



## RELATÓRIO DO LEAMAT

# O ESTUDO DAS TRANSFORMAÇÕES DO GRÁFICO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU COM O AUXÍLIO DE *APPLETS* DO GEOGEBRA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Henrique Faria Nogueira  
Lúcia Maria Ramos da Silva Santos  
Pyetra Moraes dos Santos

Recebido em  
26/04/2019  
*[Handwritten signature]*

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ  
2018.2

Henrique Faria Nogueira  
Lúcia Maria Ramos da Silva Santos  
Pyetra Moraes dos Santos

## **RELATÓRIO DO LEAMAT**

# **O ESTUDO DAS TRANSFORMAÇÕES DO GRÁFICO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU COM O AUXÍLIO DE *APPLETS***

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof<sup>a</sup> Me. Livia Azelman de Faria Abreu.

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ  
2018.2

## SUMÁRIO

1) Relatório do LEAMAT I .....	3
1.1) Atividades desenvolvidas .....	3
1.2) Elaboração da sequência didática.....	4
1.2.1) Tema .....	4
1.2.2) Justificativa .....	4
1.2.3) Objetivo Geral .....	6
1.2.4) Público Alvo .....	6
2) Relatório do LEAMAT II .....	7
2.1)Atividades desenvolvida .....	7
2.2) Elaboração da sequência didática .....	7
2.2.1) Planejamento da sequência didática .....	7
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II ..	12
3) Relatório do LEAMAT III .....	15
3.1) Atividades desenvolvidas .....	15
3.2) Elaboração da sequência didática .....	15
3.2.1) Versão final da sequência didática .....	15
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular ..	16
Considerações Finais .....	20
Referências .....	21
Apêndices .....	23
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II .....	24
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular .....	34

## 1) RELATÓRIO DO LEAMAT I

### 1.1) Atividades desenvolvidas

No primeiro encontro, dia 11 de outubro de 2017, tivemos aula inaugural com as professoras Livia Azelman e Poliana Cardoso. Foi trabalhado um recorte do livro "A arte de ser um perfeito mau professor", do autor Malba Tahan, que aborda a postura do professor dentro da sala de aula. Em seguida, tivemos como convidada a professora Dr<sup>a</sup> Vanice da Silva Freitas Vieira, que apresentou um contraexemplo de como ser um "Perfeito Mau Professor" e também falou sobre tendências atuais da Educação Matemática, focando nos temas: resolução de problemas, etnomatemática, modelagem matemática, jogos e material concreto, tecnologias da informação e comunicação, história da matemática e leituras e escritas.

No segundo encontro, dia 18 de outubro de 2017, as professoras Livia Azelman e Poliana Cardoso explicaram sobre como devem ser desenvolvidas as linhas de pesquisa. Dentre os temas abordados estão: distinção entre tema e título, justificativa e conclusão. Em seguida, discutimos sobre as Normas ABNT que iremos utilizar na elaboração dos relatórios.

No terceiro encontro, dia 25 de outubro de 2017, discutimos o texto "O Ensino da Álgebra" de Ana Rita Martins e Beatriz Vichessi e fizemos uma reflexão de como, nós futuros professores, podemos fazer a transição da Aritmética para a Álgebra com os alunos do 7º e 8º anos. Foi discutido também o conceito de variável e incógnita.

Ao final da aula, os respectivos grupos, fizeram a resolução de alguns problemas envolvendo a álgebra com o auxílio da professora responsável pela linha de pesquisa.

No quarto encontro, dia 08 de novembro de 2017, a professora Livia se reuniu com todos os grupos e discutimos sobre o texto "Pensamento algébrico: uma relação entre álgebra, aritmética e geometria" dos autores Silvânia Cordeiro de Oliveira e João Bosco Laudares que aborda em como nós, professores, devemos fazer para que a Álgebra e Aritmética se desenvolvam juntas no momento que apresentamos a Álgebra formalmente aos alunos a partir do 7º ano do Ensino Fundamental.

No quinto encontro, dia 29 de novembro de 2017, os grupos fizeram a apresentação do PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) relacionado ao 3º e 4º ciclos e o OCEM (Orientações Curriculares para o Ensino Médio) ficando o primeiro grupo responsável por apresentar o 3º ciclo e as OCEM e, o nosso grupo, responsável

por apresentar o 4º ciclo e as OCEM. Após isso, a professora responsável pela linha de pesquisa fez as considerações finais sobre os seminários que lhe foi apresentado e por final discutimos a nossa experiência ao ler e elaborar os respectivos trabalhos.

No sexto encontro, dia 13 de dezembro de 2017, a professora responsável pela linha de pesquisa de Aritmética se reuniu com todos os grupos do LEAMAT I e nos orientou a respeito de como justificar a escolha do tema de cada grupo em sua linha de pesquisa e deu sugestões em como preparar a apresentação final do LEAMAT I.

A partir do sétimo encontro, dia 31 de janeiro de 2018, as aulas foram destinadas a elaboração das apresentações e relatório.

## **1.2) Elaboração da sequência didática**

### **1.2.1) Tema**

O estudo das transformações do gráfico da função polinomial do 2º grau com o auxílio de *applets*.

### **1.2.2) Justificativa**

A Matemática é uma ciência que não deve ser apenas memorizada, mas o aluno tem que ter um domínio de um saber fazer Matemática e um saber pensar matemático, como afirma os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2006, p.41).

Uma das principais funções do ensino da Matemática é o desenvolvimento para solução de problemas. Com isso, o aluno tem que estar apto a: elaborar um ou mais procedimentos de resoluções, comparar seus resultados e validar seus conhecimentos (BRASIL, 1997, p.33).

Dentre os ramos da Matemática, destacamos a Álgebra que, de acordo Lins e Gimenez (1997),

a álgebra visa à representação de fatos genéricos, ela nada mais é que a busca da generalização de um determinado problema. Então, o objetivo de desenvolver o estudo da álgebra na sala de aula é explorar e mobilizar o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico [...] (LINS; GIMENEZ, 1997 apud SORTISSO, 2011, p.7).

Quando se pensa no estudo da Álgebra, as funções são de grande importância, pois são elas que generalizam as situações cotidianas, conforme afirma as Orientações Curriculares do Ensino Médio (OCEM),

O estudo de Funções pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. (BRASIL, 2006, p.72).

Sobre o ensino de funções, as Orientações Curriculares do Ensino Médio (OCEM) enfatizam que o estudo da função quadrática pode ser motivado via problemas de aplicação, em situações em que seja necessário determinar a área máxima, o volume máximo, por exemplo. Além disso,

“O estudo dessa função – posição do gráfico, coordenadas do ponto de máximo/mínimo, zeros da função – deve ser realizado de forma que o aluno consiga estabelecer as relações entre o “aspecto” do gráfico e os coeficientes de sua expressão algébrica, evitando-se a memorização de regras.” (BRASIL, 2006, p.73).

Para o estudo do comportamento do gráfico de uma função quadrática, optou-se, neste trabalho, por utilizar o uso de *applets* como recurso tecnológico. Os Parâmetros Curriculares Nacionais enfatizam a importância dos recursos tecnológicos para a educação, visando a melhoria da qualidade do ensino-aprendizagem, já que a informática na educação “permite criar ambientes de aprendizagem que fazem sugerir novas formas de pensar e aprender” (BRASIL, 1998, p.147).

Para que um *software* educativo cumpra sua finalidade é preciso que o professor saiba selecionar e planejar os materiais utilizados, e melhor ainda se ele for capaz de desenvolver o seu próprio material. Mas, segundo Nascimento (2012) muitos professores não estão preparados para usar as tecnologias, como computadores e lousas digitais, e muitos não detêm os conhecimentos necessários para utilizá-las em sala de aula.

