

RELATÓRIO DO LEAMAT

O ALGEPLAN COMO UM RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE PRODUTOS NOTÁVEIS

ENSINO E APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA

**ELISANGELA HELENA GOMES SOARES
MARIA CAROLINA MENDES LIMA
MATHEUS SIQUEIRA DE ALMEIDA GONÇALVES
VANESSA DA SILVA SIQUEIRA**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2018.2**

ELISANGELA HELENA GOMES SOARES
MARIA CAROLINA MENDES LIMA
MATHEUS SIQUEIRA DE ALMEIDA GONÇALVES
VANESSA DA SILVA SIQUEIRA

RELATÓRIO DO LEAMAT

O ALGEPLAN COMO UM RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE PRODUTOS NOTÁVEIS

ENSINO E APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Campus *Campos* Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Me. Livia Azelman de Faria de Abreu.

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2018.2

SUMÁRIO

1) Relatório do LEAMAT I	p. 4
1.1) Atividades desenvolvidas	4
1.2) Elaboração da sequência didática.....	5
1.2.1) Tema	5
1.2.2) Justificativa	6
1.2.3) Objetivo Geral	7
1.2.4) Público-alvo	7
2) Relatório do LEAMAT II	8
2.1) Atividades desenvolvidas	8
2.2) Elaboração da sequência didática	8
2.2.1) Planejamento da sequência didática	8
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMATII .	13
3) Relatório do LEAMAT III	15
3.1) Atividades desenvolvidas	15
3.2) Elaboração da sequência didática	15
3.2.1) Versão final da sequência didática	15
3.2.2) Aplicação da sequência na turma regular.....	18
Considerações Finais	22
Referências	23
Apêndices	25
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	26
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular	34

1) RELATÓRIO DO LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

O primeiro encontro ocorreu dia 11 de outubro de 2017 no Instituto Federal Fluminense *Campus* - Campos Centro orientados pelas professoras Livia Azelman de Faria Abreu e Poliana Figueiredo Cardoso Rodrigues, com coparticipação da Prof.^a Dr.^a. Vanice Freitas Vieira.

Iniciou-se a apresentação da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem Matemática (LEAMAT) comentando sobre o livro "A Arte de Ser um Perfeito Mau Professor" (TAHAN, 1967) e fizemos uma reflexão sobre qual tipo de professor queremos ser. Logo após, a Prof.^a Dra. Vanice apresentou as Tendências em Educação Matemática enriquecendo a reflexão feita anteriormente. A apresentação foi voltada para a construção de futuros professores, e para profissionais da área que buscam de diversas formas refletir sobre esse movimento denominado Educação Matemática, o qual está embasado no princípio de que todos podem produzir Matemática, nas suas diferentes expressões.

Concluiu-se no dia 18 de outubro de 2017 a apresentação da disciplina, em que as professoras orientaram sobre a estrutura utilizada para elaboração do relatório que será redigido seguindo as regras da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), no qual contém informações e procedimentos para sua estrutura e apresentação, redação científica, bem como normas para formatação e referências.

Logo após, no dia 25 de outubro 2017, iniciou-se um debate sobre o texto "O ensino da álgebra" (MARTINS e VICHESSI, 2009) apresentando a Álgebra como uma linguagem matemática estruturada por regras e formalizações, propondo estratégias que levem os alunos a compreenderem e generalizar seu raciocínio. Seguidamente, aplicou-se uma atividade com o tema "A álgebra em alguns problemas" com questões de raciocínio lógico a fim de levantar questionamentos de diferentes resoluções e construção do pensamento algébrico.

No texto "Pensamento Algébrico: Uma Relação entre Álgebra, Aritmética e Geometria" (OLIVEIRA e LAUDARES, 2007) discutido no dia 8 de novembro de 2017, pode-se refletir que o desenvolvimento do pensamento algébrico é essencial ao domínio da Álgebra, articulada a dois campos da Matemática: a Aritmética e a Geometria. Para refletir sobre o ensino e aprendizagem da Álgebra, buscou-se

compreender e debater as ideias de Lins e Gimenez (1997) quanto às características do pensamento algébrico e aritmético.

Atendendo a proposta de apresentação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Terceiro e Quarto ciclos do Ensino Fundamental, no dia 29 de novembro de 2017, em forma de seminário, os grupos expuseram o documento a fim de servir como ponto de partida para o trabalho docente, norteando as atividades realizadas na sala de aula.

Com o objetivo de orientar e proporcionar a integração entre os grupos, a professora orientadora ocasionou um encontro no dia 20 de dezembro de 2017, direcionado ao tema em que cada grupo propôs. Sucedeu-se assim uma troca de ideias construtivas em que os integrantes dos grupos interagiram com propósito de aprimorar o tema do trabalho a ser desenvolvido.

Paralelo aos comentários, fomos instruídos a pesquisar artigos, autores que pesquisam sobre o tema escolhido e a sua importância, com a finalidade de estruturar a justificativa do presente relatório.

Dando continuidade a estruturação do relatório e a elaboração dos slides para a apresentação final, ocasionaram-se dois encontros nos dias 31 de janeiro e 07 de fevereiro de 2018 a fim de fazer-se os ajustes necessários.

Com a finalidade de mostrar à turma suas propostas de sequência didática de Álgebra e Aritmética, os grupos apresentaram em forma de seminário, nos dias 21 e 28 de fevereiro de 2018.

As aulas seguintes foram destinadas a elaboração do relatório.

1.2) Elaboração da Sequência Didática

1.2.1) Tema

O Algeplan como um recurso didático para o ensino de produtos notáveis.

1.2.2) Justificativa

A partir dos encontros e discussões sobre a linha de pesquisa Álgebra, o grupo decidiu abordar os conceitos que envolvem produtos notáveis, tendo como recurso didático o Algeplan.

Sobre a álgebra é importante destacar que: “Álgebra é um ramo da matemática que estuda as generalizações dos conceitos e operações de aritmética, e essas generalizações são possíveis graças ao uso de símbolos e letras para representar incógnitas.” (ESPINDOLA; DE MELO, 2012, s.p.).

O mesmo autor fala sobre os primórdios da álgebra com o papiro de Rhind:

O registro mais antigo que remete a álgebra foi o papiro de Rhind escrito por volta de 1650 a.C por um escriba chamado Ahmes, que detalhou a solução de 85 problemas de aritmética, fração, cálculos de área, volumes, repartições proporcionais, equações lineares, trigonometria básica e geometria. (ESPINDOLA; DE MELO, 2012, s.p).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais dos anos finais - PCN (BRASIL, 1998) recomenda-se que a álgebra seja descoberta a partir de materiais concretos, das generalizações e com representações matemáticas, seja por meio de gráficos ou modelos. Sendo assim, não tratando-se por procedimentos mecânicos.

Desenvolver atividades diferenciadas e inovadoras nas aulas de matemática na educação básica é um dos objetivos do professor e proporciona ao aluno uma aprendizagem significativa.

[...] uma aula onde os alunos dispõem de materiais para manipular, terá maiores chances de sucesso, tendo em vista as reais possibilidades dos alunos desenvolverem ações que lhes propiciem a construção de um saber consciente e significativo. (SARMENTO, 2012, p.2).

Segundo Dario (2015) “muitos alunos têm dificuldades com os cálculos algébricos a falta de compreensão de conceitos básicos dificulta o avanço do aluno na aprendizagem matemática”.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, “aprendizagens só serão possíveis na medida em que o professor proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar ideias.” (BRASIL, 1998, p. 31).

