

RELATÓRIO DO LEAMAT

CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NO ENSINO DE EQUAÇÕES DE 1º. GRAU COM UMA INCÓGNITA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

ADRIANA MOTA ALVES
CARLA FERNANDA SIQUEIRA BARRETO DE FREITAS DOS SANTOS
EDMILA CORREA CORDEIRO HENRIQUES
LÍVIA LADEIRA GOMES

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2016.2

ADRIANA MOTA ALVES
CARLA FERNANDA SIQUEIRA BARRETO DE FREITAS DOS SANTOS
EDMILA CORREA CORDEIRO HENRIQUES
LÍVIA LADEIRA GOMES

RELATÓRIO DO LEAMAT

CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NO ENSINO DE EQUAÇÕES DE 1º. GRAU COM UMA INCÓGNITA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática I do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida e Profª Me. Lívia Azelman de Faria Abreu

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2016.2

SUMÁRIO

1) Relatório do LEAMAT I	p. 3
1.1) Atividades desenvolvidas	3
1.2) Elaboração da sequência didática.....	5
1.2.1) Tema	5
1.2.2) Justificativa	6
1.2.3) Objetivos	7
1.2.3.1) Objetivo Geral	7
1.2.3.2) Objetivos Específicos	8
1.2.4) Público Alvo	8
2) Relatório do LEAMAT II	8
2.1) Atividades desenvolvidas	8
2.2) Elaboração da sequência didática	10
2.2.1) Planejamento da sequência didática	10
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II ..	12
3) Relatório do LEAMAT III	13
3.1) Atividades desenvolvidas	13
3.2) Elaboração da sequência didática	13
3.2.1) Versão final da sequência didática	13
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular ..	14
Considerações Finais	19
Referências	20
Apêndices	22
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	23
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular	28

1 Relatório do LEAMAT I

1.1 Atividades desenvolvidas

O Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática (LEAMAT) é um componente curricular da Licenciatura em Matemática do IFFluminense que funciona sob a perspectiva de um espaço de criação onde são desenvolvidas atividades: de observação e reflexão do processo de ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica; de reflexão dos problemas e das alternativas no ensino específico de alguns tópicos de Matemática na Educação Básica; de investigação de materiais instrucionais que possam facilitar o processo ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica (SOUTO et al., 2010).

O LEAMAT se desenvolve em três semestres com quatro linhas de pesquisa, sendo atualmente: Álgebra, Aritmética, Educação Inclusiva e Geometria. Após leituras e discussões dos temas, são elaboradas sequências didáticas e materiais pedagógicos a serem aplicados em turmas regulares de 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental ou Ensino Médio, preferencialmente de redes públicas de ensino.

Os trabalhos de investigação resultam em sequências didáticas que são aplicadas em turmas de escolas da rede pública ou privada da comunidade ou a grupos de estudantes da Educação Básica no próprio IFFluminense. Relata-se aqui, a experiência vivenciada pelo grupo no LEAMAT I.

A aula inaugural foi no dia 19 de janeiro de 2016, quando as quatro professoras orientadoras juntamente com a coordenadora do curso Mônica Souto fizeram a apresentação da disciplina, dividiram os grupos e apresentaram os critérios de avaliação.

O primeiro encontro foi realizado no dia 02 de fevereiro de 2016, no qual a professora orientadora Ana Mary Barreto trouxe uma visão da Álgebra geométrica, justificando os produtos notáveis por meio de áreas. Pediu que pesquisássemos os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) referentes à Álgebra. Neles foi verificada a importância dada à Álgebra na construção do conhecimento matemático, e ainda suas quatro dimensões, que posteriormente seriam mais exploradas, a ruptura com a Aritmética e ausência de situações-

problemas que relacionem a Álgebra ao dia a dia do aluno que expressam uma Álgebra antiquada e mecânica.

O segundo encontro ocorreu no dia 23 de fevereiro de 2016, no qual foi realizada a leitura e discussão do artigo *Números e álgebra no currículo escolar*, de João Pedro da Ponte, onde o autor faz uma crítica à atenção dada a Educação Matemática em Portugal, traz a ampla conceituação de números e da Álgebra, que era tratada como o estudo de resolução de equações, e ainda vista de forma reduzida, desvalorizando sua importância Matemática. O autor traz a ideia de que a Álgebra deve ser trabalhada com o intuito de desenvolver nos alunos o pensamento algébrico, ou seja, desenvolver a criatividade, a investigação, a capacidade de compreender os símbolos matemáticos. Ainda neste artigo teve-se o contato com a dificuldade de compreensão do sinal de igual por parte dos estudantes, e por fim o autor traz reflexões acerca das abordagens dos números e Álgebra no currículo, de forma a promover um conhecimento sólido dessas vertentes da Matemática.

Ainda no segundo encontro, fez-se uma breve análise de provas de anos anteriores do SAESP¹ e SAERJ², buscando no corpo das provas, questões que objetivassem o uso do pensamento algébrico, na medida em que levava o aluno a deduzir, investigar e concluir sua resposta por sua própria construção, e não responder por uma fórmula pré-estabelecida. Verificou-se que pouquíssimas questões traziam a Álgebra por esta perspectiva, como Ponte já havia avaliado em seu artigo a respeito do currículo português.

No terceiro encontro, realizado no dia 08 de março de 2016, realizou-se a leitura do *Capítulo I – Introdução* do livro *Álgebra: pensar, calcular, comunicar*, de Lucia Tinoco, que trata da mecanização do ensino de Álgebra no ensino fundamental, que gera um esquecimento de conteúdos estudados. Em resposta a esta situação, buscou-se uma pesquisa através do Projeto Fundação para o desenvolvimento da linguagem e pensamento algébrico. Logo após, cada grupo selecionou o que mais relevante e abriu-se uma discussão dos tópicos lidos neste capítulo. Nosso grupo falou das situações que o aluno deve vivenciar para que ele construa o pensamento e as noções algébricas, como por exemplo, construir a lei

1 Sistema de Avaliação do Estado de São Paulo

2 Sistema de Avaliação do Estado do Rio de Janeiro

de função que relaciona duas grandezas a partir de tabela de valores progressivos que o leve a generalizar a lei que os relaciona.

Nosso quarto encontro realizou-se no dia 22 de março de 2016, no qual se deu continuidade à leitura do livro de Lucia Tinoco, mas agora com o *Capítulo II – As dimensões da Álgebra* e apresentado em formato de seminário. Sendo quatro dimensões, cada grupo falou de duas delas. Nosso grupo falou da Álgebra como Aritmética Generalizada, onde se tratou da generalização de algumas propriedades aritméticas, como a comutativa na adição, a distributiva na multiplicação, por meio da Álgebra, e falou-se também da Álgebra Funcional, em que as variáveis são uma relação entre grandezas, e variam com ou sem relação de dependência.

O quinto encontro foi realizado em 05 de abril de 2016, quando por meio de seminário debateu-se sobre os capítulos III e IV. O *Capítulo III – O Sinal de Igualdade* foi apresentado pelo grupo 4 e o presente grupo apresentou o *Capítulo IV – A Propriedade Distributiva*. Destacou-se na apresentação o recurso geométrico como forma de mostrar que a propriedade distributiva não representa uma ruptura entre a Aritmética e a Álgebra, grande problema enfrentado pelos alunos. Foi apresentado ainda o exemplo dado no texto por meio de expressões literais em que se obtém a generalização pela Álgebra a partir de situações da Aritmética.

