

RELATÓRIO LEAMAT

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

**ARTHUR FEITOSA GONÇALVES
JOÃO FERNANDO HENRIQUE DA MATA
JONES ROSA CAMPOS
LUCAS VIANA DUARTE**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES
2017.2**

ARTHUR FEITOSA GONÇALVES
JOÃO FERNANDO HENRIQUE DA MATA
JONES ROSA CAMPOS
LUCAS VIANA DUARTE

RELATÓRIO LEAMAT

ALCANÇANDO O CONCEITO DE PROGRESSÃO ARITMÉTICA POR MEIO DE UM JOGO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Me. Lívia Azelman de Faria Abreu

CAMPOS DOS GOYTACAZES
2017.2

SUMÁRIO

	p.
1) Relatório do LEAMAT I	4
1.1) Atividades desenvolvidas	4
1.2) Elaboração da sequência didática.....	6
1.2.1) Tema	6
1.2.2) Justificativa	6
1.2.3) Objetivo Geral	8
1.2.4) Público Alvo	8
2) Relatório do LEAMAT II	8
2.1) Atividades desenvolvidas	8
2.2) Elaboração da sequência didática	9
2.2.1) Planejamento da sequência didática	9
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II ..	11
3) Relatório do LEAMAT III	14
3.1) Atividades desenvolvidas	14
3.2) Elaboração da sequência didática	15
3.2.1) Versão final da sequência didática	15
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular ..	15
Considerações Finais	20
Referências	21
Apêndices	23
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	24
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular	32

1) Relatório do LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

No primeiro encontro, realizado no dia 18/10/2016, houve explicações dos professores por meio de slides sobre o regimento interno do LEAMAT, sua finalidade, e as quatro linhas de pesquisa da disciplina. Foi esclarecido qual seu objetivo, como será o seu desenvolvimento ao decorrer de todo o processo, quais pontos devemos e quais não devemos atender para obter sucesso na sua conclusão.

No dia 25/11/2016 foi realizado o segundo encontro. A professora Lívia nos apresentou e sugeriu a leitura do livro "Como ser um perfeito mau professor" de Malba Tahan. Ocorreu então no restante da aula algumas reflexões acerca do livro. E nos momentos finais fizemos uma atividade dinâmica utilizando dados, com foco em reconhecer padrões algébricos contidos na sequência de operações, que o fizemos a partir dos números obtidos com o dado. Depois, houve um relato de experiência por parte dos alunos do sexto período, em que eles mostraram como se deu a aplicação da sua sequência didática da disciplina LEAMAT nas escolas em que eles aplicaram.

No terceiro encontro, que ocorreu no dia 08/11/2016, resolvemos exercícios de álgebra elaborados pela Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Esses exercícios propõem um bom modo de abordar álgebra aos alunos do terceiro ciclo do ensino fundamental, uma vez que esses contêm elementos do cotidiano do aluno.

Logo após, lermos o texto de Ana Rita Martins e Beatriz Vichessi, que fala da dificuldade de adaptação do aluno para compreender a introdução de letras em operações matemáticas e entendemos que um grande motivo para essa dificuldade é a ruptura que ocorre na passagem da aritmética para este tema, em vez de sua continuidade.

No dia 29/11/2016, ocorreu o quarto encontro. Esta aula foi reservada para apresentação dos trabalhos elaborados por nós e pelo grupo 3B, que tratavam de

uma análise da Álgebra nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), onde cada grupo ficou responsável, respectivamente, pelo, 3º. e 4º. ciclos.

As pesquisas dos grupos trataram as seguintes questões: O que o PCN indica se tratando dos conteúdos propostos para o Ensino Fundamental II; quais as suas sugestões para que a Álgebra seja vista como uma ferramenta na construção de regularidades. Ao final das apresentações, a aula teve prosseguimento com a professora disponibilizando a continuação do estudo do Livro "Álgebra: pensar, calcular, comunicar". Continuando agora os estudos a partir do "Capítulo II: As concepções da Álgebra", onde vimos que a Álgebra possui quatro concepções diferentes, porém as mesmas não se excluem ou uma sobrepõe a outra. Sendo estas as concepções: Álgebra como Generalizadora da Aritmética, Álgebra Funcional, a Álgebra das Equações e a Álgebra Estrutural.

No quinto encontro, que aconteceu no dia 13/12/2016, foi apresentada uma maneira diferenciada para tratar o teorema de Pitágoras. Em um exercício que consistia em agrupar triângulos retângulos de modo a demonstrar visualmente o teorema de Pitágoras. Percebeu-se um bom exemplo de como ensinar conceitos matemáticos de forma lúdica e diferenciada.

O sexto encontro ocorreu no dia 31/01/2017. Neste dia foi realizado um debate entre os grupos 3B e 4B, referente aos capítulos III e IV do livro "Álgebra: pensar, calcular, comunicar", adotado pela orientadora. O nosso grupo ficou responsável pelo capítulo IV, que tinha como seu foco principal "A propriedade distributiva", no capítulo fica evidente que o aluno compreende a propriedade, mas quando é colocado em uma situação contextualizada, ele apresenta dificuldades de perceber a propriedade envolvida.

No texto que aborda o tema sinal de igualdade, é dado foco no real significado deste sinal, que apesar de ser tão comum, os alunos apresentam dificuldades em entendê-lo. O aluno deve compreender este símbolo como um sinal de equivalência, o que não ocorre, pois este enxerga apenas o sinal de igualdade como um divisor de membros, onde o primeiro representa o cálculo a ser realizado e o segundo a resposta deste.

Após esse debate, a orientadora propôs que nós fizéssemos uma folha de atividades. Terminada a resolução dos problemas e comparadas as respostas, a professora nos mostrou respostas dos mesmos exercícios, porém de alunas de escolas públicas e alunas de escolas privadas, onde pudemos comparar e refletir sobre a maneira diferente de como elas pensam para resolver os problemas.