No que diz respeito à tecnologia, o GeoGebra é um dos *softwares* mais utilizados pelos professores em sala de aula no âmbito da Matemática. Silva (2015 apud LOPES; MORAES, 2016, p. 197), afirma que

o *software* GeoGebra, muito usado em geometria dinâmica, é uma ferramenta atraente e facilitadora no ensino de funções quadráticas. Com ele o aprendizado se torna mais interessante e faz com que os educandos compreendam significativamente o conteúdo. (SILVA, 2015 apud LOPES; MORAES, 2016, p.197).

Dentro do *software* GeoGebra é possível criar ou baixar *applets*. De acordo com Barcelos et. al (2009) “o uso de *applets* permite experimentações e investigações, o que possibilita o estabelecimento de conjecturas sobre determinado conceito e a construção do mesmo, de forma consistente” (SANTOS, 2008, apud BARCELOS et al., 2009, p.2).

Diante do exposto, este trabalho apresenta-se como uma proposta para o estudo da função polinomial do 2º grau com o auxílio de *applets*.

### **1.2.3) Objetivo Geral**

Investigar o comportamento do gráfico da função polinomial do 2º grau, por meio do estudo dos coeficientes, com o auxílio de um *applet*.

### **1.2.4) Público Alvo**

Alunos da 1ª série do Ensino Médio.

## 2) RELATÓRIO DO LEAMAT II

### 2.1) Atividades desenvolvidas

No primeiro encontro, dia 25 de abril de 2018, foi apresentada a estrutura da disciplina e discutido o calendário que contém as etapas de planejamento, elaboração e aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II. Também foi discutido como a avaliação qualitativa é feita ao final do semestre, enfatizando a importância do empenho e presença de cada aluno nas aplicações das sequências na turma do LEAMAT II. Em seguida, as professoras Livia Azelman e Ana Paula Rangel conversaram pessoalmente com cada grupo a respeito da sequência didática das respectivas linhas de pesquisas.

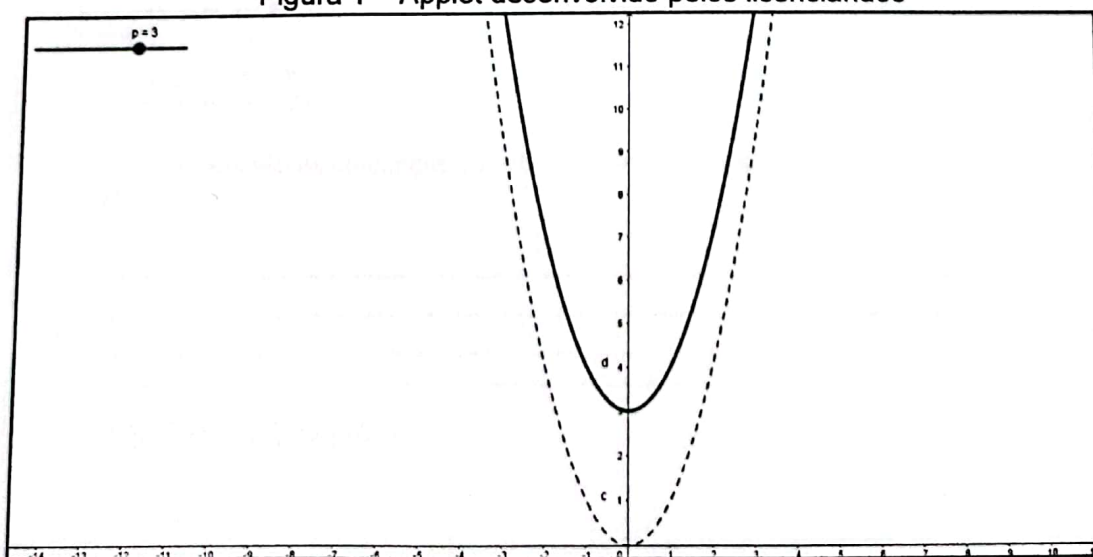
Os próximos encontros foram destinados à elaboração da sequência didática, a aplicação na turma do LEAMAT II e a confecção dos relatórios.

### 2.2) Elaboração da sequência didática

#### 2.2.1) Planejamento da sequência didática

A sequência didática é iniciada com uma apostila introdutória em que o aluno é levado a investigar as transformações que ocorrem no gráfico de funções polinomiais do 2º grau em relação a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$ . Os *applets* utilizados na investigação, elaborados pelos licenciandos, para cada tipo de transformação gráfica (expansão e contração vertical, translação horizontal e vertical) serão manipulados pelo aluno por meio dos *tablets* (Figura 1).

Figura 1 – Applet desenvolvido pelos licenciandos



Fonte: Elaboração própria.



Na questão 1, o aluno identifica por meio da variação do parâmetro  $p$ , a translação vertical ocorrida no gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  (Figura 2).

Figura 2 – Questão 1 da apostila investigativa

1) Compare o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  com as funções da forma  $f(x) = x^2 + p$ , sendo  $p \in \mathbb{R}$ .

a)  $y = x^2 + 2$   
 b)  $y = x^2 + 6$   
 c)  $y = x^2 - 3$   
 d)  $y = x^2 - 5$

Quais são as mudanças que você observou em relação ao gráfico  $f(x) = x^2$  ?

---



---



---



---



---

Fonte: Elaboração própria.

Na questão 2, o aluno identifica por meio da variação do parâmetro  $h$ , a translação horizontal ocorrida no gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  (Figura 3).

Figura 3 – Questão 2 da apostila investigativa

2) Compare o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  com as funções da forma  $f(x) = (x + h)^2$ , sendo  $h \in \mathbb{R}$ .

a)  $y = (x + 1)^2$   
 b)  $y = (x - 1)^2$   
 c)  $y = (x + 5)^2$   
 d)  $y = (x - 3)^2$

Quais são as mudanças que você observou em relação ao gráfico  $f(x) = x^2$  ?

---



---



---

Fonte: Elaboração própria.

Na questão 3, o aluno identifica por meio da variação do parâmetro  $a$ , a expansão e contração vertical ocorridas no gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  (Figura 4).

Figura 4 – Questão 3 da apostila investigativa

3) Compare o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  com as funções da forma  $y = ax^2$ , sendo  $a \in \mathbb{R}^*$ .

a)  $y = -x^2$   
 b)  $y = 2x^2$   
 c)  $y = -3x^2$   
 d)  $y = \frac{1}{2}x^2$

Quais são as mudanças que você observou em relação ao gráfico  $f(x) = x^2$  ?

---



---



---



---



---

Fonte: Elaboração própria.

Finalizando esta etapa, na questão 4, o aluno identifica todas as transformações por meio da variação dos parâmetros  $a$ ,  $p$  e  $h$  ocorridas no gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$ . (Figura 5).

Figura 5 - Questão 4 da apostila investigativa

4) Compare o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  com as funções da forma  $f(x) = a(x-h)^2 + p$ , sendo  $a \in \mathbb{R}^*$ .

a)  $y = (x-3)^2 + 2$   
 b)  $y = 2(x+5)^2 + 4$   
 c)  $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 3$   
 d)  $y = \frac{1}{2}(x-6)^2 + 5$

Quais são as mudanças que você observou em relação ao gráfico  $f(x) = x^2$  ?