O sexto encontro aconteceu em 19 de abril de 2016, neste dia fez-se uma mesa redonda onde se discutiu o *Capítulo V – Simbologia e Linguagem Algébrica* e o *Capítulo VI – Regularidade e Generalização*, integrantes ainda do livro de Lucia Tinoco. O referido texto trata da fase antiga ou elementar da Álgebra, que se subdivide em estágios retórico, sincopado e simbólico, e concluiu-se que os alunos hoje já partem do estágio simbólico, perdendo os conceitos fundamentais da construção da Álgebra, o que dificulta a transição da linguagem corrente para a linguagem Matemática. Vimos ainda que o professor deve estimular o aluno a perceber regularidades que o leve a generalização.

1.2 Elaboração da sequência didática

1.2.1 Tema

Construção do pensamento algébrico no ensino de equações de 1.º grau com uma incógnita.

1.2.2 Justificativa

Durante as aulas da disciplina do Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática I (LEAMAT) percebeu-se que a Álgebra e a Aritmética se complementam. Viu-se que se todos os alunos fossem melhor preparados na Aritmética, tendo uma visão, por exemplo, que $2 + 3 = 1 + 4$, seria bem mais fácil a sua compreensão quando introduzido ao estudo de equações algébricas. Isto rompe o aspecto unidirecional dado ao sinal de igualdade, como na expressão $2 + 3 = 5$, problema este apontado por TINOCO (2008). Sendo assim, isto despertou o interesse do grupo de licenciandos em trabalhar a construção do conhecimento algébrico numa turma de ensino fundamental, partindo dos conceitos aritméticos.

Mesmo aqueles alunos que apresentam facilidade com números e operações podem encontrar problemas na aprendizagem de equações algébricas. Eles têm dificuldade em trabalhar com símbolos em vez de números, o que dificultará sua vida escolar, como afirma PONTE (2006, p.2):

Quem não tiver uma capacidade, razoável de trabalhar com números e suas operações e de entender e usar a linguagem abstracta da Álgebra fica *ipso facto*³ seriamente limitado nas suas opções escolares e profissionais no seu exercício da cidadania democrática. (PONTE, J. P, 2006)

Do ponto de vista pedagógico, SANTOS (2009) afirma que a maioria dos professores teve sua primeira formação em diferentes décadas e instituições de ensino, ocasionando modelos de formação e orientação de prática pedagógica distintos. Com isso, pensamos sobre como é possível que um aluno tenha facilidade no aprendizado de equações algébricas no Ensino Fundamental II, se a sua aprendizagem de Aritmética, de suma importância para o entendimento da

3 Do latim “pelo próprio fato”.

Álgebra, foi ensinada no Ensino Fundamental I por professores que, em sua maioria, não tem afinidade com Matemática. O foco na formação desses professores, quando estudam educação Matemática, não é estudar os conceitos que estão por trás dos números e das operações, e sim aprender a ensinar a mecanização dos processos matemáticos. É afirmado por THOMPSON (1984):

[...] Se os padrões característicos do comportamento dos professores são realmente uma função de seus pontos de vista, crenças e preferências sobre conteúdo e seu ensino, então qualquer esforço para melhorar a qualidade do ensino de Matemática deve começar por uma compreensão das concepções sustentadas pelos professores e pelo modo como estas estão relacionadas com sua prática pedagógica. (THOMPSON, A. G. 1984, p.14)

A Álgebra, epistemologicamente, tinha como objetivo a resolução de equações, e hoje, teoricamente, este objetivo seria o desenvolvimento do pensamento algébrico, mas, mesmo estando a milhares de anos da Álgebra de Diofanto, considerado fundador da Álgebra, ainda se propaga a sua visão clássica, que nas perspectivas atuais nos reduz a cálculos algébricos (PONTE, 2006).

O referido problema é destacado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 117):

É fato conhecido que os professores não desenvolvem todos os aspectos da Álgebra no ensino fundamental, pois privilegiam fundamentalmente o estudo do cálculo algébrico e das equações muitas vezes deslocadas dos problemas.

Logo, queremos proporcionar um ensino diferenciado de equações, utilizando questões problemas e materiais concretos, que leve o aluno a deduzir padrões e escrever equações a partir de suas observações, que é essencial ao seu raciocínio lógico-matemático e desenvolvimento cognitivo. Neves, apud Azevedo (2002) “[...] considera aceitável iniciar o estudo das equações por modelos físicos, porém acredita na necessidade de alunos e professores alcançarem o modelo algébrico formal.” (AZEVEDO, 2002, p. 57). Sendo assim, a sequência consiste numa aplicação de aula sobre equações de 1º grau com uma incógnita com o uso de balança e materiais concretos, que construa o pensamento algébrico e a capacidade de abstração.

1.2.3 Objetivos

1.2.3.1 Objetivo Geral

Desenvolver o pensamento algébrico no estudo de equações de 1º grau com uma incógnita, possibilitar o entendimento do conceito de equação, assim como transcrever e resolver uma equação contida numa situação-problema.

1.2.3.2 Objetivos Específicos

Pretendemos desenvolver com os alunos a capacidade de manipulação de símbolos e apresentar a bidirecionalidade do sinal de igualdade com o uso da balança. Aplicar a propriedade distributiva com o auxílio de material concreto, e reconhecer e utilizar o princípio aditivo e multiplicativo na resolução de equações em situações problema.

1.2.4 Público - Alvo

Pretende-se aplicar a sequência didática numa turma de 9ª fase da Educação de Jovens e Adultos (EJA) em uma escola pública do município de Campos dos Goytacazes no 2º Semestre letivo de 2016.

2 RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1 Atividades desenvolvidas

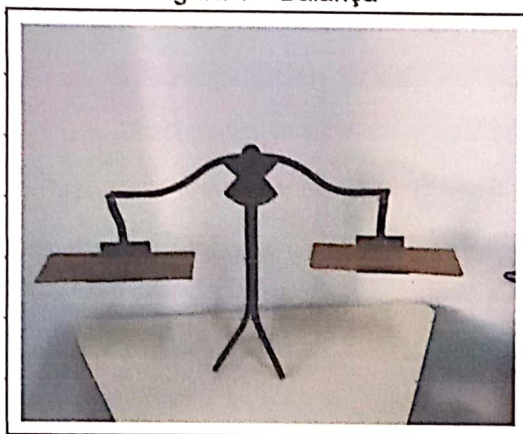
A primeira aula ocorreu no dia 14 de junho de 2016, quando as quatro professoras orientadoras se reuniram com os três grupos do LEAMAT II para esclarecer as próximas atividades a serem desenvolvidas e trouxeram o novo cronograma da disciplina.

A segunda aula foi em 21 de junho de 2016 quando a professora orientadora solicitou que fortalecêssemos a justificativa do trabalho inserindo outra citação no aporte teórico. Além disso, sugerimos aplicar a sequência numa turma da EJA, que foi aprovado pela professora. Também conversamos sobre a utilização de uma balança na sequência didática, então ficou decidido que fizéssemos pesquisa no decorrer da semana sobre como ela seria.

