

RELATÓRIO DO LEAMAT

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE POLINÔMIOS COM AUXÍLIO DO ALGEPLAN

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

ARMANDO JEFFERSON MONTEIRO BELMIRO
GIOVANNA FRANCA BASTOS DA CUNHA
MARCOS PAULO DIAS NASCIMENTO
YARA SILVA NASCIMENTO

Recebido em 21/02/2020
efeu

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2019.2

ARMANDO JEFFERSON MONTEIRO BELMIRO
GIOVANNA FRANCA BASTOS DA CUNHA
MARCOS PAULO DIAS NASCIMENTO
YARA SILVA NASCIMENTO

RELATÓRIO DO LEAMAT

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE POLINÔMIOS COM AUXÍLIO DO ALGEPLAN

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^{es}. Me. Livia Azelman, de Faria Abreu e Ramon Chagas Santos.

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2019.2

SUMÁRIO

	P.
1) Relatório do LEAMAT I	3
1.1) Atividades desenvolvidas	3
1.2) Elaboração da sequência didática.....	4
1.2.1) Tema	4
1.2.2) Justificativa	4
1.2.3) Objetivo Geral	6
1.2.4) Público-alvo	6
2) Relatório do LEAMAT II	6
2.1) Atividades desenvolvidas	6
2.2) Elaboração da sequência didática	7
2.2.1) Planejamento da sequência didática	7
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II .	12
3) Relatório do LEAMAT III	14
3.1) Atividades desenvolvidas	14
3.2) Elaboração da sequência didática	14
3.2.1) Versão final da sequência didática	14
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular .	16
Considerações Finais	19
Referências	21
Apêndices	22
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	23
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular	32

1) RELATÓRIO DO LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

No dia 26 de setembro de 2018, foi apresentada a disciplina LEAMAT I pelas professoras e houve a divisão dos grupos A_1 , A_2 e B. Logo em seguida, demos início à discussão do texto “O ensino da álgebra” de Ana Rita Martins e Beatriz Vichessi.

No segundo encontro, dia 3 de outubro de 2018, demos continuidade com o texto de Ana Rita Martins e Beatriz Vichessi, que aborda a dificuldade do aluno ao iniciar os estudos na álgebra e que, por estarem acostumadas com a resolução de problemas aritméticos que envolvem as quatro operações, o estudante se assusta ao ver equações envolvendo incógnitas e variáveis (representadas por letras). O texto aponta sugestões de ensino que mostra aos alunos modos de simplificar processos mais demorados. Após a discussão, foi entregue uma atividade em que era necessário montar equações, para assim resolvê-las com a finalidade de proporcionar entendimento sobre igualdade e equivalência.

No mesmo dia foi entregue o texto “A Álgebra, seu ensino e sua aprendizagem”, que mostra as visões de estudiosos sobre a álgebra e como estes a classificam. O texto aponta propostas para melhoria no processo de construção e pensamento algébrico e pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática.

No dia 17 de outubro de 2018, assistimos à apresentação do grupo B sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) e os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) (BRASIL, 1998). Ambos são documentos governamentais com força de lei. O PCN é um material norteador que auxilia na elaboração da didática de aula respeitando a particularidade de cada região, sendo assim mais flexível. Já a BNCC é um material que define a progressão da aprendizagem que o aluno deverá ter em qualquer parte do país de forma mais rígida.

No dia 31 de outubro de 2018, foram apresentados dois trabalhos do LEAMAT III, um sobre grandezas proporcionais e outro sobre interdisciplinaridade entre geometria e biologia.

No dia 7 de novembro de 2018, houve a apresentação dos seminários sobre BNCC e PCN dos grupos A_1 e A_2 .

No dia 21 de novembro de 2018 foi decidido o tema para a sequência didática e foi discutido o texto “Primeiros passos na álgebra: Conceitos elementares e atividades pedagógicas” de Janaína Poffo Possamai e Tânia Baier. O texto mostra como os alunos sentem dificuldades com as concepções e o estudo de álgebra no Ensino Fundamental. Apresenta também pesquisas realizadas com estudantes universitários convidados a resolver algumas questões envolvendo conceitos algébricos. O resultado mostrou como os alunos possuem dificuldade em interpretar certas questões da linguagem natural para a linguagem matemática. Além disso, os autores apresentam sugestões de como tornar o processo de ensino e aprendizagem mais significativo para o aluno.

A professora orientadora Lívia entregou uma atividade sobre o Teorema de Pitágoras no qual tínhamos que colocar, em dois quadrados, quatro triângulos retângulos congruentes de modo a cobrir todo o quadrado e fazer a transição dos “resultados” geométricos em algébrico de modo a cobrir todo o quadrado e fazer a transição dos “resultados” geométricos em resultados algébricos.

Nos dias 12 de dezembro de 2018 e 30 de janeiro de 2019 ocorreram as apresentações sobre a sequência didática dos grupos A_1 , A_2 e B, que foram, respectivamente, sobre “Transformações gráficas da função modular”, “Divisão e multiplicação de polinômios com o auxílio do Algeplan” e “Lei dos cossenos: conceitos e aplicações”.

A partir do dia 6 de fevereiro de 2019 as aulas foram reservadas para a elaboração dos relatórios.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema

Multiplicação e divisão de polinômios com auxílio do Algeplan.

1.2.2) Justificativa

De acordo com Bertoli e Schuhmacher (2013), nos primeiros anos da vida escolar os estudantes estão acostumados apenas com as quatro operações simples. A partir de um momento, são inseridas letras para representar grandezas, como metro (m), litro (l), dentre outras. No 7.º e 8.º anos, os estudantes se deparam com

equações onde as letras que nela estão incluídas não representam mais grandezas, e sim, incógnitas, em que são atribuídos valores para as mesmas. Com isso, há uma maior dificuldade no entendimento da matéria pelos alunos, tornando as aulas mais complexas. Segundo Bertoli e Schuhmacher,

Os polinômios se encontram em um campo da matemática denominado álgebra, contudo a álgebra correlaciona o uso de letras, representativas de um número qualquer, com operações aritméticas. Portanto, podemos, assim, efetuar as operações aritméticas nos polinômios, que são: adição, subtração, divisão, multiplicação, potenciação e radiciação. (Bertoli, Schuhmacher, s.p, 2013).

A utilização de um recurso visual e maleável permite que os alunos tenham maior capacidade de compreensão e facilidade no aprendizado do conteúdo tanto algébrica quanto geometricamente. Segundo Bertoli e Schuhmacher,

[...] os alunos conseguem operar os polinômios mesmo que não se apresente a forma algébrica anteriormente. Aos poucos os estudantes vão engajando-se no processo de construção do conhecimento, seus questionamentos quanto a como juntar o x com x , deixam de existir quando eles substituem o x por uma figura geométrica, tornando-se muito mais fácil operar com material visual (Bertoli, Schuhmacher, s.p, 2013).

É um recurso fundamental para o estudo da Álgebra e da Geometria no Ensino Médio. Além da possível utilização dessa ferramenta no estudo de cálculo futuramente. Segundo Silveira (2017):

O objetivo principal do uso do “Algeplan”, como mencionado anteriormente, é relacionar figuras geométricas planas (quadrados e retângulos) com expressões algébricas do primeiro e segundo grau, monômios e polinômios, resolução de equações do primeiro grau e fatoração de trinômios do segundo grau.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), algumas das habilidades que os estudantes desenvolvem ao estudar polinômios são: resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo. E compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis,

para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º. grau. Segundo Silveira (2017, apud Laudares e Oliveira (2015)):

[...] o uso da Geometria para a contextualização algébrica torna seu aprendizado mais interessante e motivador, pois as representações geométricas auxiliam na organização do pensamento lógico, que é fundamental para o aprendizado. As representações geométricas, além de representarem figuras, ajudam a expressar um pensamento algébrico, auxiliam o aluno a fazer relações e generalizações de situações. O cálculo de área, por exemplo, é significativo para que o aluno traduza a linguagem algébrica e consiga generalizar situações.

Com base nessas referências, foi pensado por nós, grupo do LEAMAT I, este trabalho pretende apresentar uma sequência didática sobre multiplicação e divisão de polinômios utilizando o Algeplan.

1.2.3) Objetivo Geral

Interpretar os conceitos de multiplicação e divisão de polinômios por meio do material concreto Algeplan.

1.2.4) Público-alvo

Alunos do 9.º ano Ensino Fundamental.

2) RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

A proposta do Leamat II é a elaboração da sequência didática do tema defendido no Leamat I, assim, as aulas podem ser usadas para o debate e formulação desta sequência. Com o debate interno do grupo e as decisões tomadas, comentamos com a orientadora as ideias que o grupo decidiu para a formação do trabalho. Após as ideias terem sido expostas, a orientadora deu sugestões de adaptação e melhoria do trabalho.