No sétimo encontro, realizado no dia 07/02/2017, assistimos à apresentação de um grupo que está na fase final do LEAMAT III, que além de nos explicar sua sequência didática proposta e contar como ocorreu sua aplicação em uma turma de ensino regular, nos aconselharam sobre todo o processo da disciplina do LEAMAT, desde a interação do grupo até o desenvolvimento dos relatórios e o trabalho em si.

O oitavo encontro, do dia 14/02/2017 foi direcionado a leitura de artigos e a elaboração de justificativas que sejam condizentes com as aplicações futuras da sequência didática.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema

Alcançando o conceito de Progressão Aritmética por meio do jogo "comida ao 100".

1.2.2) Justificativa

Optamos pela escolha do tema Progressão Aritmética (P.A.) pois, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), é uma parcela do conhecimento da álgebra que possibilita quem a adquire um aumento na sua capacidade de percepção de padrões e desenvolvimento de generalizações.

Reconhecemos a importância em transmitir esse conhecimento, e capacitar o aluno quanto a esta habilidade.

Como reforça o PCN (1998):

No decorrer do trabalho com os números, é fundamental estudar algumas relações funcionais pela exploração de padrões em sequências numéricas que levem os alunos a fazer algumas generalizações e compreender, por um processo de aproximações sucessivas, a natureza das representações algébricas. A construção dessas generalizações e de suas respectivas representações permite a exploração das primeiras noções de álgebra (BRASIL,1998, p. 4).

A forma como objetivamos trabalhar o tema é por meio de um jogo didático que induz o estudante a construção e descoberta da fórmula do termo geral da P.A., o que, se realizado com sucesso, possibilitará a obtenção de um conhecimento bem mais significativo e duradouro. Sobre isso, Fiorentini, Miorin e Miguel (1993) afirmam que:

É esse trabalho reflexivo e analítico sobre situações-problema de naturezas diversas. Isto é, sobre o modo como conduzimos e expressamos o nosso pensamento visando a resolução de tais situações, que possibilitará a construção de uma linguagem simbólica que seja significativa para o estudante (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993, p.90).

A utilização do jogo como ferramenta em nosso processo didático é um ponto de extrema importância e de grande ajuda na construção de um conhecimento mais concreto e duradouro, e é um grande fator facilitador do processo de ensino e aprendizagem, além de possibilitar uma dinâmica mais ativa com os alunos por incitar seus interesses.

Silveira (1998) ressalta que:

Os jogos podem ser empregados em uma variedade de propósitos dentro do contexto de aprendizado. Um dos usos básicos e muito importantes é a possibilidade de construir-se a autoconfiança. Outro é o incremento da motivação. [...] um método eficaz que possibilita uma prática significativa daquilo que está sendo aprendido. Até mesmo o mais simplório dos jogos pode ser empregado para proporcionar informações factuais e praticar habilidades, conferindo destreza e competência (SILVEIRA, 1998, p.02).

1.2.3) Objetivo Geral

Elaborar uma sequência didática que propicie a compreensão do conceito de Progressão Aritmética por meio de um jogo.

1.2.4) Público Alvo

Alunos da primeira série do Ensino Médio

2) RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

No primeiro encontro, ocorrido no dia 09/05/2017, foi feita para os quatro grupos do LEAMAT II, uma apresentação da disciplina. A apresentação foi feita pela professora orientadora Mylane, onde ela explicou a todos como irá funcionar esta disciplina (LEAMAT II), esclareceu dúvidas, entregou um calendário com as datas de apresentação, de modo que cada grupo pudesse se organizar e elaborar suas sequências didáticas dentro do prazo estabelecido.

Do segundo ao nono encontro, ocorridos entre os dias 16/05/2017 a 04/07/2017, os grupos se ocuparam apenas com o aprofundamento do seu aporte teórico, elaboração e construção de recursos didáticos, e suas sequências didáticas.

2.2) Elaboração da sequência didática

2.2.1) Planejamento da sequência didática

A aula será dividida em duas partes: aplicação do jogo "Corrida ao 100" e desenvolvimento do conceito de Progressão Aritmética.

A aula se iniciará com a aplicação do jogo "Corrida ao 100", onde será entregue aos alunos uma apostila com instruções a respeito do jogo e questionamentos que irão levar os alunos a refletir a respeito do jogo. E junto com essa apostila será entregue também duas folhas contendo cinco cartelas numeradas de 1 a 100. Após isso, serão lidas e explicadas as regras do jogo, que estão contidas nas apostilas entregues, onde serão esclarecidas possíveis dúvidas dos alunos.

Feito isso, será dado início a primeira rodada do jogo. As instruções dessa primeira rodada estarão também na apostila, que serão lidas e explicadas pelos professores em formação junto com os alunos. A partir disso, será dado um tempo para que os alunos joguem essa rodada, e ao final da mesma, os alunos deverão responder a seguinte pergunta que está contida na apostila: "Existe uma estratégia para ganhar sempre? Em caso afirmativo, descreva-a.". Esta pergunta caracteriza o objetivo da primeira rodada que é o aluno se habituar ao jogo e começar a tentar formular estratégias para vencer. Nesse momento, é esperado que os alunos tenham elaborado uma estratégia para vencer, mesmo que não seja a mais precisa.

Depois disso, os alunos jogarão quantas rodadas quiserem no tempo que será estipulado. A principal diferença entre essas rodadas e a primeira, é que na primeira foi dado a eles um valor específico para número máximo de passos que

poderiam dar no decorrer do jogo, porém agora eles irão escolher entre si os valores com que irão jogar. Depois de jogarem essas rodadas nas quais tiveram liberdade para escolher o número de passos com o qual iriam trabalhar, os alunos deverão responder outras duas perguntas que estão contidas na apostila. Estas têm como finalidade averiguar se os alunos entendem que as sequências que garantem a vitória do jogo obedecem a um padrão que envolve uma Progressão Aritmética. A partir desse momento será discutido com os alunos como chegar, independentemente do valor escolhido, à sequência que garante a vitória sempre.

