



RELATÓRIO DO LEAMAT

O JOGO TORRE DE HANÓI COMO FERRAMENTA NO ENSINO DE PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

HIURY LIMA DO ROSÁRIO
LAISA SUPRANI ROCHA
THABATTA AZEVEDO DE OLIVEIRA
VICKTÓRIA MARIA DOS SANTOS ARAÚJO DE BARROS

*Recibido.
12/11/19*

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2019.1

HIURY LIMA DO ROSÁRIO
LAISA SUPRANI ROCHA
THABATTA AZEVEDO DE OLIVEIRA
VICKTÓRIA MARIA DOS SANTOS ARAÚJO DE BARROS

RELATÓRIO DO LEAMAT

O JOGO TORRE DE HANÓI COMO FERRAMENTA NO ENSINO DE PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Lívia Alzeman de Faria Abreu

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2019.1

SUMÁRIO

1) Relatório do LEAMAT I	4
1.1) Atividades desenvolvidas	5
1.2) Elaboração da sequência didática.....	8
1.2.1) Tema	8
1.2.2) Justificativa	8
1.2.3) Objetivo Geral	11
1.2.4) Público Alvo	11
2) Relatório do LEAMAT II	7
2.1) Atividades desenvolvidas	7
2.2) Elaboração da sequência didática	8
2.2.1) Planejamento da sequência didática	8
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II .	9
3) Relatório do LEAMAT III	11
3.1) Atividades desenvolvidas	11
3.2) Elaboração da sequência didática	11
3.2.1) Versão final da sequência didática	11
3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular	12
..	
Considerações Finais	16
Referências	17
Apêndices	18
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	19
Apêndice B - Material didático experimentado na turma regular	22

1) Relatório do LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

Na aula do dia 27 de abril de 2018 foi apresentada a disciplina, as formas de avaliação e as linhas de pesquisa: Álgebra, Matemática Inclusiva e Geometria. Foi abordado o objetivo da linha de pesquisa Álgebra e entregue a atividade "Álgebra na resolução de problemas" contendo alguns desafios para serem solucionados e alguns problemas usando a balança (representando o princípio de equivalência).

Na aula do dia 04 de maio de 2018 foi discutido o texto "Primeiros Passos na Álgebra: Conceitos elementares e atividades pedagógicas" que tem como objetivo chamar a atenção dos professores para o ensino da Álgebra no Ensino Fundamental. Discutimos os pontos que nos chamaram a atenção e apresentamos nossa ideia para esta linha de pesquisa.

Na aula do dia 11 de maio de 2018 fizemos um resumo e uma atividade relacionada ao texto "O ensino da Álgebra" que aborda a forma mais adequada para a introdução da Álgebra para os alunos do Ensino Fundamental. O texto ainda traz que as estratégias didáticas a serem adotadas devem ser aquelas que incluem etapas de generalização.

Na aula do dia 08 de junho de 2018 foi realizada uma atividade com o material concreto Algeplan cujo objetivo era aplicar os conceitos de produtos notáveis utilizando conceitos de Geometria.

Na aula do dia 22 de junho de 2018 foi realizada uma apresentação sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Fundamental II na qual foram apresentados os objetivos do documento e as propostas para o ensino de Matemática.

As aulas seguintes destinaram-se às apresentações dos temas escolhidos para serem desenvolvidos na linha de pesquisa Álgebra.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema

Relação entre o jogo Torre de Hanói e a Progressão Geométrica.

1.2.2) Justificativa

A Matemática possui um papel fundamental na formação do aluno pois possibilita o desenvolvimento de habilidades que vão lhe proporcionar uma melhor compreensão e interação com o mundo e continuidade da vida discente. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM):

A matemática ciência, com seus processos de construção e validação de conceitos e argumentações e os procedimentos de generalizar, relacionar e concluir que lhe são característicos, permite estabelecer relações e interpretar fenômenos e informações. As formas de pensar dessa ciência, possibilitam ir além da descrição da realidade e da elaboração de modelos (BRASIL, 2000, p. 9).

É necessário então que o aluno compreenda a importância da Matemática em sua vida para que o mesmo se aproprie dela de maneira que possa utilizá-la em seu favor, possibilitando uma melhor interpretação da realidade. Ainda segundo o PCNEM:

É preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de idéias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistemas de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações (BRASIL, 2000, p. 40).

Nessa perspectiva, é necessário então que o ensino da Matemática proporcione ao aluno a percepção da sua importância e utilidade. Dessa maneira, a Álgebra tem muito a contribuir pelo fato de ter relação com as mais diversas atividades do cotidiano. De acordo com as Orientações Complementares do PCN (PCN+),

A álgebra, na vivência cotidiana se apresenta com enorme importância enquanto linguagem, como na variedade de gráficos presentes diariamente nos noticiários e jornais, e também enquanto instrumento de cálculos de natureza financeira e prática, em geral. (BRASIL, 2000, p. 120).

Porém, muitos são os desafios encontrados no processo de ensino e

aprendizagem de Matemática, impedindo, muitas vezes que os conceitos sejam assimilados de forma a proporcionar uma aprendizagem significativa para o aluno. Um dos fatores que contribuem para isso são as metodologias tradicionais que trabalham os conteúdos de maneira engessada, impedindo que o aluno seja, muitas vezes, sujeito ativo no processo de aprendizagem. De acordo com o PCN:

É preciso, portanto, selecionar conteúdos e escolher metodologias coerentes com nossas intenções educativas [...]. Elas incluem, com certeza, compreender a natureza como uma intrincada rede de relações, um todo dinâmico, do qual o ser humano é parte integrante, com ela interage, dela depende e nela interfere, reduzindo seu grau de dependência, mas jamais sendo independente. Implica também identificar a condição do ser humano de agente e paciente de transformações intencionais por ele produzidas (BRASIL, 2000, p. 20).

