



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE

Ministério da
Educação



matemática
LICENCIATURA

RELATÓRIO LEAMAT

INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DE SISTEMAS DE INEQUAÇÕES
DO PRIMEIRO GRAU COM DUAS VARIÁVEIS USANDO
APLICATIVO PARA *TABLET*

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

CLARISSE PAES JOSÉ DEGEL
DANIELLA SOARES NOGUEIRA
DEBORAH ALVES HORTA
JÉSSICA BONIFÁCIO DA SILVA
NATHÁLIA DA SILVA MACHADO VIEIRA

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2016.2



CLARISSE PAES JOSÉ DEGEL
DANIELLA SOARES NOGUEIRA
DEBORAH ALVES HORTA
JÉSSICA BONIFÁCIO DA SILVA
NATHÁLIA DA SILVA MACHADO VIEIRA

RELATÓRIO LEAMAT

INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DE SISTEMAS DE INEQUAÇÕES
DO PRIMEIRO GRAU COM DUAS VARIÁVEIS USANDO
APLICATIVO PARA *TABLET*

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora Prof.^ª Me.: Lívia Azelman de Faria Abreu.

Co-Orientadora Prof.^ª Me.: Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2016.2

SUMÁRIO

1 – Relatório do LEAMAT I	4
1.1 – Atividades Desenvolvidas	4
1.2 – Sequência Didática	7
1.2.1 – Tema	7
1.2.2 – Justificativa	7
1.2.3 – Objetivos	11
1.2.4 – Público-Alvo	12
2 – Relatório do LEAMAT II.....	12
2.1 – Atividades desenvolvidas	12
2.2 – Elaboração da sequência didática	12
2.2.1 – Planejamento da sequência didática	12
2.2.2 – Aplicação da sequência na turma do LEAMAT II	14
3 – Relatório do LEAMAT III	16
3.1 – Atividades desenvolvidas	16
3.2 – Elaboração da sequência didática	16
3.2.1 – Versão final da sequência didática	16
3.2.2 – Experimentação da sequência didática na turma regular	16
Considerações Finais	22
Referências	23
Apêndices.....	25
Apêndice A: Sequência didática aplicada na turma do LEAMAT II	26
Apêndice B: Material didático aplicado na turma regular	27

1 – Relatório do LEAMAT I

1.1 – Atividades Desenvolvidas

O primeiro encontro, realizado no dia 19 de janeiro de 2016, se deu com a apresentação dos objetivos e metodologia de ensino da disciplina de Laboratório de Ensino e aprendizagem de Matemática I (LEAMAT I) pela professora Mônica Souto, bem como a apresentação das professoras de cada um dos quatro eixos que compõem a disciplina: Aritmética, Geometria, Álgebra e Educação Matemática Inclusiva.

Foi definido que a turma seria dividida em grupos para a realização dos trabalhos, que ocorreriam quinzenalmente para cada um dos quatro eixos.

O segundo encontro, ocorrido no dia 02 de fevereiro de 2016, se deu com base na apresentação dos tópicos relacionados ao ensino da Álgebra e suas perspectivas de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

O terceiro encontro ocorreu no dia 23 de fevereiro de 2016 e teve início com a discussão dos sistemas nacionais de avaliação do Ensino Básico no Brasil, que adotam como ferramentas de diagnóstico a prova Brasil e a prova SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica), avaliações que têm o objetivo de avaliar a qualidade do ensino oferecida pelo sistema educacional brasileiro com a aplicação de provas de matemática e português para alunos nos anos finais dos segmentos Fundamental I, Fundamental II e Ensino Médio.

O encontro foi encerrado com a discussão do texto “Números e Álgebra no Currículo Escolar”¹, de autoria de João Pedro da Ponte. O texto aborda o pensamento algébrico por meio de uma comparação dos currículos do Brasil e de Portugal. Verifica-se que apesar das diferenças socioeconômicas entre os países, seus currículos não apresentam diferenças significativas.

Do quarto ao sétimo encontro, discutimos os seis primeiros capítulos do livro “Álgebra: pensar, calcular, comunicar”², fruto de um projeto da Universidade Federal do

¹ PONTE, João Pedro. *Números e Álgebra no currículo Escolar*. Disponível em: <[https://www.educ.fc.pt/docentes/jponte/DADA-TEXTOS/Ponte\(caminha\).rtfmf](https://www.educ.fc.pt/docentes/jponte/DADA-TEXTOS/Ponte(caminha).rtfmf)>.

² TINOCO, L.A.A. (Coord.) *Álgebra: Pensar, Calcular, Comunicar...* Rio de Janeiro: Instituto de Matemática da UFRJ, 2008.

Rio de Janeiro que buscou analisar como se dá o desenvolvimento do pensamento algébrico e da linguagem algébrica no Ensino Básico.

No quarto encontro, ocorrido no dia 08 de março de 2016, discutiu-se o “Capítulo I – Introdução” do referido livro. O texto aborda ainda questões relativas ao ensino mecanizado da Álgebra e a importância de se fomentar a reflexão dos professores de modo a tornar esse ensino mais significativo, destacando a necessidade de se trabalhar o pensamento algébrico desde os anos iniciais, por meio da abordagem de equivalências numéricas, do uso da propriedade distributiva e do trabalho com redução de termos semelhantes, por exemplo.

Além disso, o projeto enfatiza que deve-se usar os conceitos algébricos de forma generalizada e não restringir a objetos, frutas ou elementos específicos, pois isto poderia limitar o entendimento do aluno em relação ao conceito de variável. Segundo os autores, deve-se tratar a variável com um “representante de um conjunto” que pode assumir papéis distintos (incógnita, elemento genérico, variável dependente ou independente, parâmetro, etc), uma vez que o papel que a variável assume está intrinsecamente ligado à exploração das diferentes dimensões da Álgebra, quais sejam: Álgebra como aritmética generalizada; Álgebra funcional; Álgebra equacional e Álgebra estrutural.

No quinto encontro, ocorrido no dia 22 de março de 2016, analisou-se o “Capítulo II - As dimensões da Álgebra” do livro acima referenciado. O encontro se desenvolveu com base na leitura e discussão do capítulo, no qual a autora faz uma análise das quatro concepções ou dimensões da Álgebra, salientando que elas não são excludentes entre si e que não existe hierarquia entre as mesmas.

Neste capítulo trata-se da Álgebra como aritmética generalizada, concepção na qual a Álgebra tem função de traduzir o problema, e as operações nele envolvidas, de forma generalizada; da Álgebra funcional que trabalha a concepção do uso das variáveis assumindo valores de acordo com determinado conjunto (variável dependente e independente); da Álgebra equacional que “envolve prioritariamente procedimentos de resolução de equações”, ou seja, o uso da Álgebra como ferramenta para a resolução de problemas onde as variáveis passam a assumir papel de incógnita ou de constante e da Álgebra estrutural que trata a variável como “símbolo arbitrário que pode ser manipulado por meio das regras de operações aritméticas”.