---



---



---



---

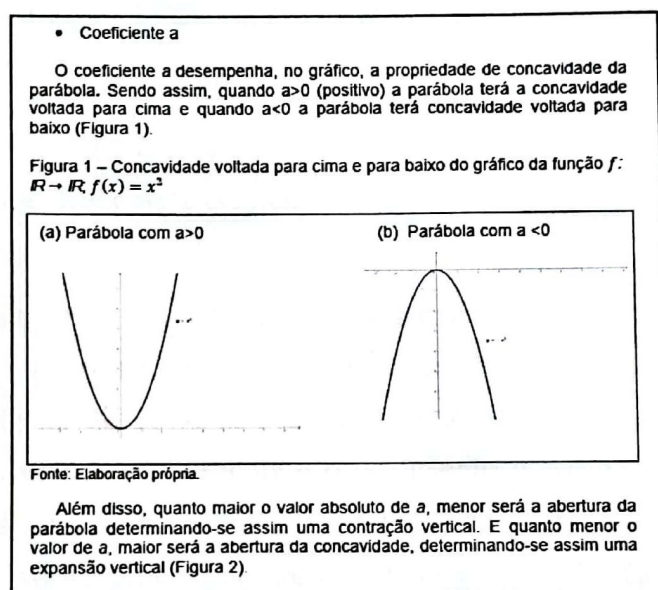


---

Fonte: Elaboração própria.

Após a realização de todas as atividades investigativas, cada aluno receberá uma segunda apostila cujo objetivo é proporcionar a fixação dos conceitos apreendidos na manipulação dos *applets*. A apostila inicia explicitando os papéis que os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  desempenham na função polinomial do 2º grau (Figura 6).

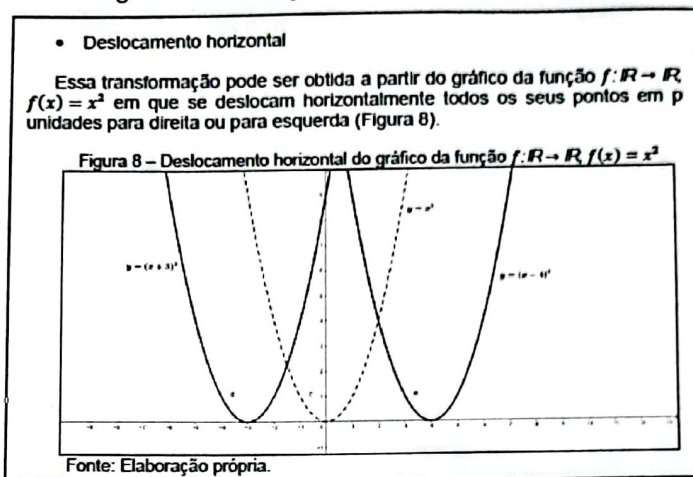
Figura 6 – Definição do coeficiente  $a$ .



Fonte: Elaboração própria.

Ainda na mesma apostila, é explicado para a turma, separadamente, cada transformação gráfica (expansão e contração vertical e translação vertical e horizontal) e o mesmo será exemplificado simultaneamente no *software* de geometria dinâmica GeoGebra (Figura 7).

Figura 7 – Definição de translação horizontal



Fonte: Elaboração própria.

Ainda na segunda apostila, para a realização dos exercícios propostos, é explicada a forma canônica da função polinomial do 2º grau. O aluno chegará na forma canônica pelo método de completar quadrados. A forma canônica possibilitará ao aluno identificar o vértice da parábola e o coeficiente  $a$ , sendo possível reconhecer cada transformação ocorrida no gráfico em relação aos parâmetros.

Por último, serão propostos exercícios de verificação da aprendizagem. Na atividade, o aluno deverá determinar os seguintes itens: concavidade, vértice da parábola e as transformações ocorridas no gráfico em relação à função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $f(x) = x^2$  (Figura 8).

Figura 9 – Questão 1 da apostila investigativa

1) Compare o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  com as funções da forma  $f(x) = x^2 + p$ , sendo  $p \in \mathbb{R}$ .

a)  $y = x^2 + 2$   
 b)  $y = x^2 + 6$   
 c)  $y = x^2 - 3$   
 d)  $y = x^2 - 5$

Quais são as mudanças que você observou em relação ao gráfico  $f(x) = x^2$  ?

---



---



---



---

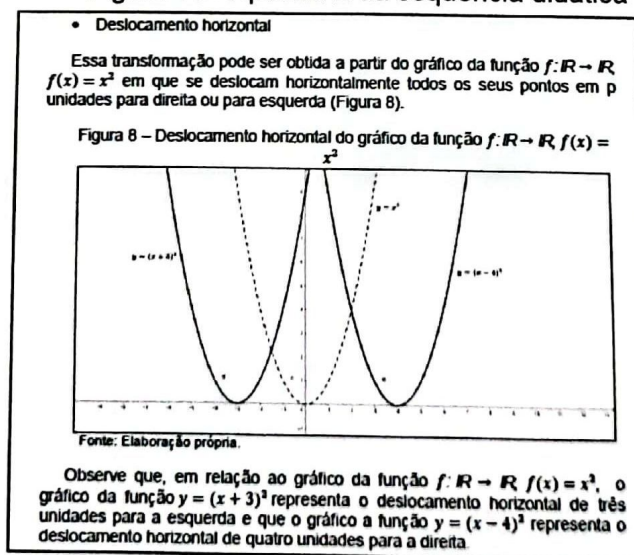


---

Fonte: Elaboração própria.

Após a turma realizar todas as atividades da apostila 1, entregamos à turma a apostila 2 que possui a definição de todas as transformações gráficas, sendo elas: contração e expansão vertical, translação vertical e horizontal. Enquanto era formalizado o conceito de cada transformação gráfica, estas eram exemplificadas na projeção, utilizando o Geogebra, para que os alunos pudessem visualizar o papel que cada transformação gráfica desempenha (Figura 10).

Figura 10 - Apostila 2 da sequência didática



Fonte: Elaboração própria.

Posteriormente à explicação da apostila 2, entregamos à turma a Atividade 2 com os exercícios de verificação, em que eles deveriam determinar os seguintes itens:

concauidade, vértice da parábola e as transformações ocorridas no gráfico em relação a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$ .

Para a turma realizar os exercícios propostos, os licenciandos explicaram a construção da forma canônica da função polinomial do 2º grau, por meio do completamento de quadrados. Alguns alunos da turma do LEAMAT II tiveram dificuldade nessa parte da explicação na sequência didática e com isso algumas sugestões foram feitas para melhoria desta.

Sendo assim, durante a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II o tempo não foi suficiente para a realização de todos os exercícios da Atividade 2.

Após a aplicação da sequência didática, foi iniciada a discussão crítica para otimização da sequência. Participaram da discussão as professoras das linhas de pesquisa de Aritmética e Álgebra e todos os alunos matriculados na disciplina LEAMAT II. Foi sugerido que retirássemos a última questão da Atividade 1, algumas observações foram feitas para a melhoria da explicação da forma canônica e sugeriram que colocássemos algumas questões de vestibulares que abordam o tema da sequência didática na Atividade 2.

### 3) RELATÓRIO DO LEAMAT III

#### 3.1) Atividades desenvolvidas

As aulas do LEAMAT III foram designadas para as alterações e adaptações sugeridas nas aplicações das sequências didáticas no LEAMAT II e para os ensaios da apresentação na turma regular. Após a aplicação das sequências didáticas, destinamos as aulas do LEAMAT III para elaboração do relatório e da apresentação final.

