

# RELATÓRIO DO LEAMAT

## ENTENDENDO A FUNÇÃO LINEAR POR MEIO DA PROPORCIONALIDADE DIRETA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

JONAS MIRANDA VILAMAR DE SOUSA  
KARINA FRANÇA BRAGANÇA  
RAMON CHAGAS SANTOS

CAMPOS DOS GOYTACAZES  
2015.2

JONAS MIRANDA VILAMAR DE SOUSA  
KARINA FRANÇA BRAGANÇA  
RAMON CHAGAS SANTOS

## **RELATÓRIO DO LEAMAT**

### **ENTENDENDO A FUNÇÃO LINEAR POR MEIO DA PROPORCIONALIDADE DIRETA**

**ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA**

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

**CAMPOS DOS GOYTACAZES  
2015.2**

## SUMÁRIO

1 Relatório do LEAMAT I .....	02
1.1 Atividades desenvolvidas .....	02
1.2 Elaboração da sequência didática.....	04
1.2.1 Tema .....	04
1.2.2 Justificativa .....	04
1.2.3 Objetivos .....	05
1.2.4 Público-Alvo .....	05
2 Relatório do LEAMAT II .....	06
2.1 Atividades desenvolvidas .....	06
2.2 Elaboração da sequência didática .....	06
2.2.1 A sequência didática .....	06
2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II..	08
3 Relatório do LEAMAT III .....	09
3.1 Atividades desenvolvidas .....	09
3.2 Elaboração da sequência didática .....	09
3.2.1 A sequência didática .....	09
3.2.2 Aplicação da sequência didática na turma regular .....	09
Considerações Finais .....	15
Referências .....	17
Apêndices .....	18
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II .....	19
Apêndice B - Material didático aplicado na turma regular .....	26

## 1 Relatório do LEAMAT I

### 1.1 Atividades desenvolvidas

O Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática (LEAMAT) é um componente curricular da Licenciatura em Matemática do IFFluminense que funciona sob a perspectiva de um espaço de criação onde são desenvolvidas atividades: de observação e reflexão do processo de ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica; de reflexão dos problemas e das alternativas no ensino específico de alguns tópicos de Matemática na Educação Básica; de investigação de materiais instrucionais que possam facilitar o processo ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica (SOUTO et al., 2010).

O LEAMAT se desenvolve em três semestres com quatro linhas de pesquisa, sendo atualmente: Álgebra, Aritmética, Educação Inclusiva e Geometria. Os licenciandos, após leituras e discussões dos temas, elaboram sequências didáticas<sup>1</sup> e materiais pedagógicos a serem aplicados em turmas regulares de 6.º ao 9.º anos do Ensino Fundamental ou Ensino Médio, preferencialmente de redes públicas de ensino.

Os trabalhos de investigação resultam em sequências didáticas que são aplicadas em turmas de escolas da rede pública ou privada da comunidade ou a grupos de estudantes da Educação Básica no próprio IFFluminense.

Iniciaram-se as atividades da linha de pesquisa de Álgebra suscitando debates sobre o artigo *Números e Álgebra no Currículo Escolar*, em que foi realizado um comparativo dos Parâmetros Curriculares Nacionais com os Parâmetros de Portugal do terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Analisou-se, ainda, se o que está sendo cobrado nas provas nacionais do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) está em conformidade com os PCN. Debateu-se, também, o artigo de Dário Fiorentini sobre as potencialidades da investigação pedagógica. De modo geral, esses dois primeiros artigos trouxeram questões sobre o ensino da Álgebra relacionadas ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

---

<sup>1</sup> Sequência Didática é "[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que tem um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos" (ZABALA, 1998, p. 18).

Foram trabalhados os sete primeiros capítulos do livro “Álgebra: pensar, calcular, comunicar” por meio de discussões e debates promovidos em sala de aula. O livro trouxe questões pertinentes ao ensino da Álgebra como, por exemplo, as dificuldades encontradas pelos alunos em: i) diferenciar variável de incógnita; ii) reconhecer os diferentes significados do sinal de igualdade; iii) transcrever linguagem algébrica para verbal e verbal para algébrica e; iv) dificuldades em operar com outras letras do alfabeto além de  $x$  e  $y$  identificando-as como incógnitas ou variáveis. Os textos abordaram as dimensões da Álgebra: *Álgebra como Aritmética generalizada*, no qual se pensa nas variáveis e expressões algébricas como generalizadoras de números, operações e modelos aritméticos; *Álgebra funcional*: relativa a álgebra como estudo de relações entre grandezas; *Álgebra das equações*: álgebra como ferramenta para resoluções de problemas e a *Álgebra estrutural* comumente chamada de cálculo algébrico.

Em linguagem algébrica e generalização viu-se uma análise histórica da evolução da Álgebra que se divide em fase antiga ou elementar e fase moderna ou abstrata, o texto enfatizou a análise na fase elementar, que ocorreu em três estágios: retórico, sincopado e simbólico. No primeiro estágio não se fazia uso de símbolos nem de abreviações para expressar o pensamento matemático, era tudo escrito com palavras. O segundo nos mostra que as palavras foram, gradativamente, sendo substituídas por abreviações e, o terceiro apresenta que o pensamento matemático já passa a ser representado por meio de símbolos como se faz hoje. Em sala de aula, os alunos não têm a oportunidade de vivenciar os dois primeiros estágios, tendo o uso da linguagem verbal completamente desprezado, contrariando assim, a história da própria Álgebra aumentando cada vez mais a dificuldade de compreensão do pensamento algébrico por parte dos alunos (TINOCO, s.d.).

Por fim, o último capítulo trabalhado foi uma breve retomada dos anteriores, ressaltando-se o papel da proporcionalidade e do pensamento proporcional para o desenvolvimento da Álgebra.

## **1.2 Elaboração da sequência didática**

### **1.2.1 Tema**

Tema: Função Linear e Proporcionalidade Direta

Título: Entendendo a Função Linear por meio da Proporcionalidade Direta

### **1.2.2 Justificativa**

A escolha do tema deste trabalho foi feita mais ao final do semestre depois de realizados todos os estudos teóricos. Em todos os textos e artigos que foram estudados ao longo do primeiro semestre do LEAMAT ficou clara a importância da proporcionalidade no pensamento algébrico e na Matemática de modo geral. O texto “Variação de Grandezas”, capítulo VII do livro “Pensar, calcular, comunicar”, foi decisivo para a escolha do tema, por abordar diretamente a questão da proporcionalidade. Segundo Zuffi (2001), averiguou que as dificuldades epistemológicas apresentadas pelos professores, participantes de sua pesquisa, residiam no fato de que definiam função, valendo-se apenas da representação algébrica, restringindo o seu conceito “em termos de equações e elementos desconhecidos a serem extraídos delas.” (ZUFFI, 2001, p. 15).

Inicialmente, pensou-se em trabalhar com a proporcionalidade direta e inversa, mas por sugestão da orientadora decidiu-se desenvolver as atividades apenas com a proporcionalidade direta. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) ressaltam que:

O fato de que muitas situações da vida cotidiana funcionam de acordo com leis de proporcionalidade evidencia que o desenvolvimento do raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real. Assim, É desejável explorar no terceiro ciclo problemas que levem os alunos a fazer previsões por meio de questões que envolvam aspectos qualitativos e quantitativos (BRASIL, 1998, p.65).

De Paula corrobora a importância da proporcionalidade como facilitadora no aprendizado de outros conceitos matemáticos:

Proporcionalidade não é apenas um conteúdo matemático, mas sim um “formador” de estruturas cognitivas para a compreensão de outros importantes conceitos matemáticos (DE PAULA, 2009, p.5).