O Algeplan é um material manipulativo utilizado para realizar as operações com polinômios que relaciona figuras geométricas (quadrados e retângulos) com a álgebra. A partir disso, utiliza-se peças que representam os monômios que compõem este material (SHUCK et al,2013).

Por meio do Algeplan, é possível entender o conceito de produtos notáveis de uma forma concreta, desenvolvendo a atenção dos alunos para a aprendizagem matemática e aprimorando o desempenho dos mesmos em sala de aula.

Visto a dificuldade dos alunos em aprender o conteúdo de produtos notáveis e ao fazer a transição das situações concretas para os conceitos abstratos, elegemos o Algeplan como um recurso didático para o ensino de produtos notáveis.

De acordo com Pais (2006):

Estudos mostram que o material concreto tem possibilitado que os estudantes estabeleçam relações entre as situações experienciadas na manipulação de tais materiais e a abstração dos conceitos estudados. O uso de material concreto propicia aulas mais dinâmicas e amplia o pensamento abstrato por um processo de retificações sucessivas que possibilita a construção de diferentes níveis de elaboração do conceito. (PAIS, 2006, apud SANTOS; FARIAS; DUARTE, 2018, p.3).

1.2.3) Objetivo geral

Proporcionar a aprendizagem de produtos notáveis por meio do Algeplan, estimulando o pensamento algébrico do aluno.

1.2.4) Público-alvo

Alunos do 8.º ano do Ensino Fundamental.

2) RELATÓRIO DE LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

No dia 25 de abril 2018, as professoras Livia e Ana Paula nos apresentaram os objetivos e as atividades que serão desenvolvidas no decorrer do período. Além disso, as professoras também realizaram uma conversa com cada grupo a fim de dar orientações em relação à elaboração da sequência. A sequência didática começou a ser estruturada no próximo encontro, dia 02 de maio de 2018.

O período de 02 de maio a 13 de junho foi dedicado ao aprofundamento do aporte teórico, do dia 19 de junho a 29 de agosto à aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II e elaboração do relatório. A finalização dos relatórios ocorreu no dia 11 de setembro.

2.2) Elaboração da sequência didática

2.2.1) Planejamento da sequência didática

O trabalho escolhido para a linha de pesquisa de álgebra trata especificamente sobre Produtos Notáveis com o uso de material concreto (Algeplan). A escolha do tema origina-se a partir de pesquisas com relação aos produtos notáveis em que nos livros didáticos e materiais pesquisados encontram-se apresentados superficialmente com relação à construção dos conceitos, visão geométrica e regularidades presentes no conteúdo. A fim de que se possa construir a visão geométrica e algumas percepções quanto às regularidades no quadrado da soma de dois termos, quadrado da diferença e o produto da soma pela diferença entre dois termos a aula inicia-se com atividades que são resolvidas com o Algeplan (Figura 1).

Figura 1 – Algeplan



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Uma das principais motivações para a escolha do tema é a importância do conteúdo durante grande parte da vida escolar do aluno.

A sequência didática está estruturada em duas partes: A parte 1 tem como objetivo revisar o conceito de polinômios (Figura 2) e construir expressões encontrando áreas, perímetros de figuras ou realizar representações com peças do Algeplan de acordo com o que é sugerido na apostila (Figura 3). A parte 2 tem como objetivo formalizar os produtos notáveis por meio da apostila, abordando também questões que exploram tanto a parte algébrica quanto a geométrica com o intuito de verificar se o conteúdo foi compreendido.

Figura 2 - Revisão

Revisando o conceito de Polinômios

A figura abaixo contém um quadrado, um retângulo e um trapézio. A expressão que representa a área do quadrado é x^2 , a expressão que representa o perímetro do retângulo é $2x+2y$ e a expressão que representa o perímetro do trapézio é $x+2y+z$.

Figura 1 – Exemplos de polígonos

Fonte: elaboração própria.

- As expressões compostas de um só termo como, por exemplo, x^2 são polinômios chamados de monômios.
- As expressões de dois termos como, por exemplo, $2x+2y$, são também polinômios conhecidos como binômios, pois possuem dois termos.
- As expressões que possuem três termos como, por exemplo, $x+2y+z$ são também denominadas como um polinômio chamado de trinômio. Sendo que expressões com mais de três termos não recebem denominação específica.

Polinômio é toda expressão algébrica que representa um monômio ou uma soma algébrica de monômios.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

É importante ressaltar que cada aluno recebeu o Algeplan para realização das atividades seguintes.

Figura 3 - Explorando o conceito de polinômios com o material concreto com o material concreto – parte 1

Atividades

1) Utilizando as peças do algeplan que você recebeu e as respectivas medidas dos lados de cada uma, represente os polinômios abaixo:

a) $2x^2 + y^2 + xy + 2$

b) $x^2 + 2xy + 3$

c) $y^2 + xy + 1$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

As questões 2 e 3 (Figura 4) mostra a presença dos produtos notáveis e o que eles podem representar em uma determinada situação.

Figura 4 - Atividades 2 e 3: exploração do Algeplan.



2) Monte um quadrado utilizando mais de uma peça do algeplan. Em seguida, escreva o polinômio que representa a área desse quadrado.

3) Um jardim quadrangular de lado y teve seus lados aumentados em 1 metro. Determine o polinômio que representa:

a) A nova área desse jardim.

b) O aumento na área do jardim.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

As situações da questão 4 permitem concluir o que é e como se origina o quadrado da soma de dois termos, quadrado da diferença (Figura 5) e o produto da soma pela diferença entre dois quadrados (Figura 6), permitindo assim a construção da visão geométrica junto com a algébrica.

Figura 5 - Atividade 4: exploração do Algeplan.

4) Observe a figura e responda as questões abaixo:

Figura 3 – Três das peças que compõem o algeplan.

Fonte: adaptada de <https://bit.ly/2MLBn7C>

Situação 1

- Determine a área de cada figura.

- Determine a soma das áreas de todas as figuras.

- Tente formar um quadrado utilizando as peças da figura 3. Caso necessário, acrescente mais uma dessas peças.
- Determine as medidas dos lados do quadrado formado.

Situação 2

- Utilizando a figura 3 do exercício anterior assuma a peça amarela com lados de medida $(a - b)$, a peça azul com lados de medida (b) e a peça verde com medidas no menor lado (b) e no maior lado $(a - b)$. Represente um quadrado com essas peças, lembrando que são necessárias 4 peças para formar o quadrado.
- Represente abaixo o quadrado formado com as peças do algeplan identificando no desenho as novas medidas de cada lado da peça.
- Calcule a área de cada peça separadamente que forma o quadrado

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em cada situação o Algeplan é essencial para o auxílio na visualização e construção do pensamento algébrico e geométrico.

Figura 6 - Explorando o conceito de polinômios com o material concreto com o material concreto – parte 1

Situação 3

- Observando a figura 3 assumo a peça amarela com lados de medidas $(a - b)$, a peça azul com lados de medida (b) e a peça verde com medidas no menor lado (b) e o maior lado $(a - b)$. Represente um quadrado utilizando o algeplan e encontre sua área, lembrando que são necessárias 4 peças para formar o quadrado.

- Utilizando o algeplan organize a peça amarela e duas peças verdes lado a lado. Observe e registre a nova figura formada.

- Encontre a área da figura formada.

- Some as áreas das peças e determine a expressão encontrada.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Concluindo então a primeira parte da sequência com os conceitos necessários para a finalização, inicia-se a última parte da nossa sequência. Essa última visa formalizar o conceito de produtos notáveis ressaltando as regularidades presentes em algumas expressões e verificar se todo o conteúdo aplicado foi compreendido nas atividades propostas anteriormente.

Por meio da segunda apostila concluímos a aplicação da sequência realizando também a verificação dos conteúdos (Figura 7).