A terceira aula aconteceu em 28 de junho de 2016, quando utilizamos os horários para fazer correções no relatório, que foram sugeridas no LEAMAT I. A professora nos apresentou um vídeo mostrando a construção de uma balança feita de MDF onde ficou decidido que a mesma iria nos ajudar a confeccionar. Conversamos também sobre como serão feitos os pesos que serão usados na balança, e discutimos qual será a maneira que exploraremos a utilização da balança na explicação da sequência didática.

A quarta aula aconteceu em 05 de julho de 2016, e todos os grupos do LEAMAT II foram assistir às apresentações dos grupos do LEAMAT III que estão no 5º período. Neste dia, fizemos teste na balança trazida pela professora e esta não estava funcionando perfeitamente, por isso, encomendamos outra balança (Figura 1) com materiais mais pesados para fazer teste.

Figura 1 – Balança



Fonte: Confeção própria

A quinta aula aconteceu em 12 de julho de 2016, e o grupo fez a escolha da escola onde realizará uma visita para conhecer o perfil da turma. Trouxemos outra balança para apresentar à professora e as caixinhas confeccionadas em papel cartão. Em seguida demos sequência na elaboração das atividades a serem aplicadas.

A sexta aula aconteceu em 19 de julho de 2016, e nosso grupo ouviu as sugestões de alteração na justificativa do relatório feitas pela orientadora Lívia, e fez as devidas correções. Além disso, demos continuidade na construção de materiais didáticos a serem usados na sequência.

A sétima aula aconteceu em 26 de julho de 2016, neste dia preparamos as atividades, e fizemos os testes com os pesos (vide apêndice) na balança.

A oitava aula aconteceu no dia 02 de agosto de 2016, neste dia mostramos a professora os materiais concretos que serão usados nas atividades. Também corrigimos o relatório de acordo com as solicitações da professora.

O nono encontro ocorreu no dia 09 de agosto de 2016. Este dia foi destinado a visitar escolas e conhecer turmas e professores para aplicar a sequência didática.

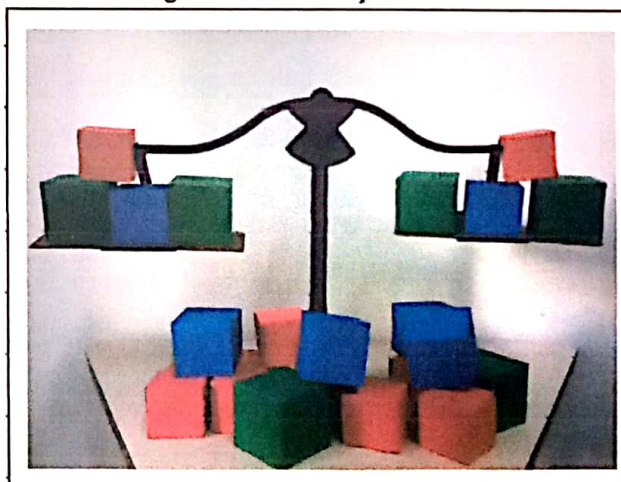
As aulas seguintes foram destinadas às apresentações das sequências didáticas de todos os grupos do LEAMAT II.

2.2 Elaboração da sequência didática

2.2.1 Planejamento da Sequência Didática

Inicialmente, utilizaremos uma balança (Figura 2) para fazer algumas representações acerca do seu equilíbrio, que simboliza o sinal de igualdade, de forma bidirecional. Traremos para a aula como material, além da balança, alguns cubos de papel com pesos diferentes dentro deles. Mostraremos aos alunos que o peso colocado em um lado deverá ser o mesmo do outro lado, para que a balança fique em equilíbrio.

Figura 2 – Balança e Cubos



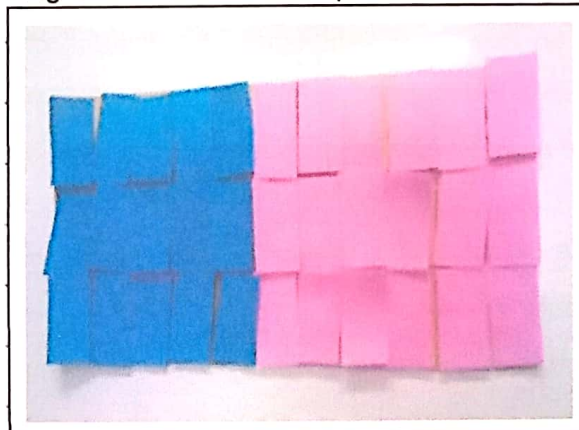
Fonte: Confecção própria

Representaremos por meio de equação todas as atividades propostas na balança, onde partiremos dos cálculos aritméticos com situações como: 3 pesos mais 2 pesos de um lado da balança é igual a 4 pesos mais 1 do outro lado. Algebricamente representaremos por $3 + 2 = 4 + 1$. O objetivo é mostrar que o sinal de igualdade significa uma equivalência entre os dois lados e não simplesmente um resultado engessado.

Após o entendimento da etapa anterior, iremos propor uma atividade em folha para que os alunos somem ou subtraíam valores até encontrar o equilíbrio do desenho de uma balança (Atividade 1), expressando algebricamente seu raciocínio. Na mesma atividade haverá outro desenho de uma balança em que um dos lados possui um bloco de peso desconhecido, para que os alunos, manipulando com operações de soma e subtração, encontre o valor do bloco. Com isso pretendemos introduzir a ideia de incógnita.

Partiremos então para a explicação da propriedade distributiva. Utilizaremos um quadro feito de papel cartão dividido em dois retângulos de cores diferentes, subdivididos em linhas e colunas. Mostraremos retângulos menores de EVA com velcro que serão fixados no papel cartão (Figura 3).

Figura 3 – Quadro da Propriedade Distributiva



Fonte: Confeção própria

Usaremos como exemplo inicial a expressão $3 \cdot (5+8)$ e mostraremos duas formas de saber a quantidade total de retângulos menores. A primeira forma é multiplicar a quantidade de linhas pela quantidade de colunas dos retângulos rosas, e depois multiplicar a quantidade de linhas pela quantidade de colunas dos retângulos azuis, em seguida somar esses dois resultados. A segunda forma é usar a propriedade distributiva. O objetivo é fazer com que os alunos percebam

que ambas as maneiras de contagem resultam no mesmo resultado e esta é conhecida como a propriedade distributiva.

Em seguida, pediremos que os alunos resolvam algumas questões (Atividade 2) que envolvam essa propriedade, como por exemplo, determinar a quantidade de elementos enfileirados e organizados em linhas e colunas de maneira rápida, sem a necessidade de contar um a um. A última etapa consiste em mostrar aos alunos como se resolve uma equação de 1º grau com uma incógnita, e como se determina qual o valor dessa incógnita. Para tanto, vamos aplicar o princípio multiplicativo e aditivo, e a propriedade distributiva, em exercícios.