Em “Pensar, calcular, comunicar”, Tinoco conclui que:

O pensamento proporcional pode contribuir para o desenvolvimento da Álgebra, se levarmos em conta que muitas situações do cotidiano e da escola elementar são regidas pelas regras de proporcionalidade. A vivência de tais situações pelos alunos torna bastante natural a sistematização dessas regras e do conceito (TINOCO, 2009, p.5).

Ratificando, neste estudo será abordada a proporcionalidade direta como agente cognitivo na elaboração do conhecimento de funções lineares, por meio de uma sequência didática.

### **1.2.3 Objetivos**

#### **1.2.3.1 Objetivo Geral**

Introduzir o conceito de Função Linear por meio da proporcionalidade direta.

#### **1.2.3.2 Objetivos Específicos**

Espera-se que o aluno possa:

- ✓ Ser capaz de explorar, investigar regularidades;
- ✓ Compreender a noção de proporcionalidade direta e usar o raciocínio proporcional;
- ✓ Ser capazes de resolver problemas, raciocinar e comunicar recorrendo a representações simbólicas.
- ✓ Desenvolver o pensamento algébrico com o auxílio de razão e proporção direta;
- ✓ Identificar as grandezas e as relações existentes entre elas;
- ✓ Chegar à generalização do problema, descrevendo uma lei de formação para ele, por meio de padrões identificados em tabela;
- ✓ Construir o gráfico da função linear e identificar suas propriedades.

### **1.2.4 Público - Alvo**

O público alvo é uma turma regular da primeira série do Ensino Médio.

## **2 RELATÓRIO DO LEAMAT II**

### **2.1 Atividades desenvolvidas**

Iniciou-se a disciplina do LEAMAT II revisando a bibliografia e iniciando as atividades de elaboração da sequência didática que se estendeu por algumas semanas. Após esse período, a sequência desenvolvida foi aplicada na turma do Leamat II.

### **2.2 Elaboração da sequência didática**

#### **2.2.1 A sequência didática**

O Propósito principal de ensino desta sequência didática é desenvolver nos alunos o pensamento algébrico, bem como a sua capacidade de representar simbolicamente situações matemáticas e não matemáticas e de resolver problemas em contextos diversos.

Para a sequência didática foi elaborada uma apostila composta de cinco questões em que a primeira, o aluno deverá resolver segundo os conhecimentos adquiridos ao longo de sua vida escolar até o presente momento da aplicação. Ela é composta pelos itens: *a*, *b*, *c* e *d*. São problemas propostos para que o aluno possa identificar: as grandezas citadas no problema e se há relações entre elas; os casos onde há proporcionalidade ou não, e se houver, que ele possa classificá-la em diretamente ou inversamente proporcional, as variáveis dependentes e independentes das relações existentes. Haverá um tempo para que eles possam resolver, ou tentar resolver e em seguida realizar-se-á a correção da mesma. O objetivo dela é revisar o que aluno dispõe de conhecimento sobre proporções e ao mesmo tempo ir definindo com eles os conceitos de proporcionalidade direta e inversa, variáveis dependentes e independentes e grandezas escalares. Esses conceitos serão indispensáveis nas questões posteriores. O item *a* apresenta um problema onde existe a proporcionalidade direta e as grandezas crescem na mesma proporção.

O item b apresenta um problema onde existe a proporcionalidade direta, porém as grandezas decrescem juntas na mesma proporção. Os objetivos deste item são: mostrar ao aluno a diferença entre proporcionalidade direta e inversa porque na proporcionalidade inversa uma grandeza decresce em função da outra, já na proporcionalidade direta, ambas crescem ou decrescem na mesma proporção, ou seja, ocorrem variações iguais entre as grandezas.

O item c apresenta um problema onde existe a proporcionalidade inversa, onde se verifica o que foi dito anteriormente: na proporcionalidade inversa uma grandeza cresce em função da outra e a outra decresce em função da primeira. Apesar de este trabalho voltar-se apenas para a proporcionalidade direta, é indispensável à definição de ambas as proporcionalidades para que o aluno as conheça e possa identificá-las.

O item d apresenta um problema onde não há proporcionalidade porque as grandezas simplesmente não se relacionam. Este item é extremamente importante porque com ele explicaremos aos os alunos que não basta apenas identificar as grandezas, é preciso também identificar se elas se relacionam ou não, percebendo logicamente se há relação ou não.

Em seguida, há na apostila uma parte conceitual onde são apresentados os seguintes conceitos: razão, proporção, grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. Posteriormente, segue a segunda questão.

A segunda questão é resolvida e apresentada por um dos licenciandos no momento da aplicação. O Objetivo dessa questão é retomar os conceitos vistos na questão anterior apresentando um problema resolvido. Nesta questão há a introdução do pensamento algébrico com o auxílio de uma tabela, onde é possível chegar a generalização da situação tratada nesse problema, desenvolvendo para ele uma lei de formação. Espera-se com essa questão, que os alunos possam compreender a noção de proporcionalidade direta e iniciem o raciocínio proporcional. A partir dessa questão trataremos apenas da proporcionalidade direta.

A terceira, a quarta e a quinta questão são questões similares à segunda. Não são resolvidas na apostila, porém são resolvidas na lousa pelos

licenciandos junto com os alunos. Nestas questões as grandezas e os dados do problema são expostos em uma tabela, em que por meio da observação de regularidades, chega-se à lei de formação para resolução dos itens que compõem essas questões.

### **2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II**

A aplicação na turma do Leamat II ocorreu no dia 09 de dezembro de 2015 das 7 horas às 8 horas e 40 minutos. Os objetivos desta aplicação foram: avaliar a sequência didática inicialmente produzida, (constante do Apêndice A), testando o grau de dificuldade e o enunciado das questões e avaliar o tempo estimado para a aplicação.

A turma não teve dificuldades na resolução das atividades propostas. Uma aluna da turma do Leamat II sugeriu que os espaços destinados à resolução ficassem ao final da apostila, outra aluna sugeriu dinamizar a explicação da parte teórica. A Professora Orientadora da linha de pesquisa de Geometria, que participou da aplicação deste trabalho, sugeriu revisão para o título do mesmo e para a forma de abordagem da função linear.

### **3 Relatório do LEAMAT III**

#### **3.1 Atividades desenvolvidas**

Iniciou-se a disciplina do LEAMAT III revisando a sequência inicialmente produzida e efetuando-se as alterações necessárias. Posteriormente foi realizada a aplicação na turma regular, a qual se destinou esta sequência e, por fim, a elaboração do relatório final.

#### **3.2 Elaboração da sequência didática**

##### **3.2.1 A sequência didática**

Não foram alteradas a primeira e a segunda questão. A parte conceitual da apostila foi retirada, pois a Professora orientadora deste trabalho sugeriu que estes conceitos fossem apresentados oralmente ao longo da resolução das duas primeiras questões. Foi sugerido por ela também, a confecção de um cartaz para auxiliar na explicação da segunda questão da apostila.

Outras alterações foram feitas na sequência inicialmente produzida, tais como: dinamização para a introdução teórica e adaptação para a terceira questão, excluindo-se o item a; quinta questão passou a ser a quarta; a quarta questão passou a ser a sexta (a atividade de verificação); inserção de uma questão parcialmente resolvida, que ocupou a posição de quinta questão; introdução mais precisa sobre a função linear e alteração do título do trabalho, que inicialmente se intitulava: “Entendendo o Conceito Função por meio da Proporcionalidade”.

##### **3.2.2 Aplicação da sequência didática na turma regular**

A aplicação ocorreu no dia 18 de março de 2016, com duração de 100 minutos, iniciando-se às 10h40min e com término às 12h20min, em uma turma regular de primeira série do Ensino Médio em um Colégio Estadual situado na cidade de Campos dos Goytacazes. A turma, no dia do trabalho, era composta de 21 alunos.