Figura 7 - formalizando o conceito de produtos notáveis – parte 2

Produtos notáveis

A palavra **produto** refere-se ao resultado de uma multiplicação. Quanto à palavra **notável**, ela quer dizer *digno de nota, importante*. Os produtos notáveis são produtos especialmente importantes, porque aparecem muito nos cálculos algébricos, e o mais interessante é que, nos produtos notáveis, você não precisa fazer todos os cálculos. É só observar o **padrão** que se **repete**, descobrir as **regularidades** e você já sabe qual é o produto.¹

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A verificação é feita por meio dos exercícios em que explora-se a parte algébrica e as regularidades que foram observadas na visão geométrica da apostila anterior (Figura 8).

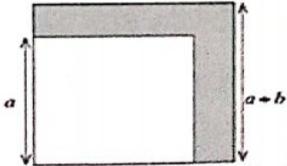
Figura 8- exercícios de verificação – parte 2

Atividades envolvendo produtos notáveis

1) Utilizando as conclusões sobre os produtos notáveis da apostila anterior, represente geometricamente $(3+x)^2$ e em seguida determine a expressão que represente este produto notável.

2) (OBMEP - 2013) Na figura abaixo temos dois quadrados. O maior tem lado $a + b$ e o menor lado a . Qual é a área da região colorida?

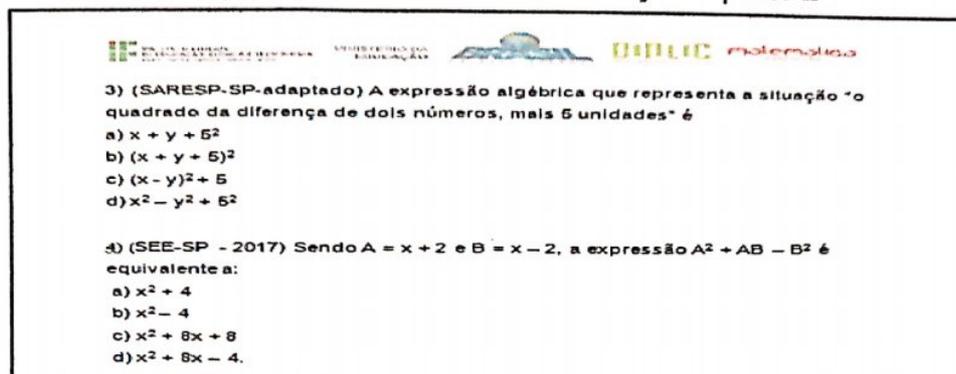
a) b^2
 b) $a + b$
 c) $a^2 + 2ab$
 d) $2ab + b^2$



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Nas questões 3 e 4 a verificação é voltada para parte algébrica

Figura 9 - exercícios de verificação – parte 2



3) (SARESP-SP-adaptado) A expressão algébrica que representa a situação "o quadrado da diferença de dois números, mais 5 unidades" é

a) $x + y + 5^2$
 b) $(x + y + 5)^2$
 c) $(x - y)^2 + 5$
 d) $x^2 - y^2 + 5^2$

4) (SEE-SP - 2017) Sendo $A = x + 2$ e $B = x - 2$, a expressão $A^2 + AB - B^2$ é equivalente a:

a) $x^2 + 4$
 b) $x^2 - 4$
 c) $x^2 + 8x + 8$
 d) $x^2 + 8x - 4$.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em resumo, a sequência foi estruturada em duas partes. A primeira para revisão de polinômios, atividades que explorassem o Algeplan e a visão geométrica dos produtos notáveis. A segunda parte tem como objetivo formalizar os produtos notáveis por meio da apostila com o intuito de verificar se o conteúdo foi compreendido.

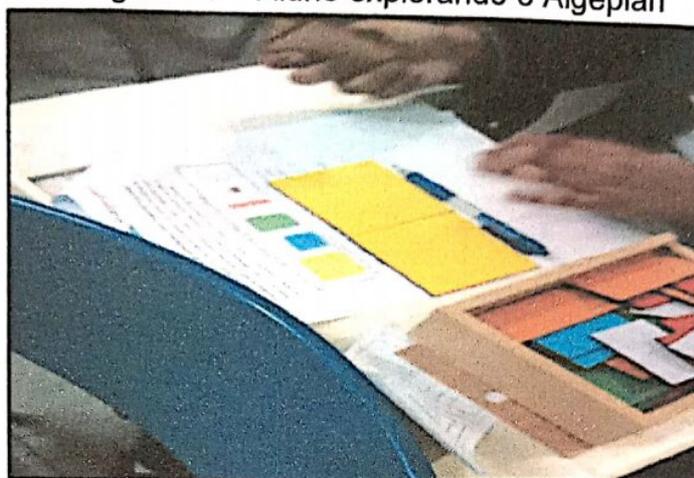
Espera-se que essa sequência contribua com o processo de aprendizagem dos produtos notáveis por meio de diversas formas.

2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

Tendo em vista verificar o tempo necessário para a aplicação da sequência didática na turma regular e submeter o material elaborado a avaliação dos professores e alunos do LEAMAT, a sequência foi aplicada na turma do LEAMAT.

Durante a aplicação, observamos que quando os alunos receberam o Algeplan ficaram animados e curiosos com a realização das atividades e quanto ao uso do mesmo, pois a maioria não conhecia este material (Figura 10).

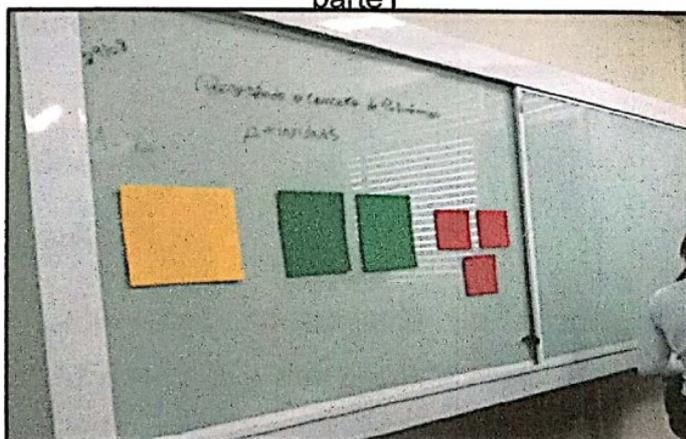
Figura 10 – Aluno explorando o Algeplan



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Percebeu-se também que a maneira como a correção dos exercícios foi realizada, reproduzindo as peças com E.V.A em tamanhos maiores no quadro, auxiliou no entendimento de algumas questões deixando-as mais claras e dinâmicas obtendo assim a atenção de todos.

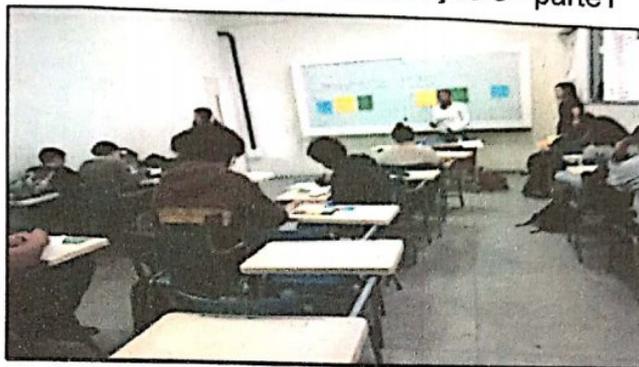
Figura 11- Correção do primeiro exercício – parte 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os alunos gostaram de participar, a sequência foi elogiada devido o uso do material concreto, apresentando assim a visão geométrica vinculada à algébrica trabalhando um tema presente durante a trajetória escolar deixando a aula fora do aspecto tradicional.

