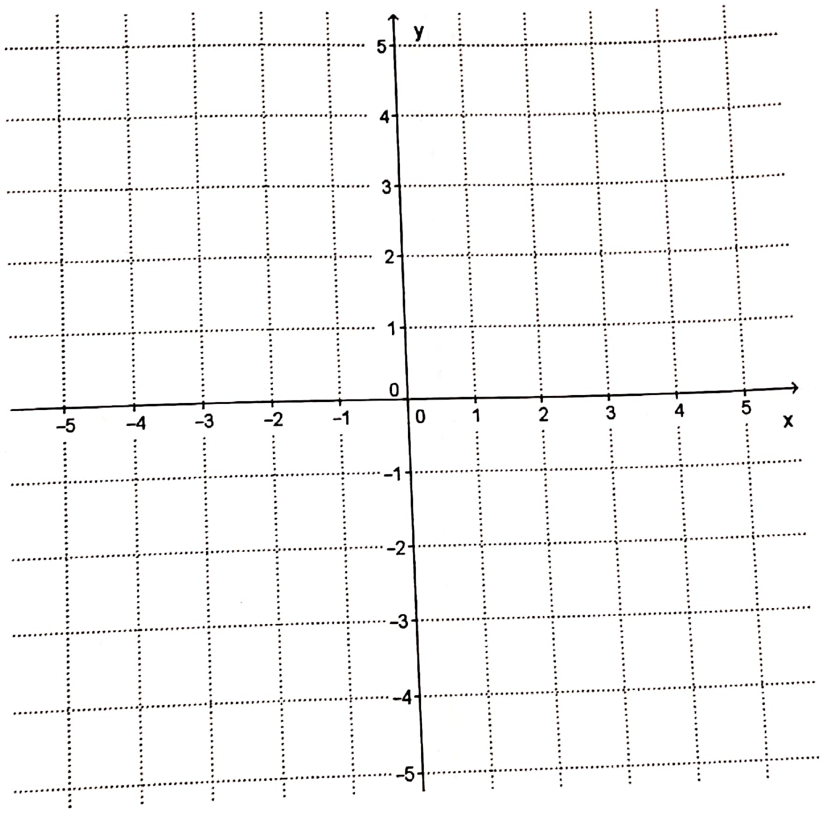
____

____

B) $\begin{cases} x + y = 4 \\ -4x - 4y = -8 \end{cases}$

$x + y = 4$	
x	y
-1	
1	
3	
4	

$-4x - 4y = -8$	
x	y
-1	
1	
3	
4	



b.1) Qual o ponto de intersecção das duas retas? Existe?

____

b.2) Qual a solução obtida na letra *b* do item 1?

____

b.3) Qual a relação entre a intersecção das retas no gráfico e a solução algébrica da letra *b* da questão 1?

____

b.4) Este sistema é chamado de "impossível". Baseando-se neste exemplo, e levando em consideração sua resposta ao item anterior, quando dizemos que um sistema é impossível?