**Figura 1- Início da aplicação da sequência didática**



Fonte: Laboratório de Pesquisa

A aplicação da sequência didática foi iniciada pelo licenciando Ramon, que fez a leitura da primeira questão item a (Quadro 1) com os alunos, identificando com eles as grandezas do problema. Eles tiveram um espaço de tempo para que pudessem tentar resolver sozinhos de acordo com os conhecimentos que tinham até o presente momento. Depois do tempo oferecido aos alunos, Ramon perguntou-lhes a maneira pela qual resolveram o item proposto e/ou o pensamento que eles tiveram acerca do problema. A seguir o referido item e alguns registros de respostas orais que foram feitos:

**Quadro 1 – Item a da primeira questão**

- a) No 1º turno de uma escola, na hora da sobremesa, foram distribuídos 60 kg de doce para 250 alunos. Se no 2º turno o número de alunos é 500, quantos quilos de doce deverão ser distribuídos, para que cada aluno coma a mesma quantidade de doce? (TINOCO,2010 – Adaptada).

Fonte: Elaboração Própria

A aluna 1 respondeu que havia proporcionalidade direta e apresentou seu raciocínio: *“60 kg está para 250 alunos. 250 é metade de 500, logo é o dobro de 60 kg.”*

Outra aluna indicou proporcionalidade inversa e disse que a resolução seria por regra de três, porém ela não sabia resolvê-la.

A conclusão inicial que o grupo teve é que nesse começo da aula, os alunos ainda estavam um pouco acanhados e alguns demonstraram ter vergonha de responder errado.

Sobre este item concluímos que o pensamento que a aluna 1 desenvolveu, foi ao encontro de nossas expectativas pois ela foi capaz de perceber a relação entre as grandezas, indicando que uma aumentava juntamente com a outra e por isso a relação é direta. Em seguida, o licenciando Ramon efetuou na lousa a correção e leu com eles o item b (Quadro 2) e mais uma vez identificou com eles as grandezas e deu-lhes tempo para resolver a questão sozinhos. A seguir o referido item e alguns registros de respostas orais que foram feitos:

#### **Quadro 2 – Item b da primeira questão**

b) Em uma cooperativa de doces de Campos dos Goytacazes, 56 doceiras produzem diariamente 2240 potes de churros. Quantos potes são produzidos diariamente por 35 doceiras?
--

Fonte: Elaboração Própria

A aluna 2 respondeu que era proporcionalidade inversa mas não apresentou raciocínio. A aluna 1 conseguiu chegar à produção unitária, ou seja, a quantidade de potes que cada doceira produz diariamente e, em seguida multiplicou por 35 para descobrir a produção diária de 35 doceiras. O aluno 3 afirmou que a relação era de proporcionalidade direta, porém não conseguiu justificar. O licenciando Ramon pediu-lhes para que levantassem as mãos quem achava que era relação de proporcionalidade direta e depois de proporcionalidade inversa. A maioria dos alunos indicou que se tratava de proporcionalidade inversa e alguns se manifestaram justificando pelo fato dos valores das grandezas haver diminuído.

A correção foi feita e Ramon explicou-lhes que na proporcionalidade direta as grandezas envolvidas sempre crescem ou decrescem juntas na mesma proporção, ao contrário da proporcionalidade inversa, onde uma grandeza cresce em função do declínio da outra e vice e versa. Este item cumpriu os objetivos pois apesar da maioria dos alunos terem respondido errado, o aluno 3 conseguiu identificar a proporcionalidade direta e a aluna 1 conseguiu chegar à produção

unitária de uma doceira, possivelmente efetuando a razão entre as grandezas e é com esse artifício que foram trabalhados nas questões seguintes.

O item c foi lido para a classe pela licencianda Karina. Ela identificou com eles as grandezas citadas e deu-lhes tempo para resolver o item proposto. A seguir o referido item e alguns registros de respostas orais que foram feitas:

### Quadro 3 – Item c da primeira questão

c) Um auditório está arrumado em 16 filas com 20 poltronas em cada fila, em um total de 320 poltronas. Para uma solenidade, o mesmo número de poltronas do auditório deverá ser arrumado em apenas 10 filas. Quantas poltronas haverá em cada fila? (TINOCO,2010 – Adaptada).

Fonte: Elaboração Própria

O aluno 5 indicou proporcionalidade inversa e expôs o seguinte raciocínio: “320 dividido por 10, é igual a 32 poltronas.” Toda a turma fez dessa maneira ou de forma semelhante. A maioria dos alunos indicou proporcionalidade inversa.

O grupo entendeu que o item cumpriu seu objetivo, pois a maioria dos alunos conseguiu identificar a relação de proporcionalidade inversa e também a maioria deles conseguiu associar que, para chegar à resposta bastava dividir a quantidade de poltronas pelo número novo de quantidade de filas. Karina resolveu o problema na lousa e em seguida fez a leitura do último item da primeira questão, identificando com a classe as grandezas do problema e dando-lhes tempo para que pudessem resolvê-la. A seguir o último item e alguns registros de respostas orais que foram feitos:

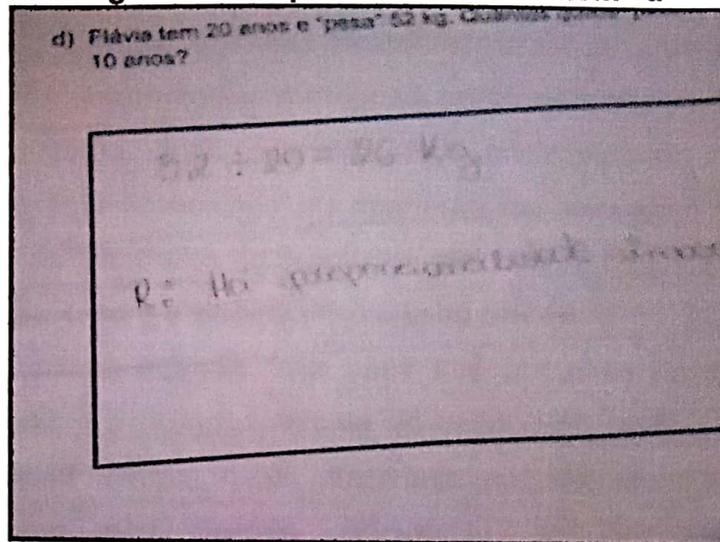
### Quadro 4 – Item d da primeira questão

a) Flávia tem 20 anos e “pesa” 52 kg. Quantos quilos “pesava” quando tinha 10 anos?

Fonte: Elaboração Própria

A turma respondeu que havia proporcionalidade direta e que Flávia “pesava” 26 kg, pois 10 anos é a metade de 20, logo 26 é a metade de 52. A seguir, uma das respostas dos alunos:

**Figura 2 - Resposta do aluno X item "d"**



Fonte: Laboratório de Pesquisa

Apesar de não identificar a ausência de proporcionalidade no problema, os alunos compreenderam que nem sempre haverá relação entre as grandezas e que eles precisam identificar essas relações, estabelecendo um pensamento lógico sobre ela para poder analisar a relação ou não das grandezas citadas no problema.

A segunda questão, como dito anteriormente, se trata de um problema resolvido na apostila e que foi apresentado aos alunos pelo licenciando Jonas, que leu com eles a questão e a resolveu com o auxílio de uma tabela em um cartaz que foi fixado na lousa. Ao término da resolução o grupo perguntou à turma se eles entenderam tudo o que foi explicado até aquele momento e em seguida a licencianda Karina leu a terceira questão e a resolveu na lousa com eles.