Figura 12 - Correção da situação 3 - parte1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Alguns aspectos comentados foram relevantes ao final da aula como o aumento no tempo para a aplicação visto que dois horários não foram suficientes.

Uma sugestão foi acrescentar mais questões envolvendo a manipulação do Algeplan. Foi sugerido também que as perguntas fossem mais diretas sem questionar muitos detalhes principalmente nas situações 1, 2 e 3 para não haver repetição em algumas respostas, mas no geral todos gostaram da aplicação e os objetivos da sequência foram atingidos.

As alterações sugeridas serão realizadas antes da aplicação da sequência em uma turma regular, durante o LEAMAT III.

3) RELATÓRIO DO LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

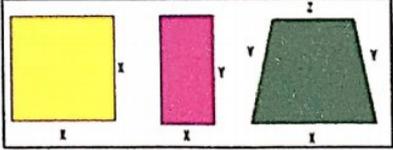
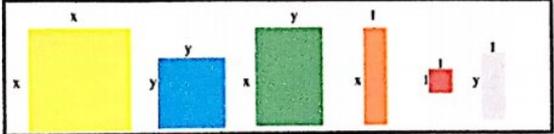
Foram realizadas alterações na apostila de acordo com as sugestões propostas pela turma do LEAMAT II e em seguida realizada a aplicação na turma regular.

3.2) ELABORAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

3.2.1) Versão final da sequência didática

Seguindo as sugestões sugeridas na turma do LEAMAT II, alteramos a apostila iniciando com a exploração do conceito de polinômios com o material concreto, diferentemente do LEAMAT II que iniciou-se revisando o conceito de polinômios (Figura 13).

Figura 13 - Explorando o conceito de polinômios com o material concreto – parte 1

<p>Revisando o conceito de Polinômios</p> <p>A figura abaixo contém um quadrado, um retângulo e um trapézio. A expressão que representa a área do quadrado é x^2, a expressão que representa o perímetro do retângulo é $2x+2y$ e a expressão que representa o perímetro do trapézio é $x+2y+z$.</p> <p>Fonte: Elaboração própria.</p> <p>• As expressões compostas de um só termo como, por exemplo, x^2 são polinômios chamados de monômios.</p> <p>• As expressões de dois termos como, por exemplo, $2x+2y$, são também polinômios conhecidos como binômios, pois possuem dois termos.</p> <p>• As expressões que possuem três termos como, por exemplo, $x+2y+z$ são também denominadas como um polinômio chamado de trinômio. Sendo que expressões com mais de três termos não recebem denominação específica.</p> <p style="text-align: center;">ANTES</p>	<p>Explorando o conceito de polinômios com material concreto</p> <p>O algeplan (figura 2) é um material composto por peças em forma de quadrados de lado x (amarelo), quadrados de lado y (azul), retângulos com lados x e y (verde), retângulos com lados x e 1 (laranja), quadrados de lado 1 (vermelho) e retângulos com lados y e 1 (lilas), como mostra a figura abaixo:</p> <p>Fonte: adaptado de https://bit.ly/2MU8n9C</p> <p>Esse material pode ser usado para a compreensão dos conceitos de polinômios, fatoração de polinômios e produtos notáveis (quadrado da soma, produto da soma pela diferença de dois termos e quadrado da diferença). Vamos utilizá-lo nas atividades seguintes.</p> <p style="text-align: center;">DEPOIS</p>
<p>Figura 1 – Exemplos de polígonos</p> 	<p>Figura 2 - Representação das peças que compõem o algeplan.</p> 

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A situação 2 (Figura 14) e 3 da questão 4 (Figura 15) da apostila foram modificadas, alterando algumas perguntas de modo que estas fossem mais objetivas. Na situação 2 deixamos que os alunos encontrassem a expressão do quadrado da diferença sem que eles soubessem que iriam encontrar esse tipo de expressão. Não estabelecemos algumas medidas para as peças diretamente no item diferentemente do LEAMAT II.

Figura 14 – Situação 2 - visão geométrica do quadrado da diferença – parte 1

<p>Situação 2</p> <p>a) Utilizando a figura 3 do exercício anterior assumo a peça amarela com lados de medida $(a - b)$, a peça azul com lados de medida (b) e a peça verde com medidas no menor lado (b) e no maior lado $(a - b)$. Represente um quadrado com essas peças, lembrando que são necessárias 4 peças para formar o quadrado.</p> <p>b) Represente abaixo o quadrado formado com as peças do algeplan identificando no desenho as novas medidas de cada lado da peça.</p> <p>c) Calcule a área de cada peça separadamente que forma o quadrado</p> <p>_____</p> <p>d) Some as áreas das peças e determine a expressão encontrada.</p> <p>_____</p> <p>e) Qual é a relação entre a área do quadrado formado e a soma das áreas das peças que compõem o quadrado formado?</p> <p style="text-align: center;">ANTES</p>	<p>Situação 2</p> <p>a) Forme novamente um quadrado utilizando as peças da Figura 2. Caso necessário, acrescente mais uma dessas peças. Assuma que esse quadrado tenha medida de lado a, a peça azul tenha lado de medida b e a peça verde com medida b no menor lado. Represente abaixo o quadrado formado com as peças do algeplan identificando no desenho as novas medidas de cada lado da peça.</p> <p>b) Calcule a área de cada peça separadamente que forma o quadrado</p> <p>c) Some as áreas das peças e determine a expressão encontrada.</p> <p>_____</p> <p>d) Qual é a relação entre a área do quadrado formado e a soma das áreas das peças que compõem o quadrado formado?</p> <p style="text-align: center;">DEPOIS</p>
---	--

Fonte: Elaboração Própria.

Na situação 3 (Figura 15), o número de perguntas aumentou para que os alunos chegassem no produto da soma pela diferença.

Figura 15 – Situação 3 - visão geométrica do produto da soma pela diferença – parte 1

<p>Situação 3</p> <p>a) Observando a figura 3 assumamos a peça amarela com lados de medidas $(a - b)$, a peça azul com lados de medida (b) e a peça verde com medidas no menor lado (b) e o maior lado $(a - b)$. Represente um quadrado utilizando o algeplan e encontre sua área, lembrando que são necessárias 4 peças para formar o quadrado.</p> <hr/> <p>b) Utilizando o algeplan organize a peça amarela e duas peças verdes lado a lado. Observe e registre a nova figura formada.</p> <hr/> <p>c) Encontre a área da figura formada.</p> <hr/> <p>d) Some as áreas das peças e determine a expressão encontrada.</p> <hr/> <p style="text-align: center;">ANTES</p>	<p>Situação 3</p> <p>a) Represente o quadrado formado na situação 2 com suas medidas.</p> <hr/> <p>b) Utilizando o algeplan, retire a peça azul e forme um retângulo, em seguida desenhe a nova figura formada.</p> <hr/> <p>c) Encontre a área da figura formada.</p> <hr/> <p>d) Comparando o quadrado formado no item "a" e a figura formada no item "b" o que podemos observar com relação às peças e as áreas das figuras?</p> <hr/> <p>e) Escreva uma expressão que represente uma comparação entre a área.</p> <hr/> <p style="text-align: center;">DEPOIS</p>
--	---

Fonte: Elaboração Própria.

Não houve alterações na lista de exercícios cujo objetivo é formalizar e exercitar o uso dos produtos notáveis, explorando tanto a visão geométrica quanto a algébrica.