No sexto encontro, ocorrido no dia 05 de abril de 2016, discutiu-se o “Capítulo III - O sinal de igualdade”, do referido livro. O texto aborda questões relativas ao ensino do sinal de igualdade com foco na importância das diversas abordagens que o professor deve realizar ao tratar dos temas igualdade e desigualdade. O autor ressalta a necessidade de os professores abordarem o símbolo de igualdade como um indicador de equivalência entre duas expressões, mostrando que o símbolo é bidirecional.

O texto mostra, ainda, os diferentes tipos de igualdade existentes, dos quais cita: a Identidade – “igualdade entre duas expressões numéricas ou entre duas expressões literais que é verdadeira sejam quais forem os valores atribuídos às variáveis” e Equação – “igualdade que envolve uma ou mais quantidades desconhecidas e que só se verifica quando atribuímos valores particulares a essas quantidades”. Ao final destaca-se a importância de os professores associarem o sinal de igualdade com as balanças de dois pratos, uma vez que ambos relacionam-se com o sentido de equivalência e equilíbrio.

Ainda nesse encontro o “Capítulo IV – A propriedade distributiva”, do mesmo livro, foi analisada. O texto refere-se ao estudo das operações com números naturais e ao uso da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e subtração. Os autores abordam o conceito de áreas equivalentes e o entendimento da propriedade distributiva como “um caminho para que o aluno passe a admitir a igualdade no sentido equivalência”.

O sétimo encontro ocorreu no dia 15 de março de 2016 e se deu com base na leitura e discussão do “Capítulo V – Simbologia e Linguagem Algébrica” do livro anteriormente referenciado. Nesse capítulo, os autores tratam das questões referentes à dificuldade dos alunos na manipulação simbólica da Álgebra, até mesmo para os que executam com êxito as técnicas algébricas. Ressaltam, ainda, a estranheza experiência pelos alunos quando se deparam com incógnitas representadas por letras diferentes de x e y .

Os autores enfatizam a importância da análise da evolução histórica da linguagem algébrica como subsídio para a reflexão sobre as dificuldades apresentadas pelos alunos no aprendizado da Álgebra. Segundo os autores, na fase elementar do desenvolvimento da notação algébrica, existem três estágios: o retórico, o sincopado e o simbólico. No estágio retórico o pensamento matemático era expresso totalmente em palavras (estágio verbal); no estágio sincopado, verifica-se a substituição gradual das palavras por

abreviações, letras e sinais e no estágio simbólico, nota-se a adoção do sistema indo-arábico de numeração e de símbolos que facilitaram o intercâmbio de ideias.

Ao final, os autores ressaltam o fato dos alunos não terem a oportunidade de vivenciar a fase retórica e sincopada em sala de aula, visto que, não raras vezes, estes são submetidos a uma imposição precoce dos símbolos algébricos, fato que pode estar diretamente relacionado às dificuldades de compreensão das diferentes concepções da Álgebra.

As discussões feitas possibilitaram o entendimento das particularidades envolvidas no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra, bem como a importância da abordagem adequada de seus conceitos e propriedades, uma vez que servirão de base para o desenvolvimento de operações mais complexas nos demais anos da Educação Básica e até do Ensino Superior.

1.2 – Sequência Didática

1.2.1 – Tema

Interpretação geométrica de sistemas de inequações do primeiro grau com duas variáveis usando aplicativo para *tablet*.

1.2.2 – Justificativa

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental indicam como objetivos da Matemática para o quarto ciclo “o desenvolvimento [...]”:

Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: produzir e interpretar diferentes escritas algébricas, expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas; resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos; observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis (BRASIL, 1998, p. 81).

Também nos PCNEM (BRASIL, 2002), identifica-se a necessidade de se trabalhar de forma mais aprofundada os conhecimentos algébricos obtidos ao longo do Ensino Fundamental:

O currículo do Ensino Médio deve garantir também espaço para que os alunos possam estender e aprofundar seus conhecimentos sobre números e Álgebra, mas não isoladamente de outros conceitos, nem em separado dos problemas e da perspectiva sócio-histórica que está na origem desses temas. Estes conteúdos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real (BRASIL, 2002, p. 44).

Considerando os documentos acima e os textos abordados em sala de aula, destacam-se, para escolha do tema adotado, as dificuldades enfrentadas pelos alunos em relação ao ensino de Álgebra tradicional que, de acordo com Magalhães (2013), é altamente marcado por “manipulações de símbolos, simplificação de expressões e procedimentos algorítmicos” e que conduz os estudantes à “mecanização dos procedimentos e memorização das regras”, sem a efetiva compreensão e apreensão dos elementos conceituais envolvidos.

Ressaltamos que, de acordo com Tsamir, Almong e Tirosh (1998) as inequações desempenham importante papel na matemática por estarem presentes em ramos como a Álgebra, Trigonometria, Programação Linear e no estudo de funções, além de complementar o estudo de equações (FONTALVA, 2006, p. 18).

Segundo Magalhães (2013), um estudo realizado por Marinho (1999) sobre as “possibilidades de abordagem das inequações de primeiro e segundo grau em turmas do Ensino Médio da rede estadual do Rio de Janeiro [...]”, mostrou que:

[...] a representação gráfica da inequação e a visualização proporcionada por esse tipo de representação permitem que os alunos apreendam o

sentido fundamental da relação de ordem numa inequação, percebendo melhor a variação de sinal de uma função, e que, portanto, a representação gráfica auxilia na aprendizagem e na resolução das inequações trabalhadas (MAGALHÃES, 2013, p. 23).

De acordo com Rech (2008) problemas “oriundos da programação linear podem ser utilizados no estudo das inequações lineares [...]”. Bertoloto Jr. (2014) afirma que dos diferentes métodos de solução de problemas de programação linear, o Método Gráfico é o mais recomendado - “[...] podemos aplicar o Método Gráfico para uma solução de um Problema de Programação Linear, no segundo ano do ensino médio.”, afirma o autor.

No caso de um Problema de Programação Linear, é possível resolvê-lo pelo método conhecido com “Método Gráfico”, se o número de variáveis for menor ou igual a três, possibilitando sua visualização no plano ou no espaço (BERTOLOTO Jr., 2014).

Assim, a solução de problemas de programação linear pode ser obtida pela resolução de sistemas de inequações de primeiro grau por meio da análise da área de interseção dos gráficos. Entende-se que essa abordagem pode auxiliar professores e facilitar aos estudantes a compreensão da linguagem e dos conceitos relacionados ao estudo de inequações de primeiro grau.

A escolha do tema está norteada, ainda, pela teoria de Raymond Duval sobre a teoria de representações semióticas.