Em cada aula, eram apresentados os avanços realizados, pelo grupo, na elaboração da apostila. As atividades eram avaliadas e como sugeridas pela orientadora, ocorreu a elaboração do material didático que se constitui em peças para colagem que servirão como meio de observação e registro da resposta de cada

grupo de alunos. As apresentações dessa linha de pesquisa ocorreram dos dias 2 de julho a 23 de julho de 2019 e as aulas do dia 1 de agosto em diante foram destinadas à elaboração e correção dos relatórios.

2.2) Elaboração da sequência didática

2.2.1) Planejamento da sequência didática

O trabalho escolhido para a linha de pesquisa Álgebra aborda especialmente a multiplicação de polinômios com o uso de material concreto (Algeplan). Uma das motivações para a escolha desse tema foi a importância de o aluno construir relações algébricas e geométricas, a fim de que o aluno construa conceitos algébricos através de uma visão geométrica presente no material manipulativo, tornando o aprendizado mais significativo.

A aula será iniciada com a apresentação do grupo do Leamat e uma revisão do conteúdo de áreas de retângulo. Com o intuito de explicar a fórmula de área de retângulo, vamos utilizar o material concreto, quadro de metal e ímãs subdivididos em quadrados unitários (Quadro 1). O objetivo é que o aluno deduza que ele não precisa contar todas as peças para saber a área, mas que basta apenas saber a medida da base e a medida da altura para obtê-la. Logo depois, iremos deixar explícito que todo quadrado é um retângulo e que a fórmula da área será a mesma.

Quadro 1 - Quadro de metal e ímãs subdivididos em quadrados unitários

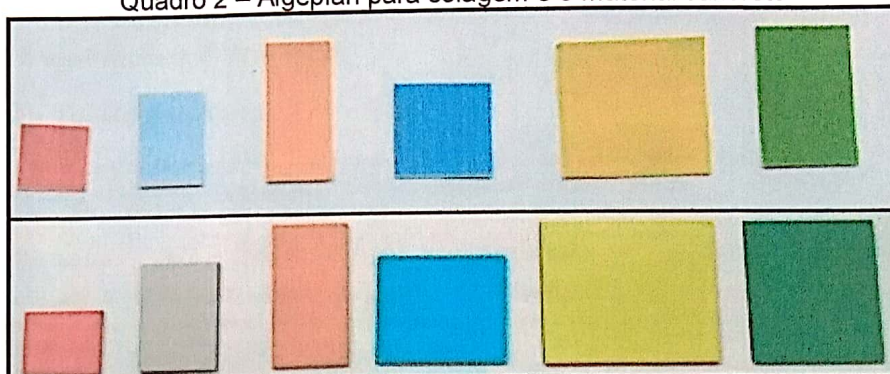


Fonte: LEAMAT.

Concluindo essa revisão, pediremos para formar grupos de 2 a 3 alunos e para cada grupo será entregue: o material para colagem para responder às próximas questões e o Algeplan (Quadro 2), além das apostilas (Apêndice A) referente ao

conteúdo a ser trabalhado (Multiplicação de Polinômios). Apresentaremos também o Algeplan feito de E.V.A. que utilizaremos.

Quadro 2 – Algeplan para colagem e o material concreto



Fonte: Elaboração Própria.

O material de colagem é feito por figuras impressas em papel A4, que foram recortadas para representar as peças reduzidas do Algeplan e o material feito de E.V.A. é uma versão aumentada do Algeplan, com adesivo dupla face, para ser fixado no quadro.

Após a entrega da apostila, do material de colagem e do material concreto, será deduzida a área de cada peça que compõem o Algeplan (Quadro 3), utilizando o conceito de áreas de retângulos. Com isso, cada grupo completará na apostila a área de cada uma dessas figuras.

Quadro 3 – Dedução das áreas das peças que compõem o Algeplan

<ul style="list-style-type: none"> • Quadrado de lados 1: Área = _____ • Retângulo de lados y e 1: Área = _____ • Retângulo de lados x e 1: Área = _____ • Quadrado de lados y Área = _____ • Quadrado de lados x: Área = _____ • Retângulo de lados x e y: Área = _____ 		
--	--	--

Fonte: Protocolo de Pesquisa.

Dando continuação a sequência didática, será iniciada a conceituação de monômios e polinômios retirada do "Material Teórico - Módulo de Expressões

Algébricas e Polinômios” do Portal da matemática da OBMEP- Parte 1, oitavo ano (Figura 1), para que facilite posteriormente a soma e multiplicação dos mesmos.

Figura 1 – Conceituação de monômios e polinômios

2. Monômios e Polinômios

2.1. Definição de monômio:

É toda expressão algébrica racional e inteira representada por uma multiplicação de números e variáveis ou apenas por variáveis ou apenas por um número.¹

Exemplos: $-3x^2$, $\frac{1}{2}m^3n$, $\frac{-\sqrt[3]{11}}{3}$ e $a^9b^2\sqrt{3}xyz^3$ são monômios. Um monômio possui uma parte literal, formada pelo produto das potências das variáveis, além de uma parte numérica, chamada de coeficiente do monômio, formada pelo número real que antecede a parte literal.

2.2. Definição de polinômio:

É a expressão algébrica constituída de dois ou mais termos.²

Fonte: https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/8axlpqz5j8080.pdf.


Usaremos também a seguinte definição de polinômios: “Um polinômio é uma expressão algébrica que é dada por uma soma finita de monômios”.


Com os alunos compreendendo as definições, iniciaremos os exercícios de soma de polinômios e utilizaremos os recortes para colagem, com o objetivo de aprender como montar os lados dos retângulos.

O intuito também é fazer com que eles compreendam a diferença entre somar dois monômios e multiplicar os monômios, pois perceberão que a junção da peça x com outra peça igual, ou seja, $x + x$, vai ser igual a $2x$ e não x^2 (e até mesmo fazer com que eles deduzem que $a + b$ não é ab). Para atingirmos esse objetivo, elaboramos uma questão com dois modelos de atividades: a primeira mostrando uma soma de polinômios no formato do Algeplan e pedindo para o aluno escrever esse polinômio na forma algébrica, e o segundo modelo de questão vamos fornecer o polinômio e pedir para que eles cole na apostila o material concreto recebido representando o resultado da soma desses monômios (Figura 2).

Figura 2 – Exercícios de Soma

1) Determine, utilizando o Algeplan, o resultado da soma entre polinômios. Depois cole o resultado obtido em cada item.

a) 

b) 

c) $(x+2)+(x+1) =$

d) $(x+y)+(y+2) =$

Fonte: Elaboração Própria.

Com o aluno compreendendo a soma de polinômios, continuaremos a sequência didática mostrando as regras do Algeplan (Figura 3).

Figura 3 – Regras do Algeplan

3. Regras do algeplan e Multiplicação de Polinômios

3.1 Regras do Algeplan para multiplicação de polinômios:

- Na multiplicação, só podem ser utilizados polinômios do primeiro grau;
- Um polinômio representa a medida da base e o outro a medida da altura;
- Duas peças só poderão encostar-se se os **lados comuns** tiverem a mesma medida;
- Todas as peças devem se encaixar formando um retângulo.

Fonte: Elaboração Própria.

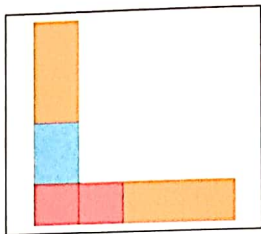
Com os alunos tendo compreendido as regras, será iniciado um exemplo de multiplicação de polinômios (Figura 4). Tais regras são encontradas no site: http://mdmat.mat.ufrgs.br/algeplan/multiplicacao_2.html, no qual fizemos algumas adaptações no modo de escrita delas para melhor facilitar o entendimento dos alunos.

Figura 4 – Multiplicação de Polinômios

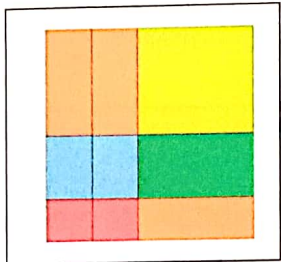
3.2. Multiplicação de polinômios:

Na multiplicação, com o auxílio do Algeplan, a área formada é o polinômio procurado.

Analisando o exemplo da figura abaixo, vamos multiplicar os polinômios $(x + 2)$ e $(x + y + 1)$. Neste caso, temos que a base é representada pelo polinômio $(x + 2)$ e a altura, pelo polinômio $(x + y + 1)$.



Analisando a seguinte figura, a área formada como um todo é o resultado dessa multiplicação:



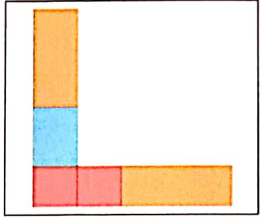
Fonte: Elaboração Própria.

Vale ressaltar que inicialmente foi pensado em usar a regra do Algeplan, porém, com a adição de um quadrado de cor preta que representasse multiplicação, o Algeplan seria jogado da seguinte maneira: a área entre os lados seria o polinômio procurado, de modo que estaria representada na figura final a base e a altura, o sinal de multiplicação (quadrado preto) e o polinômio procurado. Porém, em sala de aula, com a sugestão de nossas orientadoras e da turma do Leamat, foi decidido alterar as regras do jogo, pois foi decidido que seria mais lógico e conceitual trabalhar com o resultado sendo a área total. Finalizando a explicação das regras do Algeplan, começaremos a explicar multiplicação de polinômios demonstrando como se executa tal processo seguindo as regras do jogo. Após demonstrarmos o processo, os alunos darão início às atividades (Figura 5), pedindo para os mesmos colarem com o material concreto entregue no início da aula o resultado obtido por eles.