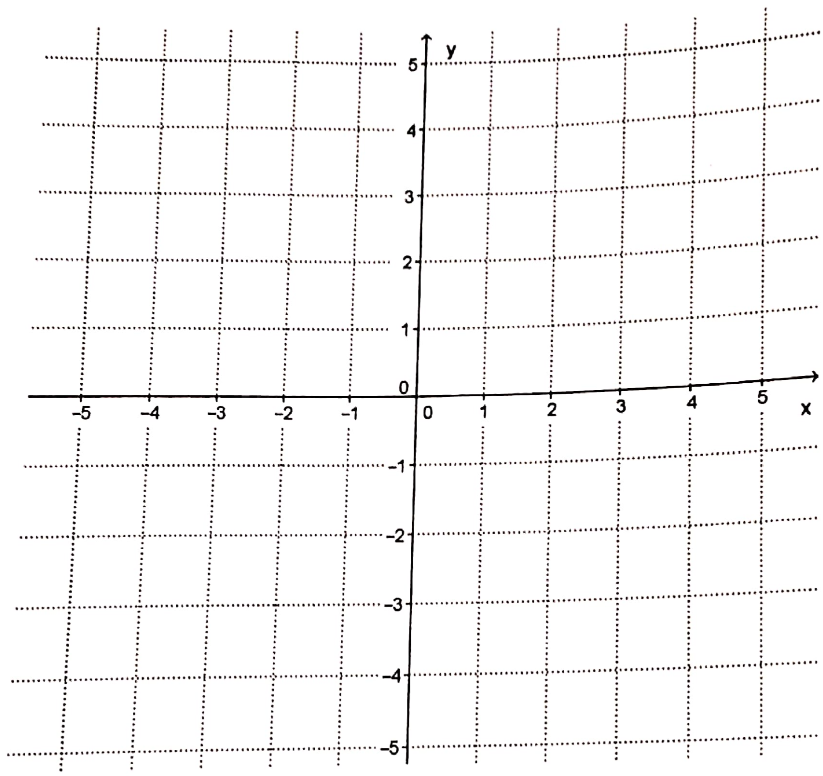
____

____

C) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases}$

$x + y = 2$	
x	y
-2	
0	
2	
4	

$3x + 3y = 6$	
x	y
-2	
0	
2	
4	



c.1) Qual(is) é(são) o(s) ponto(s) de intersecção das duas retas?

____

c.2) Qual a solução obtida na letra *c* do item 1?

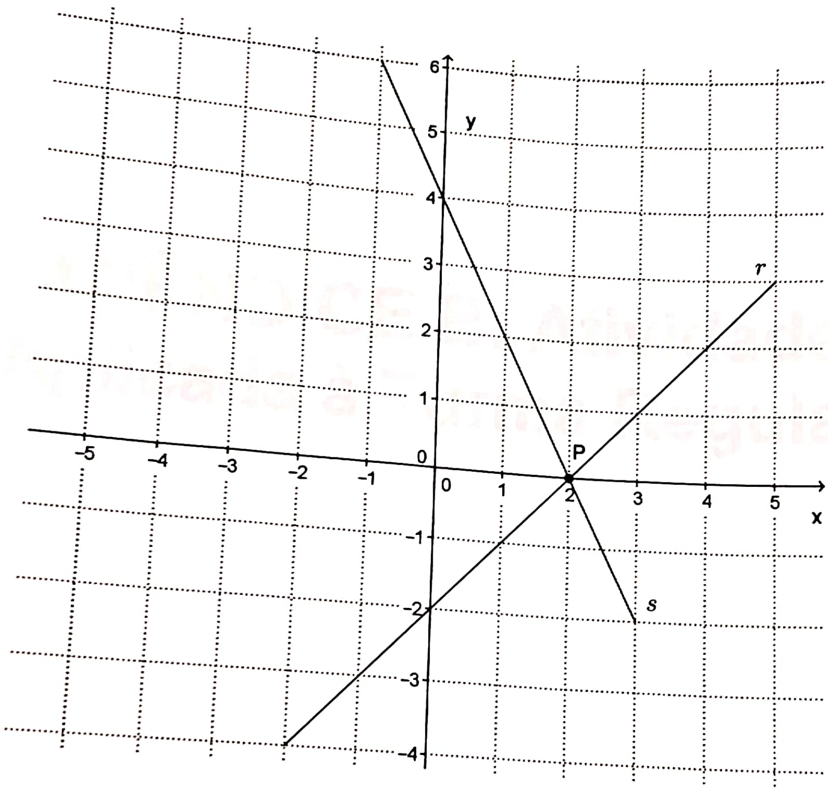
____

c.3) Qual a relação entre a intersecção das retas no gráfico e a solução algébrica da letra *c* da questão 1?

c.4) Este é um sistema chamado de "possível e indeterminado". Baseando-se neste exemplo, e levando em consideração sua resposta ao item anterior, quando dizemos que um sistema é possível e indeterminado?