A representação de um objeto nas atividades matemáticas pode ser realizada por meio da utilização de diferentes registros e, “segundo a teoria de Duval, é a conversão das várias representações manifestadas sobre um objeto de estudo que possibilita a construção do conhecimento.” (PANTOJA; CAMPOS; SALCEDOS, 2013). Na realidade, a mudança de registro no processo de representação de um objeto é condição necessária ao processo de aprendizagem.

Segundo Duval (2003) “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação”. Assim,

entende-se que o aprendizado de matemática difere da aprendizagem de outras disciplinas porque demanda uma dinâmica cognitiva peculiar.

Dessa forma, compreende-se que no processo de construção do conhecimento “[...] é essencial, na atividade matemática, poder mobilizar muitos registros de representação semiótica (figuras, gráficos, escrituras simbólicas, língua natural, etc...) no decorrer de um mesmo passo, poder escolher um registro no lugar de outro”. (DUVAL, 1993, tradução de MORETTI, 2012, p. 270).

Considerando, ainda, que o pensamento algébrico deve ser desenvolvido no ambiente escolar, uma vez que não surge naturalmente no cotidiano do educando, a intervenção do professor é fundamental na criação de condições pedagógicas que possibilitem ao educando a construção desse pensamento. Nesse contexto, o uso de recursos tecnológicos, principalmente de dispositivos móveis como *tablets*, pode auxiliar a condução das atividades facilitando a abordagem dos conteúdos por meio dos diferentes registros.

De acordo com Clarke; Svanaes; Zimmermann (2013) *apud* Moreira (2016), no contexto educacional os *tablets* são como “caixas portáteis de ferramentas pedagógicas” que permitem o registro de informações e que podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico e da autoconfiança do educando.

Em Klopfer et al. (2002) são identificadas cinco características das tecnologias móveis que possuem um potencial único para os objectivos educacionais: portabilidade, interactividade, sensitividade de contexto, conectividade e individualidade [...] (GÖTTSCHE, 2012, p. 64).

Pode-se dizer, então, que o uso das tecnologias móveis possibilita a aprendizagem em contextos variados e, se aplicada de forma determinada, pode proporcionar ao educando experiências de aprendizagem completamente novas.

Nessa direção, entendemos que a utilização das atividades instigadoras (MARQUES; BAIRRAL, 2014), cujas principais características são [...] estimular e despertar o interesse para aprender, possibilitar a construção do conhecimento a partir de descobertas e despertar reflexão sobre a relativização de verdades matemáticas, associada à perspectiva construcionista, através de uma prática intervencionista, pode sugerir

uma apropriação do *tablet* dentro do cenário educativo (MARQUES, 2015, p. 2).

Em suma, o desenvolvimento do pensamento algébrico se apresenta como um dos grandes objetivos do trabalho com a Álgebra, o que implica trabalhar a linguagem de forma mais ampla por meio de diferentes possibilidades de representações, indo além da simples manipulação mecânica. E, diante desse quadro teórico, evidencia-se a necessidade de se aliar recursos tecnológicos aos diferentes registros de representação semiótica na interpretação da solução dos sistemas de inequações do primeiro grau.

Por fim, considerando-se os pré-requisitos necessários à abordagem do tema, quais sejam: conceito de igualdade/desigualdade e noções de equações de primeiro grau propõe-se a aplicação deste trabalho a uma turma regular de 1º ano de Ensino Médio, no segundo semestre letivo. A proposta consiste na resolução de sistemas de inequações de primeiro grau de duas variáveis, pelo método gráfico, com a utilização de aplicativos para *tablets*.

1.2.3 – Objetivos

1.2.3.1 – Geral

Interpretar geometricamente as soluções algébricas dos sistemas de inequações do primeiro grau com duas variáveis.

1.2.3.2 – Específicos

- Reconhecer uma inequação;
- Reconhecer um sistema de inequações;
- Resolver inequações algebricamente e geometricamente;
- Resolver geometricamente sistemas de inequações;
- Identificar graficamente o conjunto solução;
- Expressar a solução algébrica a partir da solução geométrica.

1.2.4 – Público-Alvo

Propõe-se a aplicação do trabalho em uma turma regular do 1º ano do Ensino Médio, no segundo semestre letivo.

2 – Relatório do LEAMAT II

2.1 – Atividades desenvolvidas

O primeiro encontro, realizado no dia 14 de junho de 2016, se deu com a apresentação dos objetivos e metodologia de ensino da disciplina de Laboratório de Ensino e aprendizagem de Matemática II (LEAMAT II) pela professora Mylane Barreto, com o intuito de nos mostrar a grande importância do nosso trabalho nessa nova etapa dentre os eixos que compõem a disciplina: Aritmética, Geometria, Álgebra e Educação Matemática Inclusiva.

Os encontros seguintes foram de extrema importância para o aprofundamento do aporte teórico e para a elaboração da sequência didática. Com isso, foram elaboradas apostilas e exercícios, os quais passaram por várias observações e orientações para alcançar o objetivo do trabalho.

No dia 27 de setembro de 2016, ocorreu a aplicação na turma do LEAMAT II, e foram levadas em consideração as observações para o prosseguimento da finalização da sequência didática.

2.2 – Elaboração da sequência didática

2.2.1 – Planejamento da sequência didática

A sequência didática, prevista para 2 horas/aula, propõe sete atividades envolvendo, de modo geral, conceitos de equação, inequação do primeiro grau com duas variáveis, assim como a representação algébrica e geométrica de inequações, sistemas de inequações do primeiro grau com duas variáveis por meio da Programação Linear, e uma

atividade que será realizada no *tablet* com o auxílio do aplicativo *Desmos*³.

Inicialmente, os alunos receberão a lista de atividades e terão alguns minutos para responder à questão 1, com base nos conhecimentos que possuem sobre o tema. Em seguida, de acordo com as respostas dos alunos, iremos avaliar a necessidade de se fazer uma breve revisão, conceituando equação e inequação.

O primeiro exercício tem como objetivo a diferenciação de equação e inequação do primeiro grau com duas variáveis a partir da relação de equivalência e desigualdade entre duas expressões matemáticas. Espera-se que o aluno seja capaz de reconhecer as inequações de primeiro grau.

A resolução da questão 2 está vinculada ao padrão de respostas dos alunos na questão 1, isto é, se houver grande número de questionamentos durante a correção da questão, antes de resolverem a questão 2, iremos fazer uma revisão dos conceitos necessários à sua resolução. Caso não haja questionamentos sobre o assunto, eles resolverão a questão 2 e posteriormente os conceitos serão reforçados.

No segundo exercício os alunos devem preencher as lacunas de acordo com o que foi observado na questão anterior, reforçando o conceito de equação e inequação.

Na sequência, os alunos terão, aproximadamente, 15 minutos para resolver algebricamente, no terceiro exercício, as inequações identificadas na questão 1.