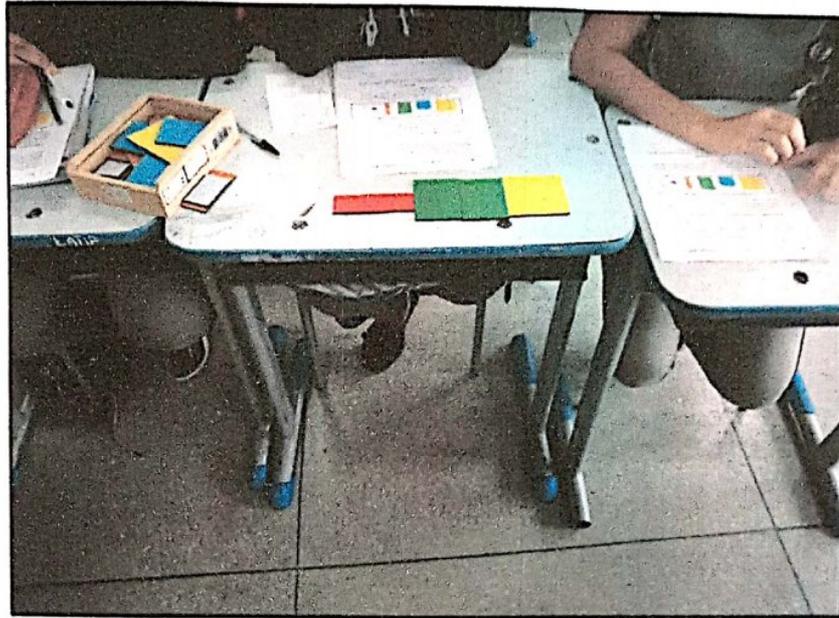
3.2.2) Aplicação da sequência na turma regular

A aplicação da sequência didática do LEAMAT na linha de pesquisa de Álgebra ocorreu no dia 17 de outubro de 2018 em uma escola pública da rede Estadual, localizada em Campos dos Goytacazes.

A aplicação contou com a presença de 34 alunos do 8.º ano, que foram divididos em grupos para a realização das atividades. A aplicação deveria ter sido iniciada às 7h da manhã, mas devido a troca de sala sugerida pela professora da turma regular, para a aplicação da sequência, esta se iniciou às 7h25min.

No início das atividades, os alunos ficaram curiosos com a aplicação e animados para conhecer e utilizar o Algeplan visto que a maioria não conhecia esse material (Figura 16).

Figura 16 – Atividade inicial



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Inicialmente, os alunos receberam uma apostila contendo questões e cada correção foi feita no quadro com a representação das peças do Algeplan e no decorrer desta etapa, uma das alunas da turma regular chegou um pouco agitada e dispersa da aula, mas quando observou os colegas utilizando o Algeplan, realizando as atividades e prestando atenção na explicação logo interagiu participando da aula e realizando perguntas durante as atividades.

Os alunos foram muito participativos e tiveram um bom comportamento durante toda a aplicação da sequência.

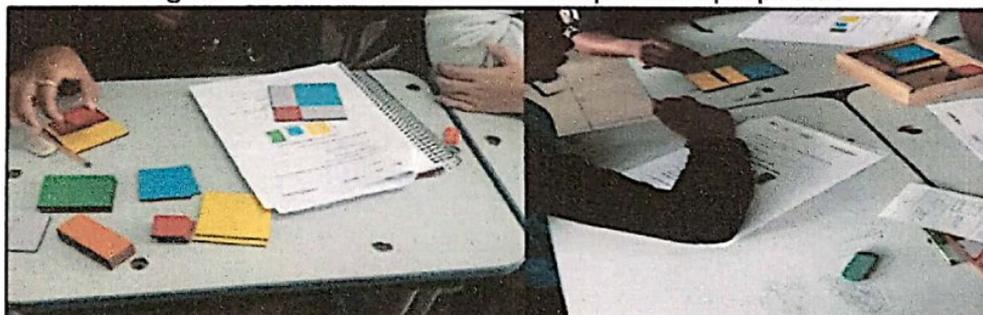
Figura 17 – Correção da questão 3 na turma regular



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Percebeu-se que era uma grande novidade para os alunos a representação geométrica dos produtos notáveis, pois eles já tinham visto esse conteúdo com a professora da turma regular apenas na forma algébrica. Na parte inicial houve um pouco de dificuldade para as representações geométricas, mas como a maioria dos exercícios e as situações propostas utilizavam essa representação os alunos foram deixando de apresentar dificuldade (Figura 18).

Figura 18– Alunos resolvendo as questões propostas



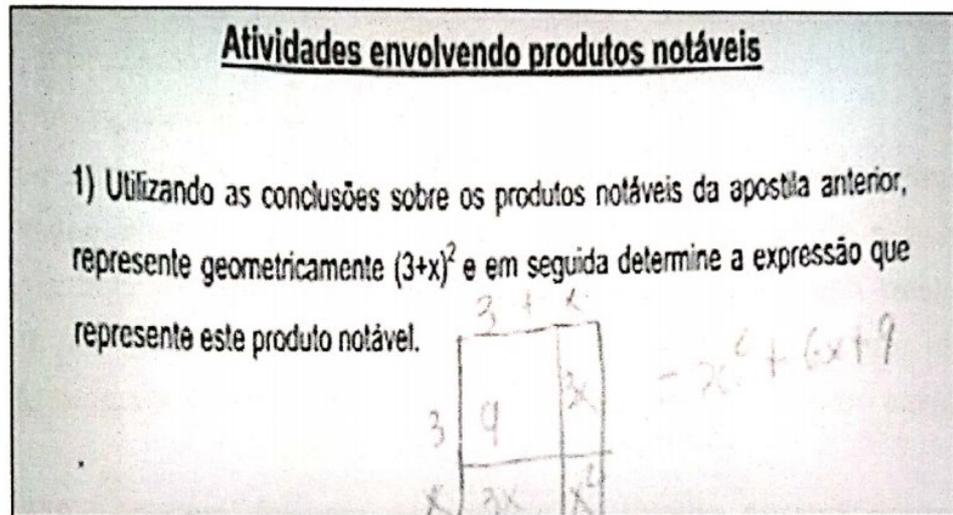
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ao formalizar o conceito de produtos notáveis, na introdução da apostila de exercícios os alunos compreenderam que as situações 1, 2 e 3 representavam o quadrado da soma, o quadrado da diferença e o produto da soma pela diferença. Assim mostramos também as regularidades presentes em cada um desses produtos notáveis.

Um dos alunos chegou até a comentar durante os exercícios “agora estou entendendo de onde vieram àquelas regrinhas” remetendo-se aos produtos notáveis, demonstrando a compreensão.

Na apostila de exercícios, notamos que a maioria conseguiu realizar a representação geométrica (Figura 19).

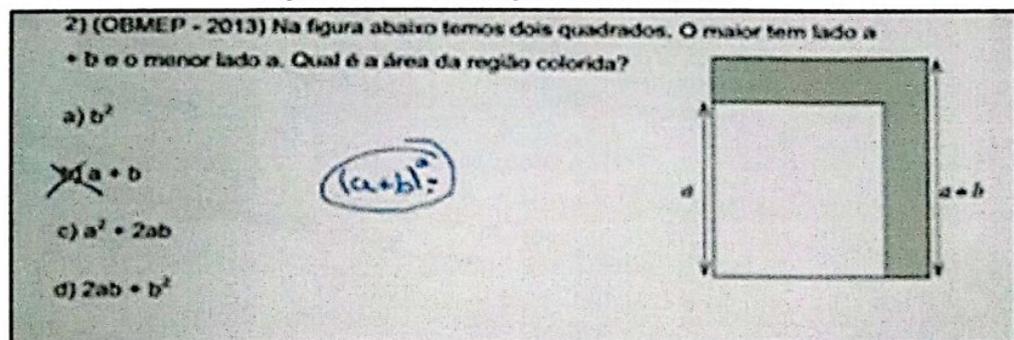
Figura 19 – Resoluções dos alunos da apostila de exercícios



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Notou-se também que tiveram muitos erros de interpretação nas questões que possuíam cálculo algébrico principalmente na questão 2 (Figura 20).