#### 3.2) Elaboração da sequência didática

##### 3.2.1) Versão final da sequência didática

Após a aplicação da sequência didática no LEAMAT II, foram sugeridas algumas alterações. As sugestões acatadas foram:

- Retirar a última questão da Atividade 1
- Realizar a atividade 1 junto com os alunos;
- Colocar algumas questões de vestibulares que abordam o tema da sequência didática na Atividade 2;
- Retirar a explicação dos papéis dos coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  da função quadrática da apostila de conceitos.

O grupo chegou à conclusão de que era necessário elaborar uma apresentação em *slides* para que a turma pudesse acompanhar a formalização das transformações gráficas, junto com os integrantes do grupo (Figura 11).

Figura 11 – Apresentação em slides

**Transformações gráficas na função polinomial do 2º grau**

Uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = ax^2 + bx + c$ , em que  $a, b$ , e  $c$  são números reais, com  $a \neq 0$ , possui diversos comportamentos gráficos que são influenciados pelos seus coeficientes  $a, b$  e  $c$ . A representação gráfica da função polinomial do 2º grau é uma curva denominada parábola. A seguir, veremos as transformações gráficas que ocorrem no gráfico da função  $f(x) = x^2$ .

**Figura 2 – Deslocamento horizontal do gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$**

---

**3) Transformação do tipo  $f(x)ax^2, a \in \mathbb{R}^*$  (Cont.)**

Assim, em relação ao gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$ , se:

- \* $a > 1$  – Ocorre uma contração no gráfico da função;
- \* $0 < a < 1$  – Ocorre uma expansão no gráfico da função;
- \* $a < -1$  – Ocorre uma contração e reflexão no gráfico da função;
- \* $-1 < a < 0$  – Ocorre uma expansão e reflexão no gráfico da função;

**Figura 3 – Expansão e contração do gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$**

---

Fonte: Elaboração própria.

### 3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

A sequência didática foi aplicada no dia 24 de outubro de 2018 para 26 alunos da 1ª série do Curso Técnico em Meio Ambiente Integrado ao Ensino Médio de uma instituição pública federal no município de Campos dos Goytacazes, RJ.

A aplicação teve início às 7h e terminou às 8h50min. Foi iniciada com a apresentação do tema da aula e a ambientação dos *tablets* para que os alunos fizessem um reconhecimento dos *applets* elaborados pelo grupo (Figura 12).

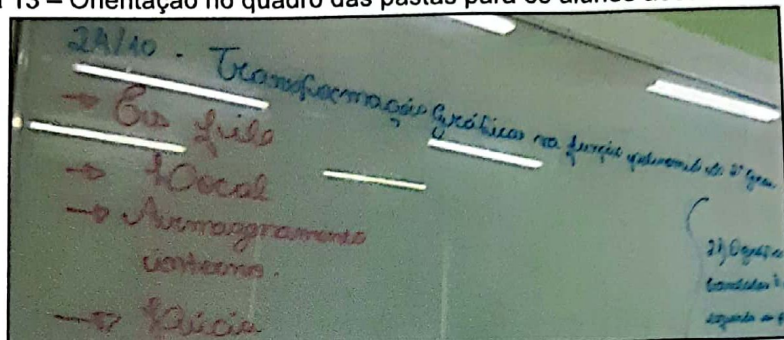
Figura 12 – Alunos fazendo a ambientação dos *tablets*

Fonte: Protocolo de pesquisa.



Vale ressaltar que foi colocado no quadro as orientações de como os alunos poderiam acessar a pasta em que os *applets* se encontravam (Figura 13).

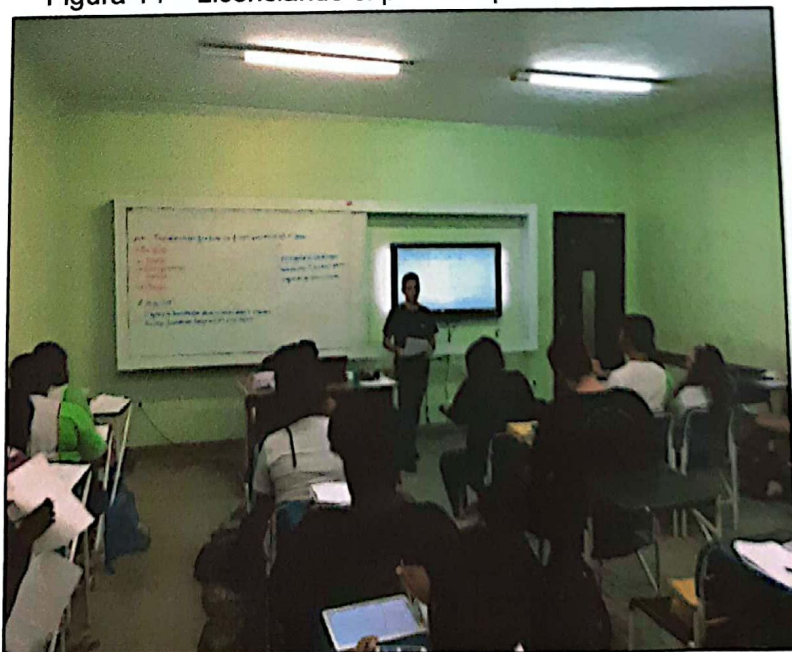
Figura 13 – Orientação no quadro das pastas para os alunos acessarem os *applets*



Fonte: Protocolo de pesquisa.

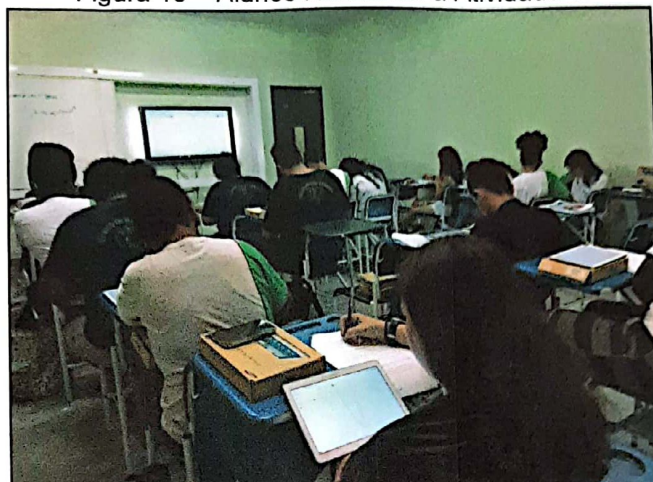
Em seguida, foi entregue a Atividade 1 que é de caráter investigativo para que os alunos anotassem as observações após terem feito a manipulação nos *applets*. Vale ressaltar que todas as atividades da apostila foram realizadas juntamente com os integrantes do grupo, para que a turma pudesse acompanhar as transformações gráficas que ocorriam em cada *applet* pelo televisor. Nesse instante, foram dados vários exemplos diferentes da apostila (Figura 14).

Figura 14 – Licenciando explicando parte da Atividade 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 15 – Alunos realizando a Atividade 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Enquanto um integrante do grupo explicava a questão no quadro, os outros integrantes iam às mesas auxiliar e verificar se algum aluno da turma tinha dúvida (Figura 16).