Após a resolução da questão 3, a correção será realizada e as possíveis dúvidas sanadas. Em seguida, os alunos deverão responder à questão 4. Para isso, terão alguns minutos.

O quarto exercício tem por objetivo fazer com que o aluno identifique, entre os itens apresentados, qual (is) representa(m) um sistema de equações do primeiro grau, qual (is) representa(m) um sistema de inequações do primeiro grau e qual (is) não representa(m) nenhuma das situações anteriores.

Posteriormente, os alunos terão, aproximadamente, 10 minutos para resolver geometricamente (graficamente) as inequações da questão 5.

Antes do sexto exercício um pequeno texto introduzirá o conceito de Programação

³ *Desmos* é um *software on-line* e gratuito que se assemelha a uma calculadora gráfica. Ele é capaz de construir pontos, gráficos de funções (com ou sem restrições de domínio), cônicas e regiões do plano através de equações cartesianas, paramétricas ou polares, além de calcular expressões numéricas, resolver equações de primeiro e segundo graus com uma incógnita. As construções podem ser salvas e compartilhadas usando o *Google Drive* ou uma conta gratuita que pode ser no próprio servidor do *software*. Disponível em: < <http://somaesta.blogspot.com.br/2013/01/desmos.html>>.

Linear, importante para a resolução da questão, que tem como objetivo fazer com que o aluno interprete o exercício contextualizado, montando o respectivo sistema de inequação e resolvendo-o, algebricamente e geometricamente.

A questão foi pensada de forma a integrar os conceitos de sistemas de inequações de primeiro grau e programação linear, possibilitando ao aluno a visualização da aplicação real de tais conhecimentos e utiliza um problema contextualizado que envolve o cálculo da quantidade de vitaminas e proteínas que um ser humano deve consumir diariamente e da quantidade de alimentos (ovos e carne) que esse ser humano deve comer para suprir tal necessidade.

A resolução do referido exercício se dará de forma orientada, para que os alunos consigam entender que variáveis estão envolvidas no problema e, assim, responder ao que se pede. Para a resolução, os alunos terão, aproximadamente, 15 minutos. Em seguida, a correção será efetuada.

Por fim, os alunos receberão *tablets* para responder à questão 7. A questão deverá ser resolvida com o auxílio do *software Desmos*, já instalado. Os alunos terão alguns minutos para fazer o reconhecimento do software e, em seguida, responder à referida questão.

Dessa forma, os alunos deverão resolver geometricamente, na questão 7, os sistemas de inequações, identificados na questão 4. Esta questão tem o seu objetivo coincidente com o do trabalho, daí o seu destaque na sequência didática.

Após a resolução da última questão, a correção será feita, e as atividades recolhidas, para análise posterior, de forma a permitir o diagnóstico do nível de aprendizado dos conceitos abordados durante a aula.

2.2.2 – Aplicação da sequência na turma do LEAMAT II

No dia 27 de setembro de 2016 ocorreu a aplicação na turma do LEAMAT II. A aula teve início com a Licencianda Clarisse, que explicou como a aula seria desenvolvida e fez uma breve explanação sobre o aplicativo *Desmos*, software utilizado para auxiliar na visualização dos gráficos. Nesse caso, o software foi acessado por meio de *tablets*.

A Licencianda solicitou aos alunos que dessem exemplos de equações do primeiro grau, do segundo grau e de inequações do primeiro grau e do segundo grau, de forma a

verificar se os alunos tinham algum conhecimento prévio do assunto. Após diferenciar equação de inequação, a Licencianda pediu que os alunos respondessem à questão 1, efetuando a correção logo em seguida. No momento seguinte, os alunos tiveram alguns minutos para responder à questão 2 que, posteriormente, foi corrigida pela Licencianda.

A aula continuou com a Licencianda Daniella, que auxiliou os alunos na resolução do primeiro item da questão 3, solicitando aos alunos que resolvessem os demais itens para posterior correção. Um aluno questionou sobre o modo resolução utilizado nas questões, isto é, se havia obrigatoriedade de seguir os passos explicados pela Licencianda. Foi explicado, que obrigatoriedade não há, mas que nos casos em que o valor da incógnita for negativo, a resolução simplificada pode gerar erros ao expressar o conjunto solução, sendo a utilização do passo-a-passo apresentado uma forma mais segura de solução. No instante seguinte, a Licencianda pediu aos alunos que respondessem à questão 4, corrigindo-a logo depois.

Em seguida, a Licencianda Jéssica fez uma revisão de como resolver graficamente uma inequação do primeiro grau com uma variável, de forma a oferecer subsídios para que os alunos pudessem responder à questão 5, pré-requisito para a solução das questões subsequentes.

Posteriormente, a Licencianda Deborah explicou que ao pensar na elaboração da sequência didática, o grupo quis propor uma atividade contextualizada, de forma que os alunos pudessem perceber em que situações as inequações e sistemas de inequações de primeiro grau com duas variáveis poderiam ser utilizados. Para isso, fez um breve comentário sobre a Pesquisa Operacional e o uso de modelagem matemática em busca de soluções de problemas reais.

A Licencianda explicou que existem várias técnicas para encontrar essas soluções e que a Programação Linear (P.L.), técnica que visa a otimização de recursos, é uma delas. Assim, a Licencianda explicou que os problemas de P.L. podem ser facilmente resolvidos com o uso de um sistema de inequações de primeiro grau com duas variáveis. Ao final da explanação, a Licencianda resolveu à questão 6 junto com a turma.

A Licencianda Nathália finalizou a aula orientando os alunos quanto à utilização do *tablet* e do *software Desmos* para a resolução da questão final.

Após o término da aplicação os alunos e as professoras fizeram suas considerações e observações. Assim, um aluno sugeriu que as questões 6 e 7 tivessem sua ordem

invertida, para facilitar o entendimento da questão contextualizada proposta. Outro aluno questionou sobre como saber que região do gráfico atende ao problema proposto, sugerindo que, ao resolver o problema, fosse mostrado ao aluno (pelo método de substituição das coordenadas de um ponto nas inequações) o motivo de determinada região do gráfico atender ou não às restrições do problema.

Uma professora recomendou o uso de régua para traçar as escalas nos gráficos de forma padronizada, propôs, também, que ao resolver a questão 3, utilizássemos diferentes técnicas para mostrar ao aluno as opções que poderia usar para encontrar a solução desejada.

3 – Relatório do LEAMAT III

3.1 – Atividades desenvolvidas

As aulas ocorreram com a continuidade no processo de elaboração da sequência didática, que foi alterada considerando as sugestões dadas na aplicação na turma do LEAMAT II.

3.2 – Elaboração da sequência didática

3.2.1 – Versão final da sequência didática

A sequência didática não teve alterações significativas no que se refere à elaboração das questões, apenas algumas correções de concordância e ortografia.