DESAFIO

Dadas as retas no plano cartesiano abaixo, monte o sistema de duas equações e duas incógnitas que as originou.



APÊNDICE B: Atividade Aplicada à Turma Regular

Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática.
Linha de Pesquisa: Álgebra.
Orientadora: Profª. Carla Antunes Fontes.
Professores em Formação: Igor Cardoso de Abreu, Larissa Console de Oliveira, Thiago Fragoso Gonçalves.
Aluno: ______________________________ Data: ____/____/____

Resolução Gráfica de Sistemas Lineares com Duas Equações e Duas Incógnitas

1) <u>Para Relembrar: Resolução de Sistemas Lineares com Duas Equações e Duas Incógnitas pelo Método da Adição</u>

a) $\begin{cases} 2x + 3y = -7 \\ 2x + 2y = -4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 4 \\ -4x - 4y = -8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x - 3y = 6 \end{cases}$

2) Posições Relativas de Duas Retas num Plano

a) Retas Paralelas

São duas retas de um plano que nunca se "encontram", isto é, não há ponto de intersecção entre elas.

Desenhe duas retas paralelas aqui:

b) Retas Concorrentes

São duas retas de um plano que se "encontram" em um único ponto, ou seja, possuem apenas um ponto de intersecção.

Desenhe duas retas concorrentes aqui:

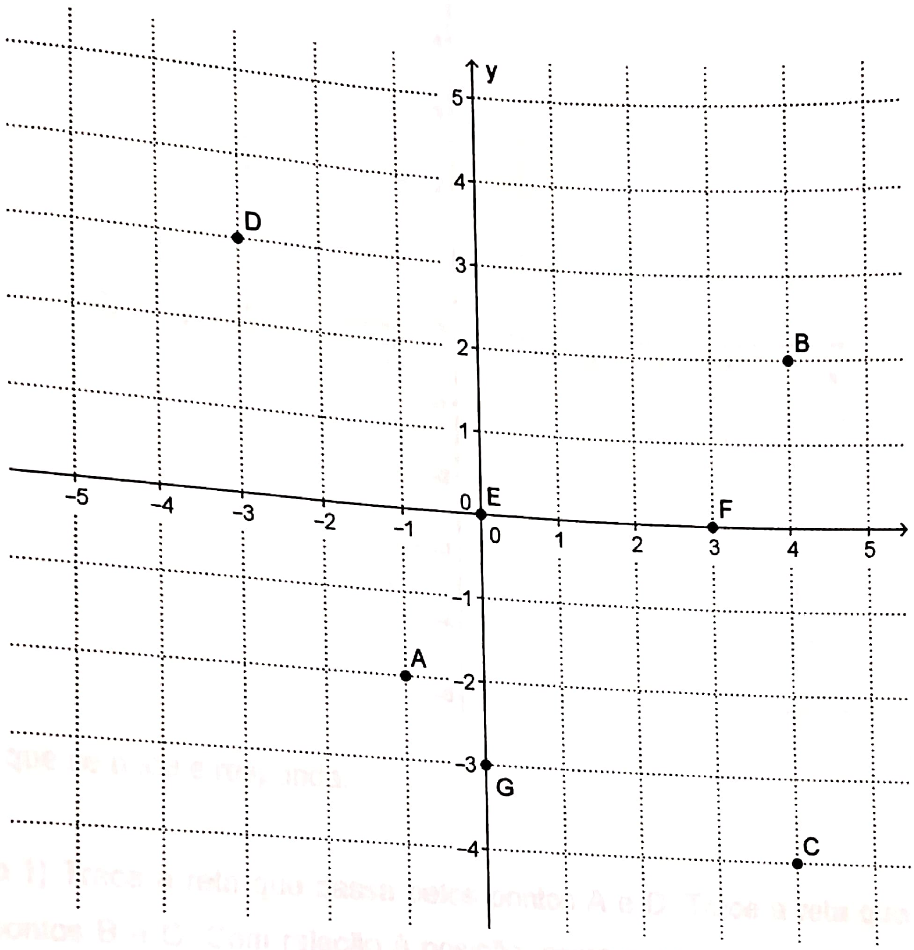
c) Retas Coincidentes

São duas retas de um plano que se "encontram" em todos os seus pontos, ou seja, possuem todos os seus pontos em comum.