Logo depois, os licenciandos iniciarão a segunda parte da aula, que consiste na construção do conceito de Progressão Aritmética a partir do jogo "Corrida ao 100". De início, será entregue aos alunos uma segunda apostila, que contém definições e atividades que auxiliarão os alunos a alcançarem o conceito deste tema matemático.

O primeiro conceito que será trabalho na apostila é o de sequência, para que haja uma ligação com o pensamento formado pelos alunos a partir do jogo "Corrida aos 100". A partir daí, com exemplos, esse conceito será formalizado, para que os alunos entendam o que é uma sequência. O primeiro exemplo tem como objetivo mostrar que nem toda sequência tem um padrão matemático. O segundo exemplo, trata agora de uma sequência que obedece a um padrão que envolve cálculos, e a partir deste exemplo retornamos à sequência que garante a vitória no jogo "Corrida ao 100" com o número máximo de passos 8, de modo que os alunos entendam que existe ali um padrão, essa sendo uma característica de uma Progressão Aritmética.

A partir disso, será introduzido o conceito de Progressão Aritmética, que está na apostila, e será explicado que a característica encontrada na sequência que garante a vitória quando o valor de número máximo de passos é 8, é a razão da Progressão Aritmética. Logo após, terá na apostila um terceiro exemplo, que tem a finalidade de levar os alunos a entenderem o procedimento para encontrar a razão de uma Progressão Aritmética.

Utilizando o exemplo 3, junto com os alunos, será generalizada a fórmula do termo geral da Progressão Aritmética. Passo a passo com os alunos, usando essa dedução, será falado de conceitos como o de posicionamento dos termos, como escrevê-los em função da razão e do primeiro termo. Ao final da dedução é esperado que os alunos compreendam todo o processo explicado a eles, quais são os elementos que compõem o termo geral, o que os auxiliará no momento de resolver as atividades seguintes.

Depois disso, serão trabalhados com os alunos mais dois exemplos antes das atividades finais. Os dois exemplos têm como eixo central o termo geral da Progressão Aritmética, em que o primeiro será resolvido junto com os alunos, para que eles entendam como se desenvolve a resolução de exercício que aborda esse tema. Para o segundo exemplo, será dado um tempo para que os alunos tentem fazer sozinhos e em seguida iremos corrigir esse exemplo junto deles se necessário. E para finalizar a segunda e última parte da aula, os alunos resolverão exercícios que envolvem todos os conceitos trabalhados na segunda parte da aula, tendo como objetivo a fixação destes conceitos.

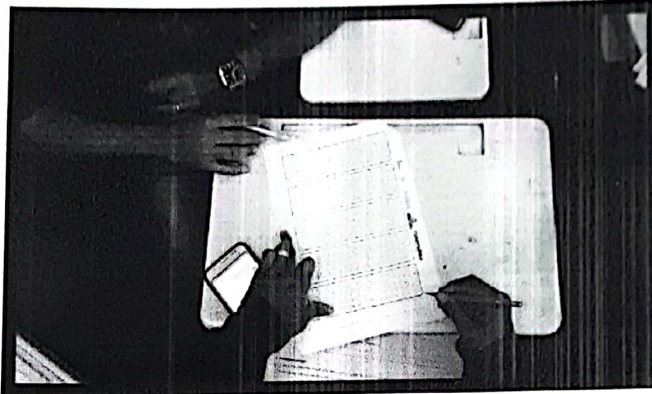
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

A aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II ocorreu no dia 08/09/2017, com toda a turma presente. Iniciamos a aula nos apresentando e entregando aos licenciandos uma apostila contendo as cartelas do jogo corrida ao 100 juntamente com informações a respeito das regras e algumas perguntas relacionadas ao seu desenvolvimento. Explicamos as regras e como funcionaria o desenvolvimento, oralmente.

Em seguida, dois integrantes do grupo reforçaram isso através de um exemplo prático, onde dois integrantes do grupo jogaram uma rodada com uma versão aumentada da cartela colada no quadro. Após a observação do exemplo prático e tendo sido respondido as dúvidas ainda existentes, instruímos a turma

para que jogassem uma partida assumindo o 8 para número máximo de passos a dar no decorrer das 5 rodadas (Figura 1).

Figura 1 - Licenciandos jogando a primeira rodada

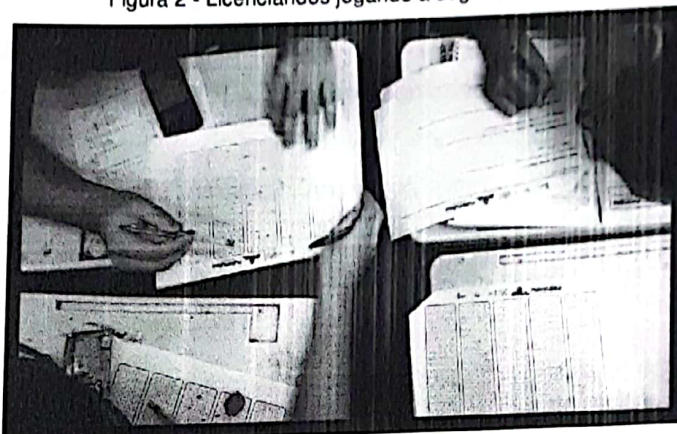


Fonte - Protocolo de Pesquisa.

Ao fim da partida pedimos que respondessem as perguntas contidas na apostila referentes a partida realizada.