A atividade final (Atividade 3) consistirá na leitura em grupo de exercícios de fixação e questões-problemas do dia a dia que deverão ser transcritas para a linguagem matemática e resolvidas de acordo com as habilidades adquiridas ao longo da aula.

2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

A apresentação da sequência didática de Álgebra foi marcada para o dia 23 de agosto de 2016. De forma geral, os alunos que estavam presentes foram bastante participativos nas sugestões e críticas ao trabalho. Apesar das correções sugeridas, todos os presentes compreenderam o objetivo da aula a partir das atividades feitas. Sendo assim, relatamos abaixo as sugestões.

Na atividade 1, questão 1, pediram que as balanças fiquem posicionadas de forma inclinada, mostrando o desequilíbrio.

Na atividade 2, questão 2, foi sugerido que enfatizássemos no enunciado que o aluno não deve calcular a soma no interior dos parênteses.

Na introdução da atividade 3, foi sugerido que informássemos que equações são expressões matemáticas representadas por igualdades. Foi sugerido também que acrescentássemos o trecho "A expressão matemática anterior ao sinal de igual é chamada de 1º membro, e a expressão matemática posterior ao sinal de igual é chamada de 2º membro."

Visto as poucas alterações sugeridas e que a maioria não dizem respeito ao conteúdo da sequência didática, podemos concluir que o trabalho atingiu o objetivo desejado. Os colegas e professores elogiaram os materiais

concretos utilizados na aplicação e afirmaram ter conseguido compreender o conteúdo apresentado.

3 Relatório do LEAMAT III

3.1 Atividades desenvolvidas

As primeiras aulas do LEAMAT III foram destinadas para confecção de material didático e alterações da sequência didática elaborada no LEAMAT II. Logo após, reservamos algumas aulas para ensaios antes da aplicação, que ocorreu no dia 10 de novembro de 2016.

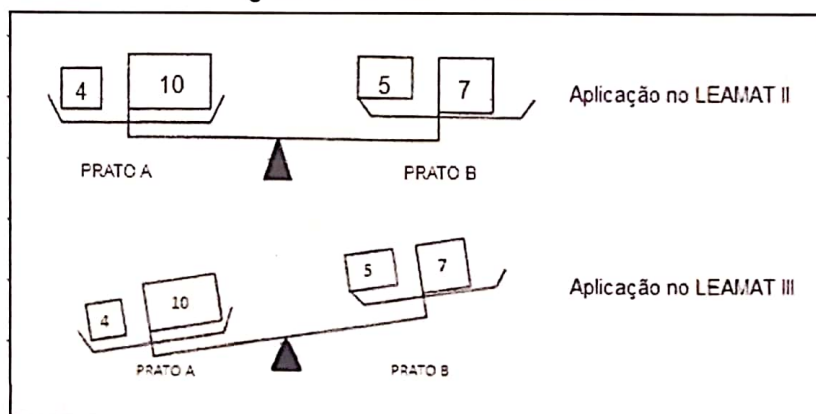
As aulas seguintes foram utilizadas para conclusão do relatório e elaboração da apresentação para o seminário final, que foi realizado no dia 21 de março de 2017.

3.2 Elaboração da sequência didática

3.2.1 Versão final da sequência didática

Durante os ensaios, observamos que seria mais adequado o uso da palavra “massa” ao se referir à unidade de massa dos cubos, visto que a palavra “peso” nos remete à uma grandeza física. Conforme solicitado, alteramos a figura da balança da atividade 1, questão 1 (Figura 4).

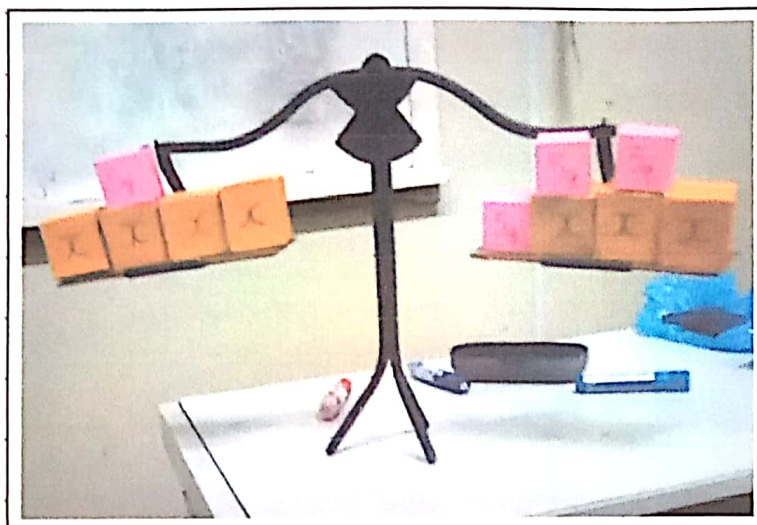
Figura 4 – Atividade 1 Questão 1



Fonte: Protocolo de Pesquisa

De acordo com as sugestões a respeito da atividade 3, alteramos o texto explicativo sobre equações. Além disto, ainda na atividade 3, questão 3, fizemos os cubos com valores x e $5g$ para a resolução da questão (Figura 5).

Figura 5: Cubos utilizados na atividade 3 Questão 3



Fonte: Confeção própria

No decorrer das aulas do LEAMAT III, tivemos a ideia de apresentar um jogo lúdico ao final da sequência na turma regular para verificar se os alunos compreenderam as atividades propostas. O jogo se chama “Eu Tenho”, e consiste em perguntas e respostas de modo que cada aluno tenha um papel com uma resposta e uma pergunta. Quem começa a brincadeira faz a sua pergunta, todos os alunos envolvidos têm de fazer os cálculos para saber quem tem a resposta, e aquele que tiver diz “eu tenho” e em seguida, faz a sua pergunta. Assim segue o jogo até que todas as perguntas sejam respondidas. As perguntas aplicadas foram baseadas nas atividades anteriores, utilizando a propriedade distributiva, resolução de equações e expressões (vide apêndice B).

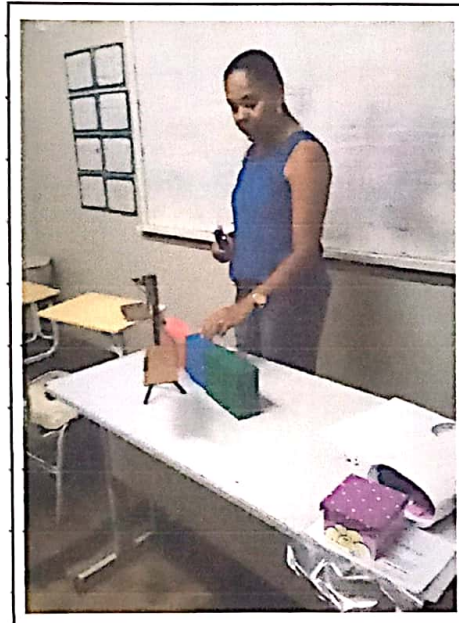
3.2.2 Experimentação da sequência didática na turma regular

A sequência didática foi aplicada numa turma regular da 9ª fase da Educação de Jovens e Adultos (EJA) no Colégio Municipal Dr. Luiz Sobral, em Campos dos Goytacazes/RJ. A turma possuía no diário cerca de 15 alunos, porém no dia da aplicação estavam presentes 4 alunos, e utilizamos 3 horários para a aplicação, visto que a escola estava trabalhando com hora/aula reduzida de 30 minutos. No dia 10 de novembro de 2016 realizamos então a aplicação da sequência didática.