Desenhe duas retas coincidentes aqui:

3) Para Relembrar: Plano Cartesiano

A) Dê o par ordenado que representa cada um dos pontos assinalados no Plano Cartesiano abaixo:



Ex.: $P = (x\ ,\ y)$

$A = (\quad ,\quad)$

$B = (\quad ,\quad)$

$C = (\quad ,\quad)$

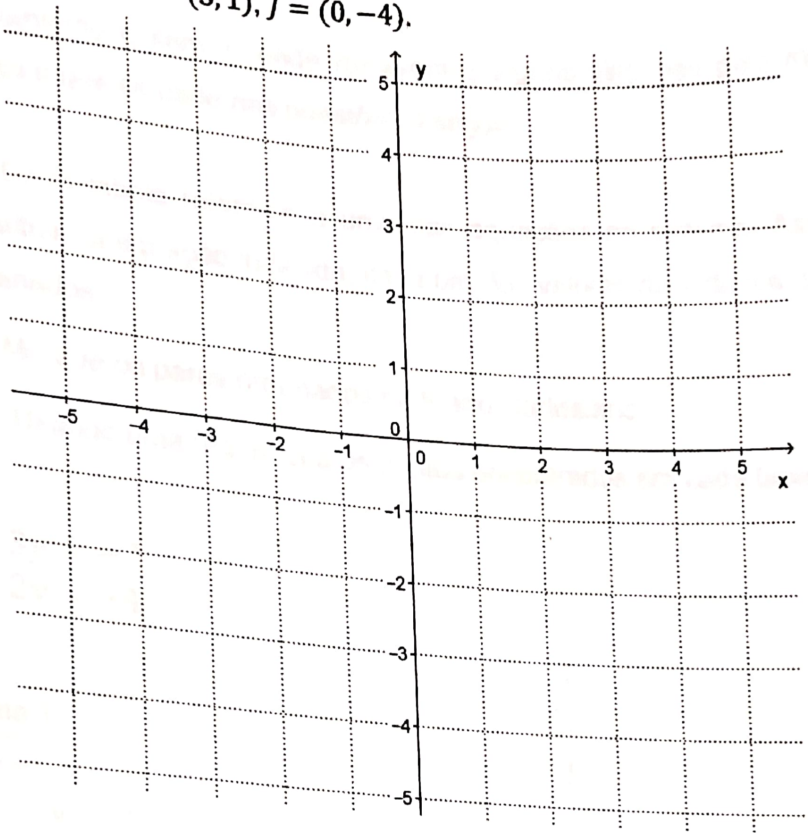
$D = (\quad ,\quad)$

$E = (\quad ,\quad)$

$F = (\quad ,\quad)$

$G = (\quad ,\quad)$

B) Marque no Plano Cartesiano abaixo os pontos:
$A = (-5,4)$, $B = (1,3)$, $C = (-5,1)$, $D = (1,2)$, $E = (4,4)$, $F = (-4,-4)$, $G = (-2,-2)$, $H = (1,1)$, $I = (5,1)$, $J = (0,-4)$.



Faça o que se pede e responda:

b.1) Trace a reta que passa pelos pontos A e D. Trace a reta que passe pelos pontos B e C. Com relação à posição, como podemos classificar as retas $\overleftrightarrow{AD}$ e $\overleftrightarrow{BC}$?

____

b.2) Trace a reta que passa pelos pontos E e F. Trace a reta que passa pelos pontos G e H. Com relação à posição, como podemos classificar as retas $\overleftrightarrow{EF}$ e $\overleftrightarrow{GH}$?