**Figura 3 – Resolução da segunda questão**



Fonte: Laboratório de Pesquisa

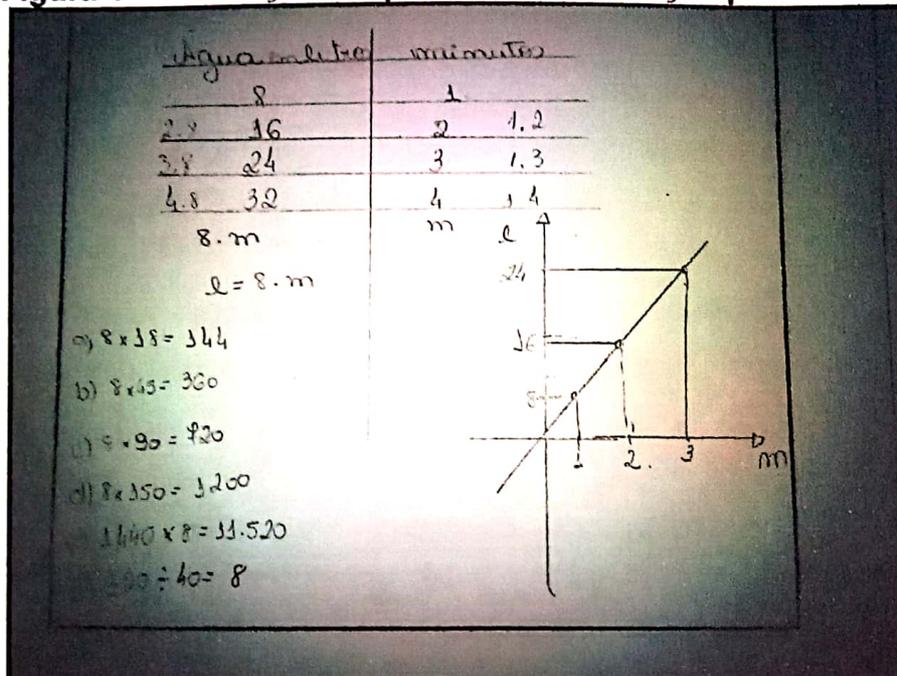
Na quarta questão, o licenciando Jonas efetuou o mesmo procedimento da questão anterior. Neste momento os alunos estavam mais descontraídos, devido ao problema proposto retratar o trabalho de doceira fictícia chamada Ermengarda. Eles estavam mais participativos, responderam às perguntas feitas pelo licenciando no momento da resolução, e demonstraram saber identificar as grandezas do problema, que tipo de relação há e a descrever uma lei de formação para a situação exposta no problema.

A penúltima questão teve seus três primeiros itens resolvidos pela licencianda Karina e o último, referente ao esboço do gráfico, pelo licenciando Ramon. Os alunos tiveram certa dificuldade em identificar as grandezas do problema, porém não tiveram dificuldade em identificar que havia proporcionalidade direta. Eles conseguiram preencher os espaços vazios da tabela (Veja no apêndice B) sem dificuldades e compreenderam o traçado do esboço do gráfico. Essa questão obteve êxito como uma revisão de todos os conceitos vistos anteriormente, além dos alunos compreenderem a introdução da função linear que foi feita pelos licenciandos.

A aplicação desta sequência terminou com a atividade de verificação, momento em que os alunos puderam trabalhar sozinhos, apenas eliminando suas dúvidas com os licenciandos.

Esta atividade foi realizada nos vinte minutos finais da aula, com isso, três alunos precisaram ir embora antes do término da aula, pois o transporte deles havia chegado. Dezoito alunos realizaram a atividade. Desse total, dezesseis alunos conseguiram acertar mais de sessenta por cento da questão, os outros dois alunos tiveram desempenho ruim. A seguir uma das resoluções corretas da atividade de verificação:

**Figura 4 – Resolução da questão de verificação pelos alunos**



Fonte: Laboratório de Pesquisa

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O grupo conclui que a disciplina do Leamat contribuiu significativamente para sua formação como docente. As experiências vividas no Leamat contribuíram também para o período de estágio realizado pelos integrantes o grupo.

Considera-se que o trabalho cumpriu seu objetivo, pois os alunos conseguiram: identificar os tipos de proporcionalidade e a ausência dela; descrever uma lei de formação que melhor representa uma situação dada, por meio do uso de tabela; identificar o gráfico de uma função linear por meio de suas propriedades; conseguiram apreender o conceito de função linear por meio da proporcionalidade direta.

Pode - se concluir que os alunos de fato aprenderam os conceitos abordados, uma vez que as repostas observadas durante a aplicação, foram satisfatórias, bem como os resultados obtidos na atividade de verificação. Portanto conclui-se que esses alunos terão outro olhar para esse conteúdo quando ele for trabalhado pela professora deles, ou em outro momento de sua vida acadêmica.

De acordo com a vivência escolar dos integrantes desse grupo, pode-se afirmar que, em sua vida acadêmica, a proporcionalidade nunca foi associada ao conteúdo de funções. Portanto o grupo considera que desenvolveu o conteúdo de forma diferenciada, e que assim os alunos puderam aprendê-lo de uma forma a associar com o conteúdo de proporcionalidade já conhecido por eles no Ensino Fundamental.

Todos esses resultados foram refletidos nas avaliações dos alunos que foram bastante positivas e motivadoras para o grupo. A seguir uma dessas avaliações:

**Figura 5 – Avaliação dos alunos**

Logo do Instituto Federal Fluminense, Ministério da Educação, Governo Federal Brasil, e Diretoria de Ensino do Estado do Rio de Janeiro.

LEAMAT III Data: 12/11/16

Alunos: Jonas Miranda, Karina Bragança e Ramon Chagas.

Dê sua opinião sobre o trabalho realizado.

*Foi uma experiência muito boa, pois nunca tinha assistido uma aula assim.*

*Obrigada pela participação, espero que tenha gostado de avaliar minha turma!*

*Gostei muito de cada um dos futuros pesquisadores.*

Fonte: Laboratório de Pesquisa

O grupo ratifica mais uma vez a importância da Proporcionalidade, conclui que o trabalho logrou êxito devido ao relato desta aplicação confirmar este fato e sugere a futuros trabalhos relacionados com o tema, ou até mesmo para professores que queiram experimentar esta sequência, o aprofundamento do estudo do gráfico da Função linear e suas propriedades.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais** - terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental – Brasília, 1998. p.65.

Disponível em: < <http://migre.me/psrBS> >. Acesso em: 13 abr. 2015

DE PAULA, Mariucha Baptista – Proporcionalidade: uma análise do caderno do professor - 7 ° ano (Antiga 6ª série) – da proposta implementada pela secretaria de educação do Estado de São Paulo no ano de 2008, São Paulo, 2009.

Disponível em: < <http://migre.me/pspCs> > .Acesso em: 13 abr. 2015

TINOCO, Lúcia de Arruda Albuquerque – Álgebra: pensar, Calcular comunicar, Rio de Janeiro, s.d.

Disponível em: < <http://migre.me/psoeN> > .Acesso em: 13 abr. 2015

ZABALA, A. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZUFFI, Edna Maura. Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do Conceito de Função. Educação Matemática em Revista, São Paulo. Ano 8, nº. 9, p. 10-16, abr. 2001.

Campos dos Goytacazes (RJ), \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2016.