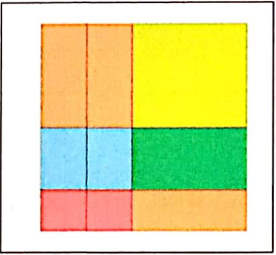
Figura 4 – Multiplicação de Polinômios

3.2. Multiplicação de polinômios:

Na multiplicação, com o auxílio do Algeplan, a área formada é o polinômio procurado. Analisando o exemplo da figura abaixo, vamos multiplicar os polinômios $(x + 2)$ e $(x + y + 1)$. Neste caso, temos que a base é representada pelo polinômio $(x + 2)$ e a altura, pelo polinômio $(x + y + 1)$.



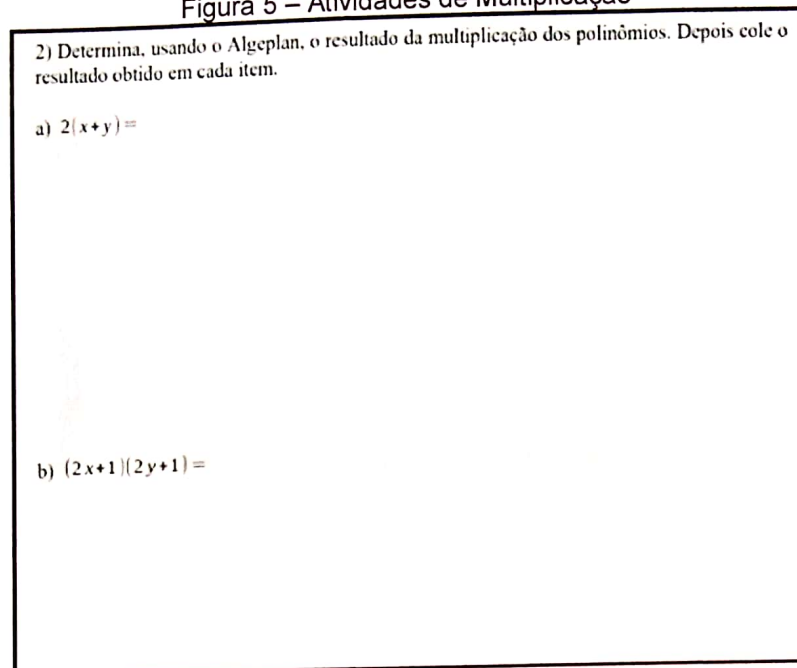
Analisando a seguinte figura, a área formada como um todo é o resultado dessa multiplicação:



Fonte: Elaboração Própria.

Vale ressaltar que inicialmente foi pensado em usar a regra do Algeplan, porém, com a adição de um quadrado de cor preta que representasse multiplicação, o Algeplan seria jogado da seguinte maneira: a área entre os lados seria o polinômio procurado, de modo que estaria representada na figura final a base e a altura, o sinal de multiplicação (quadrado preto) e o polinômio procurado. Porém, em sala de aula, com a sugestão de nossas orientadoras e da turma do Leamat, foi decidido alterar as regras do jogo, pois foi decidido que seria mais lógico e conceitual trabalhar com o resultado sendo a área total. Finalizando a explicação das regras do Algeplan, começaremos a explicar multiplicação de polinômios demonstrando como se executa tal processo seguindo as regras do jogo. Após demonstrarmos o processo, os alunos darão início às atividades (Figura 5), pedindo para os mesmos colarem com o material concreto entregue no início da aula o resultado obtido por eles.

Figura 5 – Atividades de Multiplicação



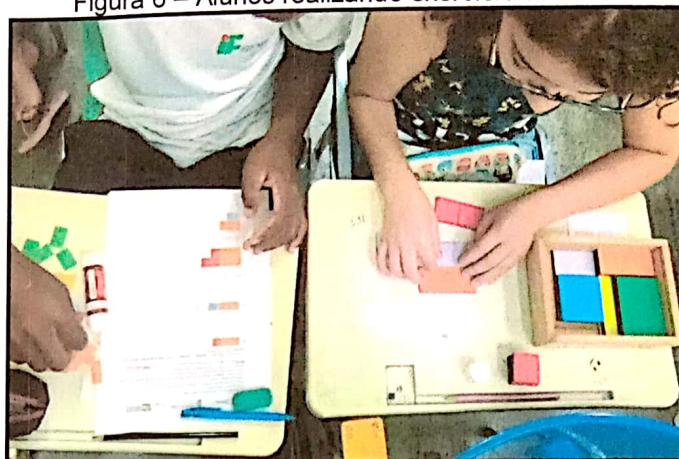
Fonte: Elaboração Própria.

Por fim utilizaremos no quadro o Algeplan feito de E.V.A. (Acetato-Vinilo de Etileno), visando facilitar a resolução dos exercícios, criando assim uma analogia entre as atividades realizadas com o Algeplan e a resolução na forma algébrica.

2.2.2) Experimentação da sequência didática na turma do LEAMAT II

No dia 02 de agosto de 2019 realizamos a aplicação da sequência didática na linha de pesquisa de Álgebra, para a turma do LEAMAT II e para as orientadoras. Como sugestão para uma melhoria da sequência, na explicação do conteúdo foi pedido para ressaltar que ao utilizar o Algeplan, na soma, o aluno deve considerar a área da figura, enquanto que, na multiplicação, devem-se ser levados em consideração os lados das figuras. Também foi sugerido a alteração da definição de monômios utilizada.

Figura 6 – Alunos realizando exercício de soma



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na atividade um, foi percebido uma quebra na dinâmica da turma na passagem do item b para o item c. Com isso, foi mencionado para substituir o modelo de questão dos itens “a” e “b” para o mesmo modelo encontrado nos itens seguintes. Além de aumentar as peças de colagem e o espaço para colagem.

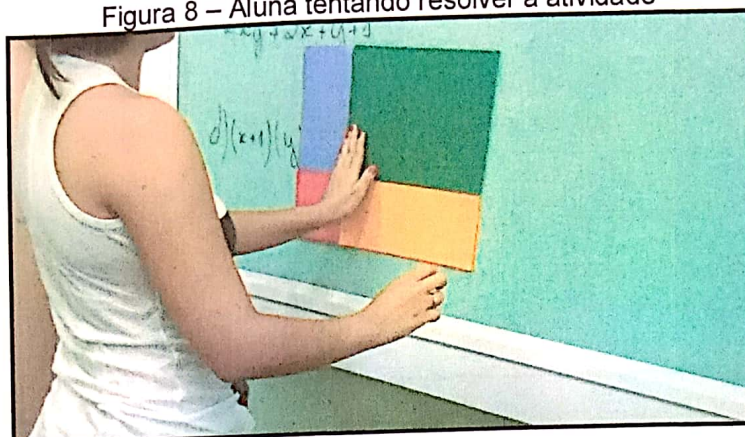
Figura 7 – Alunos realizando exercício de multiplicação



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na atividade dois, recomendaram a troca da ordem dos itens colocando a letra “a” posterior ao item “d”, e foi ressaltada a importância da realização de um exemplo do tipo de questão do item “b” e do item “a”, deixando sempre a turma tentar resolver primeiramente sozinha. Na sequência apresentada os alunos, por não terem visto um exemplo semelhante ao item “a”, foram induzidos ao erro (Figura 8).

Figura 8 – Aluna tentando resolver a atividade



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Por falta de tempo, a sequência didática foi encerrada na atividade dois e foi sugerido que a atividade três e quatro fosse questões extras.

3) RELATÓRIO DO LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

As aulas do LEAMAT III foram voltadas para as correções e aplicações da sequência didática na turma regular. A reelaboração da sequência ocorreu no período de 24 de setembro de 2019 a 9 de outubro de 2019 e a partir do dia 15 de outubro deu-se início às aplicações. Do dia 12 de novembro de 2019 em diante, as aulas foram destinadas a correção dos relatórios e a apresentação final do LEAMAT III.

3.2) Elaboração da sequência didática

3.2.1) Versão final da sequência didática

O tema de “Multiplicação e divisão de polinômios com auxílio do Algeplan” foi modificado para “Multiplicação de polinômios com auxílio do Algeplan”, pois não foi possível trabalhar com divisão utilizando apenas dois tempos.

Na apostila de definições foi alterada a definição de monômios, devido à complexidade da escrita para o entendimento da turma, já que era uma turma de 9.º ano. Em seu lugar utilizamos uma definição do livro “Matemática: Projeto Araribá - 3. Ed. - São Paulo: Moderna, 2010. p. 108”.