____

b.3) Trace a reta que passa pelos pontos I e J. Com relação à posição, como podemos classificar as retas $\overleftrightarrow{IJ}$ e $\overleftrightarrow{EF}$?

____

4) Resolução Gráfica de um Sistema Linear de Duas Equações e Duas Incógnitas

Retomando o item 1, onde resolvemos alguns sistemas pelo método da adição, faça o que se pede nas questões a seguir:

I - Cada tabela refere-se a uma das equações do sistema. Assim, você deve substituir na equação indicada, cada um dos valores de x dados, para obter pares ordenados;

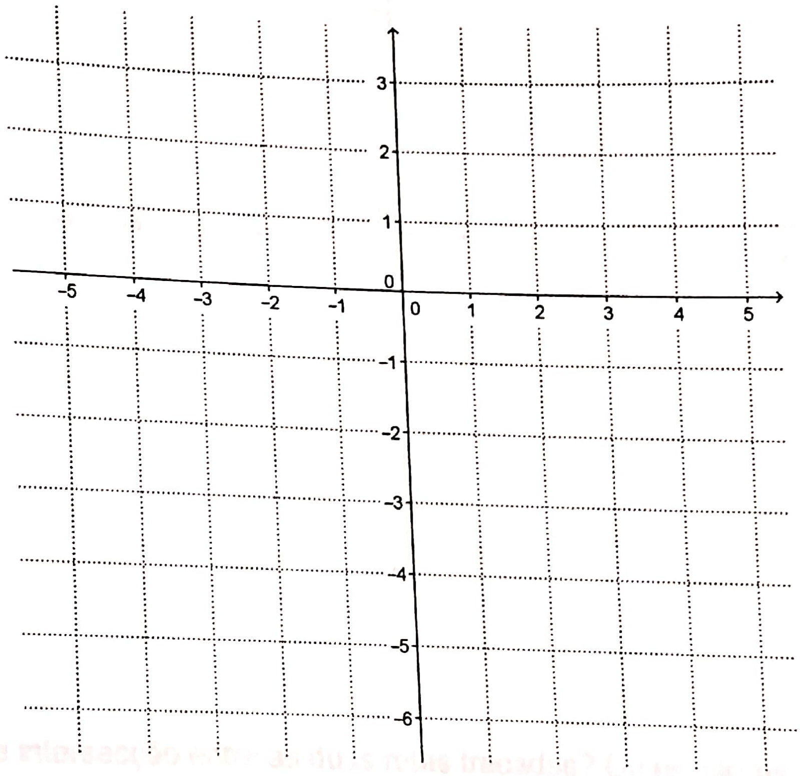
II - Marque os pares ordenados no Plano Cartesiano;

III - Usando uma régua, una os pontos encontrados em cada tabela.

A) $\begin{cases} 2x + 3y = -7 \\ 2x + 2y = -4 \end{cases}$

Tabela 1	
$2x + 3y = -7$	
x	y
-5	
-2	
4	

Tabela 2	
$2x + 2y = -4$	
x	y
-5	
-2	
4	



a.1) Qual o ponto de intersecção das duas retas?

____

a.2) Compare essa resposta com a encontrada na letra (a) do item 1.

____

a.3) Este sistema é chamado de "possível e determinado". Baseando-se neste exemplo, o que ocorre geometricamente quando dizemos que um sistema é possível e determinado?