Tendo respondido as perguntas, demos um tempo a eles para que jogassem mais algumas partidas (Figura 2), sendo que agora a escolha quanto ao número de passos seria feita por eles mesmos. Finalizada essa rodada, foi solicitado que respondessem as perguntas referentes a essa segunda parte.

Figura 2 - Licenclandos jogando a segunda rodada



Fonte: Protocolo de Pesquisa.

Em seguida, entregamos outra apostila dando continuidade à aplicação da sequência elaborada. Primeiro relembramos e formalizamos o que é uma sequência através de dois exemplos contidos na apostila. O primeiro exemplo teve como objetivo mostrar que toda sequência tem um padrão, mas que este não necessariamente é um cálculo, o segundo exemplo, continha uma sequência que obedece a um padrão que envolve cálculos.

Depois de apresentar o conceito de sequência, introduzimos o conceito de Progressão Aritmética, fazendo uma ligação com o segundo exemplo utilizado para explicar o que é uma sequência, disso retornamos a sequência que garante a vitória no jogo "Corrida ao 100" com número máximo de passos 8, de modo a mostrar que ali existia um padrão, sendo esse padrão característica de uma Progressão Aritmética. Em seguida, introduzimos o conceito de Progressão Aritmética, que está na apostila, explicando que a característica encontrada na sequência que garante a vitória quando o valor de número máximo de passos é 8, é a razão da Progressão Aritmética.

Logo após, resolvemos o terceiro exemplo contido na apostila, que teve por finalidade levar os alunos a entenderem o procedimento utilizado para encontrar a razão e partir disso chegar a fórmula do termo geral de uma Progressão

Aritmética. Finalizamos apresentando a nomenclatura de cada um dos componentes da fórmula do termo geral da Progressão Aritmética.

Tendo o conceito de P.A. sido apresentado foi possível mostrar a turma que a estratégia vencedora do jogo pode ser encontrada através da propriedade do termo geral de uma Progressão Aritmética, em que a razão é o número de passos estipulados mais 1, o número de termos é a quantidade de passos que se deu até chegar ao 100 e o primeiro termo é o resto da divisão entre o último termo e a razão.

Após fazermos essa formalização do conceito de Progressão Aritmética utilizando o jogo como base, partimos para a última etapa da aula que foi a resolução de 3 questões contextualizadas.

Ao término da aplicação da sequência didática veio a parte na qual a turma e os professores dão um parecer a respeito de suas impressões do trabalho, que por sinal foram bem positivas, e dão sugestões para aprimoramento. Em suma foram duas principais sugestões feitas: a primeira foi a sugestão para aumentar o tamanho da cartela que usamos para desenvolver o exemplo prático no quadro, e a segunda foi diminuir o número de rodadas por partida, de 5 para 3, pelo tempo gasto, visto que teríamos no máximo três tempos de aula para a aplicação. Dessa forma, foi finalizada a apresentação da sequência didática.

3) Relatório do LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

As aulas ocorridas entre os dias 02/10/2017 e 11/10/2017 tiveram como objetivo principal a finalização da sequência didática. As aulas seguintes, do dia 16/10/2017 até 20/12/2017, tiveram como foco a aplicação da sequência didática na turma regular, porém, caso necessário, os grupos poderiam usar o tempo para a finalização da sequência didática.

As aulas dos dias 06/11/2017, 13/11/2017 e 18/12/2017 foram utilizadas pelo nosso grupo para aplicação das sequências didáticas.

Os encontros dos dias 29/01/2018 até 07/02/2018 foram utilizados pelos grupos para elaborar e finalizar as apresentações do LEAMAT III. Os próximos quatro encontros, 19/02/2018 à 28/02/2018, foram destinados para as apresentações, porém também foi necessário utilizar o encontro do dia 05/03/2018 para as apresentações.

Os encontros seguintes, 07/03/2018 até 19/03/2018, se deram para as correções do relatório. E o dia 21/03/2017 ficou reservado para a avaliação final.

3.2) Elaboração da sequência didática

3.2.1) Versão final da sequência didática

A única alteração na sequência didática foi a redução de cinco para três no número de rodadas do jogo Corrida ao 100.

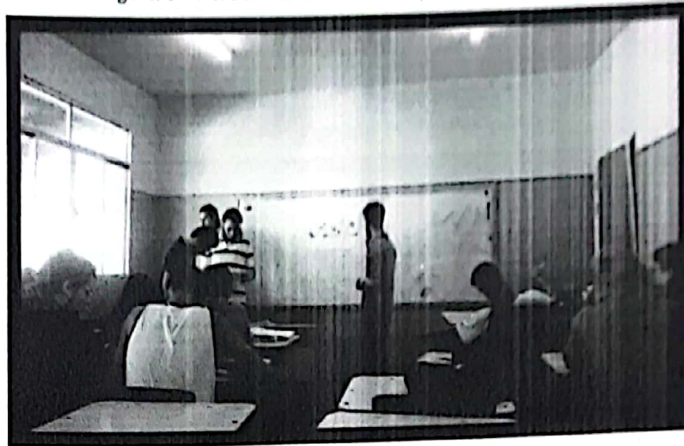
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

A experimentação da sequência didática na turma regular foi aplicada no dia 13/11/2017, na turma 1005 da 1ª. série do ensino médio do Colégio Estadual Constantino Fernandes em Campos dos Goytacazes, no bairro Benta Pereira. A turma era composta por 20 alunos (sendo 2 alunos com necessidades educacionais especiais) e 1 mediador. A duração da aplicação foi de 3 tempos de aula.

Iniciamos nos apresentando e explicando como seria a aula. Logo percebeu-se interesse da turma por se tratar de um jogo. Em seguida, entregamos aos alunos uma apostila contendo as cartelas do jogo "Corrida ao 100" juntamente com informações, regras e algumas perguntas relacionadas ao seu desenvolvimento. Explicamos as regras e como funcionaria o desenvolvimento oralmente.