Inicialmente, apresentamos cada integrante do grupo e as professoras envolvidas. Depois apresentamos o material concreto e explicamos que a balança

não tinha total precisão, servindo nas atividades como uma representação. Em seguida, mostramos que os cubos tinham unidade de massa equivalente a 1, 2 e 3 e fizemos representações na balança colocando cubos no primeiro e no segundo prato de modo a deixar a balança equilibrada (Figura 6).

Figura 6 – Apresentação do material



Fonte: Protocolo de Pesquisa

Foi fácil para os alunos perceber que a balança ficava equilibrada quando a quantidade de massa exposta nos dois pratos era igual, assim como quando retirávamos um cubo de massa 2, por exemplo, de um lado, era necessário retirar também do outro para que a balança permanecesse em equilíbrio.

Após estas demonstrações, fomos ao quadro e fizemos expressões do tipo $2+3=5$ e pedimos que os alunos nos dessem outras expressões equivalentes de modo a manter o equilíbrio, como na balança. Claramente eles associaram que o sinal de igualdade representava o equilíbrio, sendo a expressão anterior ao sinal de igual o primeiro prato e a expressão posterior ao sinal de igual o segundo prato. Assim, tiveram facilidade em somar e subtrair valores para resolver a atividade 1, questão 1.

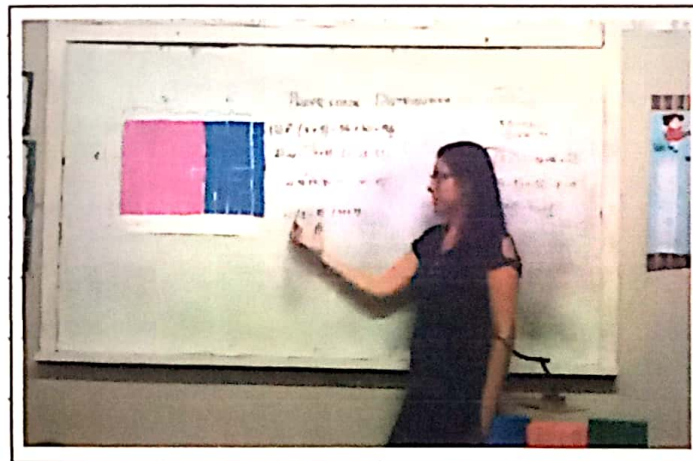
Já na atividade 1, questão 2, introduzimos a ideia de um valor desconhecido. Diferente da questão anterior, a balança já estava em equilíbrio e o aluno devia descobrir o valor do cubo em branco usando operações de soma e subtração. Nessa primeira atividade, percebemos que os alunos tiveram

dificuldade em fazer cálculos com números negativos, mas com o auxílio do grupo, as dúvidas básicas foram sanadas.

Na atividade 2, falamos da importância da propriedade distributiva para as atividades seguintes. Usando o quadro confeccionado pelo grupo, mostramos como saber a quantidade total de quadrados rosas e azuis sem precisar contar um a um, conhecendo apenas a quantidade de linhas e colunas de cada cor. Assim, generalizamos a propriedade distributiva, e passamos para a atividade 2.

Na questão 1, representamos as figuras no quadro confeccionado e os alunos não tiveram dificuldade nessa etapa. Um deles perguntou se poderia fazer primeiro a soma dentro dos parênteses, e em seguida fazer a multiplicação. Explicamos que quando se trata apenas de números, podemos sim fazer a operação dentro dos parênteses primeiro, mas quando há um valor desconhecido (como o cubo da questão anterior) nos parênteses, isto não é possível. Na questão 2 desta mesma atividade, os alunos tiveram dificuldade apenas na letra c, que envolvia multiplicação de diferença por soma de dois termos. A questão foi resolvida com eles no quadro, tirando as dúvidas sobre multiplicação de números negativos (Figura 7).

Figura 7 – Resolução das questões



Fonte: Protocolo de Pesquisa

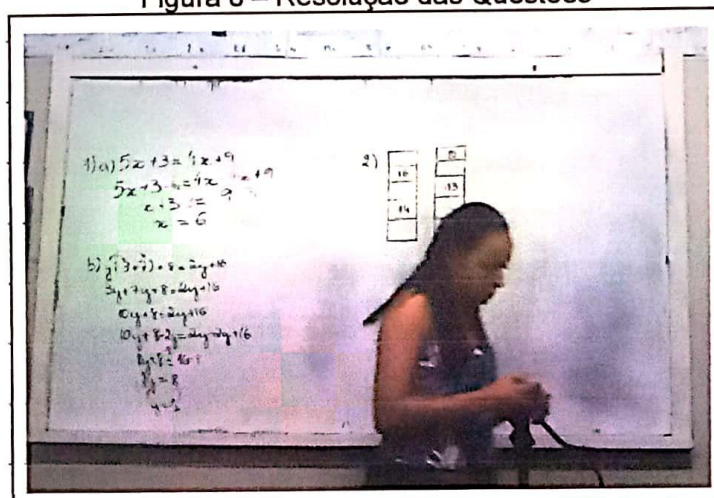
A questão 3 apresentava um problema contextualizado em que os alunos deveriam transcrever da linguagem textual para a linguagem matemática e resolver as letras a e b. Toda questão foi resolvida junto com os alunos, visto que até então não havíamos apresentado nenhum problema contextualizado. Para resolver a letra b, utilizamos o princípio aditivo e multiplicativo, enfatizando a todo o momento a equivalência com a balança, lembrando que a operação que

fazemos de um lado do sinal de igual devemos fazer do outro. Os alunos só tiveram dificuldade em entender o processo inverso da multiplicação na equação, o que foi explicado imediatamente.

Ao fazer a leitura do texto que inicia a atividade 3, introduzimos a ideia de incógnita, e pausamos algumas vezes para comparar as atividades da balança com as questões realizadas na atividade 2. Em seguida, resolvemos junto com os alunos as letras a e b da primeira questão, que envolvia o princípio aditivo e multiplicativo, a propriedade distributiva e resolução de equações com uma incógnita. Nesta etapa os alunos tiveram mais dificuldade com as operações envolvidas, e foi necessário ir até a carteira de alguns para tirar as dúvidas individualmente.

A questão 3 desta mesma atividade também necessitava da transcrição da linguagem textual para a linguagem matemática, por ser uma questão contextualizada, por isso foi resolvida junto com os alunos, que já não expressaram mais tantas dúvidas como na questão anterior (Figura 8).