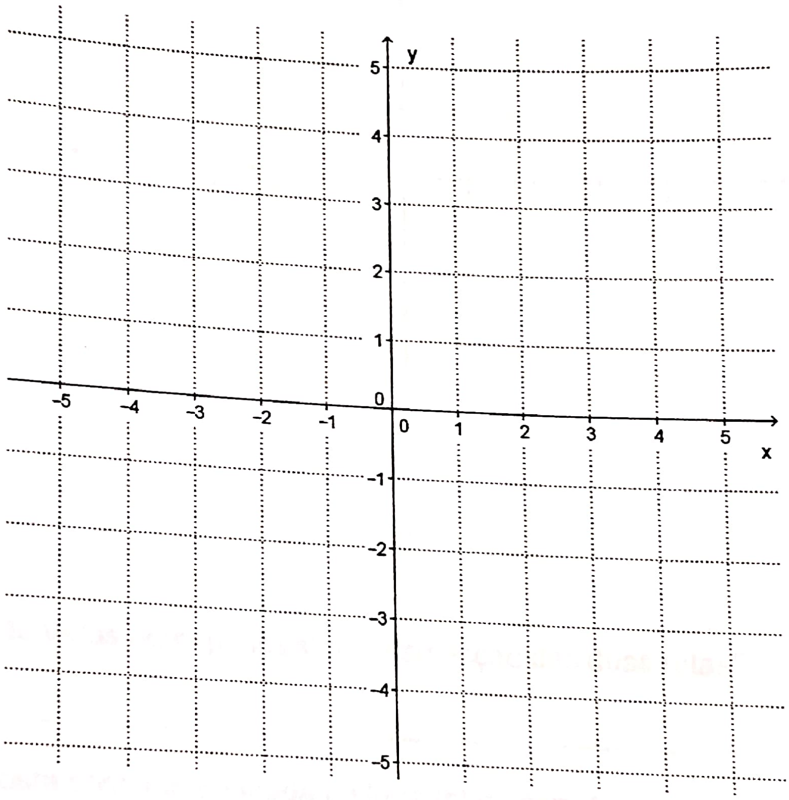
____

____

B) $\begin{cases} x + y = 4 \\ -4x - 4y = -8 \end{cases}$

Tabela 1	
$x + y = 4$	
x	y
-1	
1	
4	

Tabela 2	
$-4x - 4y = -8$	
x	y
-1	
1	
4	



b.1) Existe um ponto de intersecção entre as duas retas traçadas? Quais são as coordenadas desse ponto?

____

b.2) Compare essa resposta com a encontrada na letra (b) do item 1.

____

b.3) Este sistema é chamado de "impossível". Baseando-se neste exemplo, o que ocorre geometricamente quando dizemos que um sistema é impossível?

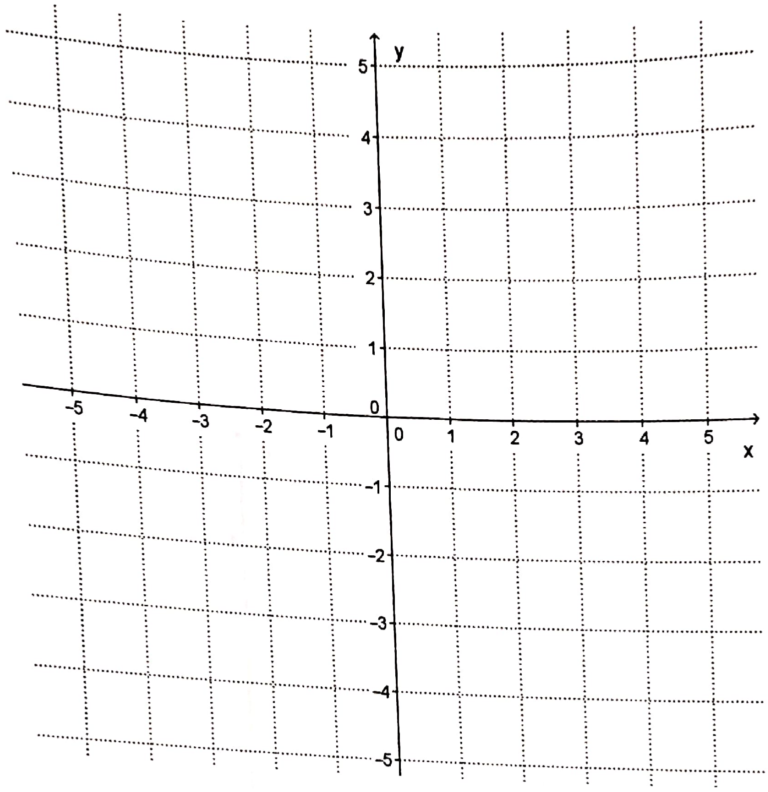
____

____

C) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x - 3y = 6 \end{cases}$

Tabela 1	
$x - y = 2$	
x	y
-2	
0	
4	

Tabela 2	
$3x - 3y = 6$	
x	y
-2	
0	
4	



c.1) Quais (são) as coordenadas do(s) ponto(s) de intersecção das duas retas?