3.2.2 – Experimentação da sequência didática na turma regular

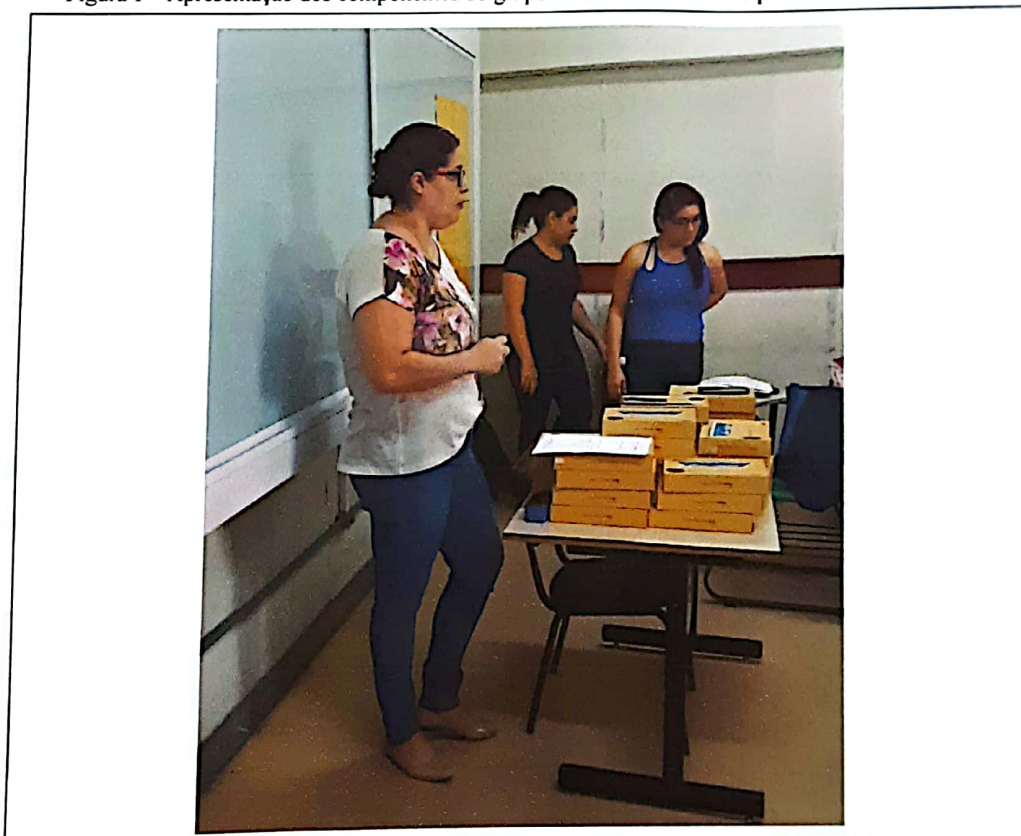
A aula ocorreu em uma turma do 1º ano do Ensino Médio Integrado ao curso Técnico de Informática, no dia 7 de novembro de 2016 entre 09:40h e 11:20h, perfazendo duas horas-aula e com um total de 24 alunos.

A aplicação se iniciou com atraso devido a problemas no momento de pegar os *tablets* no Laboratório Interdisciplinar de Formação de Educadores – LIFE, dessa forma,

a aula se iniciou com aproximadamente 20 minutos de atraso, que foram compensados ao final mediante um acordo com a professora orientadora, a professora titular e a turma.

Inicialmente a Licencianda Clarisse fez a apresentação do tema a ser trabalhado e das componentes do grupo (Figura 1). Em seguida, as apostilas foram distribuídas aos alunos e a Licencianda explicou que a atividade seria trabalhada em dupla com o auxílio de um *tablet* e do *software Desmos*, fazendo uma rápida explanação sobre o *software*.

Figura 1 – Apresentação dos componentes do grupo e do tema do trabalho pela Licencianda Clarisse



Fonte: Elaboração própria

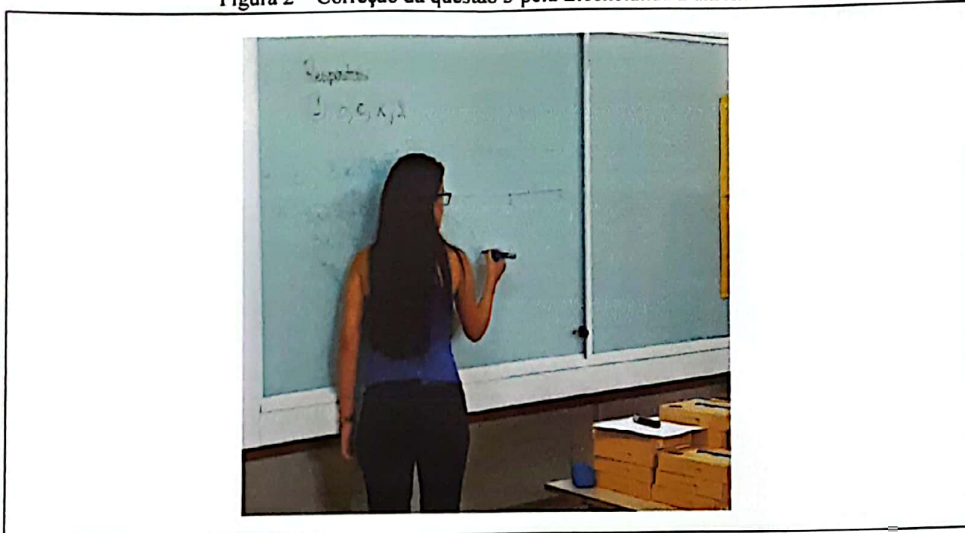
No momento seguinte a Licencianda pediu aos alunos que dessem exemplos de equações e inequações de primeiro e segundo graus, de forma a verificar o nível de entendimento dos alunos sobre o assunto. Assim, os alunos tiveram alguns minutos para responder a questão de número 1, que foi corrigida em seguida.

Na sequência a Licencianda explicou aos alunos como deveriam responder à segunda questão, dando-lhes alguns minutos para respondê-la, corrigindo-a

posteriormente.

A aula seguiu com a Licencianda Daniella, que resolveu um item da questão 3 de forma a dar subsídios aos alunos para a resolução dos demais itens (Figura 2).