Feito isso, reforçamos como seria o desenvolvimento do jogo através de uma partida teste, onde dois de nós licenciandos do grupo jogamos uma rodada com uma versão aumentada da cartela colada no quadro (Figura 3).

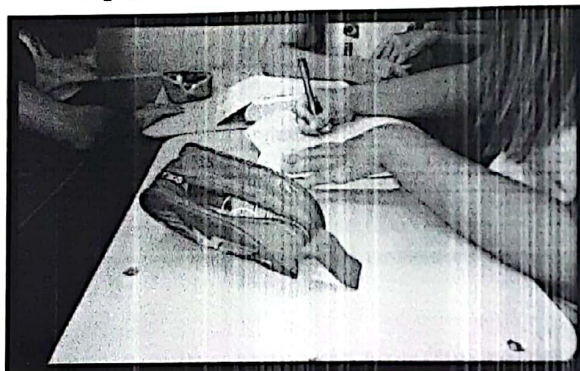
Figura 3 - Partida teste realizada pelos licenciandos



Fonte: Protocolo de Pesquisa.

Após a observação do exemplo prático e esclarecer algumas dúvidas em relação ao funcionamento do jogo, instruímos os alunos que jogassem a primeira rodada, assim eles jogaram durante um tempo (Figura 4), assumindo 8 para número máximo de passos a dar no decorrer das 3 rodadas.

Figura 4 - Alunos jogando a primeira rodada



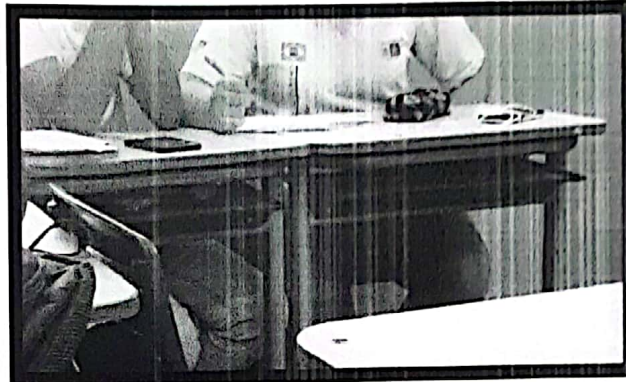
Fonte: Protocolo de Pesquisa.

No término da partida pedimos que respondessem as perguntas contidas na apostila referentes as rodadas realizadas.

Após terem respondido as perguntas, demos um tempo a eles para que jogassem mais, então eles jogaram algumas partidas (Figura 5), sendo que agora

eles escolheriam o número de passos. Finalizada essa rodada, foi pedido que eles respondessem as perguntas referentes a segunda parte.

Figura 5 - Alunos jogando as demais partidas



Fonte: Protocolo de Pesquisa.

A próxima parte da aula sofreu um atraso devido a uma dupla ainda não ter terminado de jogar, e aproveitamos esse tempo para entregarmos a outra apostila. Dando continuidade à aplicação da sequência, primeiro relembramos e formalizamos o conceito de sequência através de dois exemplos contidos na apostila, no qual o exemplo 1 tem o intuito mostrar que nem toda sequência tem um padrão matemático, o segundo exemplo (Figura 6), continha uma sequência que obedece a um padrão matemático.

Figura 6 - Exemplo 2 da segunda apostila

Exemplo 2:
Determine o quinto termo da seguinte sequência:
(1,3,5,...)

Fonte: Elaboração própria.

Feito isso, retornamos à sequência que garante a vitória quando o número de passos é 8, e junto com os alunos, observamos que a diferença entre um

termo qualquer da sequência e seu antecessor é sempre 9, e dissemos a eles que isso é característica de uma Progressão Aritmética (Figura 7).

Figura 7 - Licenciandos fazendo relação entre o jogo com Progressão Aritmética



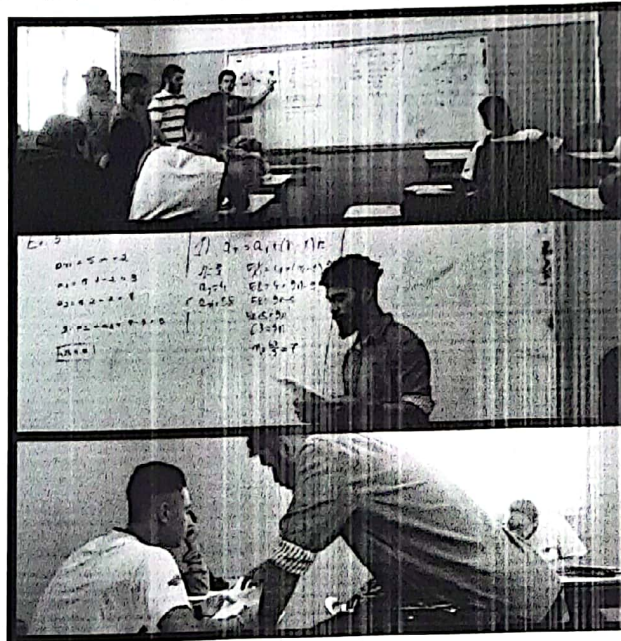
Fonte: Protocolo de Pesquisa.

Tendo apresentado o que é uma sequência, introduzimos o conceito de Progressão Aritmética estabelecendo uma relação com o Exemplo 2 (Figura 6), assim retornamos a sequência que garante a vitória no jogo “Corrida ao 100” com número máximo de passos igual a 8. Nesse sentido, mostramos que ali havia um padrão, sendo esse padrão característica de uma Progressão Aritmética. Logo após, iniciamos a apresentação do conceito de Progressão Aritmética, que está na apostila, explicando que a característica encontrada na sequência que garante a vitória quando o valor de número máximo de passos é 8, é a razão da Progressão Aritmética.