Figura 20 – Resolução de um aluno



A aplicação ocorreu em dois horários por conta da redução da quantidade de itens da apostila. A professora da turma gostou muito das atividades propostas, disse que não conhecia o material e que pretende comprar para aplicar nas suas aulas. A turma nos recebeu muito bem e até pediu que retornássemos á escola para mais aulas como esta.

Sugerimos que em aplicações futuras, seja realizada a exploração da parte algébrica para geométrica, pois exploramos com mais ênfase da parte geométrica para a algébrica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho foi de grande importância para o grupo, no sentido de permitir a preparação de uma aula com tudo que deve ser pensado ao fazê-lo, como atingir o objetivo da atividade, quais meios usar para isso, ou seja, uma aula planejada, considerando imprevistos que possam acontecer, além de todas as dicas que recebemos de nossa orientadora.

A relação professor e aluno ou professor e turma é extremamente importante para que se tenha sucesso ao aplicar uma aula. Percebemos que a professora estabelecia uma boa relação com a turma, isto foi notório devido à postura dos alunos durante a aplicação da aula, sempre participativos e com um bom comportamento buscando sempre compreender o conteúdo, atendendo sempre que solicitado.

O LEAMAT no geral foi uma experiência de grande aprendizagem, sobre trabalhar em grupo, escrever relatórios, pesquisar e buscar referências, que nos deixa agora mais preparados para a vida acadêmica.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclo.** 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf>>. Acesso em: 30 jan. 2018.

DARIO, Érica Maria Rennó Villela. **A importância do conteúdo de produtos notáveis no 8º ano do ensino fundamental II 2015.** Disponível em: <http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/GD2_Erica_Villela.pdf>. Acesso em: 03 fev. 2018.

ESPINDOLA, Maria lewtchuk; DE MELO, Wellington Magno. **História da álgebra.** 2012. Disponível em: <<http://www.ebah.com.br/content/ABAAAenLEAI/historia-algebra>>. Acesso em: 30 jan. 2018.

SANTOS, Angélica Souza; FARIAS, Elionora Ramos; DUARTE, Isabella Silva. **Utilizando material didático para compreender os números inteiros e os produtos notáveis.** 2013. Disponível em: <http://www.editorarealize.com.br/revistas/eniduepb/trabalhos/Modalidade_6datahora_26_09_2013_20_20_48_idinscrito_626_cc4dc08b3ce97201555a116ea51c6932.pdf>.

SHUCK, Fernanda et al. **O uso do algeplan como ferramenta para a construção de conceitos referentes a produtos notáveis.** 2013. Disponível em: <https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/38610379/147_835_ID.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1518021702&Signature=I4U4E%2BI3007Ps1P51d7h%2FuTFuvA%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DO_USO_DO_ALGEPLAN_COMO_FERRAMENTA_PARA_A.pdf>. Acesso em: 07 fev. 2018

SILVEIRA, Daniel da Silva; NOVELLO, Tanise Paula LAURINO, Débora Pereira. **O uso de materiais concretos no ensino da matemática nas primeiras etapas de escolarização.** 2011. Disponível em:

<<http://repositorio.furg.br/bitstream/handle/1/1085/primeiras%20etapas%20de%20escolariza%C3%A7%C3%A3o.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 02 fev. 2018.

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II

Linha de Pesquisa: Aritmética

Licenciandos: Elisangela Helena Gomes Soares, Maria Carolina Mendes Lima,
Matheus Siqueira de Almeida Gonçalves e Vanessa da Silva Siqueira.

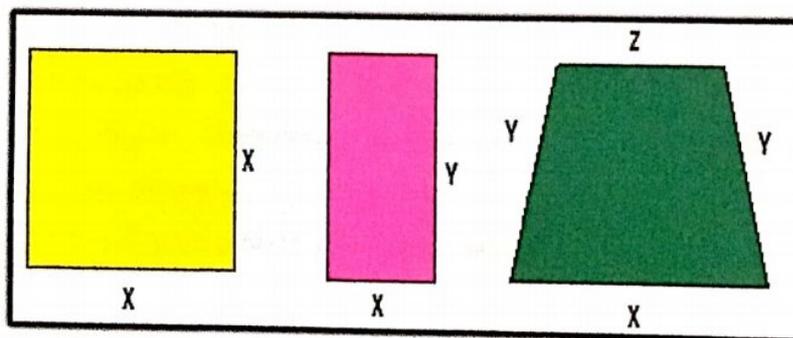
Orientadora: Prof.^a Me Livia Azelman de Faria Abreu

Nome: _____ Data: ___ / ___ / _____

Revisitando o conceito de Polinômios

A figura 1 é formada por um quadrado, um retângulo e um trapézio a expressão que representa a área do quadrado amarelo é x^2 , a do retângulo rosa é xy e a expressão que representa o perímetro do trapézio verde é $x+y+z$.

Figura 1 – Peças para formação monômios e polinômios



Fonte: elaboração própria.

- As expressões compostas de um só termo como, por exemplo: x^2 são polinômios, chamados de monômios.
- As expressões de dois termos como, por exemplo: xy são também polinômios conhecidos como binômios, pois possuem duas variáveis.
- As expressões de três termos que possuem três variáveis como, por exemplo, $x+y+z$ são também denominadas como um polinômio chamado de trinômio. Sendo que expressões com mais de três termos não recebem denominação específica.

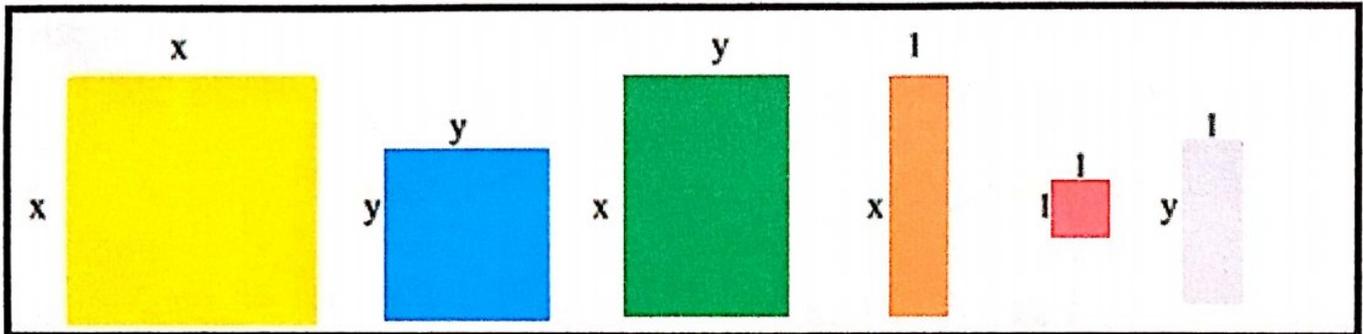
Polinômio é toda expressão algébrica que representa um monômio ou uma soma algébrica de monômios.

As expressões x^2, xy e $x+y+z$ são exemplos de polinômios.

Aprendendo com material concreto

O algeplan é um material composto por peças em forma de quadrados de lado x (amarelo), quadrados de lado y (azul), retângulos com lados x e y (verde), retângulos com lados x e 1 (laranja), quadrados de lado 1 (vermelho) e retângulos com lados y e 1 (lilás), como mostra a figura abaixo:

Figura 2 - Representação das peças que compõe o material concreto.