Figura 8 – Resolução das Questões



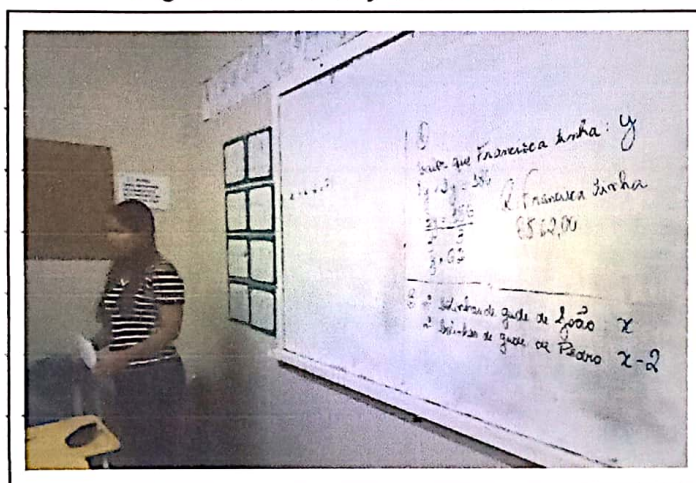
Fonte: Protocolo de Pesquisa

Ainda na atividade 3, precisamos utilizar novamente a balança para ilustrar a próxima questão. A letra a pedia apenas que determinássemos a equação que a balança estava representando, já a letra b pedia a massa de cada cubo, ou seja, que encontrássemos o valor da incógnita e para isso era necessário resolver a equação. Resolvemos então a equação e ao mesmo tempo

manipulamos os valores dos cubos na balança, o que facilitou o entendimento dos alunos.

As questões 4 e 5 também eram contextualizadas, e precisava que os alunos conseguissem determinar a equação e resolvê-la, encontrando o valor da incógnita. A questão 4 foi resolvida junto com eles (Figura 9), diferente da questão 5, que foi feita somente pelos alunos. Eles não tiveram dúvidas nessas duas últimas questões.

Figura 9 – Resolução das Questões



Fonte: Protocolo de Pesquisa

Após o término dessas atividades, perguntamos se os alunos teriam interesse em participar de um jogo que abrangia todo o conteúdo visto. Com entusiasmo por parte deles, explicamos como o jogo funcionava e distribuimos os papéis com perguntas e respostas. Como dito anteriormente, tínhamos apenas 4 alunos presentes, por isso convidamos a professora da turma e nossa professora orientadora para participar também, além de nós quatro do grupo. Como o jogo continha vinte questões, cada um ficou com 2 papéis de perguntas e respostas. Durante o jogo, alguns alunos mostraram dúvidas ao ter que realizar alguns cálculos mentais, e para ajudá-los nós escrevemos a pergunta no quadro.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os alunos foram muito participativos durante a aplicação da sequência, entretanto um aluno se mostrou mais tímido ao responder oralmente o que era pedido. Ao final da sequência perguntamos se os alunos ficaram com alguma dúvida do conteúdo e o que eles acharam da nossa aplicação, a resposta que tivemos é que o trabalho estava muito bom, foi muito bem aplicado e foi uma aula diferente da que eles costumam ter. Enfatizaram também que trabalhar com material concreto facilitou a compreensão do conteúdo e proporcionou uma aula mais dinâmica (Figura 10).

Figura 10 – Avaliação dos alunos

O que você achou da aula sobre Construção do Pensamento Algébrico no Ensino de Equações de 1º grau com uma Incógnita? Dê sua opinião com elogios e críticas.

A aula foi Bem diferente.
Aprendi coisas novas. Muito Boa a aula!

O que você achou da aula sobre Construção do Pensamento Algébrico no Ensino de Equações de 1º grau com uma Incógnita? Dê sua opinião com elogios e críticas.

A aula foi ótima, com material concreto, foi uma experiência muito boa.

Fonte: Protocolo de Pesquisa

Para nosso grupo foi muito enriquecedor ter trabalhado com uma turma da EJA onde pudemos ter contato com alunos com faixa etária próxima à nossa, o que facilitou a comunicação e a troca de informações. Percebemos que trabalhar com material concreto realmente facilita o processo de ensino e aprendizagem, e desperta interesse maior da turma.

Uma das melhorias que faríamos numa próxima apresentação seria encontrar um material que prenda melhor o quadro usado para explicar a propriedade distributiva na lousa, pois a fita utilizada ficou soltando durante a aula e precisamos do auxílio de duas integrantes do grupo. Uma sugestão para o futuro é dar continuação ao trabalho fazendo a construção do pensamento algébrico no ensino de equações do 1º grau com duas incógnitas.

REFERÊNCIAS

AZEVEDO, P. M. A. S. **Um processo de ensino/aprendizagem de equações vivido por alunos jovens e adultos em sala de aula: transitando por registros e representações.** (p.57) Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação – Campinas, São Paulo. 2002

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática.** Brasília, 1998.

PONTE, J. P. **Números e álgebra no currículo escolar.** In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & P. Canavarro (Eds.), *Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores* (pp. 5-27). Lisboa: SEM-SPCE. 2006

SANTOS, D. M. F. **Ensino de equação do 1º grau: concepções de professores de matemática e formação docente.** Dissertação (Mestrado apresentado ao programa de pós-graduação em educação) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, UNESP/Campus de Presidente Prudente. 2009.

THOMPSON, A. G. **A relação entre concepções de matemática e de ensino de matemática de professores na prática pedagógica.** *Zetetiké*, v.5, n.8, p.11-43, 1997. Tradução: *The relationship of the teachers' conceptions: of mathematics and mathematics teaching to instructional practice.* *Educational Studies in Mathematics*, n.15, p. 105-127, 1984.

TINOCO, L. A. A. **Álgebra: pensar, calcular, comunicar** – Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 2008

Campos dos Goytacazes (RJ), 21 de março de 2017.

Gabriella Mota Alves
Carla Turmela G. de Freitas dos Santos
Isis Wadue Gomes
Edmilla Corina Cardoso Henriques

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

LABORATÓRIO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA II
LEAMAT II / 2016.1

Linha de Pesquisa: Álgebra

Professora Orientadora: Prof^ª. Me. Livia Azelman

Grupo: Adriana Mota, Carla Fernanda Siqueira, Edmila Corrêa e Livia Ladeira

Nome: _____ Data: ___/___/___

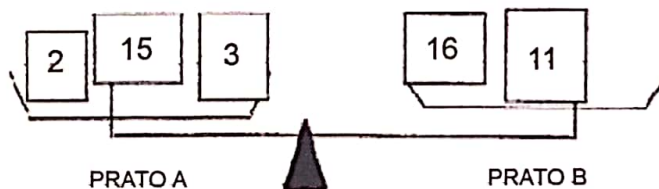
Atividade 1

1) Some ou subtraia valores nos pratos, de modo que as balanças fiquem equilibradas. Descreva as operações que você utilizou.

a)

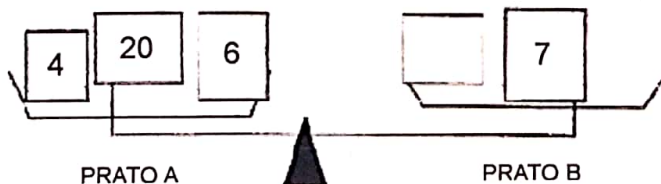


b)