Figura 9 – Antiga Definição de Monômios

2.1. Definição de monômio:

É toda expressão algébrica racional e inteira representada por uma multiplicação de números e variáveis ou apenas por variáveis ou apenas por um número.¹

Exemplos: $-3x^2$, $\frac{1}{2}m^3n$, $\frac{-\sqrt[3]{11}}{3}$ e $a^9b^2\sqrt{3}xyz^3$ são monômios. Um monômio possui uma parte literal, formada pelo produto das potências das variáveis, além de uma parte numérica, chamada de coeficiente do monômio, formada pelo número real que antecede a parte literal.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 10 – Nova Definição de Monômios

2. Monômios e Polinômios

2.1. Definição de monômio:

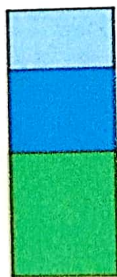
Um Monômio é um número ou uma expressão algébrica formada pelo produto de um número por uma ou mais letras. Esse produto pode estar expresso na forma de potência com expoentes naturais¹.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Logo em seguida, foi feita a retirada dos exercícios de soma. Houve também o acréscimo de mais um exemplo de multiplicação de polinômios (Figura 11).

Figura 11 – Exemplo 2

Outro exemplo é a multiplicação de (y) por $(x + y + 1)$ teríamos como resultado a figura a seguir:



O polinômio resultante é $y^2 + xy + y$.

Fonte: Elaboração Própria.

Além disso, houve uma reformulação nos exercícios, sendo adicionados alguns itens (Figura 12).

Figura 12 – Atividade de multiplicação de polinômios

1) Determine, usando o Algeplan, o resultado de cada multiplicação dos polinômios. Em seguida, cole o resultado obtido em cada item com as peças recebidas.

a) $(2x + 1) \cdot (2y + 1) =$

b) $(2x) \cdot (x) =$

c) $(2y + 1) \cdot (y + 1) =$

d) $(x + 1) \cdot y =$

e) $2 \cdot (x + y) =$

f) $(2x) \cdot (2y) =$

g) $(y + 1) \cdot (x + y) =$

h) $(x + y) \cdot (2y + 1) =$

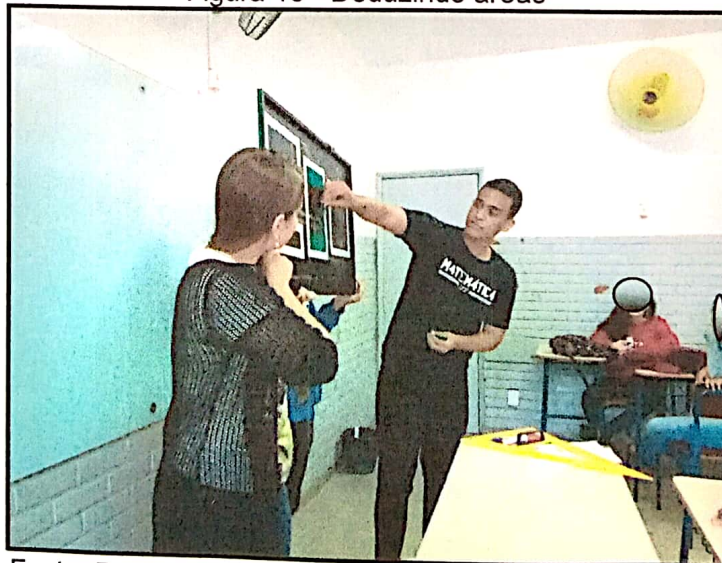
Fonte: Elaboração própria.

3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

O Leamat III foi aplicado no dia 18 de novembro de 2019 em dois tempos de aula, em uma turma de 8.º, na cidade de Campos dos Goytacazes, com 25 alunos presentes.

A aula teve início com a revisão da definição de retângulos e a dedução, junto aos alunos, da fórmula da área de retângulo (Figura 13). Vale ressaltar que explicamos que todo quadrado é um caso especial do retângulo, por isso possui a mesma dedução.

Figura 13 - Deduzindo áreas



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Posteriormente foi apresentado o Algeplan, feito de Etileno Acetato de Vinila (E.V.A.), e foi deduzida a área de cada um dos retângulos junto dos alunos, preenchendo assim as lacunas (Figura 14).

Figura 14 - Deduzindo a área das peças

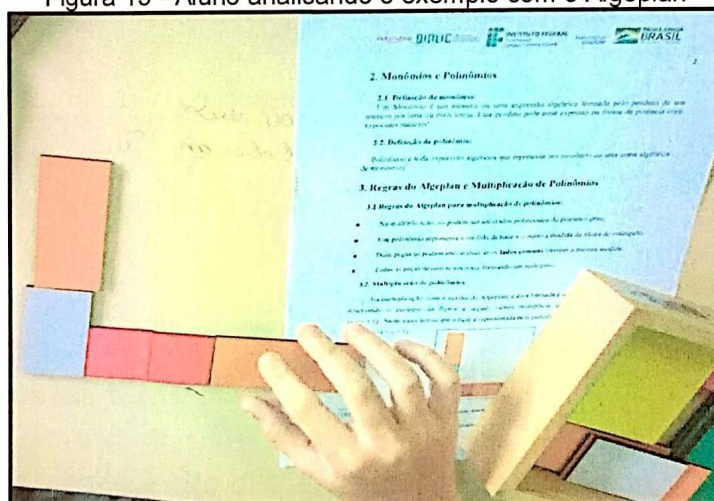


Fonte: Protocolo de pesquisa.

No momento da experimentação surgiu uma dúvida sobre o expoente do monômio. A aula foi pausada e o conteúdo foi explicado, dando assim sequência ao preenchimento das lacunas. Após o preenchimento, foi explicado aos alunos a definição de monômios e polinômios, como ilustrado anteriormente na figura 10.

Em seguida, durante a explicação das regras do Algeplan, o mesmo foi entregue aos alunos e foi percebido que houve uma dispersão, já esperada por nós.

Figura 15 - Aluno analisando o exemplo com o Algeplan

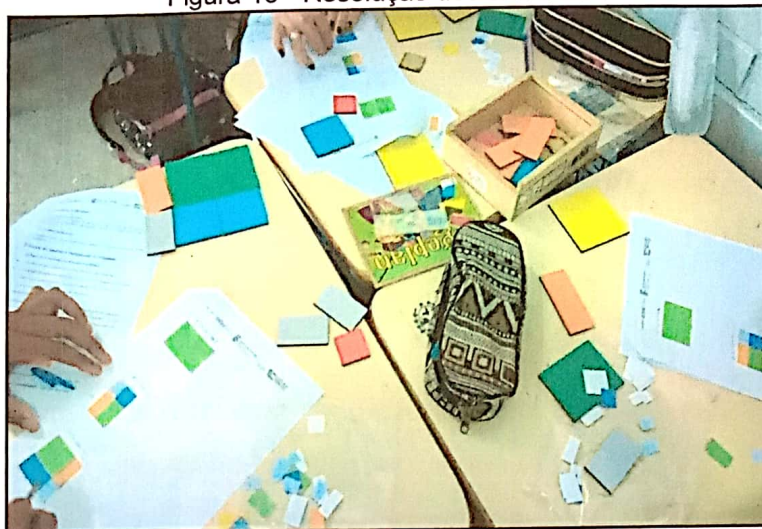


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Com isso percebemos que alguns alunos não compreenderam as regras do Algeplan e nem tão pouco prestaram a devida atenção na resolução dos exemplos.

Tal falta de compreensão foi observada ao pedirmos aos alunos para iniciarem a atividade, fazendo com que o grupo explicasse mais uma vez as regras do Algeplan. Finalizando a nova explicação, foi dada continuidade na execução das atividades, que consistia em equações cujo objetivo era realizá-las na forma geométrica (Algeplan) e algébrica (distributiva).

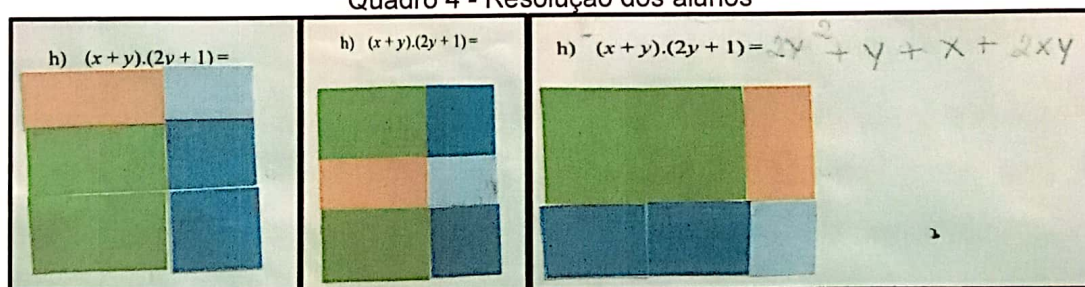
Figura 16 - Resolução dos exercícios



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Nas atividades propostas, podemos observar os diferentes raciocínios dos alunos pelas diferentes resoluções. Para obter uma mesma resposta, temos diversas representações sem ferir as regras do Algeplan (Quadro 4).