Fonte: adaptado de <https://bit.ly/2MiJBnC>

Esse material pode ser usado para a compreensão dos conceitos de polinômios, fatoração de polinômios e produtos notáveis (quadrado da soma, produto da soma pela diferença de dois termos e quadrado da diferença). Vejamos como podemos utilizá-lo nas atividades seguintes.

Atividades

1- Utilizando as peças do algeplan que você recebeu e as respectivas medidas dos lados de cada uma, represente os polinômios abaixo:

a) $2x^2+y^2+xy+2$

b) $x^2+2xy + 3$

c) y^2+xy+1

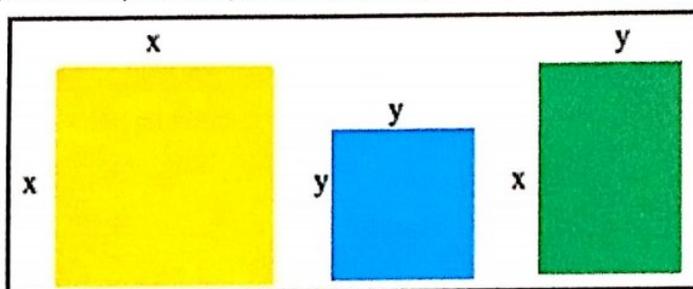
2) Um jardim quadrangular formado pela peça azul teve seus lados aumentados em 3 metros. Indicando por y a medida do lado do jardim antes do aumento da medida do lado, determine o polinômio que representa:

a) A nova área desse jardim.

b) O aumento na área do jardim.

3) Observe a figura abaixo e responda as questões abaixo:

Figura 3 - Representação das peças que compõe o material concreto.



Fonte: adaptada de <https://bit.ly/2MiJBnC>

Situação 1

a) Determine a área de cada figura.

b) Determine a soma das áreas de todas as figuras.

c) Para obter um único quadrado utilizando todas as peças da figura 3, são necessárias quatro delas. Manipule o material e forme um quadrado.

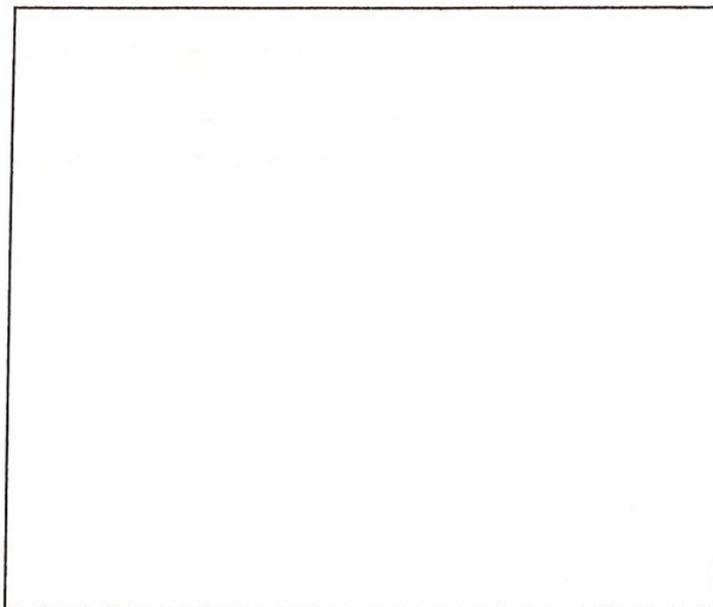
d) Determine as medidas dos lados do quadrado formado.

e) Determine o cálculo da área do quadrado formado.

f) Qual é a relação entre a área do quadrado formado e a soma da área das peças que compõem o quadrado formado?

Situação 2

- a) Utilizando a figura 3 do exercício anterior assumo que a peça amarela possui lados com medidas $(x - y)$, a peça azul com lados de medida (y) e a peça verde com medidas (y) no menor lado e $(x - y)$ no maior lado. Represente um quadrado com essas peças, lembrando que são necessárias 4 peças para formar o quadrado.
- b) Represente no quadro abaixo o desenho do quadrado formado com as peças do algeplan identificando no desenho as novas medidas de cada lado da peça



- c) Calcule a área de cada peça separadamente que forma o quadrado

- d) Some as áreas das peças e determine a expressão encontrada.

- e) Qual é a relação entre a área do quadrado formado e a soma da área das peças que compõem o quadrado formado?

Situação 3

a) Observando a figura 3 assumo que a peça amarela possui lados com medidas $(x - y)$, a peça azul com lados de medida y e a peça verde com medidas (y) no menor lado e $(x - y)$ no maior lado. Represente um quadrado utilizando o algeplan, lembrando que são necessárias 4 peças para formar o quadrado.

b) Utilizando o algeplan organize a peça amarela e duas peças verdes lado a lado. Observe qual foi a nova figura formada.

c) Encontre área da figura formada pelas peças do algeplan no item b.

d) Qual foi a expressão encontrada?

e) O que podemos concluir na situação 3?

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra

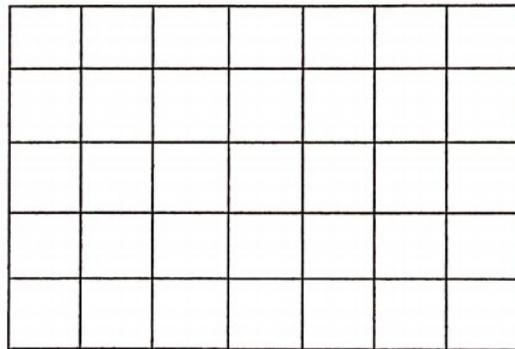
Professores em formação: Elisangela Helena Gomes Soares, Maria Carolina Mendes Lima, Matheus Siqueira de Almeida Gonçalves e Vanessa da Silva Siqueira.

Orientadora: Prof.^a Me Livia Azelman de Faria Abreu.

Nome: _____ Data: ___ / ___ / ____

Atividades envolvendo os produtos notáveis

1) Utilizando as conclusões sobre os produtos notáveis da apostila anterior, represente geometricamente a expressão $(3+x)^2$ por meio da malha quadriculada e em seguida calcule o valor da expressão



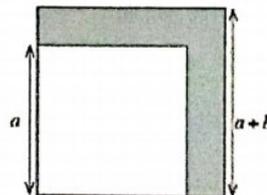
2) (OBMEP) Na figura abaixo temos dois quadrados. O maior tem lado $a + b$ e o menor lado a . Qual é a área da região colorida?

A) b^2

B) $a + b$

C) $a^2 + 2ab$

D) $2ab + b^2$



3) (SARESP-SP-adaptado) A expressão algébrica que representa a situação “o quadrado da diferença de dois números, mais 5 unidades” é

- a) $x + y + 5^2$
- b) $(x + y + 5)^2$
- c) $(x - y)^2 + 5$
- d) $x^2 - y^2 + 5^2$

4) (SEE-SP) Sendo $A = x + 2$ e $B = x - 2$, a expressão $A^2 + AB - B^2$ é equivalente a:

- a) $x^2 + 4$
- b) $x^2 - 4$
- c) $x^2 + 8x + 8$
- d) $x^2 - 8x - 4$.

5) A área do retângulo é 200 cm^2 . sendo que sua largura e comprimento medem respectivamente $n-4$ e $n+4$. Determine o valor de n .

Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular



Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra

Professores em formação: Elisângela Helena Gomes Soares, Maria Carolina Mendes Lima, Matheus Siqueira de Almeida Gonçalves e Vanessa da Silva Siqueira.