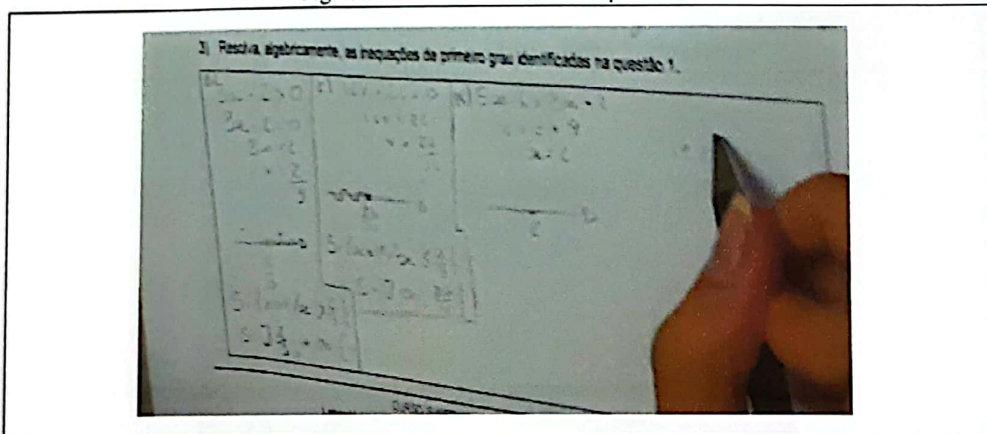
Figura 2 – Correção da questão 3 pela Licencianda Daniella



Fonte: Elaboração própria

Os alunos tiveram alguns minutos para resolver a questão 3, que foi corrigidos posteriormente pela Licencianda. A imagem a seguir mostra o aluno C resolvendo a questão 3 (Figura 3).

Figura 3 – Aluno C resolvendo a questão 3



Fonte: Protocolo de pesquisa

Ao fim da resolução do primeiro item os alunos levantaram dúvidas no que se refere ao método algébrico de resolução, tendo a Licencianda esclarecido tais dúvidas no

decorrer da correção dos demais itens.

No momento seguinte a Licencianda explicou como deveriam responder à questão 4, corrigindo-a logo em seguida.

Na sequência a Licencianda Jéssica fez um exemplo de forma a mostrar como resolver uma inequação pelo método gráfico, visando oferecer embasamento para a resolução da questão 5 (Figura 4).

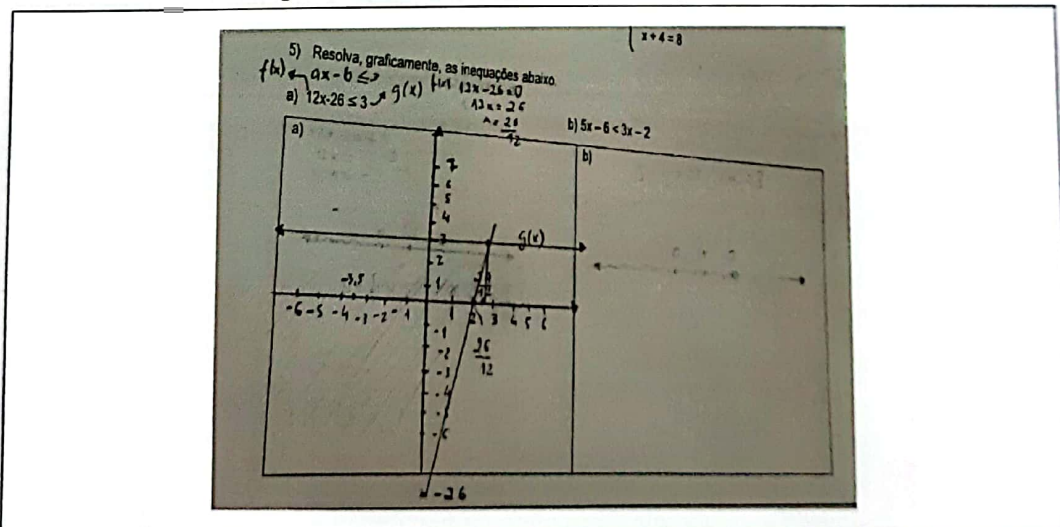
Figura 4 – Resolução do exemplo da questão 5 pela Licencianda Jéssica



Fonte: Elaboração própria

Foram dados alguns minutos para que os alunos pudessem responder à referida questão. A imagem a seguir mostra o início da resolução da questão 5 pelo aluno D (Figura 5), que foi corrigida em seguida.

Figura 5 – Início da resolução da questão 5 pelo aluno D



Fonte: Protocolo de pesquisa

Nesse momento foi possível notar que alguns alunos demonstraram dificuldade em diferenciar o método gráfico do método algébrico, interpretando, inicialmente, o “estudo do sinal” como resolução do problema.

Antes do sexto exercício, a Licencianda Nathália fez a apresentação da interface do *software Desmos* (Figura 6), explicando como o recurso seria utilizado para a resolução da questão e auxiliando os alunos na solução do primeiro item.

Figura 6 – Apresentação da interface do *software Desmos* pela Licencianda Nathália

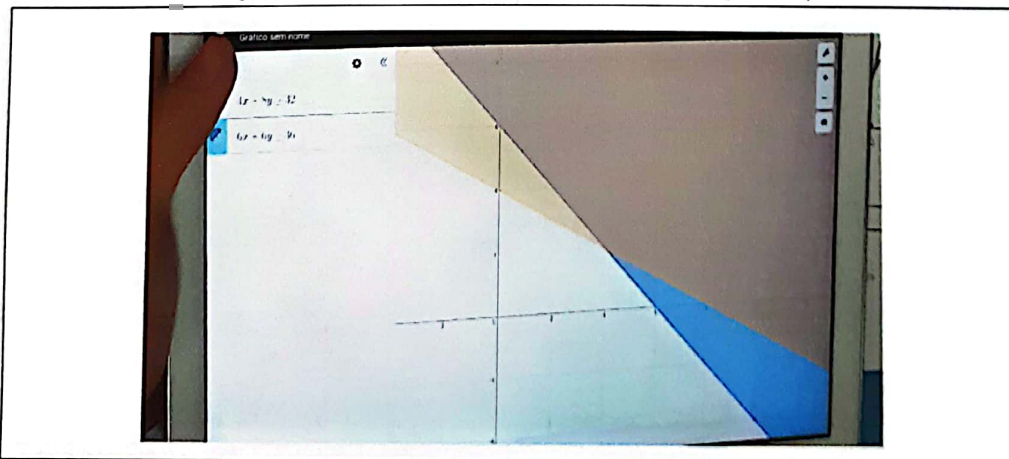


Fonte: Elaboração própria

Assim, os alunos tiveram alguns minutos para fazer cada um dos demais itens, que foram sendo corrigidos gradativamente pela Licencianda. Durante a resolução as Licenciandas foram auxiliando os alunos com o uso do *tablet* e do *software*.

A resolução da questão 6 dependia da resposta da questão 4, assim, na questão 6, os alunos deveriam resolver os itens b e c da questão 4 com o auxílio do *software*. Abaixo temos um aluno resolvendo a um item da questão 6 (Figura 7).