Quadro 4 - Resolução dos alunos



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Com relação à resolução das atividades, Vale e Pimentel (2004) apud Soares (2012) dizem:

Vale e Pimentel (2004) referem que a resolução de problemas é um processo onde se combinam vários elementos, tais como: a organização da informação, o conhecimento de estratégias, as diferentes formas de representação, a tradução de linguagens, a aplicação de vários conhecimentos, a tomada de decisões, a interpretação da solução, etc., e uma gestão e controlo de todos estes elementos (Soares, p.22, 2012).

Como já mencionado por Vale e Pimentel (2004), o aluno quando realiza as atividades combina diversos elementos e utiliza diferentes formas de representação, interpretando a atividade e chegando a um mesmo resultado de forma variada. No quadro acima, observa-se diferentes respostas para um mesmo exercício, onde a forma algébrica é a mesma, mas a geométrica muda, não deixando de respeitar todas as regras.

Considerações Finais

Devido ao atraso dos alunos e do professor da escola, não obtivemos tempo de realizar todas as questões propostas. Apesar do imprevisto, o objetivo foi concluído com êxito. Com a aplicação na turma regular o grupo conseguiu perceber a importância do uso de novos métodos para tornar a aula mais atrativa para os alunos. A ação ficou evidente quando houve uma diminuição da participação da turma quando o quadro era utilizado em vez de um material concreto.

O trabalho contribuiu em uma melhor visualização do processo de multiplicação de polinômios, fazendo com que os alunos pudessem observar tanto pela distributiva quanto pelo Algeplan se estavam executando a multiplicação de maneira correta ou não.

O trabalho foi bem avaliado pelo professor da turma em que o trabalho foi aplicado. Por parte dos alunos tivemos comentários positivos, onde eles se pronunciaram que a forma como a aula foi aplicada torna ela mais dinâmica e interessante (Quadro 5).

Quadro 5 – Comentário dos alunos

~~Eu acho~~ ~~que~~ - Eu acho muito boa e interessante,
porque ajuda a gente no futuro sobre a matemática.

Gostei da aula, explicaram bem, conseguiram entender
um pouco dessa matéria.

Eu adorei a aula pela forma que eles explicaram, ache muito
interessante.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Como no início o tema era multiplicação e divisão, e por questão de tempo de aula e qualidade do trabalho optamos por fazer apenas multiplicação, pode ser considerada num trabalho futuro a divisão de polinômios utilizando o Algeplan.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Elizabeth. **Ensino de álgebra e formação de professores**. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1740>> Acesso em: 14 de fevereiro de 2019.

BERTOLI, V.; SCHUHMACHER, E. APRENDENDO POLINÔMIOS UTILIZANDO O ALGEPLAN: UMA PRÁTICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL. In: Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 9. 2013, Canoas. **Anais** [...]. Rio Grande do Sul: Universidade Luterana do Brasil. Disponível em: <<file:///C:/Users/Lab.%20Matematica/Downloads/Algeplan.pdf>>. Acesso em: 11 de março de 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Etapas do Ensino Fundamental da BNCC**. Brasília, DF, 2017.

Disponível em:

<<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/matematica-no-ensino-fundamental-anos-finais-unidades-tematicas-objetos-de-conhecimento-e-habilidades>> Acesso em: 28 de janeiro 2019.

SILVA, R.C.M. **Utilizando o algeplan como recurso didático para a compreensão de expressões algébricas**. 2014. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura de Matemática) - Universidade Federal da Paraíba, Paraíba, 2014. Disponível em: <<https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/14442/1/RCMS12052014.pdf>>. Acesso em: 03 de Fevereiro de 2020.

SILVEIRA, J.M. **Aprendizado de polinômios usando algeplan**. 2017. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017. Disponível em:

<<file:///C:/Users/Lab.%20Matematica/Downloads/Algeplan%20e%20Polinomio.pdf>>. Acesso em: 11 de Março de 2019.

SOARES, C. S. M. **A importância da compreensão na resolução de problemas de processo - um contributo para a Educação Pré-Escolar**. 2012. Trabalho de conclusão de conclusão de Mestrado – Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Viana do Castelo, Portugal. 2012. Disponível em:

<<http://hdl.handle.net/20.500.11960/1513>>. Acesso em: 06 de Fevereiro de 2020.

Campos dos Goytacazes (RJ), ____ de _____ de 2020.

Marcos Paulo Das Nascimento

APÊNDICES

APÊNDICE A: MATERIAL DIDÁTICO APLICADO NA TURMA DO LEAMAT II

Diretoria de Ensino Superior das Licenciaturas

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de pesquisa: Álgebra

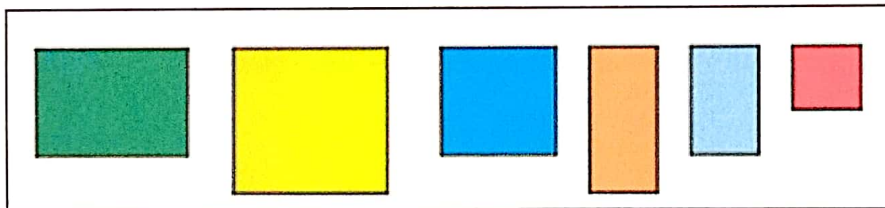
Licenciandos: Armando Jefferson Monteiro Belmiro, Giovanna Franca Bastos da Cunha, Marcos Paulo Dias Nascimento e Yara Silva Nascimento.

Orientador: Prof. Me. Livia Azelman de Faria Abreu.

Nome: _____ Data: __/__/__.







Multiplicação de Polinômios utilizando o Algeplan.

1. Você conhece o Algeplan?



O **Algeplan** é um material manipulativo utilizado para o ensino de soma, subtração, multiplicação e divisão de polinômios de grau no máximo dois. A ideia fundamental do **Algeplan** é contribuir com o estudo das operações com polinômios utilizando os lados e a área de retângulos.

Considerando as medidas de cada retângulo, representaremos a área de cada figura que compõe o Algeplan.

<ul style="list-style-type: none"> • Quadrado de lados 1: Área = _____. 	
<ul style="list-style-type: none"> • Retângulo de lados y e 1: Área = _____. 	
<ul style="list-style-type: none"> • Retângulo de lados x e 1: Área = _____. 	
<ul style="list-style-type: none"> • Quadrado de lados y Área = _____. 	
<ul style="list-style-type: none"> • Quadrado de lados x: Área = _____. 	
<ul style="list-style-type: none"> • Retângulo de lados x e y: Área = _____. 	

2. Monômios e Polinômios

2.1. Definição de monômio:

É toda expressão algébrica racional e inteira representada por uma multiplicação de números e variáveis ou apenas por variáveis ou apenas por um número.¹

Exemplos: $-3x^2$, $\frac{1}{2}m^3n$, $\frac{-\sqrt[3]{11}}{3}$ e $a^9b^2, \sqrt{3}xyz^3$ são monômios. Um monômio possui uma parte literal, formada pelo produto das potências das variáveis, além de uma parte numérica, chamada de coeficiente do monômio, formada pelo número real que antecede a parte literal.

2.2. Definição de polinômio:

É a expressão algébrica constituída de dois ou mais termos.²

3. Regras do Algeplan e Multiplicação de Polinômios

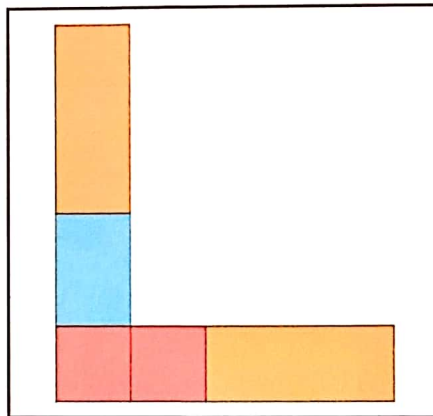
3.1 Regras do Algeplan para multiplicação de polinômios:

- Na multiplicação, só podem ser utilizados polinômios do primeiro grau;

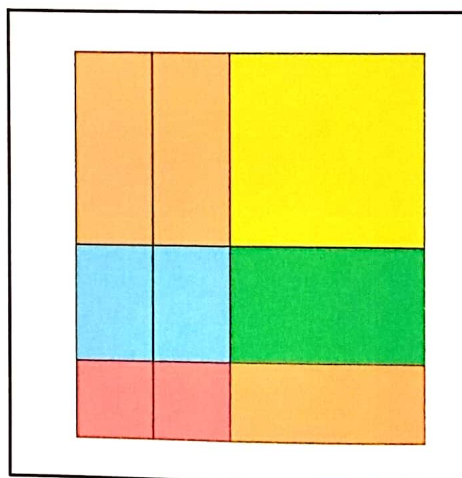
- Um polinômio representa a medida da base e o outro a medida da altura;
- Duas peças só podem encostar-se se os **lados comuns** tiverem a mesma medida;
- Todas as peças devem se encaixar formando um retângulo.