---

---

---

---

---

# APÊNDICES

# **Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II**

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Professores em formação: Ramon Chagas; Karina Bragança e Jonas Miranda

Professora Orientadora: Ana Mary Barreto

## Ensino e Aprendizagem em Matemática II - Álgebra

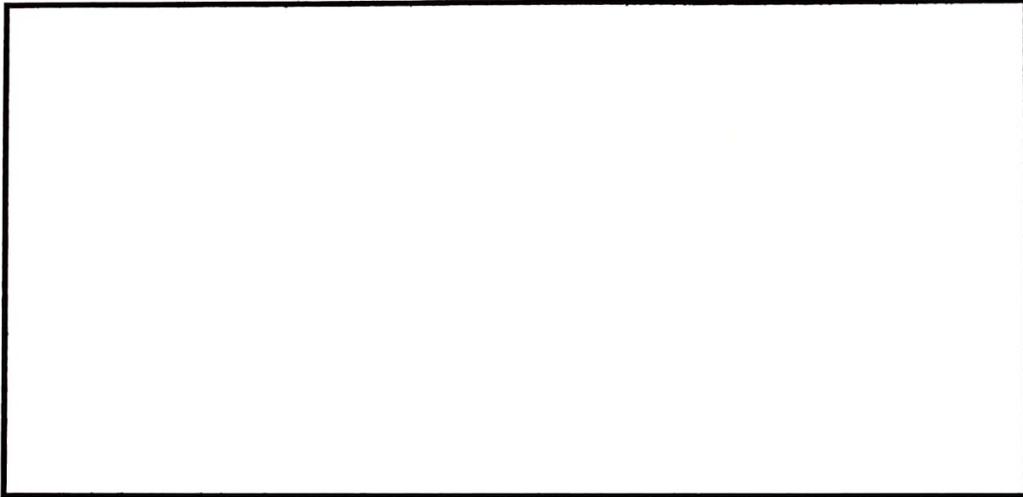
### Entendendo o Conceito de Função por meio da Proporcionalidade

1) Resolva os problemas a seguir, indique os casos onde há proporcionalidade e verifique se é direta ou inversa:

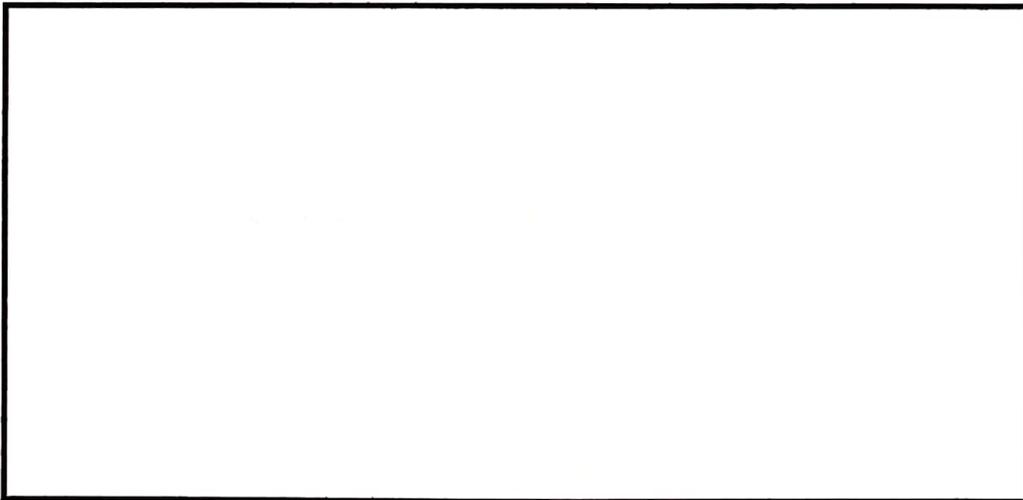
- a) No 1° turno de uma escola, na hora da sobremesa, foram distribuídos 60 kg de doce para 250 alunos. Se no 2° turno o número de alunos é 500, quantos quilos de doce deverão ser distribuídos, para que cada aluno coma a mesma quantidade de doce?

- b) Em uma cooperativa de doces, 56 doceiras produzem diariamente 2240 potes de chuvaço. Quantos potes são produzidos diariamente por 35 doceiras?

- c) Um auditório está arrumado em 16 filas com 20 poltronas em cada fila, em um total de 320 poltronas. Para uma solenidade, o mesmo número de poltronas do auditório deverá ser arrumado em apenas 10 filas. Quantas poltronas haverá em cada fila?



- d) Flávia tem 20 anos e “pesa” 52 kg. Quantos quilos “pesa” seu irmão que tem 10 anos?



## Entendendo o Conceito de Proporcionalidade

### 1) Razão

A razão entre dois números racionais  $a$  e  $b$  é o quociente (divisão) de  $a$  por  $b$ , onde  $a$  e  $b$  são números racionais e  $b \neq 0$ . Quando escrevemos uma razão na forma fracionária  $\frac{a}{b}$ , o primeiro número é chamado antecedente e o segundo número conseqüente.

### 2) Proporção

As sentenças matemáticas que expressam uma igualdade entre duas razões são chamadas de proporção. Sendo assim:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

- ✓ Os números  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são denominados termos da proporção;
- ✓ O primeiro e o quarto termos são chamados extremos;
- ✓ O segundo e o terceiro termos são chamados meios.

No qual temos a propriedade fundamental das proporções em que o produto dos meios é igual ao produto dos extremos:

$$\underbrace{a \times d}_{\text{Extremos}} = \underbrace{c \times b}_{\text{meios}}$$

### 3) Grandezas diretamente proporcionais

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando o aumento de uma corresponde ao aumento da outra, ou a diminuição de uma corresponde à diminuição da outra na mesma razão.

### 4) Grandezas inversamente proporcionais

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando ao aumento de uma corresponde uma diminuição da outra, ou a diminuição de uma corresponde ao aumento da outra na razão inversa. Uma regra de três representa uma proporção onde às frações são razões entre duas grandezas de mesma natureza.

2) Observe o problema a seguir:

Em uma horta, José utilizou  $1 \text{ m}^2$  para plantar 25 mudas de alface. Mantendo-se a mesma distância entre a mudas, quantas mudas serão

necessárias para o plantio de  $2 \text{ m}^2$  ? E  $3 \text{ m}^2$ ? Dispondo de  $70 \text{ m}^2$ , quantas mudas de alface José poderá plantar?

Inicialmente precisamos atentar para as grandezas citadas no problema. Neste caso temos a quantidade de mudas e o espaço em metros quadrados. Mantendo-se a distância entre as mudas, se dobramos o espaço utilizado para o plantio, obviamente precisamos dobrar a quantidade de mudas, se triplicamos a mesma coisa acontece. Assim sendo observe a tabela a seguir:

Espaço em metros	Mudas
$1 \text{ m}^2$	25
$2 \times 1 \text{ m}^2$	$2 \times 25$
$3 \times 1 \text{ m}^2$	$3 \times 25$
...	...
$20 \times 1 \text{ m}^2$	$20 \times 25$

Inicialmente temos  $1 \text{ m}^2$  para 25 mudas

Dessa forma podemos observar que à medida que aumentamos uma grandeza a outra também aumenta na mesma proporção, ou seja, as grandezas são diretamente proporcionais (há proporcionalidade direta) e, além disso, concluímos também que quantidade de mudas depende do espaço a ser utilizado.

E de quantas mudas José precisa para efetuar o plantio de  $70 \text{ m}^2$ ?