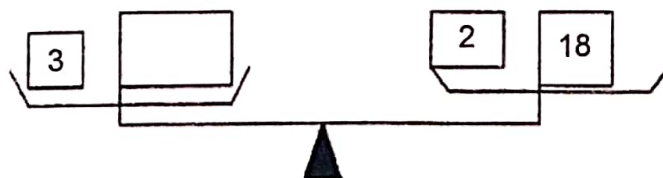


2) Encontre os valores desconhecidos, de modo que as balanças permaneçam equilibradas. Expresse seus cálculos ao lado.

a)



b)



Atividade 2

- 1) Calcule a quantidade de quadrados que preenche os retângulos abaixo, utilizando a propriedade distributiva:

a)

	3	6	
5	<div style="display: flex; border-bottom: 1px solid black;"> <div style="width: 30px; height: 20px; border-right: 1px solid black;"></div> <div style="width: 30px; height: 20px;"></div> </div> <div style="display: flex; border-bottom: 1px solid black;"> <div style="width: 30px; height: 20px; border-right: 1px solid black;"></div> <div style="width: 30px; height: 20px;"></div> </div> <div style="display: flex; border-bottom: 1px solid black;"> <div style="width: 30px; height: 20px; border-right: 1px solid black;"></div> <div style="width: 30px; height: 20px;"></div> </div> <div style="display: flex; border-bottom: 1px solid black;"> <div style="width: 30px; height: 20px; border-right: 1px solid black;"></div> <div style="width: 30px; height: 20px;"></div> </div>		Resposta:

b)

5	<div style="display: flex; border-bottom: 1px solid black;"> <div style="width: 30px; height: 20px; border-right: 1px solid black;"></div> <div style="width: 30px; height: 20px;"></div> </div> <div style="display: flex; border-bottom: 1px solid black;"> <div style="width: 30px; height: 20px; border-right: 1px solid black;"></div> <div style="width: 30px; height: 20px;"></div> </div> <div style="display: flex; border-bottom: 1px solid black;"> <div style="width: 30px; height: 20px; border-right: 1px solid black;"></div> <div style="width: 30px; height: 20px;"></div> </div> <div style="display: flex; border-bottom: 1px solid black;"> <div style="width: 30px; height: 20px; border-right: 1px solid black;"></div> <div style="width: 30px; height: 20px;"></div> </div>		Resposta:
---	---	--	-----------

- 2) Resolva as expressões, utilizando a propriedade distributiva.

a) $4 \cdot (5 + 7) =$ _____

b) $10 \cdot (9 - 3) =$ _____

c) $(1 - 8) \cdot (13 + 7) =$ _____

- 3) Minha Calculadora enlouqueceu! Se eu digito um número, ela soma a ele o número 2 e multiplica o resultado por 4. Exemplo: digitei 1 e apareceu 12. Eu digitei um número x e apareceu 28 no visor.

a) Escreva a sentença que descreve o que a calculadora fez.

b) Descubra que número é x.

Atividade 3

Equações são igualdades, portanto nelas aparece o sinal “=”.

O número desconhecido representado pela letra é chamado incógnita. Ao resolver a equação, estamos procurando o número desconhecido, ou seja, o valor da incógnita.

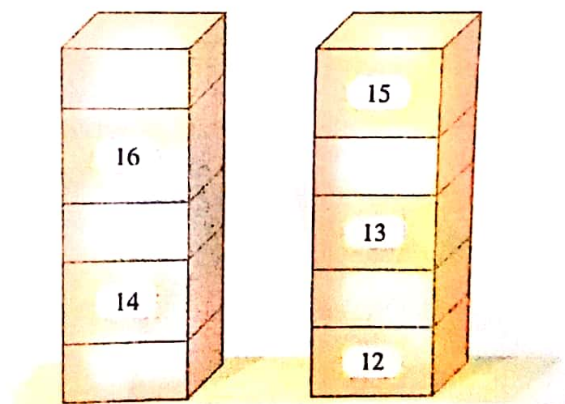
Nas igualdades você pode somar ou subtrair um mesmo número nos dois lados. E ainda pode multiplicar ou dividir os dois lados por um mesmo número, mantendo a igualdade.

1) Resolva as equações aplicando as propriedades estudadas:

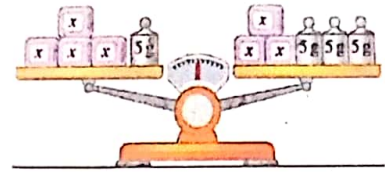
a) $5x + 3 = 4x + 9$

b) $x \cdot (3 \mid 7) \mid 8 = 2x \mid 16$

2) Com as 10 caixas que tenho, fiz duas pilhas de mesma altura, conforme mostra o desenho. Observe que em algumas caixas, coloquei um adesivo com um número que representa sua altura em centímetros. As caixas que estão sem adesivo possuem a mesma altura. Calcule a altura das caixas sem adesivo.



- 3) O esquema a seguir mostra uma balança em equilíbrio.



- a) Determine a equação que a balança está representando.
- b) Qual é a massa de cada cubo?

- 4) Francisca tinha certa quantia em dinheiro para comprar um tênis, mas viu que o dinheiro não era suficiente. Sua mãe decidiu ajudá-la e deu a ela o dobro do que Francisca tinha. Com isso, Francisca ficou com R\$ 186,00. Quanto de dinheiro Francisca tinha no início?



- 5) (PMES -2008). Pedro e João, juntos, possuem 74 bolinhas de gude. Sabendo que Pedro possui 2 bolinhas a menos que João, pode-se concluir que o número de bolinhas de gude de João é:



- a) 38
b) 36
c) 34
d) 32
e) 30

Apêndice B: Material didático apresentado na turma regular

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Linha de Pesquisa: Álgebra

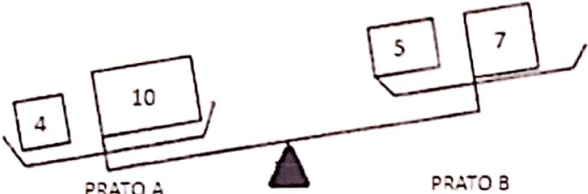
Licenciandas: Adriana Mota, Carla Fernanda Freitas, Edmila Henriques e Lívia Ladeira

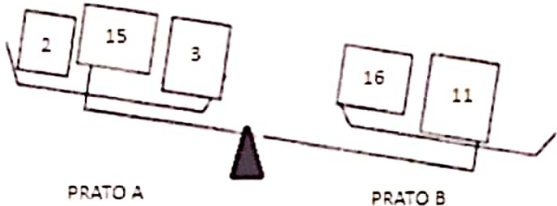
Orientadora: Prof^a. Me. Lívia Azelman de Faria Abreu

Nome: _____ Data: ___ / ___ / 2016

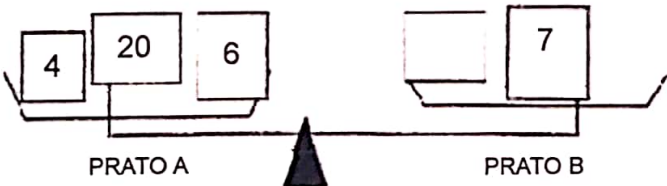
Atividade 1

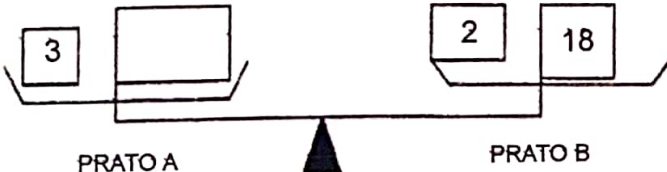
- 1) Some ou subtraia valores nos pratos, de modo que as balanças fiquem equilibradas. Descreva as operações que você utilizou.