3.2. Multiplicação de polinômios:

Na multiplicação, com o auxílio do Algeplan, a área formada é o polinômio procurado. Analisando o exemplo da figura abaixo, vamos multiplicar os polinômios $(x + 2)$ e $(x + y + 1)$. Neste caso, temos que a base é representada pelo polinômio $(x + 2)$ e a altura, pelo polinômio $(x + y + 1)$.



Analisando a seguinte figura, a área formada como um todo é o resultado dessa multiplicação:



Diretoria de Ensino Superior das Licenciaturas

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de pesquisa: Álgebra

Licenciandos: Armando Jefferson Monteiro Belmiro, Giovanna Franca Bastos da Cunha, Marcos Paulo Dias Nascimento e Yara Silva Nascimento.

Orientador: Prof. Me. Livia Azelman de Faria Abreu.

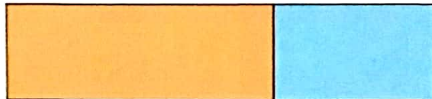
Nome: _____ Data: __/__/__.

1) Determine, utilizando o Algeplan, o resultado da soma entre polinômios. Depois cole o resultado obtido em cada item.

a)



b)



c) $(x + 2) + (x + 1) =$

d) $(x + y) + (y + 2) =$

e) $2x + y^2 =$

f) $2y^2 + y^2 =$

g) $x^2 + 2x + y^2 =$

h) $(x + y) + (y + x) =$

2) Determine, usando o Algeplan, o resultado de cada multiplicação dos polinômios. Em seguida, cole o resultado obtido em cada item com as peças recebidas.

a) $2(x + y) =$

b) $(2x + 1)(2y + 1) =$

c) $(x + 1) y =$

d) $2x^2 =$

e) $2xy =$

f) $2(x + y) =$

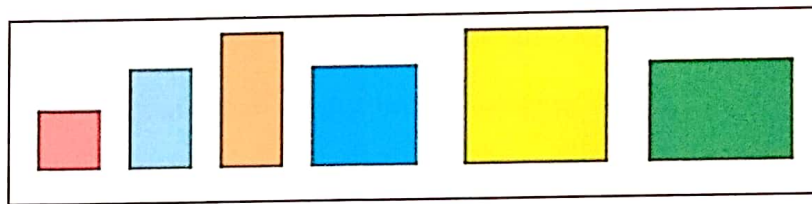
g) $(2x)(2y) =$

APÊNDICE B: MATERIAL DIDÁTICO EXPERIMENTADO NA TURMA REGULAR

Diretoria de Ensino Superior das Licenciaturas
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de pesquisa: Álgebra
Licenciandos: Armando Jefferson Monteiro Belmiro, Giovanna Franca Bastos da Cunha,
Marcos Paulo Dias Nascimento e Yara Silva Nascimento.
Orientador: Prof. Me. Livia Azelman de Faria Abreu.
Nome: _____ Data: __/__/__.

Multiplicação de Polinômios utilizando o Algeplan

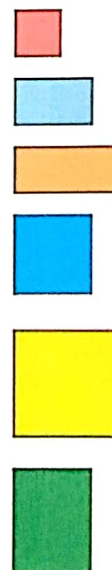
1. Você conhece o Algeplan?



O **Algeplan** é um material manipulativo utilizado para o ensino de soma, subtração, multiplicação e divisão de polinômios de grau no máximo dois. A ideia fundamental do **Algeplan** é contribuir com o estudo das operações com polinômios utilizando os lados e a área de retângulos.

Considerando as medidas de cada retângulo, representaremos a área de cada figura que compõe o Algeplan.

- Quadrado de lados 1:
Área = _____.
- Retângulo de lados y e 1:
Área = _____.
- Retângulo de lados x e 1:
Área = _____.
- Quadrado de lados y
Área = _____.
- Quadrado de lados x:
Área = _____.
- Retângulo de lados x e y:
Área = _____.



2. Monômios e Polinômios

2.1. Definição de monômio:

Um Monômio é um número ou uma expressão algébrica formada pelo produto de um número por uma ou mais letras. Esse produto pode estar expresso na forma de potência com expoentes naturais¹.

2.2. Definição de polinômio:

Polinômio é toda expressão algébrica que representa um monômio ou uma soma algébrica de monômios¹.

3. Regras do Algeplan e Multiplicação de Polinômios

3.1 Regras do Algeplan para multiplicação de polinômios:

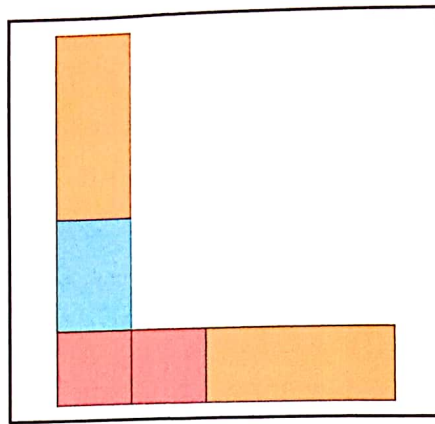
- Na multiplicação, só podem ser utilizados polinômios do primeiro grau;
- Um polinômio representa a medida da base e o outro a medida da altura do retângulo;
- Duas peças só podem encostar-se se os **lados comuns** tiverem a mesma medida;
- Todas as peças devem se encaixar formando um retângulo;

3.2. Multiplicação de polinômios:

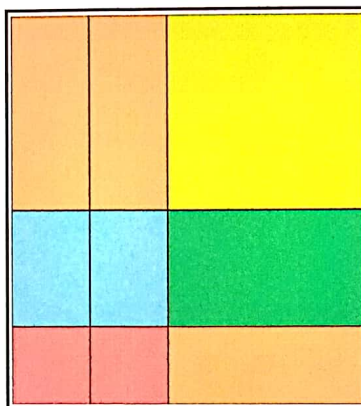
Na multiplicação, com o auxílio do Algeplan, a área formada é o polinômio procurado. Analisando o exemplo da figura a seguir, vamos multiplicar os polinômios $(x + 2)$ e $(x + y + 1)$. Neste caso, temos que a base é representada pelo polinômio $(x + 2)$ e a altura, pelo polinômio $(x + y + 1)$.

¹LEONARDO, Fabio Martins de. **Matemática**: Projeto Araribá – 3. Ed. – São Paulo: Moderna, 2010. p. 108.

²BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**: Bianchini/Edwaldo Bianchini – 7. ed. – São Paulo: Moderna, 2011. p.77.

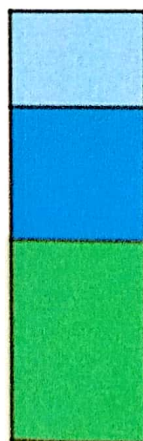


Multiplicando $(x + 2)$ por $(x + y + 1)$, obtemos a seguinte figura:



O polinômio resultante é $x^2 + xy + 3x + 2y + 2$.

Outro exemplo é a multiplicação de (y) por $(x + y + 1)$ teríamos como resultado a figura a seguir:



O polinômio resultante é $y^2 + xy + y$.

Diretoria de Ensino Superior das Licenciaturas

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de pesquisa: Álgebra

Licenciandos: Armando Jefferson Monteiro Belmiro, Giovanna Franca Bastos da Cunha, Marcos Paulo Dias Nascimento e Yara Silva Nascimento.

Orientador: Prof. Me. Livia Azelman de Faria Abreu.

Nome: _____ Data: __/__/____.

1) Determine, usando o Algeplan, o resultado de cada multiplicação dos polinômios. Em seguida, cole o resultado obtido em cada item com as peças recebidas.