Voltando ao início:

$1 \text{ m}^2 \Rightarrow 25$  mudas plantadas

2 vezes  $1 \text{ m}^2 \Rightarrow 2$  vezes 25 mudas plantadas

3 vezes  $1 \text{ m}^2 \Rightarrow 3$  vezes 25 mudas plantadas

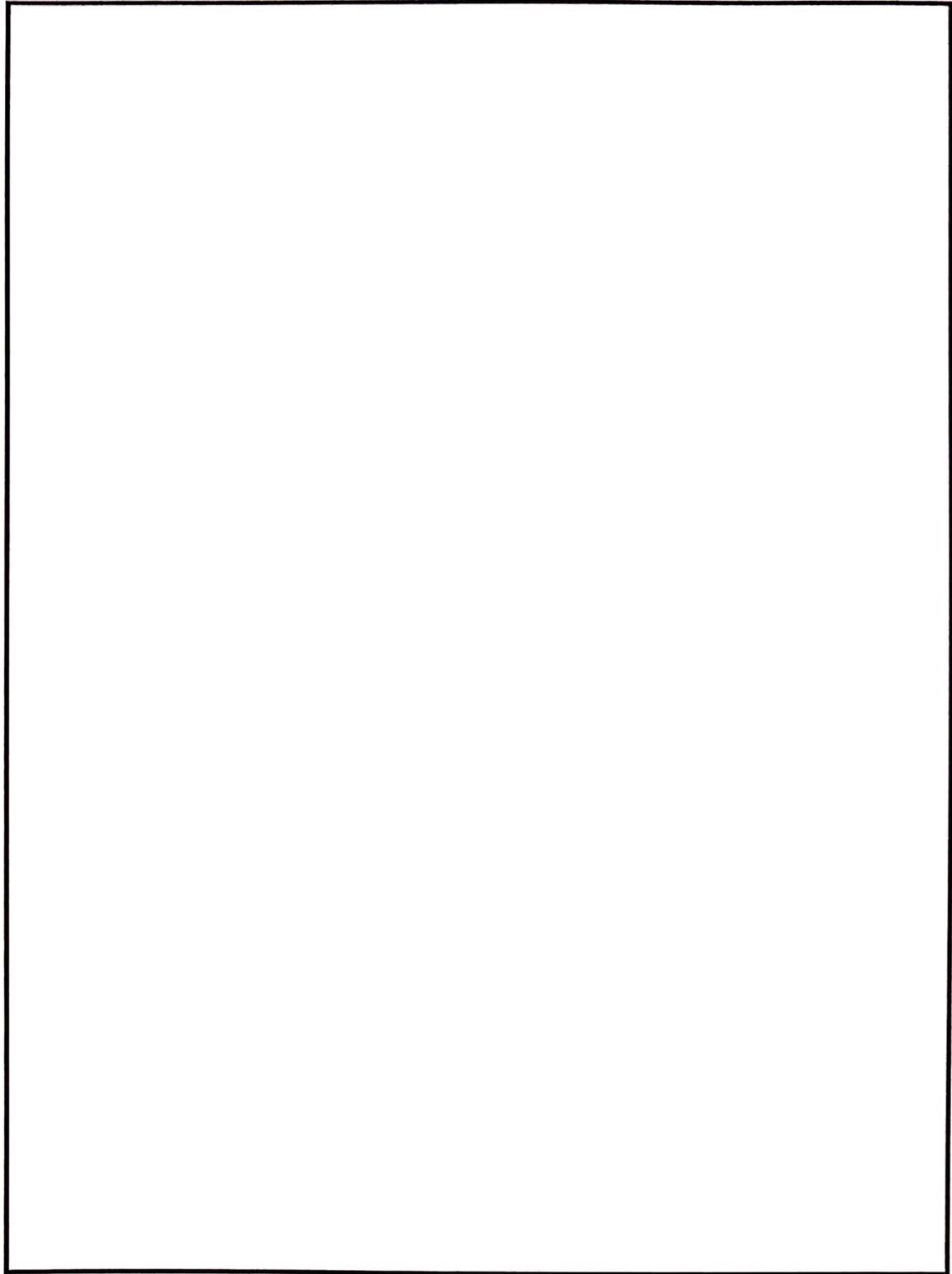
Logo para uma superfície de  $x$  metros quadrados será necessário uma quantidade  $s$  de mudas. Podemos, assim, obter uma lei de formação que expressa a quantidade de mudas em função da superfície de plantio, ou seja, o produto da quantidade  $x$  de metros quadrados por 25 é igual ao total de mudas necessárias:

$$S = 25 \cdot x$$

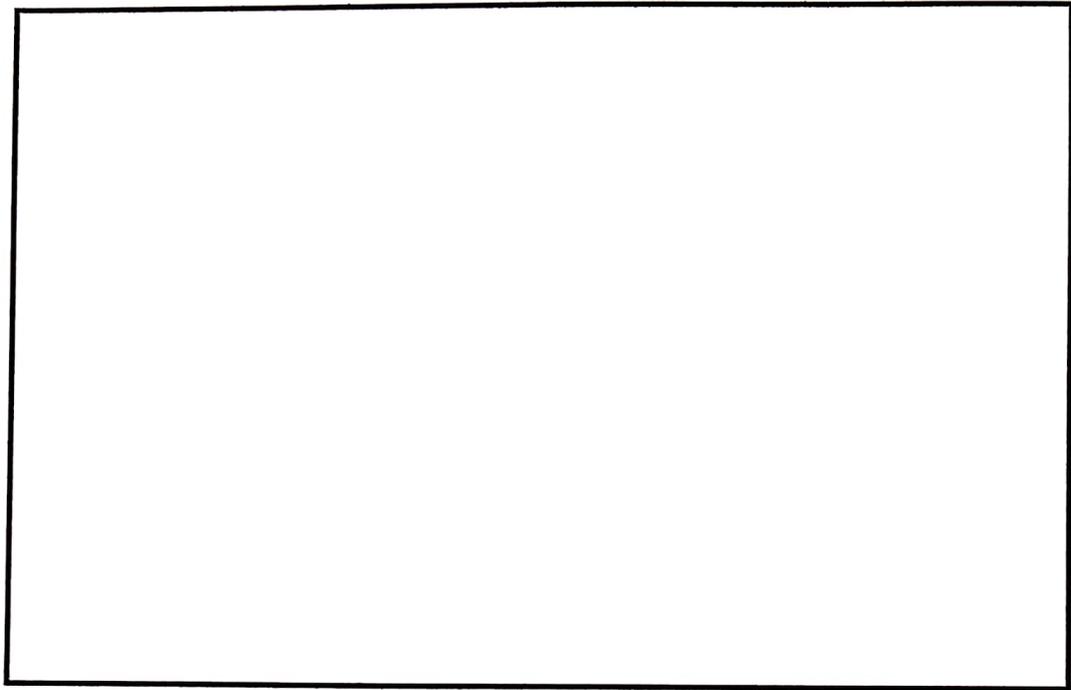
Agora pelo mesmo raciocínio resolva as seguintes questões

3) Sabendo que uma determinada fábrica de sucos produz diariamente 120 garrafas de 3 litros, responda os itens a seguir:

- Qual a produção diária de sucos em litros?
- Quantas garrafas são produzidas semanalmente?
- Quantas garrafas são produzidas em um mês?
- Você seria capaz de expressar a quantidade de garrafas em relação ao número de dias, por meio de uma lei de formação?
- Quais são as grandezas relacionadas? Essa relação é direta ou inversa?