Em seguida, resolvemos o terceiro exemplo contido na apostila, que tem como objetivo fazer com que os alunos tenham um entendimento acerca do procedimento utilizado para encontrar a razão e assim chegar à fórmula do termo geral de uma Progressão Aritmética. Finalizamos apresentando a nomenclatura de cada um dos termos que compõem a fórmula do termo geral da Progressão Aritmética.

Após fazermos essa formalização do conceito de Progressão Aritmética utilizando o jogo como base, partimos para a última etapa da aula que foi a resolução de 3 questões contextualizadas. Nesse momento demos um tempo para eles resolverem sozinhos e depois intervimos tirando as dúvidas e depois corrigindo. (Figura 8)

Figura 8 - Licenciandos esclarecendo dúvidas a respeito das questões contextualizadas



Fonte: Protocolo de Pesquisa.

Após a correção das questões contextualizadas, foi possível mostrar a estratégia vencedora do jogo. A estratégia consiste em relacionar o algoritmo da divisão com a fórmula do termo geral da Progressão Aritmética, onde o dividendo é o número 100, pois ele é o último termo dessa P.A., o divisor é o número de passos somados 1, o quociente é o número de termos da progressão e o resto é o primeiro termo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A elaboração e aplicação da sequência didática foi muito positiva. Por se tratar de uma nova experiência tanto para os licenciandos quanto para a turma, é possível inferir que ambos aprenderam algo importante. A partir disso, os licenciandos tiveram um conhecimento que servirá como referência e lhes dará uma maior segurança em suas futuras atividades em sala de aula como professores.

A turma foi extremamente participativa e se mostrou muito interessada por toda sequência didática e materiais apresentados, sendo este um dos principais fatores que possibilitou sua rápida compreensão do conteúdo que foi trabalhado. Um dos pontos surpreendentes foi a participação de dois alunos com necessidades educacionais especiais, a incrível capacidade de raciocínio lógico deles para realização das atividades.

Quanto às críticas ou sugestões para melhora do trabalho, foram todas destinadas à segunda parte da aula, que consistia na formalização do conceito de Progressão Aritmética. Os alunos queriam continuar jogando.

Então, a partir do que foi experimentado, pode-se dizer que o trabalho cumpriu seu objetivo.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antonio. **Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar**. Pro-Posições. São Paulo, v. 4, n. 1, 1993.

SILVEIRA, R. S; BARONE, D. A. C. **Jogos Educativos computadorizados utilizando a abordagem de algoritmos genéticos**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Informática. Curso de Pós-Graduação em Ciências da Computação. 1998.

Campos dos Goytacazes (RJ), 23 de Maio de 2018.

Arthur Freitas Sousa
João Fernando H. de Matos
José Rosa Campos
Júlio César Vianna Duarte

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Álgebra
Licenciandos: Arthur Feitosa, João da Mata, Jones Campos e Lucas Duarte.
Orientadora: Prof^a. Me. Lívia Azelman de Faria Abreu
Aluno(a): _____ Data: ___ / ___ / 2017

Corrida aos 100¹

1. Primeira rodada:

Vocês utilizarão em cada rodada uma das cartelas. Cada cartela possui 100 casas e ganha o jogo aquele que conseguir marcar a casa de número 100. Leiam atentamente as regras.

Regras do jogo:

- Tirem par ou ímpar. O vencedor irá definir quem começará a primeira partida;
- A cada jogada, escolham um número de casas entre 5 e 9 para percorrer;
- Aquele que for o jogador 1 colocará um círculo (o) nas casas por onde passar. Já o jogador 2, dando continuidade à sequência, deverá colocar um (x) em suas casas;
- Vence a partida o aluno que marcar a casa de número 100;
- A cada partida, invertam quem faz a primeira jogada.

1.1 Para a primeira rodada, considerem o número 8;

1.2 Antes de iniciar a rodada, pensem em uma possível estratégia que permita a sua vitória. Notem que uma rodada é constituída de 5 partidas. Não deixe que seu oponente descubra seus planos!

1.3 O jogador vencedor de cada partida deverá anotar sua sequência;

1.4 Ao terminar a rodada, analisem as partidas realizadas, tentando identificar qual foi a estratégia adotada por aquele que venceu cada partida.

Após a primeira rodada responda:

¹ (Adaptado) Pode ser encontrado em: <<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1003>>.

Existe uma estratégia para ganhar sempre? Em caso afirmativo, descreva-a.

2. Próximas rodadas:

2.1 Cada par de oponentes deverá entrar em acordo e escolher um novo número entre 5 e 9;

2.2 Cada jogador vencedor deverá anotar sua sequência.

Após todas as rodadas, responda:

- A estratégia da dupla funcionou? Discutam entre si uma estratégia que funcione para qualquer valor.

- Existe vantagem em ser o jogador 1 ou ser o jogador 2?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Álgebra
Licenciandos: Arthur Feitosa, João da Mata, Jones Campos e Lucas Duarte.
Orientadora: Prof^a. Me. Livia Azelman de Faria Abreu
Aluno(a): _____ Data: ___ / ___ / 2017

Alcançando o conceito de Progressão Aritmética

Como vimos no jogo **Corrida ao 100**, para vencer basta seguir uma sequência, sequência essa que sempre muda de acordo com o número de casas que os jogadores podem marcar. Por exemplo, quando o número de casas a ser marcada é 8, a **sequência que garante a vitória** é (1,10,19,28,37,46,55,64,73,82,91,100).

Mas o que é uma sequência?

Uma sequência numérica é todo conjunto de números dispostos numa certa ordem, podendo ser finita ou infinita.