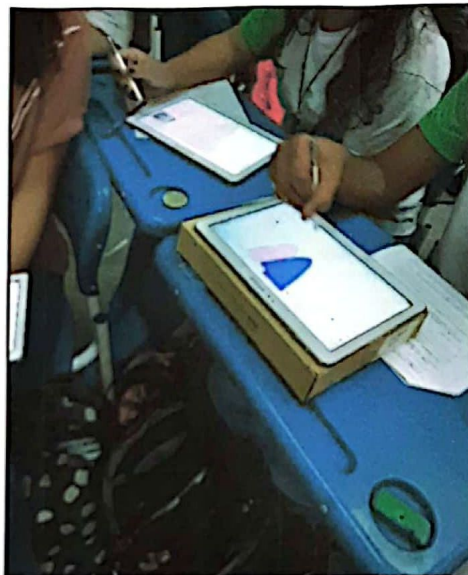
Figura 16 – Licencianda auxiliando os alunos na Atividade 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ao longo da Atividade 1, os alunos demonstraram-se atentos, participativos e animados tanto que um grupo de alunos terminou a Atividade 1 antes, e ficou alterando a cor dos gráficos nos *applets* (Figura 17).

Figura 17 - Alunos alterando cor dos gráficos



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após a turma ter terminado a Atividade 1, entregamos a Apostila 2 (Apêndice B) intitulada "Transformações gráficas da função polinomial do 2º grau" que possui o conceito de todas as transformações gráficas, sendo elas: contração e expansão vertical, translação vertical e horizontal. Enquanto era formalizado o conceito de cada transformação gráfica por meio de uma apresentação em *slides*, estas eram exemplificadas na projeção, utilizando o GeoGebra, para que os alunos pudessem visualizar o papel que cada transformação gráfica desempenha.

Posteriormente a explicação da Apostila 2, entregamos à turma a Atividade 2 (Apêndice B) com os exercícios de verificação, que contém três questões, em que as questões abordavam as transformações gráficas da função quadrática e foi entregue aos alunos um cartão-resposta para que eles pudessem registrar a resposta de cada questão.

Vale ressaltar que por conta do tempo, não foi possível corrigir a Atividade 2 com a turma.

Antes do término da aula, foi entregue aos alunos um papel para que eles pudessem fazer um comentário acerca do trabalho apresentado (Figuras 18 e 19).

Figura 18 – Comentário de dois alunos acerca do trabalho apresentado

<p> </p> <p>Agradecemos a sua participação neste trabalho. Deixe seus comentários, críticas ou sugestões a respeito da sequência aplicada.</p> <p><u>Gostei muito do trabalho da atividade de Liguemativa de matemática.</u>  <u>Não tenho nenhuma crítica.</u></p>	<p> </p> <p>Agradecemos a sua participação neste trabalho. Deixe seus comentários, críticas ou sugestões a respeito da sequência aplicada.</p> <p><u>Parabéns por ter sido muito bom a aula por ser de uma forma diferente e com explicações que são muito fáceis de entender.</u></p>
---	--

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 19 – Comentário de dois alunos acerca do trabalho apresentado

<p> </p> <p>Agradecemos a sua participação neste trabalho. Deixe seus comentários, críticas ou sugestões a respeito da sequência aplicada.</p> <p><u>Gostei muito deste trabalho, porque é diferente. Foi uma prova de que não é impossível.</u>  <u>É uma forma de aprender e a equipe ficou muito feliz por isso.</u>  <u>Parabéns por ser diferente e por ser bom.</u></p>	<p> </p> <p>Agradecemos a sua participação neste trabalho. Deixe seus comentários, críticas ou sugestões a respeito da sequência aplicada.</p> <p><u>É bom de qualidade para os alunos e trabalhar de mais e muito interessante.</u>  <u>Algo que acho que seria muito interessante se fosse trabalhar com uma explicação mais simples pois em alguns momentos ficou difícil.</u></p>
---	---

Fonte: Protocolo de pesquisa.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A elaboração dessa sequência didática, utilizando os *applets* como recurso pedagógico trouxe um grande aprendizado para o grupo pelo fato de nenhum dos integrantes ter tido contato anteriormente com uma turma regular de Ensino Médio.

A ambientação dos *applets* foi de suma importância para que a aula obtivesse êxito, pois a maioria dos alunos nunca tinham tido contato anteriormente e isto facilitou para que os alunos pudessem manipular o *applet* de maneira correta no momento da atividade investigativa.

A utilização dos *applets* na aula atuou de maneira satisfatória para os alunos, uma vez que os mesmos demonstraram interesse, compreensão e conseguiram realizar as atividades.

Pode-se considerar que o objetivo da sequência didática foi alcançado, visto que se obteve uma participação ativa dos alunos, demonstrando atenção e

entusiasmo pela explicação. Cabe ressaltar que, a utilização dos *applets* demonstrou um retorno bastante positivo pela facilidade da manipulação e identificação das transformações gráficas da função polinomial do 2º grau.

## REFERÊNCIAS

BARCELOS, Gilmara Teixeira. *et al.* *Applets* em ambiente de geometria dinâmica: ações para a formação de professores de Matemática. **Renote**, Porto Alegre, v. 7, n. 3, p. 1-11, dezembro. 2009. Disponível em: < <https://goo.gl/fbUUsw> >. Acesso em: 04 mar. 2019.

BRASIL. Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

LOPES, T. B; MORAES, R. S. Estudo dos coeficientes da função quadrática por meio do software Geogebra. In: II Jornada de Estudos em Matemática, 2., 2016, Marabá. **Anais...** Marabá: UNIFESSPA, 2016. P. 194-203. Disponível em: < <https://goo.gl/jzoEot> >. Acesso em: 09 fev. 2019

NASCIMENTO, E. G. A. Avaliação do uso do software GeoGebra no ensino de geometria: reflexão da prática na escola. **Actos de La Conferencia Sulamericana de GeoGebra**. Uruguai, 2012. Disponível em: <<https://goo.gl/8ffKf8>>. Acesso em: 05 fev. 2018.

SORTISSO, A. F. **Considerações iniciais de uma professora em formação sobre o ensino da álgebra**. Disponível em: <<https://goo.gl/tHrtuD>>. Acesso em: 04 ago. 2018.

Campos dos Goytacazes (RJ), 24 de abril de 2019.

Henrique Faria Nogueira  
Henrique Faria Nogueira

Lúcia Maria Ramos da Silva Santos  
Lúcia Maria Ramos da Silva Santos

Pyetra Moraes dos Santos  
Pyetra Moraes dos Santos

# APÊNDICES

## **APÊNDICE A: MATERIAL DIDÁTICO APLICADO NA TURMA DO LEAMAT II**





Secretaria de  
Educação Profissional  
e Tecnológica

Ministério de  
Educação

**DIPLIC**  
DIPLOMA DE LICENCIATURA EM PEDAGOGIA



**matemática**  
LICENCIATURA

**Diretoria de Ensino Superior**

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Álgebra

Licenciandos: Henrique Faria Nogueira, Lúcia Maria Ramos da Silva Santos e Pyetra Moraes dos Santos.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Me. Livia Azelman de Faria Abreu.

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_ / \_\_\_ / 2018

**Atividade 1 – Investigando as transformações gráficas**

1) Compare o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  com as funções da forma  $f(x) = x^2 + p$ , sendo  $p \in \mathbb{R}$ .

- a)  $y = x^2 + 2$
- b)  $y = x^2 + 6$
- c)  $y = x^2 - 3$
- d)  $y = x^2 - 5$

Quais são as mudanças que você observou em relação ao gráfico  $f(x) = x^2$  ?

---



---



---



---



---

2) Compare o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  com as funções da forma  $f(x) = (x + h)^2$ , sendo  $h \in \mathbb{R}$ .

- a)  $y = (x + 1)^2$
- b)  $y = (x - 1)^2$
- c)  $y = (x + 5)^2$
- d)  $y = (x - 3)^2$

Quais são as mudanças que você observou em relação ao gráfico  $f(x) = x^2$  ?