a) $(2x + 1) \cdot (2y + 1) =$

b) $(2x) \cdot (x) =$

c) $(2y + 1) \cdot (y + 1) =$

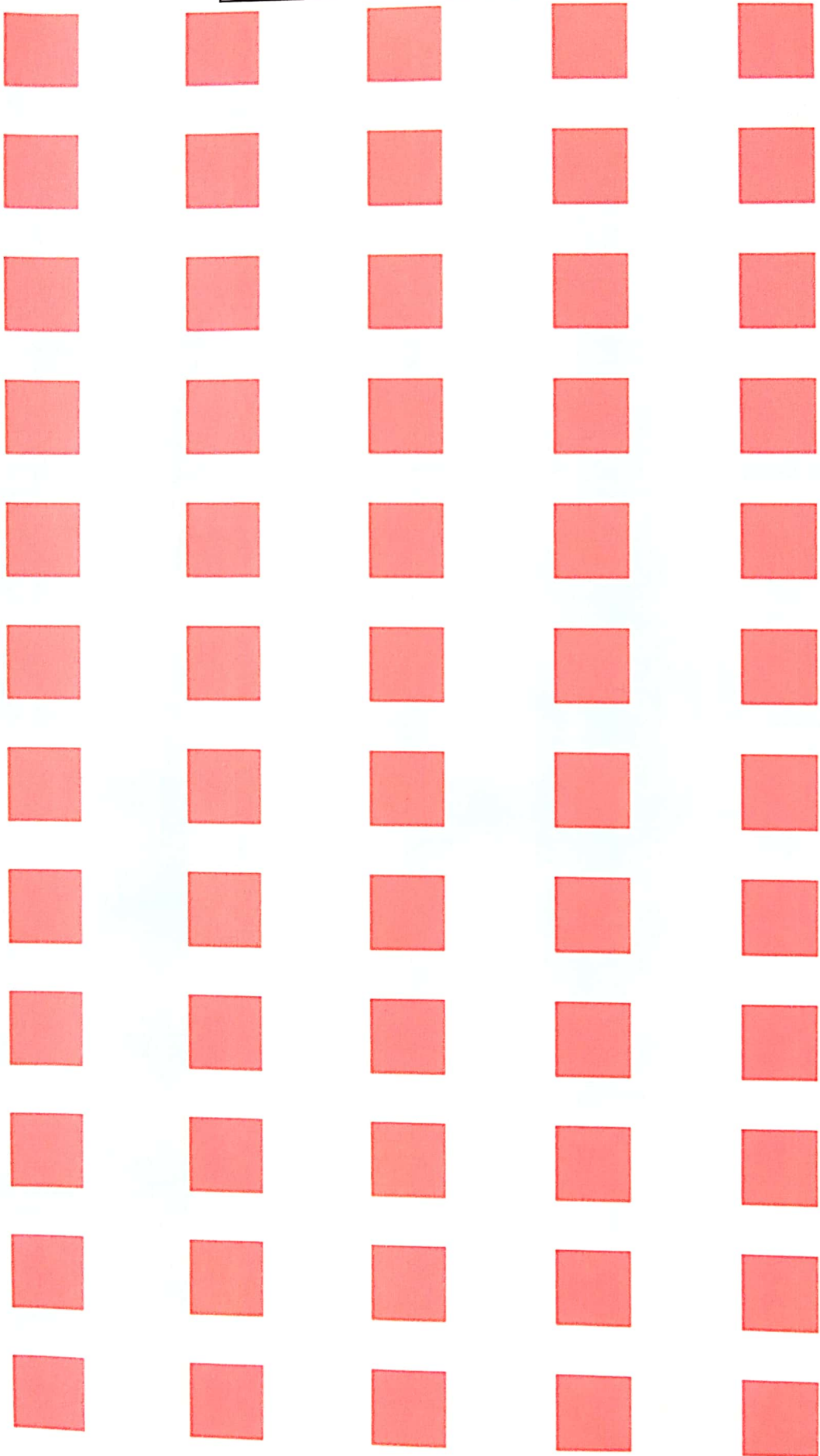
d) $(x + 1) \cdot y =$

e) $2 \cdot (x + y) =$

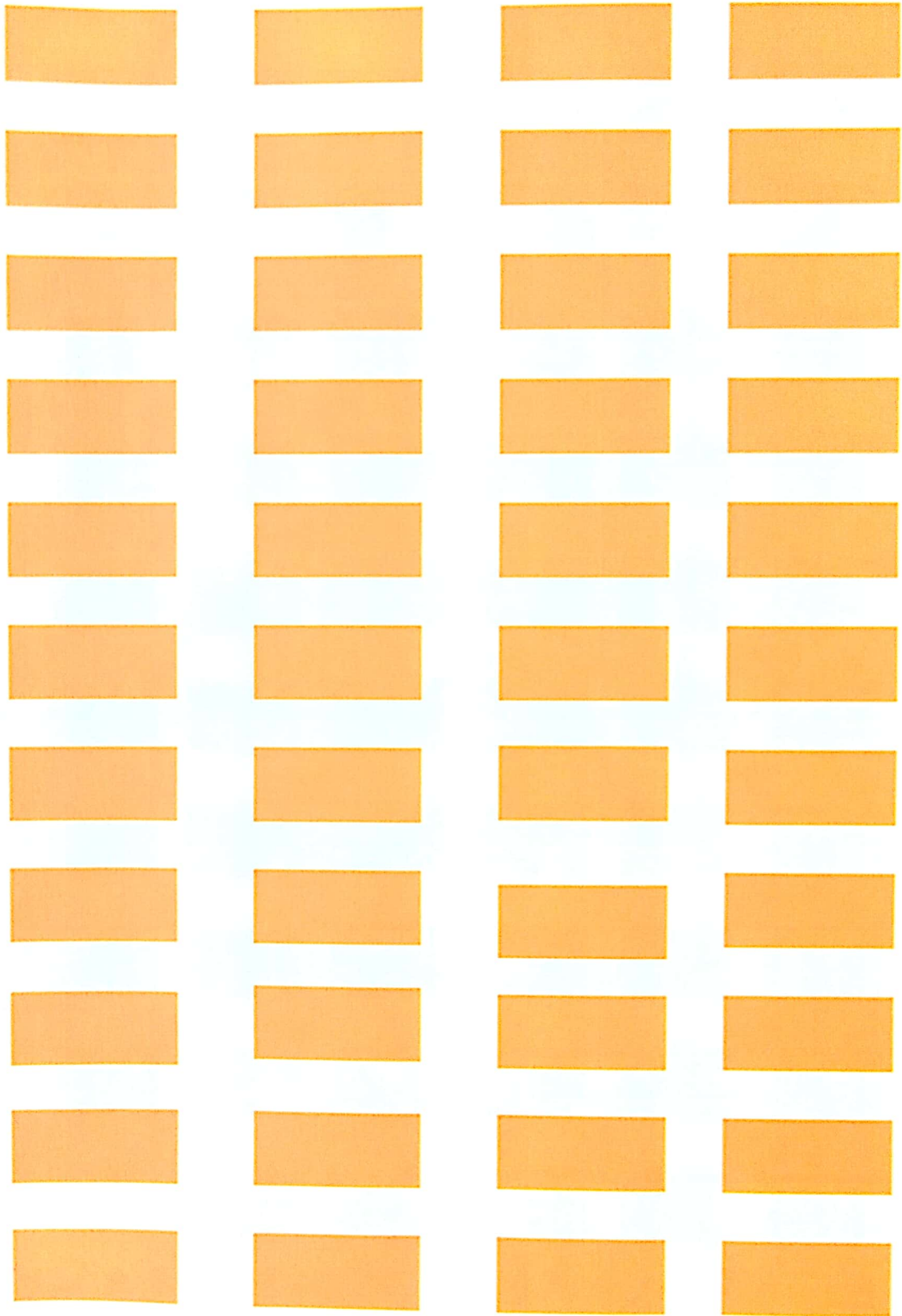
f) $(2x) \cdot (2y) =$

g) $(y + 1) \cdot (x + y) =$