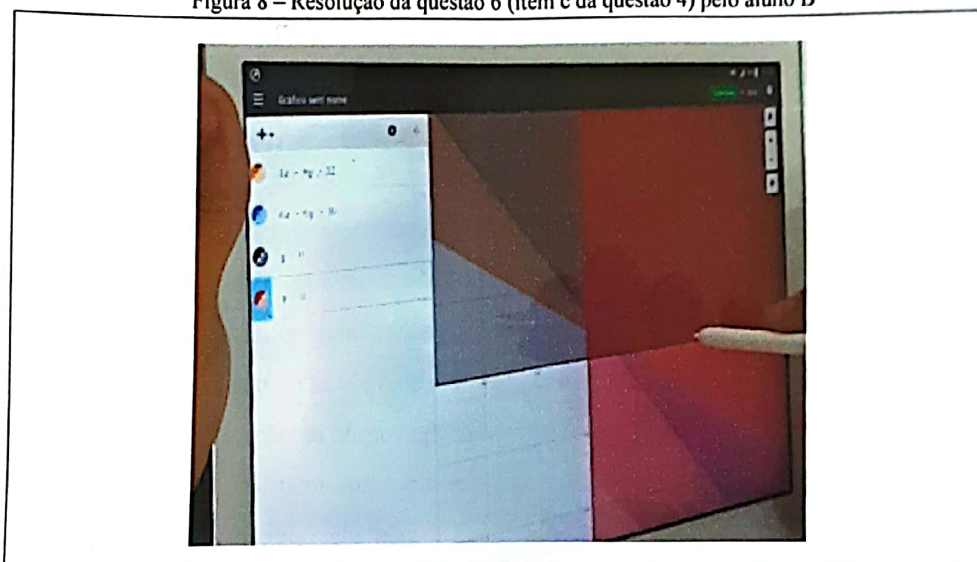
Figura 7 – Aluno A resolvendo a questão 6 (item c da questão 4)



Fonte: Protocolo de pesquisa

Nesse momento a Licencianda Nathália fez uma observação quanto às sentenças de restrição do domínio $x \geq 0$ e $y \geq 0$, explicando aos alunos que deveriam considerar na resposta apenas a área em comum às quatro curvas traçadas pelo *software*. Assim, a resposta final, apresentada pelo Aluno B, pode ser visualizada na imagem a seguir, (Figura 8).

Figura 8 – Resolução da questão 6 (item c da questão 4) pelo aluno B



Fonte: Protocolo de pesquisa

Por fim, a Licencianda Deborah fez uma breve explanação sobre o conceito de Programação Linear com o objetivo de mostrar uma aplicação real dos conceitos de inequações e sistemas de inequações (Figura 9).

Figura 9 – Introdução ao conceito de Programação Linear pela Licencianda Deborah



Fonte: Elaboração própria

A partir daí, a Licencianda resolveu em conjunto com os alunos a questão de número 7 utilizando, para isso, o método gráfico e dando por encerrada a aula.

Considerações Finais

Os objetivos propostos foram alcançados. A aplicação da atividade permitiu o desenvolvimento do senso de trabalho em equipe e possibilitou a identificação das dificuldades de cada Licencianda ao estar em um ambiente real de trabalho, oportunizando o aprimoramento das habilidades inerentes à formação acadêmica.

Entre os benefícios proporcionados aos alunos, estão: i) a possibilidade da interação com os colegas, visto que o trabalho foi desenvolvido em duplas; ii) a melhor visualização dos conceitos trabalhados devido à utilização de um *software* e iii) uma aula dinâmica devido ao uso do *tablet* e de cartazes para traçagem dos gráficos.

Durante a aplicação os alunos apresentaram dificuldades em diferenciar funções de equações e inequações, bem como em resolver inequações e sistemas de inequações, o que tornou o processo mais trabalhoso e demorado.

A abordagem do tema com o uso de tecnologia foi o ponto positivo do trabalho, visto que facilitou o processo de ensino-aprendizagem e despertou o interesse dos alunos.

Possibilidades de temas futuros incluem: i) uma abordagem aprofundada dos conceitos de programação linear e o uso de sistemas de inequações; ii) análise geométrica de sistemas de inequações; iii) sistema de inequações aplicados à Engenharia de Produção.

Referências

- BERTOLOTO JR., J. **Ensinando e aprendendo através de experiências de aprendizagem mediada, modelagem e resolução de problemas com ênfase em Programação Linear**. 2014. 78 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Três Lagoas, MS, 2014. Disponível em: <<http://repositorio.cbc.ufms.br:8080/jspui/bitstream/123456789/2337/1/Jos%C3%A9%20Bertoloto%20J%C3%BAnior.pdf>> Acesso em 28 abr. 2016.
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio**. Brasília, DF: 2002.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p. Disponível em: <portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em 13 abr. 2016.
- DUVAL, Raymond. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, S. D.A. (Org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2003, p.11-33. Disponível em: <<https://goo.gl/ayJRz5>>. Acesso em 27 abr. 2016.
- DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Mérciles Thadeu Moretti. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**. UFSC. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266>>. Acesso em: 29 abr. 2016.
- FONTALVA, Gerson M. **Um estudo sobre inequações: entre alunos do Ensino Médio**. 2006. 134 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2006. Disponível em: <http://www.sapientia.pucsp.br/tde_arquivos/13/TDE-2006-04-20T08:00:18Z-1870/Publico/GersonFontalva.pdf>. Acesso em: 23 abr. 2016.
- GÖTTSCHE, Katja. Tecnologias Móveis: uma mais valia em contextos educacionais? **Revista Linhas**, Florianópolis. UDESC. Quadrimestral. v. 13, n. 2, p. 62-73, set. 2012. Disponível em: <<http://goo.gl/ob718V>>. Acesso em: 29 abr. 2016.
- MAGALHÃES, A. F. **Estudos das inequações: contribuições para a formação do professor de matemática na licenciatura**. 2013. 127f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013. Disponível em: <<http://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/3382>>. Acesso em: 23 abr. 2016.
- MARINHO, Alzir Fourny. **Inequações: a construção do seu significado**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Santa Úrsula, Rio de Janeiro, 1999.

MARQUES, Wagner. Introduzindo o *tablet* mediante atividades instigadoras em busca de uma matemática mais prazerosa. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 19., 2015, Juiz de Fora, MG. **Anais do XIX EBRAPEM**. Juiz de Fora, MG: UFJF, 2015. p. 1 - 12. Disponível em: <http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd6_wagner_marques1.pdf>. Acesso em: 01 maio 2016.

MOREIRA, Larissa de Sousa. **Avaliação da eficácia de *applets* geogebra no auxílio à aprendizagem de matemática**. 2016. 159 f. Dissertação (Mestrado em Pesquisa Operacional e Inteligência Computacional) – Universidade Candido Mendes, Campos dos Goytacazes, RJ, 2015.

PANTOJA, Lígia Françoise Lemos; CAMPOS, Nadja Fonseca da Silva Cutrim; SALCEDOS, Rocio Rubi Calla. A teoria dos registros de representações semióticas e o estudo de sistemas de equações algébricas lineares. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 6., 2013, Canoas/RS. **Anais do VI CIEM**. Canoas/RS: Ulbra, 2013. p. 1 - 11. Disponível em: <<http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/1423/528>>. Acesso em: 12 abr. 2016.