---



---



---

---

---

3) Compare o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  com as funções da forma  $y = ax^2$ , sendo  $a \in \mathbb{R}^*$ .

- a)  $y = -x^2$
- b)  $y = 2x^2$
- c)  $y = -3x^2$
- d)  $y = \frac{1}{2}x^2$

Quais são as mudanças que você observou em relação ao gráfico  $f(x) = x^2$  ?

---

---

---

---

---

---

4) Compare o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  com as funções da forma  $f(x) = a(x-h)^2 + p$ , sendo  $a \in \mathbb{R}^*$ .

- a)  $y = (x-3)^2 + 2$
- b)  $y = 2(x+5)^2 + 4$
- c)  $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 3$
- d)  $y = \frac{1}{2}(x-6)^2 + 5$

Quais são as mudanças que você observou em relação ao gráfico  $f(x) = x^2$  ?

---

---

---

---

---

---



Secretaria de  
Educação Profissional  
& Tecnológica

Ministério de  
Educação  
**DINLIC**  
DEPARTAMENTO DE LICENCIATURA EM LICENCIATURA



**matemática**  
LICENCIATURA

### Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Álgebra

Licenciandos: Henrique Faria Nogueira, Lúcia Maria Ramos da Silva Santos e Pyetra Moraes dos Santos.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup>. Me. Livia Azelman de Faria Abreu.

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_ / \_\_\_ / 2018

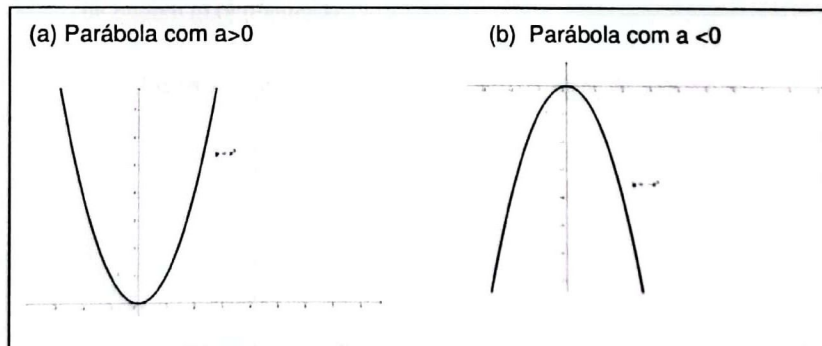
### Transformações gráficas da função polinomial do 2.<sup>o</sup> grau

Uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , em que  $a$ ,  $b$ , e  $c$  são números reais, com  $a \neq 0$ , possui diversos comportamentos gráficos que são influenciados pelos seus coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ . A representação gráfica da função polinomial do 2.<sup>o</sup> grau é uma curva denominada parábola. A seguir, vamos ver as propriedades que esses coeficientes desempenham.

- Coeficiente  $a$

O coeficiente  $a$  desempenha, no gráfico, a propriedade de concavidade da parábola. Sendo assim, quando  $a > 0$  (positivo) a parábola terá a concavidade voltada para cima e quando  $a < 0$  a parábola terá concavidade voltada para baixo (Figura 1).

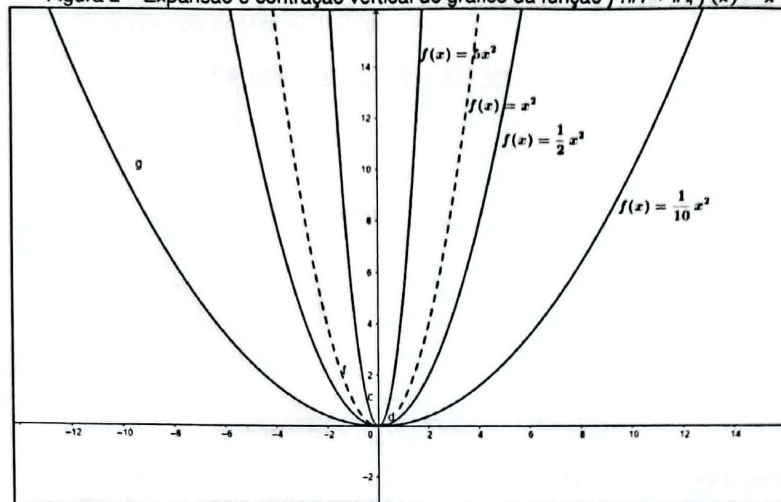
Figura 1 – Concavidade voltada para cima e para baixo do gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $f(x) = x^2$



Fonte: Elaboração própria.

Além disso, quanto maior o valor absoluto de  $a$ , menor será a abertura da parábola determinando-se assim uma contração vertical. E quanto menor o valor de  $a$ , maior será a abertura da concavidade, determinando-se assim uma expansão vertical (Figura 2).

Figura 2 – Expansão e contração vertical do gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$



Fonte: Elaboração própria.

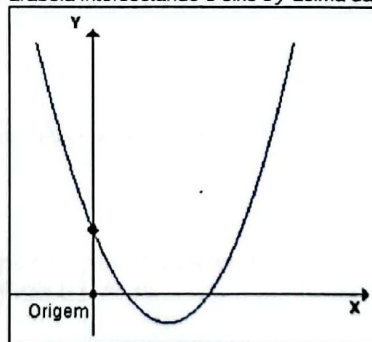
- Coeficiente  $c$

O coeficiente  $c$  corresponde graficamente à ordenada do ponto que intersecta o eixo  $Oy$ . Este ponto é representado por  $(0, c)$ .

Sendo assim:

- Se  $c$  for positivo, ou seja,  $c > 0$ , a parábola irá intersectar o eixo  $Oy$  acima da origem  $(0,0)$  (Figura 3);

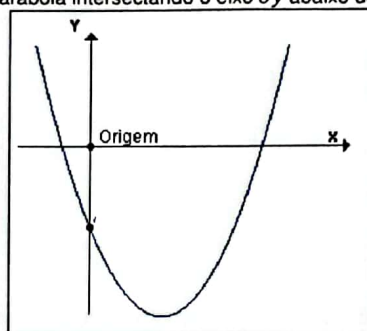
Figura 3 – Parábola intersectando o eixo  $Oy$  acima da origem ( $c > 0$ )



Fonte: <https://goo.gl/zhfhJ6>.

- Se  $c$  for negativo, ou seja,  $c < 0$ , a parábola irá intersectar o eixo  $Oy$  abaixo da origem  $(0,0)$  (Figura 4);

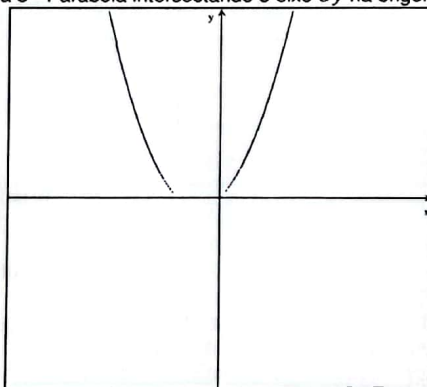
Figura 4 – Parábola intersectando o eixo  $Oy$  abaixo da origem ( $c < 0$ )



Fonte: <https://goo.gl/zhfhJ6>.

- Se  $c$  for zero, ou seja,  $c = 0$ , a parábola irá intersectar o eixo  $Oy$  na origem, ou seja, no ponto  $(0,0)$  (Figura 5).