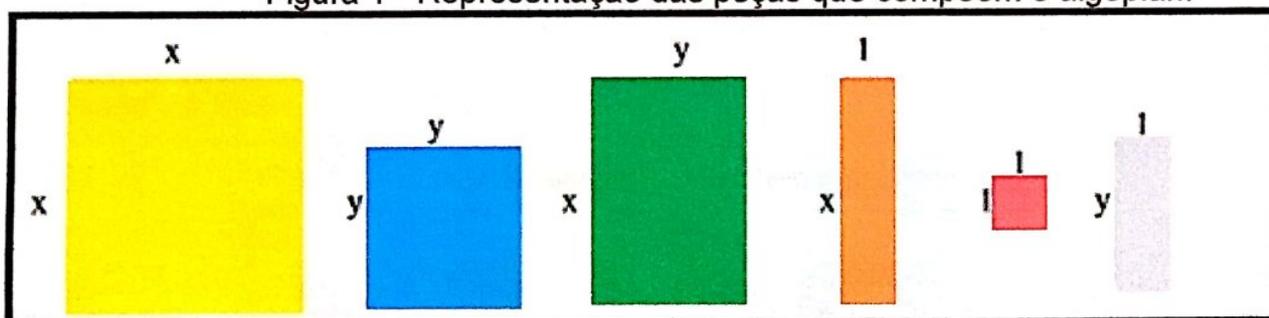
Orientadora: Prof.^a Me Livia Azelman de Faria Abreu.

Nome: _____ Data: ___ / ___ / ____

Explorando o conceito de polinômios com material concreto

O algeplan (Figura 1) é um material composto por peças em forma de quadrados de lado x (amarelo), quadrados de lado y (azul), retângulos com lados x e y (verde), retângulos com lados x e 1 (laranja), quadrados de lado 1 (vermelho) e retângulos com lados y e 1 (lilás), como mostra a figura abaixo:

Figura 1 - Representação das peças que compõem o algeplan.



Fonte: adaptado de <https://bit.ly/2MiJBnC>

Esse material pode ser usado para a compreensão dos conceitos de polinômios, fatoração de polinômios e produtos notáveis (quadrado da soma, produto da soma pela diferença de dois termos e quadrado da diferença). Vamos utilizá-lo nas atividades seguintes.

Atividades

1) Utilizando as peças do algeplan que você recebeu e as respectivas medidas dos lados de cada uma, represente os polinômios abaixo:

a) $2x^2 + y^2 + xy + 2$

b) $x^2 + 2xy + 3$

c) $y^2 + xy + 1$

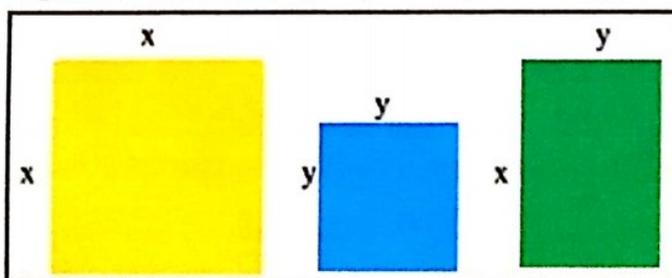
2) Um jardim quadrangular de lado y teve seus lados aumentados em 1 metro. Determine o polinômio que representa:

a) A nova área desse jardim.

b) O aumento na área do jardim.

3) Observe a figura e responda as questões abaixo:

Figura 2 – Três das peças que compõem o algeplan.



Fonte: adaptada de <https://bit.ly/2MiJBnC>

Situação 1

a) Determine a área de cada figura.

b) Determine a soma das áreas de todas as figuras.

c) Tente formar um quadrado utilizando as peças da Figura 2. Caso necessário, acrescente mais uma dessas peças.

d) Determine a medida do lado do quadrado formado.

e) Determine a área do quadrado formado

Situação 2

a) Forme novamente um quadrado utilizando as peças da Figura 2. Caso necessário, acrescente mais uma dessas peças. Assuma que esse quadrado tenha medida de lado a , a peça azul tenha lado de medida b e a peça verde com medida b no menor lado. Represente abaixo o quadrado formado com as peças do algeplan identificando no desenho as novas medidas de cada lado da peça.

b) Calcule a área de cada peça separadamente que forma o quadrado

c) Some as áreas das peças e determine a expressão encontrada.

d) Qual é a relação entre a área do quadrado formado e a soma das áreas das peças que compõem o quadrado formado?

Situação 3

- a) Represente o quadrado formado na situação 2 com suas medidas.
- b) Utilizando o algeplan, retire a peça azul e forme um retângulo, em seguida desenhe a nova figura formada.
-
- c) Encontre a área da figura formada.
-
- d) Comparando o quadrado formado no item "a" e a figura formada no item "b" o que podemos observar com relação às peças e as áreas das figuras?
-
- e) Escreva uma expressão que represente uma comparação entre a área.
-



Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra

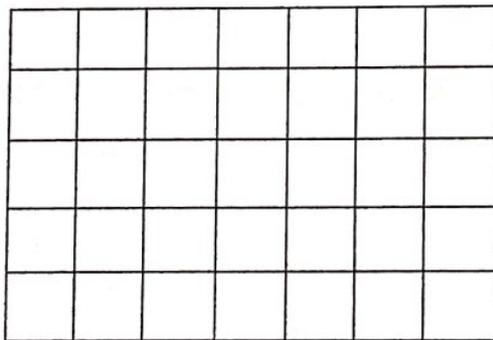
Professores em formação: Elisângela Helena Gomes Soares, Maria Carolina
Mendes Lima, Matheus Siqueira de Almeida Gonçalves e Vanessa da Silva Siqueira.

Orientadora: Prof.^a Me Lívia Azelman de Faria Abreu.

Nome: _____ Data: ___ / ___ / _____

Atividades envolvendo os produtos notáveis

1) Utilizando as conclusões sobre os produtos notáveis da apostila anterior, represente geometricamente a expressão $(3+x)^2$ por meio da malha quadriculada e em seguida calcule o valor da expressão



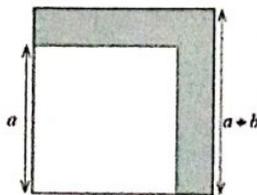
2) (OBMEP) Na figura abaixo temos dois quadrados. O maior tem lado $a + b$ e o menor lado a . Qual é a área da região colorida?

A) b^2

B) $a + b$

C) $a^2 + 2ab$

D) $2ab + b^2$



3) (SARESP-SP-adaptado) A expressão algébrica que representa a situação "o quadrado da diferença de dois números, mais 5 unidades" é

- a) $x + y + 5^2$
- b) $(x + y + 5)^2$
- c) $(x - y)^2 + 5$
- d) $x^2 - y^2 + 5^2$

4) (SEE-SP) Sendo $A = x + 2$ e $B = x - 2$, a expressão $A^2 + AB - B^2$ é equivalente a:

- a) $x^2 + 4$
- b) $x^2 - 4$
- c) $x^2 + 8x + 8$
- d) $x^2 - 8x - 4$.

5) A área do retângulo é 200 cm^2 . sendo que sua largura e comprimento medem respectivamente $n-4$ e $n+4$. Determine o valor de n .

Campos dos Goytacazes (RJ), 03 de maio de 2019.

Elisângela Helena Gomes Soares
Elisângela Helena Gomes Soares

Maria Carolina Mendes Lima
Maria Carolina Mendes Lima

Matheus Siqueira de Almeida Gonçalves
Matheus Siqueira de Almeida Gonçalves

Vanessa da Silva Siqueira
Vanessa da Silva Siqueira