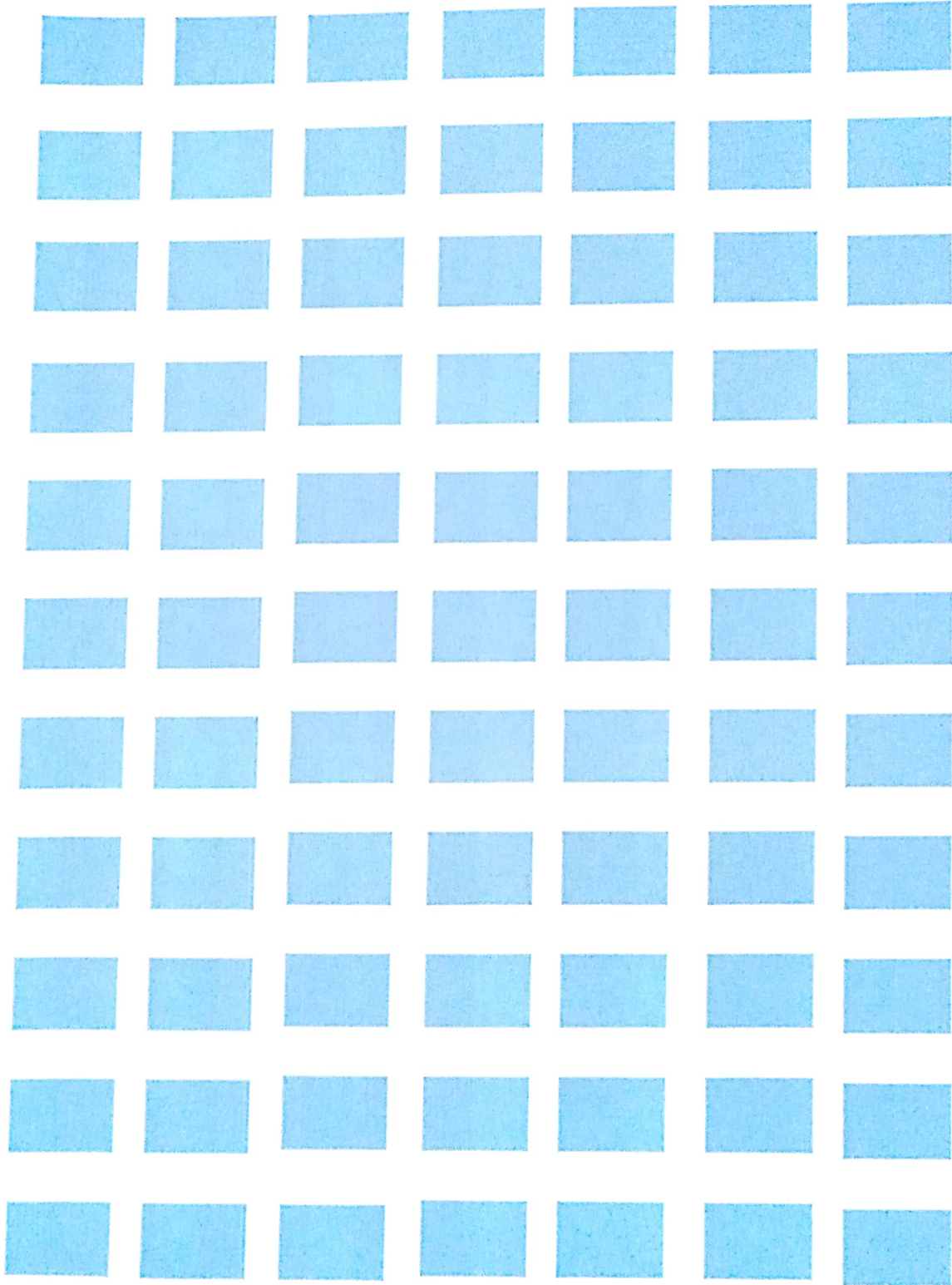
Quadrados Unitários



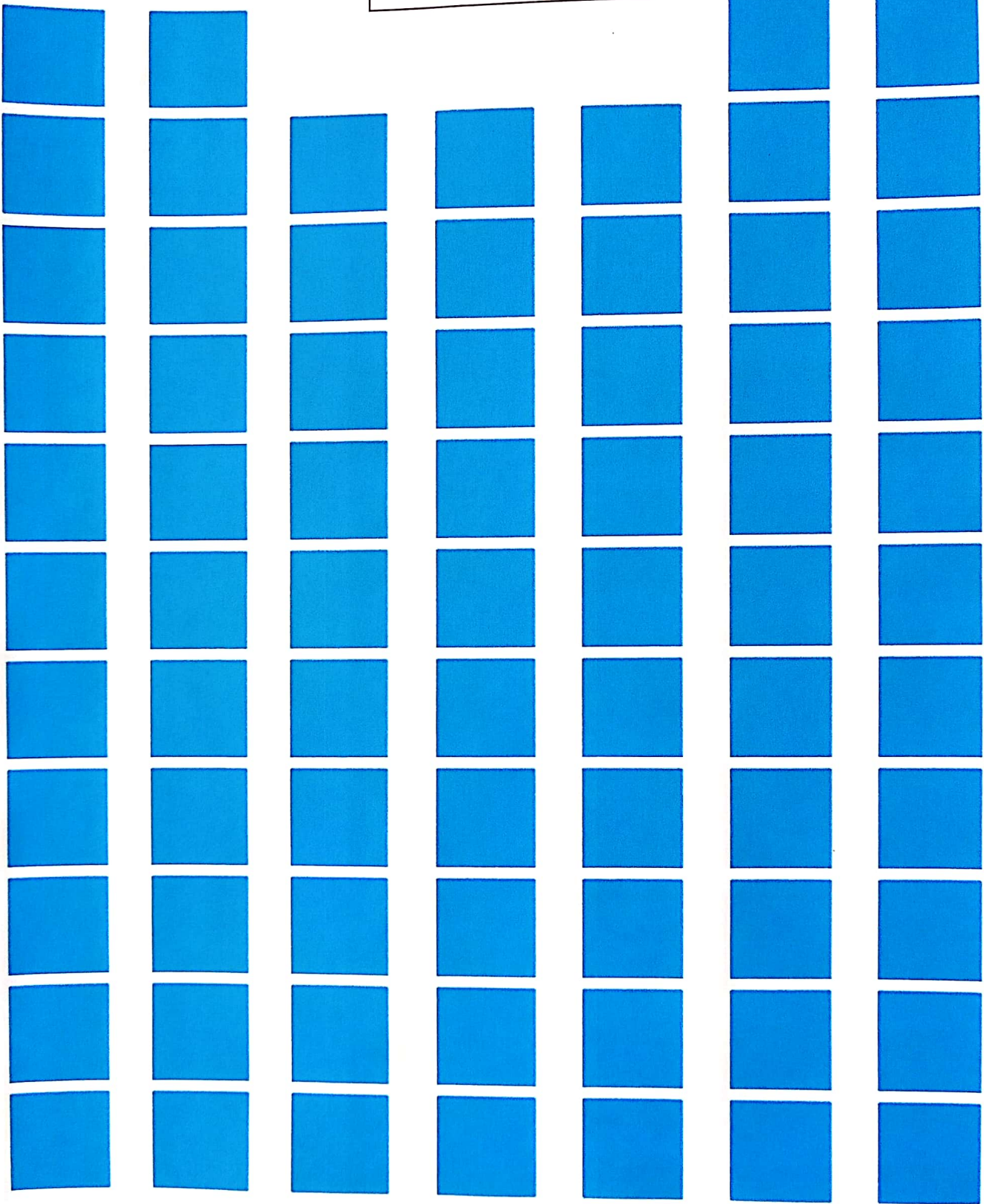
Retângulos de área x



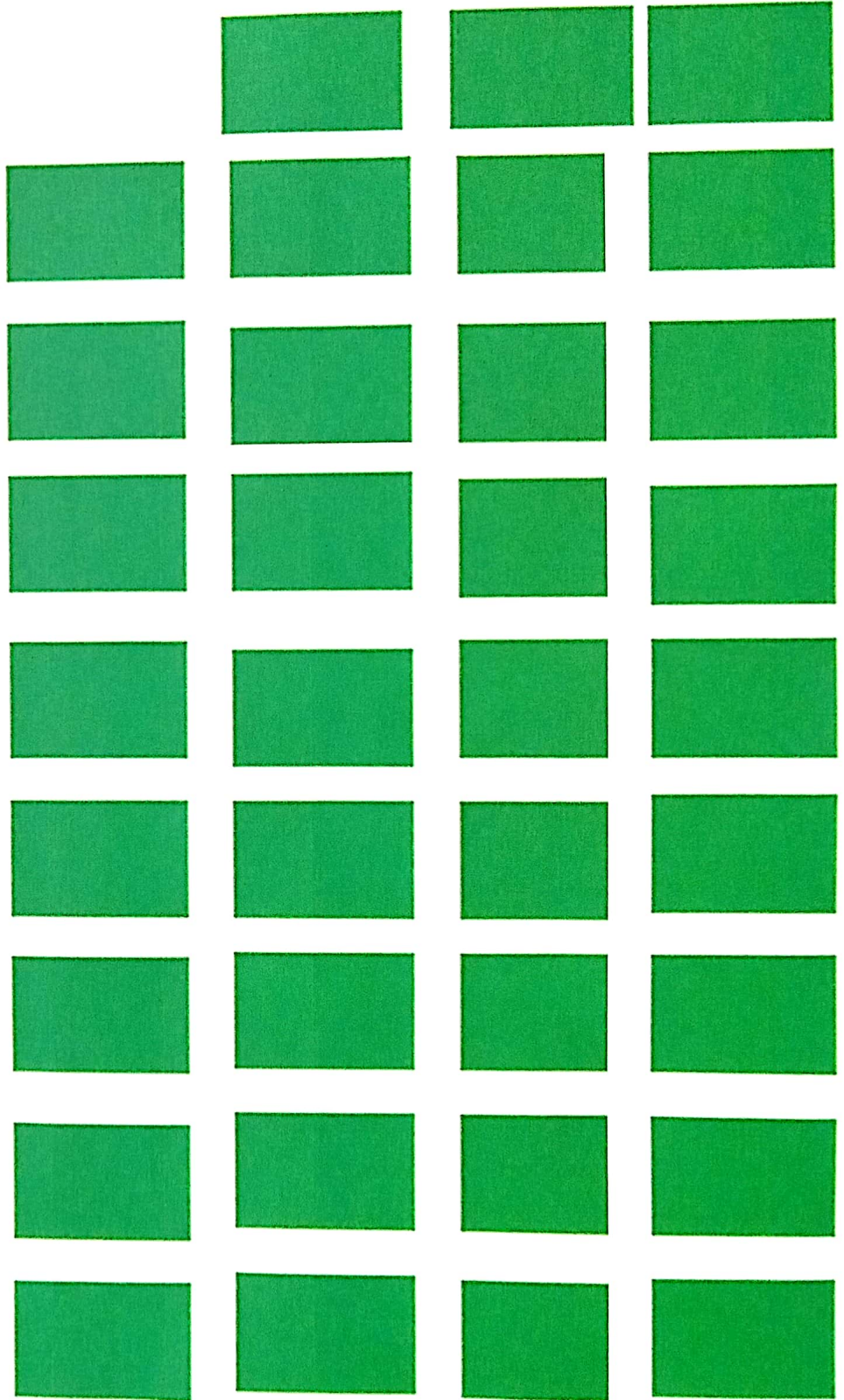
Retângulos de área y



Retângulos de área y^2



Retângulos de área xy



Retângulos de área x^2