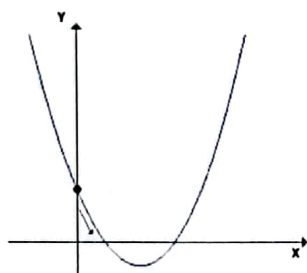
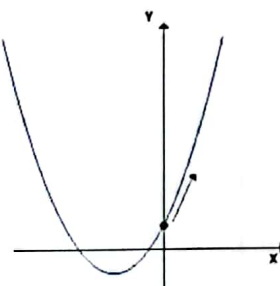
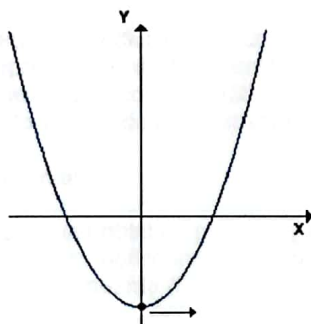
Figura 5 - Parábola intersectando o eixo  $Oy$  na origem ( $c = 0$ )



Fonte: Elaboração própria.

- Coeficiente  $b$

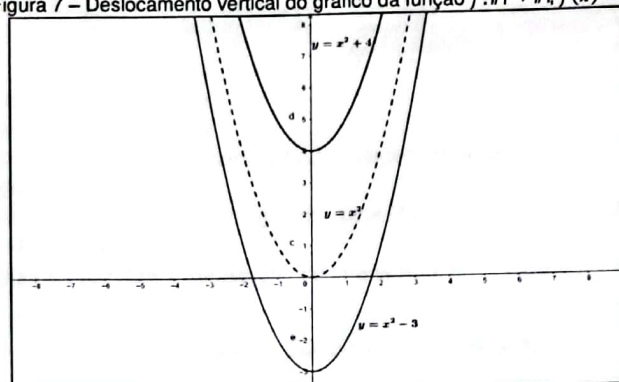
O coeficiente  $b$  indica se a parábola intersecta o eixo  $Oy$  no ramo crescente ou decrescente da parábola (Figura 6).

Figura 6 – Intersecção da parábola no eixo  $Oy$ (a) Parábola intersectando o eixo  $Oy$  no ramo decrescente(b) Parábola intersectando o eixo  $Oy$  no ramo crescente ( $b > 0$ )(c) Parábola intersectando o eixo  $Oy$  com  $b=0$ Fonte: <https://goo.gl/zhfhJ6>.

- Deslocamento vertical

Essa transformação pode ser obtida a partir do gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = x^2$  em que se deslocam verticalmente todos os seus pontos em  $p$  unidades para cima ou para baixo. Essa transformação também pode ser chamada de translação vertical. Observe a seguir algumas transformações no gráfico da função  $y = x^2$  (Figura 7).

Figura 7 – Deslocamento vertical do gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$



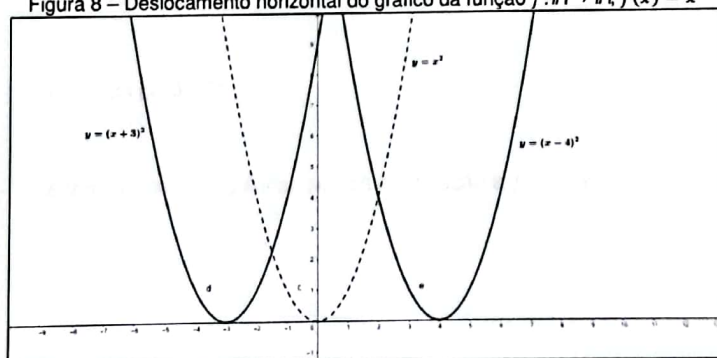
Fonte: Elaboração própria.

Observe que, em relação ao gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$ , o gráfico da função  $y = x^2 + 4$  representa o deslocamento vertical de quatro unidades para cima. O mesmo acontece com o gráfico da função  $y = x^2 - 3$  que representa o deslocamento vertical de três unidades para baixo.

- Deslocamento horizontal

Essa transformação pode ser obtida a partir do gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$  em que se deslocam horizontalmente todos os seus pontos em  $p$  unidades para direita ou para esquerda (Figura 8).

Figura 8 – Deslocamento horizontal do gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$



Fonte: Elaboração própria.

Observe que, em relação ao gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$ , o gráfico da função  $y = (x + 3)^2$  representa o deslocamento horizontal de três unidades para a esquerda e que o gráfico a função  $y = (x - 4)^2$  representa o deslocamento horizontal de quatro unidades para a direita.

Secretaria de  
Educação Profissional  
e TecnológicaMinistério de  
EducaçãoDINLIC  
INSTITUTO DE LICENCIATURA EM LICENCIATURAmatemática  
LICENCIATURA

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Álgebra

Licenciandos: Henrique Faria Nogueira, Lúcia Maria Ramos da Silva Santos e

Pyetra Moraes dos Santos.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Me. Lívia Azelman de Faria Abreu.

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_ / \_\_\_ / 2018

**Atividade 2- Exercícios de Verificação.**

1) De acordo com cada  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  função polinomial do 2.º grau a seguir, responda os itens a seguir:

a)  $f(x) = x^2 + 7$

- Concavidade

- Vértice da parábola

- As transformações gráficas sofrida em relação a  $f(x) = x^2$ .



b)  $f(x) = 2x^2 - 4x + 8$

- Concavidade
- Vértice da parábola
- As transformações gráficas ocorridas em relação a  $f(x) = x^2$

c)  $f(x) = x^2 - 2x$

- Concavidade
- Vértice da parábola
- As transformações gráficas sofrida em relação a  $f(x) = x^2$

**APÊNDICE B: MATERIAL DIDÁTICO  
EXPERIMENTADO NA TURMA  
REGULAR**



Secretaria de  
Educação Profissional  
e Tecnológica



matemática  
LICENCIATURA

**Diretoria de Ensino Superior**

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Álgebra

Licenciandos: Henrique Faria Nogueira, Lúcia Maria Ramos da Silva Santos e Pyetra Moraes dos Santos.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Me. Lúvia Azelman de Faria Abreu.

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / 2018

**Atividade 1 – Investigando as transformações gráficas da função polinomial do 2º grau**

1) Compare o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  com o gráfico das funções da forma  $f(x) = x^2 + p$ , sendo  $p \in \mathbb{R}^*$ .

a)  $y = x^2 + 2$

Quais são as mudanças que você observou no gráfico da função  $f(x) = x^2 + 2$  em relação ao gráfico da função  $f(x) = x^2$  ?

---



---



---

b)  $y = x^2 - 5$

Quais são as mudanças que você observou no gráfico da função  $f(x) = x^2 - 5$  em relação ao gráfico da função  $f(x) = x^2$  ?

---



---



---

1.1) De modo geral, o que ocorre com o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2 + p$  em relação ao gráfico de  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  ?

---



---



---

2) Compare o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  com o gráfico das funções da forma  $f(x) = (x + h)^2$ , sendo  $h \in \mathbb{R}^*$ .

a)  $y = (x + 2)^2$

Quais são as mudanças que você observou no gráfico da função  $f(x) = (x + 2)^2$  em relação ao gráfico da função  $f(x) = x^2$  ?

---



---



---



---

b)  $y = (x - 3)^2$

Quais são as mudanças que você observou no gráfico da função  $f(x) = (x - 3)^2$  em relação ao gráfico da função  $f(x) = x^2$  ?

---



---



---

2.1) De modo geral, o que ocorre com o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = (x + h)^2$ , em relação ao gráfico de  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$ ?