Exemplo 1:

Dada a sequência (2,10,12,16,17,18,19,...), determine o termo seguinte ao 19.

Exemplo 2:

Determine o quinto termo da seguinte sequência:

(1,3,5,...)

Visto agora o que é uma sequência, retornamos a **sequência vencedora** do número 8 do jogo **Corrida ao 100**.

(1,10,19,28,37,46,55,64,73,82,91,100)

Podemos perceber que a diferença entre os números 10 e 1, 19 e 10, 28 e 19, é sempre 9, isso é característica de uma **progressão aritmética**.

Progressão Aritmética

Progressão Aritmética (P.A.) é toda sequência de números reais, na qual cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior somado a uma constante, chamada de razão r . Todas as sequências vencedoras do jogo são progressões aritméticas.

Como encontrar a razão de uma P.A.?

Para encontrar a razão de uma P.A. basta subtrair um termo qualquer por seu antecedente.

Exemplo 3:

Determine a razão da seguinte Progressão Aritmética:

$$(7,5,3,1,\dots)$$

Generalizando

Tomando como base o **Exemplo 3**, vamos generalizar a fórmula do **termo geral da P.A.**

$$(7,5,3,1,\dots)$$

Vamos reescrevê-la, pelo nome dos seus termos.

$$(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$$

Onde:

- $a_1 = 7$
- $a_2 = 5$
- $a_3 = 3$
- $a_4 = 1$

Vimos no **Exemplo 3** que a razão dessa progressão é $r = -2$, podemos então escrever os termos da seguinte forma:

Se $a_1 = 7$, $a_2 = a_1 - 2$ e $a_3 = a_2 - 2$, substituindo -2 por r , temos:

$$a_2 = a_1 + r \text{ e } a_3 = a_2 + r$$

Substituindo agora a_2 por $a_1 + r$:

$$\begin{aligned} a_3 &= a_1 + r + r \\ a_3 &= a_1 + 2r \end{aligned}$$

Se $a_2 = a_1 + r$ e $a_3 = a_1 + 2r$, generalizando:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \begin{cases} a_n = \text{termo geral da P.A.} \\ a_1 = \text{primeiro termo da P.A.} \\ n = \text{número do termo} \end{cases}$$

Exemplo 4:

Dada a P.A. $(-19, -15, -11, \dots)$, determine o seu termo geral.

Solução:

Para encontrar o termo geral de uma Progressão Aritmética, precisamos de duas informações: o seu primeiro termo, ou seja, o a_1 e da sua razão. O primeiro termo já nos foi dado, basta agora encontrar a razão.

$$\begin{aligned} r &= a_2 - a_1 \\ r &= -15 - (-19) \\ r &= -15 + 19 \\ r &= 4 \end{aligned}$$

Agora, basta substituímos esses valores na fórmula que encontramos na generalização do **Exemplo 3**.

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n - 1) \cdot r \\ a_n &= -19 + (n - 1) \cdot 4 \\ a_n &= -19 + 4n - 4 \end{aligned}$$

$$a_n = 4n - 23$$

Exemplo 5:

Encontre a razão da Progressão Aritmética que possui o seguinte termo geral:

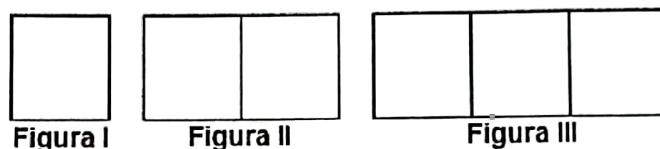
$$a_n = 5n - 2$$

Atividades

1) (ULBRA) O número de termos de uma PA, cuja razão é 9, o primeiro termo é 4 e o último 58, é:

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 7

2) (ENEM 2010) Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir:



Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?

- a) $C = 4Q$.
- b) $C = 3Q + 1$.
- c) $C = 4Q - 1$.
- d) $C = Q + 3$.
- e) $C = 4Q - 2$.

3) (ENEM 2011) O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33.000 passagens; em fevereiro, 34.500; em março, 36.000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes. Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

- a) 38.000
- b) 40.500
- c) 41.000
- d) 42.000
- e) 48.00

Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Álgebra
Licenciandos: Arthur Feltosa, João da Mata, Jones Campos e Lucas Duarte.
Orientadora: Prof^a. Me. Lúvia Azelman de Faria Abreu
Aluno(a): _____ Data: ___ / ___ / 2017

Corrida aos 100²

1. Primeira rodada:

Vocês utilizarão em cada rodada uma das cartelas. Cada cartela possui 100 casas e ganha o jogo aquele que conseguir marcar a casa de número 100. Leiam atentamente as regras.

Regras do jogo:

- Tirem par ou ímpar. O vencedor irá definir quem começará a primeira partida;
- A cada jogada, escolham um número de casas entre 5 e 9 para percorrer;
- Aquele que for o jogador 1 colocará um círculo (o) nas casas por onde passar. Já o jogador 2, dando continuidade à sequência, deverá colocar um (x) em suas casas;
- Vence a partida o aluno que marcar a casa de número 100;
- A cada partida, invertam quem faz a primeira jogada.

- Tirem par ou ímpar. O vencedor irá definir quem começará a primeira partida;
- A cada jogada, escolham um número de casas entre 5 e 9 para percorrer;
- Aquele que for o jogador 1 colocará um círculo (o) nas casas por onde passar. Já o jogador 2, dando continuidade à sequência, deverá colocar um (x) em suas casas;
- Vence a partida o aluno que marcar a casa de número 100;
- A cada partida, invertam quem faz a primeira jogada.

² (Adaptado) Pode ser encontrado em: <<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1003>>.

1.1 Para a primeira rodada, considerem o número 8;

1.2 Antes de iniciar a rodada, pensem em uma possível estratégia que permita a sua vitória. Notem que uma rodada é constituída de 3 partidas. Não deixe que seu oponente descubra seus planos!