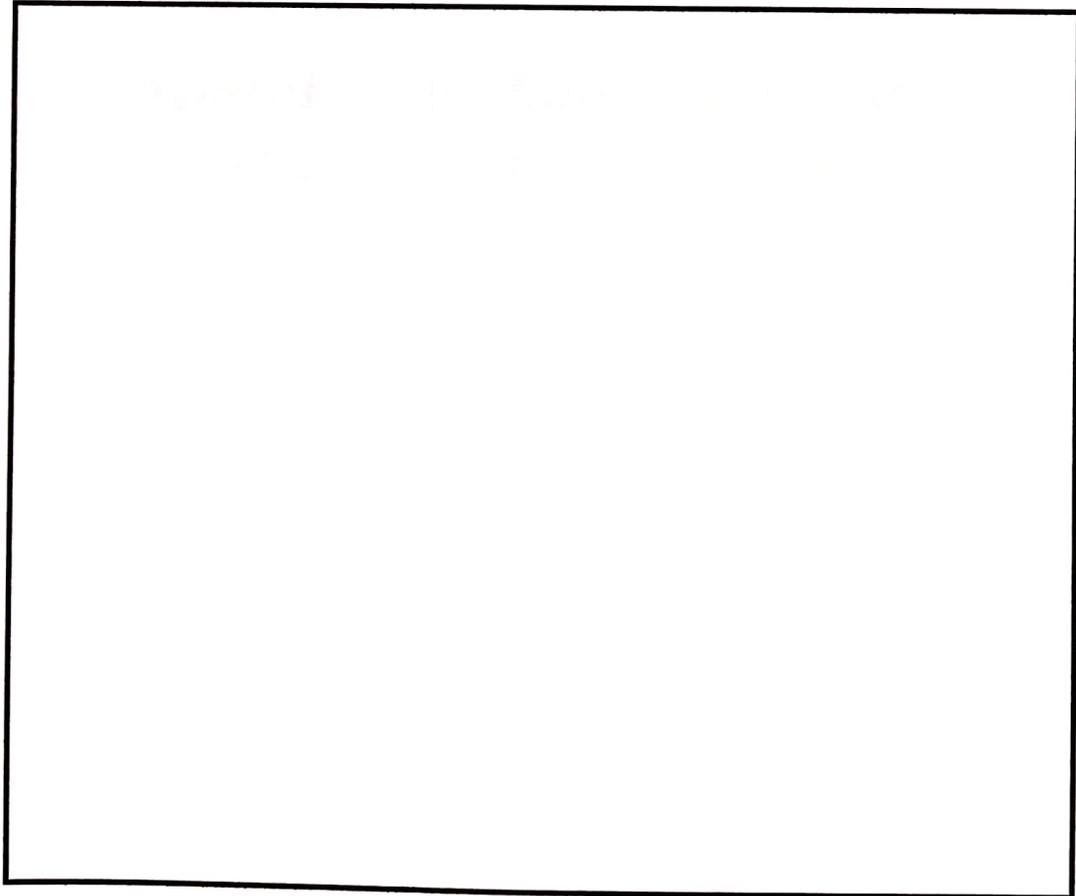


- 4) Uma fonte fornece 320 litros de água em 40 minutos. Quantos litros fornecerá em:
- a) 18 minutos
  - b) 45 minutos
  - c) 1 hora e meia
  - d) 2 horas e meia
  - e) Um dia



5) Em uma encomenda, Dona Ermengarda utiliza 8 caixas para comercializar 40 unidades de seus bombons caseiros. Sendo assim:

- a) Quantas caixas ela precisará para comercializar 395 bombons?
- b) Quantas caixas serão necessárias para uma encomenda de 1000 bombons?
- c) Dispondo de 77 caixas quantos bombons ela poderá produzir?
- d) Em uma encomenda de 905 caixas, quantos bombons ela terá que produzir?



## **Apêndice B: Material didático apresentado na turma regular**

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_/\_\_/\_\_

Professores em formação: Ramon Chagas; Karina Bragança e Jonas Miranda

Professora Orientadora: Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

## Ensino e Aprendizagem em Matemática III - Álgebra

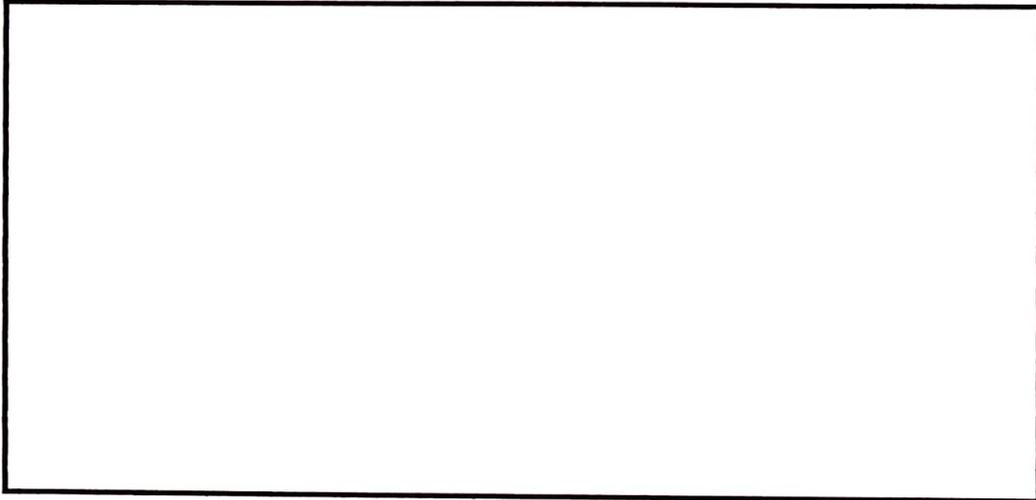
### Entendendo a Função linear por meio da Proporcionalidade direta

1) Resolva os problemas a seguir, indique os casos onde há proporcionalidade e verifique se é direta ou inversa:

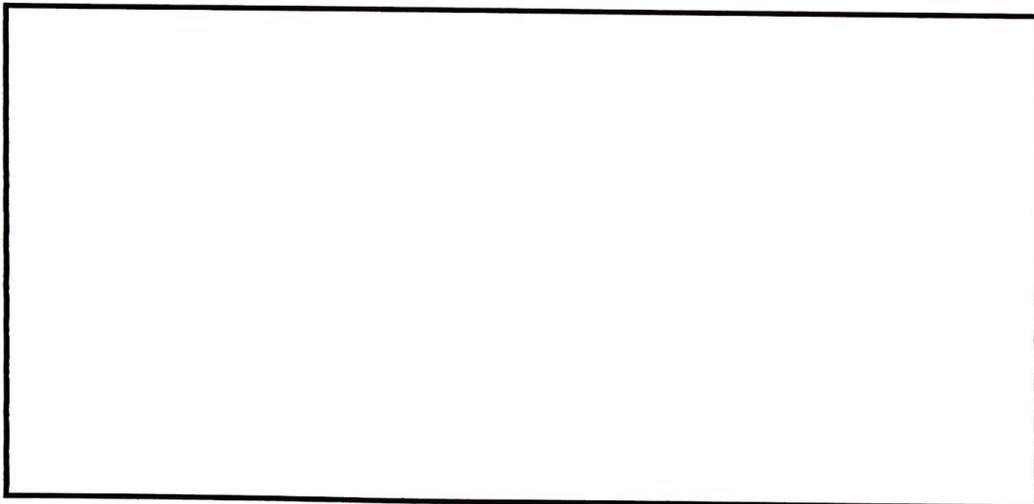
- a) No 1º turno de uma escola, na hora da sobremesa, foram distribuídos 60 kg de doce para 250 alunos. Se no 2º turno o número de alunos é 500, quantos quilos de doce deverão ser distribuídos, para que cada aluno coma a mesma quantidade de doce? (TINOCO, 2010 – Adaptada).

- b) Em uma cooperativa de doces de Campos dos Goytacazes, 56 doceiras produzem diariamente 2240 potes de chuvaço. Quantos potes são produzidos diariamente por 35 doceiras?