____

c.2) Compare essa resposta com a encontrada na letra (c) do item 1.

____

c.3) Este é um sistema chamado de "possível e indeterminado". Baseando-se neste exemplo, o que ocorre geometricamente quando dizemos que um sistema é possível e indeterminado?

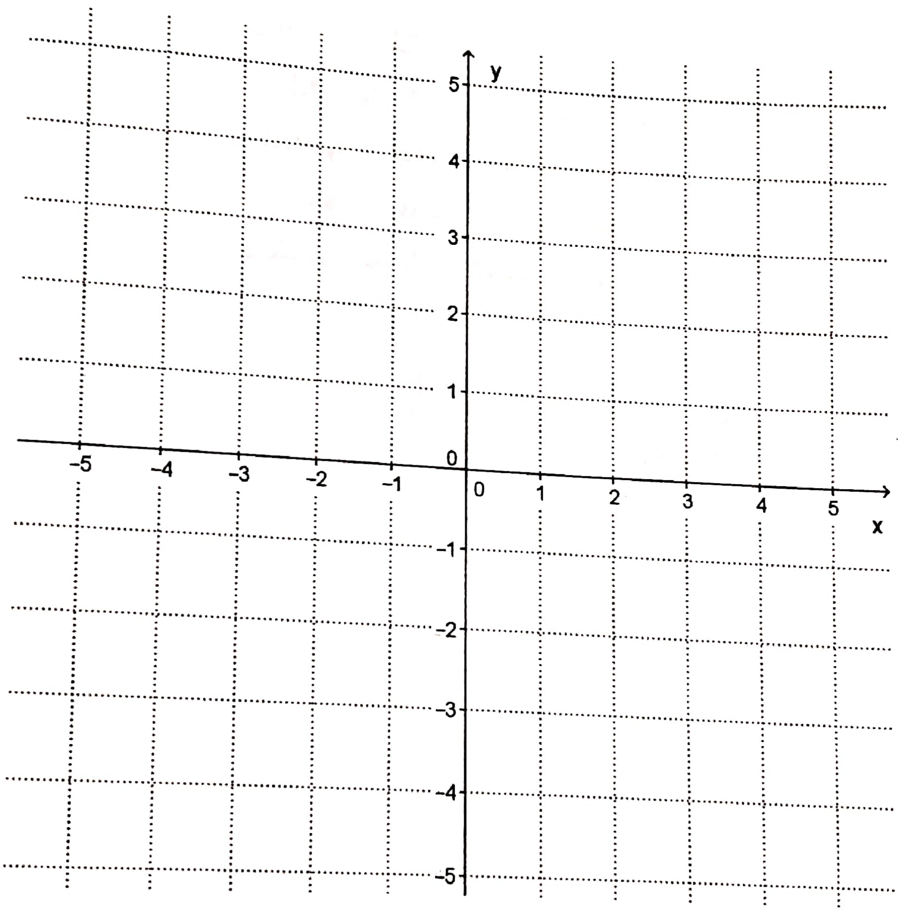
____

____

QUESTÃO EXTRA

Resolva o sistema abaixo e mostre graficamente sua resposta.

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ -x + y = -2 \end{cases}$$



Campos dos Goytacazes, 16 de dezembro de 2014.

Igor Cardoso de Abreu

Larissa Console de Oliveira

Thiago Fragoso Gonçalves

Carla [illegible]

Aprovado
24/03/2015