RECH, Roberto. **Resolvendo problemas de otimização no ensino médio**. 2007. Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) - O Professor PDE e os desafios da Escola Pública Paranaense. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2007_unicentro_mat_artigo_roberto_rech.pdf>. Acesso em: 01 maio 2016.

Campos dos Goytacazes (RJ), ____ de _____ de 2017.

Caroline Paes José Regal
Daniella Soares Noqueira Ribeiro
Deborah Alves Horta
Amica Romário da Silva
Vanúbia da Silva Machado Vieira

Apêndices

Apêndice A: Sequência didática aplicada na turma do LEAMAT II



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE CAMPUS CAMPOS CENTRO
CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Curso: _____ Turma: _____

Aluno: _____ Data: ____/____/____

SISTEMAS DE INEQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU COM DUAS VARIÁVEIS – ATIVIDADES

1) Observe as sentenças matemáticas a seguir e marque com um X as inequações de primeiro grau.

a) () $7 = x^2 + 2x - 15$

g) () $\frac{5x}{2} + \frac{5x}{6} = 2$

b) () $3x - 2 > 0$

h) () $3(x-2) + 5(2x-1) = 7(3-x)$

c) () $12x - 26 \leq 3$

i) () $3x^2 + 4x - 2 \leq 2x^2 + 1$

d) () $2x^2 - 1 = 0$

j) () $x(3x-10) \geq 2(17-6x)$

e) () $3(x+2) = 5x - 12$

k) () $5x - 6 < 3x - 2$

f) () $8x - 25 = 5 + 2x$

l) () $x + 1 \geq 2x - 3$

2) Considerando o que foi observado anteriormente, preencha adequadamente as sentenças a seguir.

Uma _____ expressa uma equivalência entre duas sentenças matemáticas, que é representada matematicamente por um sinal de _____.

Já uma _____ é uma _____ entre duas sentenças matemáticas e é representada por sinais de _____, menor, maior igual, _____, ou diferente.

3) Considerando as inequações identificadas na questão 1, resolva-as algebricamente.



- 4) Nos itens abaixo estão representados alguns sistemas de equações e alguns sistemas de inequações. Coloque (SI) para os sistemas de inequações e (SE) para os sistemas de equações ou marque um (X) nos que não se enquadrarem em nenhuma dessas classificações.

a) ()
$$\begin{cases} x + 1 < 3 \\ 2x - 3 = 4 \\ 5x = 2x + 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

b) ()
$$\begin{cases} 3x + 6y \leq 150 \\ x + 0,5y \leq 22 \\ x + y \leq 27,5 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

c) ()
$$\begin{cases} 4x + 8y \geq 32 \\ 6x + 6y \geq 36 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

d) ()
$$\begin{cases} 8x - 25 = 5 + 2x \\ 3(x - 2) + 5(2x - 1) = 7(3 - x) \\ 3(x + 2) = 5x - 12 \\ 2x = x - 5 \\ x + 4 = 8 \end{cases}$$

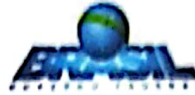
- 5) Resolva geometricamente as inequações abaixo.

a) $12x - 26 \leq 3$

b) $5x - 6 < 3x - 2$

a)	b)
----	----

O uso de inequações de primeiro grau é muito comum na resolução de problemas de Programação Linear, onde objetiva-se maximizar lucro ou minimizar custos. Dessa forma, as variáveis do problema devem ser consideradas de forma a satisfazer os requisitos mínimos. Considere o problema a seguir e resolva-o.



6) Para uma boa alimentação, o corpo precisa de vitaminas e proteínas. A necessidade de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas é de 36 unidades por dia. Uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada porção de carne tem 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas. Cada porção de ovo tem 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas. Cada porção de carne custa 2,5 unidades monetárias e cada porção de ovo custa 3 unidades monetárias. Qual a quantidade diária de carne e ovos deve ser consumida para suprir as necessidades do corpo, com o menor custo possível?

7) Com o auxílio do tablet, utilizando o software DESMOS, resolva geometricamente os sistemas de inequações identificados na questão 4. (Não se esqueça de fazer um "print" da tela e salvar suas respostas).

Apêndice B: Material didático aplicado na turma regular

Curso: _____ Turma: _____
Aluno: _____ Data: ____/____/____

SISTEMAS DE INEQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU COM DUAS VARIÁVEIS – ATIVIDADES

1) Observe as sentenças matemáticas a seguir e marque com um X as inequações de primeiro grau.

a) () $7 = x^2 + 2x - 15$

g) () $\frac{5x}{2} + \frac{5x}{6} = 2$

b) () $3x - 2 > 0$

h) () $3(x-2) + 5(2x-1) = 7(3-x)$

c) () $12x - 26 \leq 3$

i) () $3x^2 + 4x - 2 \leq 2x^2 + 1$

d) () $2x^2 - 1 = 0$

j) () $x(3x-10) \geq 2(17-6x)$

e) () $3(x+2) = 5x - 12$

k) () $5x - 6 < 3x - 2$

f) () $8x - 25 = 5 + 2x$

l) () $x + 1 \geq 2x - 3$

2) Considerando o que foi observado anteriormente, preencha adequadamente as sentenças a seguir, com os termos dados no quadro abaixo.

MAIOR; IGUAL; INEQUAÇÃO; MENOR IGUAL; EQUAÇÃO; DESIGUALDADE.

Uma _____ expressa uma equivalência entre duas sentenças matemáticas, que é representada matematicamente por um sinal de _____.

Já uma _____ é uma _____ entre duas sentenças matemáticas e é representada por sinais de _____, menor, maior igual, _____, ou diferente.

3) Resolva, algebricamente, as inequações de primeiro grau identificadas na questão 1.

- 6) Com o auxílio do *tablet*, utilizando o software DESMOS, resolva geometricamente os sistemas de inequações identificados na questão 4. (Não se esqueça de fazer um "print" da tela e salvar suas respostas).

O uso de inequações de primeiro grau é muito comum na resolução de problemas de Programação Linear, onde objetiva-se maximizar lucro ou minimizar custos. Dessa forma, as variáveis do problema devem ser consideradas de forma a satisfazer os requisitos mínimos. Considere o problema a seguir e resolva-o.

7) Para uma boa alimentação, o corpo precisa de vitaminas e proteínas. A necessidade de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas é de 36 unidades por dia. Uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada porção de carne tem 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas. Cada porção de ovo tem 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas. Cada porção de carne custa 2,5 unidades monetárias e cada porção de ovo custa 3 unidades monetárias. Qual a quantidade diária de carne e ovos deve ser consumida para suprir as necessidades do corpo, com o menor custo possível?