a)  _____

b)  _____

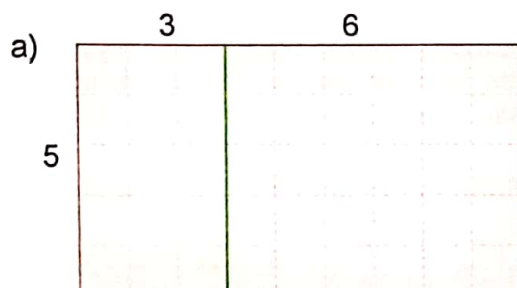
- 2) Encontre os valores desconhecidos, de modo que as balanças permaneçam equilibradas. Expresse seus cálculos ao lado.

a)  _____

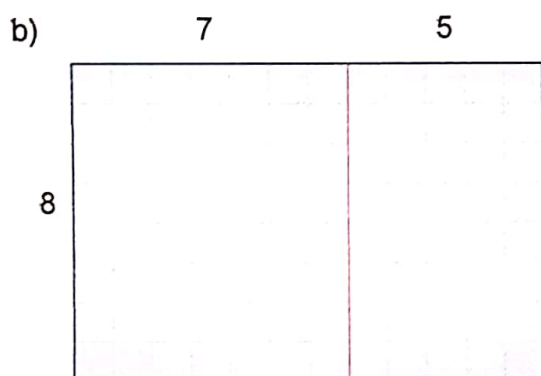
b)  _____

Atividade 2

- 1) Calcule a quantidade de quadrados que preenche os retângulos abaixo, utilizando a propriedade distributiva:



Resposta:



Resposta:

- 2) Resolva as expressões, utilizando a propriedade distributiva. Atenção: Não calcule a soma do interior dos parênteses!

a) $4 \cdot (5 + 7) =$ _____

b) $10 \cdot (9 - 3) =$ _____

c) $(1 - 8) \cdot (13 + 7) =$ _____

- 3) Minha Calculadora enlouqueceu! Se eu digito um número, ela soma a ele o número 2 e multiplica o resultado por 4. Exemplo: digitei 1 e apareceu 12.

- a) Eu digitei um número x e apareceu 28 no visor. Escreva a sentença que descreve o que a calculadora fez.

- b) Descubra que número é x .

Atividade 3

Equações são igualdades, portanto nelas aparece o sinal “=”.

A letra chamada de incógnita representa um valor desconhecido. Ao resolver a equação, estamos procurando o número desconhecido, ou seja, o valor da incógnita.

Nas igualdades você pode somar ou subtrair um mesmo número nos dois membros, mantendo a igualdade verdadeira. E ainda pode multiplicar ou dividir os dois membros por um mesmo número, mantendo a igualdade verdadeira.

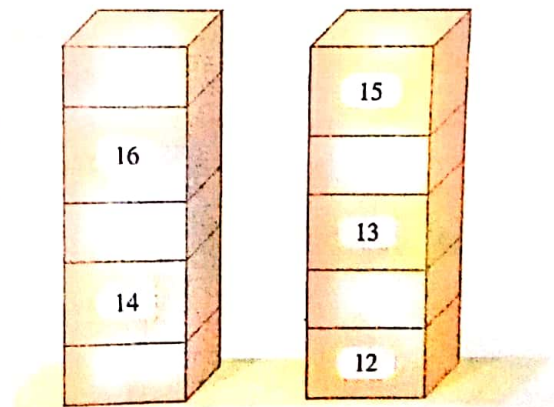
A expressão matemática anterior ao sinal de igual é chamada de 1º membro, e a expressão matemática posterior ao sinal de igual é chamada de 2º membro.

1) Resolva as equações aplicando as propriedades estudadas:

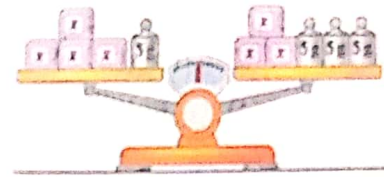
a) $5x + 3 = 4x + 9$

b) $y \cdot (3 + 7) + 8 = 2y + 16$

2) Com as 10 caixas que tenho, fiz duas pilhas de mesma altura, conforme mostra o desenho. Observe que em algumas caixas, coloquei um adesivo com um número que representa sua altura em centímetros. As caixas que estão sem adesivo possuem a mesma altura. Calcule a altura das caixas sem adesivo.



- 3) O esquema a seguir mostra uma balança em equilíbrio.



- a) Determine a equação que a balança está representando.

- b) Qual é a massa de cada cubo?

- 4) Francisca tinha certa quantia em dinheiro para comprar um tênis, mas viu que o dinheiro não era suficiente. Sua mãe decidiu ajudá-la e deu a ela o dobro do que Francisca tinha. Com isso, Francisca ficou com R\$ 186,00. Qual valor Francisca tinha no início do problema?



- 5) (PMES -2008). Pedro e João, juntos, possuem 74 bolinhas de gude. Sabendo que Pedro possui 2 bolinhas a menos que João, pode-se concluir que o número de bolinhas de gude de João é:



- a) 38
b) 36
c) 34
d) 32
e) 30

QUESTÕES DO JOGO

Eu tenho $8y$.

Quem tem o resultado da equação $2x=4$?

Eu tenho 2.

Quem tem o meu número multiplicado pela soma $(4+8)$?

Eu tenho 24.

Quem tem o resultado da equação $2x-7=20+1$?

Eu tenho 14.

Quem tem o meu número multiplicado por x ?

Eu tenho $14x$.

Quem tem o meu número $+x$?

Eu tenho $15x$.

Quem tem o meu número $-9x$?

Eu tenho $6x$.

Quem tem o meu número dividido por 6?

Eu tenho x .

Quem tem a soma que é equivalente à soma $10+6$?

Eu tenho $8+8$.

Quem tem a expressão equivalente a $2(4+5)$?

Eu tenho $10+8$.

Quem tem a expressão equivalente a $6x$?

Eu tenho $5x+x$.

Quem tem a equação cujo resultado é 5?

Eu tenho $2x-8=20-18$.

Quem tem o resultado de $3(2+5)$?

Eu tenho 21.

Quem tem o resultado da equação $3x-8=2x+5$?

Eu tenho 13.

O resultado da equação que resolvi é 8. Quem tem a equação?

Eu tenho $5x-35=2x-11$.

Quem tem o número que preciso somar a $12+5$ para obter o equilíbrio da balança que tem $12+5$ de um lado e $10+10$ do outro?

Eu tenho 3.

Quem tem o meu número multiplicado pela diferença $(10-4)$?

Eu tenho 18.

Quem tem meu número multiplicado por y e somado com 3?

Eu tenho $18y+3$.

Quem tem o dobro de $4x$?

Eu tenho $8x$.

Quem tem $3y+7y$?

Eu tenho $10y$.

Quem tem $\frac{16x}{2}$?