- c) Um auditório está arrumado em 16 filas com 20 poltronas em cada fila, em um total de 320 poltronas. Para uma solenidade, o mesmo número de poltronas do auditório deverá ser arrumado em apenas 10 filas. Quantas poltronas haverá em cada fila? (TINOCO,2010 – Adaptada).



- d) Flávia tem 20 anos e “pesa” 52 kg. Quantos quilos “pesava” quando tinha 10 anos?



## Entendendo a função linear por meio da Proporcionalidade direta

2) Observe o problema a seguir:

Em uma horta, José utilizou  $1 \text{ m}^2$  para plantar 25 mudas de alface. Mantendo-se a mesma distância entre as mudas, quantas mudas serão necessárias para o plantio de  $2 \text{ m}^2$ ? E  $3 \text{ m}^2$ ? Dispondo de  $70 \text{ m}^2$ , quantas mudas de alface José poderá plantar?

Inicialmente precisamos atentar para as grandezas citadas no problema. Neste caso temos a quantidade de mudas e o espaço em metros quadrados. Mantendo-se a distância entre as mudas, se dobramos o espaço utilizado para o plantio, obviamente precisamos dobrar a quantidade de mudas, se triplicamos a mesma coisa acontece. Assim sendo observe a tabela a seguir:

Espaço em metros quadrados	Número de Mudas
$1 \text{ m}^2$	25
$2 \times 1 \text{ m}^2$	$2 \times 25$
$3 \times 1 \text{ m}^2$	$3 \times 25$
...	...
$20 \times 1 \text{ m}^2$	$20 \times 25$

Inicialmente temos  $1 \text{ m}^2$  para 25 mudas

Dessa forma podemos observar que à medida que aumentamos uma grandeza a outra também aumenta na mesma proporção, ou seja, as grandezas são diretamente proporcionais (há proporcionalidade direta) e, além disso, concluímos também que a quantidade de mudas depende do espaço a ser utilizado.

E de quantas mudas José precisa para efetuar o plantio de  $70 \text{ m}^2$ ?

Voltando ao início:

$1 \text{ m}^2 \Rightarrow 25$  mudas plantadas

2 vezes  $1 \text{ m}^2 \Rightarrow 2$  vezes 25 mudas plantadas

3 vezes  $1 \text{ m}^2 \Rightarrow 3$  vezes 25 mudas plantadas

70 vezes  $1 \text{ m}^2 \Rightarrow 70$  vezes 25 mudas plantadas, ou seja, 1750 mudas.

Logo para uma superfície de  $s$  metros quadrados será necessário uma quantidade  $y$  de mudas. Podemos, assim, obter uma lei de formação que expressa a quantidade de mudas em função da superfície de plantio, ou seja, o produto da quantidade  $s$  de metros quadrados por 25 é igual ao total de mudas necessárias:

$$y = 25 \cdot s$$

Agora pelo mesmo raciocínio resolva as seguintes questões:

3) Sabendo que uma determinada fábrica de sucos produz diariamente 120 garrafas de 3 litros, responda os itens a seguir:

- a) Quantas garrafas são produzidas semanalmente?
- b) Quantas garrafas são produzidas em um mês?
- c) Você seria capaz de expressar a quantidade de garrafas em relação ao número de dias, por meio de uma lei de formação?
- d) Quais são as grandezas relacionadas? Essa relação é direta ou inversa?

4) Em uma encomenda, Dona Ermengarda utiliza 8 caixas para comercializar 40 unidades de seus bombons caseiros. Sendo assim:

- a) Quantas caixas ela precisará para comercializar 395 bombons?
- b) Quantas caixas serão necessárias para uma encomenda de 1000 bombons?
- c) Dispondo de 77 caixas quantos bombons ela poderá produzir?

d) Em uma encomenda de 905 caixas, quantos bombons ela terá que produzir?

5) Uma lanchonete comercializa suco de guaraná natural, obtido através da solução de água e guaraná natural em pó. Para cada 5 litros de água são diluídos 575 gramas do guaraná solúvel.

- a) Determine a razão entre as quantidades de guaraná em pó e água.  
b) Estabeleça uma relação entre a quantidade de litros de água e guaraná em pó e determine uma lei de formação para essa relação.  
c) Maria Luiza, uma funcionária da lanchonete, elaborou a seguinte tabela relacionando a quantidade em gramas de guaraná em pó e a quantidade de água necessária. Complete com os valores que faltam.

Quantidade em gramas de guaraná em pó solúvel		230	345		575	...	1725		x gramas
Quantidade em litros de água	1	2	3	4	5	...		20	y litros

d) Esboce um gráfico que represente essa relação.

Inicialmente identificamos as grandezas citadas no problema. Neste caso temos a quantidade em gramas de guaraná em pó solúvel e a quantidade

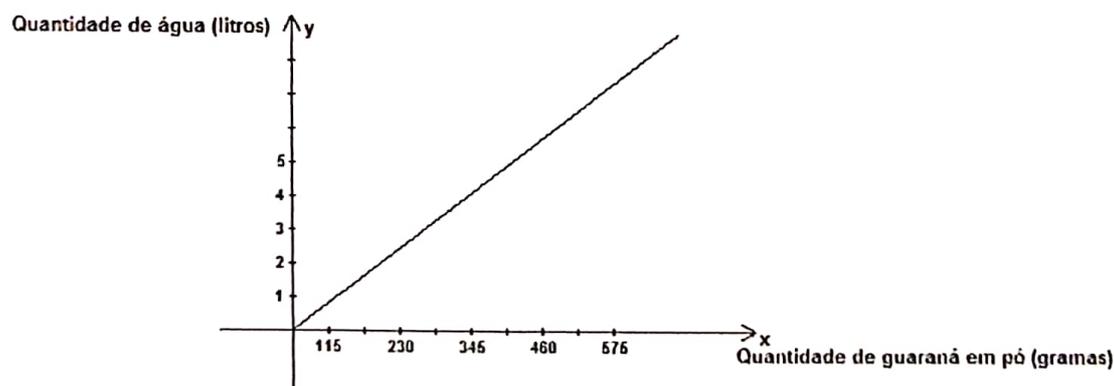
de água em litros. Determinar a razão entre elas nada mais é, que efetuar a divisão (ou quociente) entre elas:

$$\frac{\text{guaraná (gramas)}}{\text{Água (litros)}} = \frac{575}{5} = 115$$

É possível afirmar que a relação existente entre as grandezas: quantidade em gramas de guaraná em pó e quantidade de água em litros é uma **relação de proporcionalidade direta**, pois à medida que a quantidade em pó do guaraná aumenta, aumentamos também a quantidade de água na solução. Você já consegue determinar a lei de formação para essa relação! Determine-a:

Efetuando-se a razão entre os valores das grandezas na tabela, podemos observar que a razão é a mesma para qualquer valor da relação estabelecida, logo podemos concluir que esse valor é uma constante, e como existe a proporcionalidade podemos defini-la como a constante de proporcionalidade.

A seguir, o gráfico que representa a relação:



Como se pode observar, os pontos do gráfico estão alinhados em uma reta. Um gráfico representa uma função de proporcionalidade direta, ou função linear, se os seus pontos estão alinhados sobre uma reta à qual pertence à origem do referencial. Quanto maior for o valor da constante de proporcionalidade em valor absoluto, maior é a inclinação da reta (mais perto está da posição vertical).

### Atividade de verificação

- 6) Uma fonte fornece 320 litros de água em 40 minutos. Quantos litros fornecerá em:
- a) 18 minutos
  - b) 45 minutos
  - c) 1 hora e meia
  - d) 2 horas e meia
  - e) Um dia
- f) Determine a razão entre a quantidade em litros de água fornecidos e o tempo em minutos.
- g) Faça um esboço do gráfico.