---



---



---

3) Compare o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  com o gráfico das funções da forma  $y = ax^2$ , sendo  $a \in \mathbb{R}^*$ .

a)  $y = -x^2$

Quais são as mudanças que você observou no gráfico da função  $f(x) = -x^2$  em relação ao gráfico da função  $f(x) = x^2$  ?

---



---



---

b)  $y = 2x^2$

Quais são as mudanças que você observou no gráfico da função  $f(x) = 2x^2$  em relação ao gráfico da função  $f(x) = x^2$  ?

---



---



---

3.1) De modo geral, o que ocorre com o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = ax^2$ , em relação ao gráfico de  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  ?

---



---



---

4) Compare o gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  com o gráfico das funções da forma  $f(x) = a(x - h)^2 + p$ , sendo  $a \in \mathbb{R}^*$ .

a)  $y = 2(x + 5)^2 + 4$

Quais são as mudanças que você observou no gráfico da função  $f(x) = 2(x + 5)^2 + 4$  em relação ao gráfico da função  $f(x) = x^2$  ?

---



---



---

b)  $y = -\frac{1}{4}(x - 2)^2 + 3$

Quais são as mudanças que você observou no gráfico da função  $f(x) = -\frac{1}{4}(x - 2)^2 + 3$  em relação ao gráfico da função  $f(x) = x^2$  ?

---



---



---



Secretaria de  
Educação Profissional  
& Tecnológica

Ministério da  
Educação  
**DIREC**  
DIRETORIA DE ENSINO SUPERIOR

**matemática**  
LICENCIATURA

### Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Álgebra

Licenciandos: Henrique Faria Nogueira, Lúcia Maria Ramos da Silva Santos e Pyetra Moraes dos Santos.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Me. Livia Azelman de Faria Abreu.

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_ / \_\_\_ / 2018

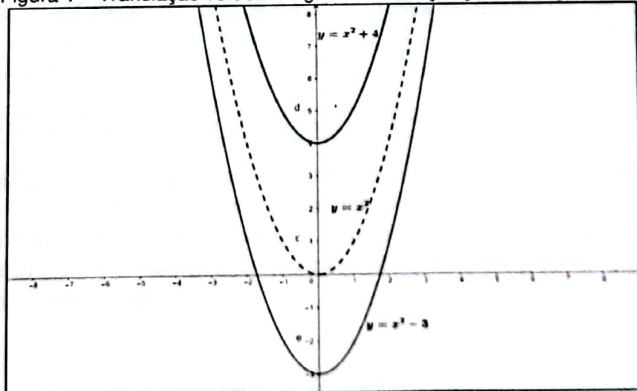
### Transformações gráficas da função polinomial do 2.º grau

Uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = ax^2 + bx + c$ , em que  $a$ ,  $b$ , e  $c$  são números reais, com  $a \neq 0$ , possui diversos comportamentos gráficos que são influenciados pelos seus coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ . A representação gráfica da função polinomial do 2.º grau é uma curva denominada parábola. A seguir, veremos as transformações gráficas que ocorrem no gráfico da função  $f(x) = x^2$ .

#### 1) Transformação do tipo $f(x) = x^2 + p$ , $p \in \mathbb{R}$

Essa transformação gráfica é denominada translação vertical e pode ser obtida a partir do gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$  em que se deslocam verticalmente todos os seus pontos em  $p$  unidades para cima ou para baixo. Observe a seguir algumas transformações no gráfico da função  $y = x^2$  (Figura 1).

Figura 1 – Translação vertical do gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2$

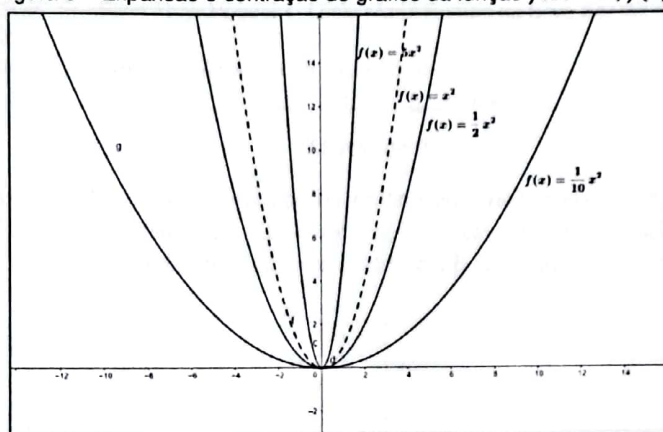


Fonte: Elaboração própria.

Assim, em relação ao gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$ , se:

- $a > 1$  – Ocorre uma contração no gráfico da função;
- $0 < a < 1$  – Ocorre uma expansão no gráfico da função;
- $a < -1$  – Ocorre uma contração e reflexão no gráfico da função;
- $-1 < a < 0$  – Ocorre uma expansão e reflexão no gráfico da função;

Figura 3 – Expansão e contração do gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$



Fonte: Elaboração própria.



Secretaria de  
Educação Profissional  
e Tecnológica

Ministério da  
Educação

**DIP LIC**  
DIPLOMA DE LICENCIATURA EM LICENCIATURA

**matemática**  
LICENCIATURA

**Diretoria de Ensino Superior**

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Álgebra

Licenciandos: Henrique Faria Nogueira, Lúcia Maria Ramos da Silva Santos e Pyetra Moraes dos Santos.

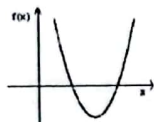
Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Me. Lívia Azelman de Faria Abreu.

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_ / \_\_\_ / 2018

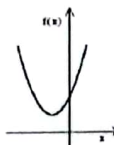
### Atividade 2

- 1) (UFJF - Adaptada) O esboço do gráfico que melhor representa uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = (x - a)^2 - b$  em relação ao gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x^2$ , onde  $a$  e  $b$  são números reais positivos, é:

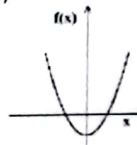
a)



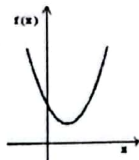
c)



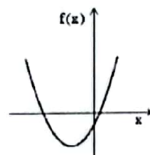
e)



b)



d)



- 2) Identifique quais foram as transformações gráficas ocorridas no gráfico da função dada em relação ao gráfico da função  $f(x) = x^2$ .

$$f(x) = 4(x + 3)^2 - 3$$

---



---



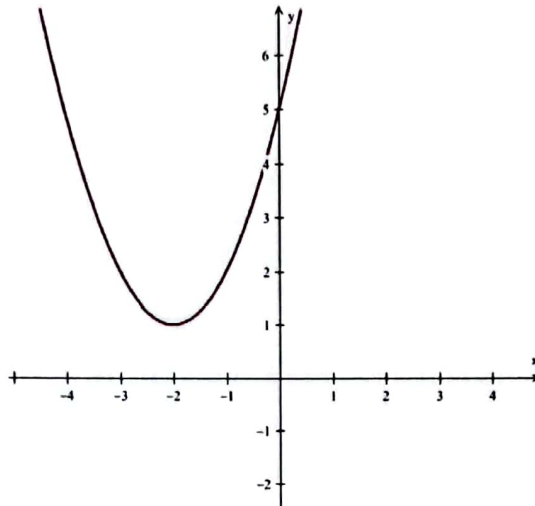
---



---



3) Dado o gráfico a seguir, marque a opção que corresponde a lei de formação deste gráfico.



- a)  $y = (x + 2)^2$
- b)  $y = (x - 2)^2$
- c)  $y = (x + 2)^2 + 1$
- d)  $y = (x - 2)^2 + 1$
- e)  $y = (x - 2)^2 - 1$