1.3 O jogador vencedor de cada partida deverá anotar sua sequência;

1.4 Ao terminar a rodada, analisem as partidas realizadas, tentando identificar qual foi a estratégia adotada por aquele que venceu cada partida.

Após a primeira rodada responda:

Existe uma estratégia para ganhar sempre? Em caso afirmativo, descreva-a.

2. Próximas rodadas:

2.1 Cada par de oponentes deverá entrar em acordo e escolher um novo número entre 5 e 9;

2.2 Cada jogador vencedor deverá anotar sua sequência.

Após todas as rodadas, responda:

- A estratégia da dupla funcionou? Discutam entre si uma estratégia que funcione para qualquer valor.

- Existe vantagem em ser o jogador 1 ou ser o jogador 2?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Álgebra
Licenciandos: Arthur Feitosa, João da Mata, Jones Campos e Lucas Duarte.
Orientadora: Prof^a. Me. Lívia Azelman de Faria Abreu
Aluno(a): _____ Data: ___ / ___ / 2017

Alcançando o conceito de Progressão Aritmética

Como vimos no jogo **Corrida ao 100**, para vencer basta seguir uma sequência, sequência essa que sempre muda de acordo com o número de casas que os jogadores podem marcar. Por exemplo, quando o número de casas a ser marcada é 8, a **sequência que garante a vitória** é (1,10,19,28,37,46,55,64,73,82,91,100).

Mas o que é uma sequência?

Uma sequência numérica é todo conjunto de números dispostos numa certa ordem, podendo ser finita ou infinita.

Exemplo 1:

Dada a sequência (2,10,12,16,17,18,19,...), determine o termo seguinte ao 19.

Exemplo 2:

Determine o quinto termo da seguinte sequência:

(1,3,5,...)

Visto agora o que é uma sequência, retornamos a **sequência vencedora** do número 8 do jogo **Corrida ao 100**.

(1,10,19,28,37,46,55,64,73,82,91,100)

Podemos perceber que a diferença entre os números 10 e 1, 19 e 10, 28 e 19, é sempre 9, isso é característica de uma **progressão aritmética**.

Progressão Aritmética

Progressão Aritmética (P.A.) é toda sequência de números reais, na qual cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior somado a uma constante, chamada de razão r . Todas as sequências vencedoras do jogo são progressões aritméticas.

Como encontrar a razão de uma P.A.?

Para encontrar a razão de uma P.A. basta subtrair um termo qualquer por seu antecedente.

Exemplo 3:

Determine a razão da seguinte Progressão Aritmética:

$$(7, 5, 3, 1, \dots)$$

Generalizando

Tomando como base o **Exemplo 3**, vamos generalizar a fórmula do **termo geral da P.A.**

$$(7, 5, 3, 1, \dots)$$

Vamos reescrevê-la, pelo nome dos seus termos.

$$(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$$

Onde:

- $a_1 = 7$
- $a_2 = 5$
- $a_3 = 3$
- $a_4 = 1$

Vimos no **Exemplo 3** que a razão dessa progressão é $r = -2$, podemos então escrever os termos da seguinte forma:

Se $a_1 = 7$, $a_2 = a_1 - 2$ e $a_3 = a_2 - 2$, substituindo -2 por r , temos:

$$a_2 = a_1 + r \text{ e } a_3 = a_2 + r$$

Substituindo agora a_2 por $a_1 + r$:

$$\begin{aligned} a_3 &= a_1 + r + r \\ a_3 &= a_1 + 2r \end{aligned}$$

Se $a_2 = a_1 + r$ e $a_3 = a_1 + 2r$, generalizando:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \begin{cases} a_n = \text{termo geral da P.A.} \\ a_1 = \text{primeiro termo da P.A.} \\ n = \text{número do termo} \end{cases}$$

Exemplo 4:

Dada a P.A. $(-19, -15, -11, \dots)$, determine o seu termo geral.

Solução:

Para encontrar o termo geral de uma Progressão Aritmética, precisamos de duas informações: o seu primeiro termo, ou seja, o a_1 e da sua razão. O primeiro termo já nos foi dado, basta agora encontrar a razão.

$$\begin{aligned} r &= a_2 - a_1 \\ r &= -15 - (-19) \\ r &= -15 + 19 \\ r &= 4 \end{aligned}$$

Agora, basta substituímos esses valores na fórmula que encontramos na generalização do **Exemplo 3**.

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n - 1) \cdot r \\ a_n &= -19 + (n - 1) \cdot 4 \\ a_n &= -19 + 4n - 4 \end{aligned}$$

$$a_n = 4n - 23$$

Exemplo 5:

Encontre a razão da Progressão Aritmética que possui o seguinte termo geral:

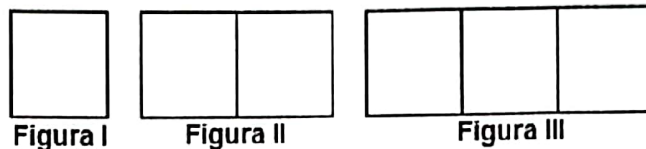
$$a_n = 5n - 2$$

Atividades

1) (ULBRA) O número de termos de uma PA, cuja razão é 9, o primeiro termo é 4 e o último 58, é:

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 7

2) (ENEM 2010) Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir:



Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?

- a) $C = 4Q$.
- b) $C = 3Q + 1$.
- c) $C = 4Q - 1$.
- d) $C = Q + 3$.
- e) $C = 4Q - 2$.

3) (ENEM 2011) O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33.000 passagens; em fevereiro, 34.500; em março, 36.000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes. Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

- a) 38.000
- b) 40.500
- c) 41.000
- d) 42.000
- e) 48.000