Reforçando a importância da utilização de metodologias alternativas que possibilitem melhores interações com os elementos do conhecimento, destaca-se a utilização do jogo que aparece como uma proposta lúdica e desafiadora ao aluno, que contribui com uma aprendizagem significativa, dando sentido ao aprender. Assim, Almeida (2001, apud POTT, TANCREDI, 2005, p. 3) afirma que “os jogos despertam no aluno a vontade de aprender através dos desafios propostos.”

Ainda sobre o uso dos jogos, Macedo, Petty e Passos (2005) apontam que “O jogo é fundamental para o desenvolvimento do raciocínio, contribuindo muito para a aprendizagem, principalmente se houver a possibilidade de jogá-lo com frequência” (MACEDO; PETTY; PASSOS, 1997, apud POTT; TANCREDI, 2005, p. 3).

A partir das justificativas anteriores, será proposta a utilização do jogo Torre de Hanói para abordar o tema Progressão Geométrica. Este jogo ‘Torre de Hanói’ contém conceitos matemáticos implícitos, como Progressão Geométrica, Função Exponencial e Sequências Recursivas (OLIVEIRA; CALEJON; BRITO, 2016, p. 2).

A utilização desse material se justifica pelo fato de ser um jogo, possuir conceitos matemáticos e possibilitar uma interação direta com esses conceitos.

A utilização da Torre de Hanói para o ensino de conceitos da Matemática se justifica pelo fato de ser um jogo e possuir características, propriedades e regras específicas, capazes de contribuir significativamente para o aprendizado no Ensino de

Matemática. [...] o jogo Torre de Hanói oferece para os processos de ensino e aprendizagem de conteúdos veiculados no Ensino Médio, como, Função Exponencial e Progressão Geométrica, Sequências Recursivas por uma perspectiva lúdica e descontraída, repletas de ideias matemáticas que muitas vezes se passam despercebidas (OLIVEIRA; CALEJON; BRITO, 2016, p.1).

É importante destacar que o papel do professor no processo de ensino e aprendizagem deve ser o de mediador do conhecimento. Neste sentido, Valenzuela (2005) afirma que “nos jogos, o educador deve ser o animador, um professor flexível, motivador, buscando desafiar e dialogar.”

Pretende-se elaborar uma sequência didática que proporcione aos alunos a apreensão de conceitos matemáticos da Progressão Geométrica, por meio do jogo Torre de Hanói.

1.2.3) Objetivo Geral

Proporcionar ao aluno a compreensão das fórmulas da Progressão Geométrica por meio do jogo Torre de Hanói.

1.2.4) Público Alvo

Alunos da 2.^a série do Ensino Médio.

2) Relatório do LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

Inicialmente, as aulas foram destinadas à elaboração da sequência didática. A cada aula, os grupos foram realizando pesquisas no Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática - LEAMAT, utilizando livros, internet, por debates em grupo e sugestões da orientadora. O grupo definiu, então, as etapas da sequência didática e elaborou uma primeira versão da apostila que seria utilizada.

Foram realizadas as apresentações de todos os grupos do LEAMAT II com suas sequências didáticas no intuito de verificar se a proposta estava de acordo com o público-alvo, se o tempo seria suficiente e para testar o material elaborado.

As sugestões feitas após a aplicação deste grupo serão detalhadas mais adiante. Após as apresentações de todos os grupos, foi iniciada a elaboração do

relatório final do LEAMAT II.

2.2) Elaboração da sequência didática

2.2.1) Planejamento da sequência didática

Inicialmente analisamos o material proposto pela orientadora e outros artigos pesquisados pelo grupo B1. Em seguida, o grupo iniciou o esboço do planejamento da sequência didática.

A aula será iniciada com o jogo Torre de Hanói em tamanho gigante (Figura 1) em que os alunos serão convidados a jogar em grupo com o jogo de madeira e para introdução do jogo e com intuito de incentivar os alunos apresentamos a lenda da Torre.

Figura 1 – Torre de Hanói em tamanho gigante



Fonte: Protocolo de Pesquisa.

A lenda diz que: “no começo dos tempos, Deus criou a Torre de Brahma, que contém três pinos de diamante e colocou no primeiro pino 64 discos de ouro maciço. Deus então chamou seus sacerdotes e ordenou-lhes que transferissem todos os discos para o terceiro pino, seguindo as regras acima. Os sacerdotes então obedeceram e começaram o seu trabalho, dia e noite. Quando eles terminarem, a Torre de Brahma irá ruir e o mundo acabará.”

A ideia é que os estudantes joguem, juntamente com o grupo, e preencham a tabela (Figura 2) que relaciona o número de discos com a quantidade mínima de movimentos para completar o jogo.

Figura 2 – Quadro para preenchimento do número de movimentos de cada peça do jogo

Quantidades de discos da Torre	Quantidade de movimentos de cada peça				Total de movimentos
	Peça 1	Peça 2	Peça 3	Peça 4	
1					
2					
3					
4					

Fonte: Elaboração própria.

Para a correção da tabela, será utilizada uma apresentação de *slides* com a tabela previamente preenchida. Espera-se que os alunos encontrem a relação entre o número de peças movidas e o número de jogadas. Caso isso não ocorra, o grupo apresentará a relação existente.

Após a correção da tabela, é revisado o conceito de Progressão Geométrica (P.G.), a fórmula do termo geral da P.G. e a fórmula da soma dos termos da P.G.. Em seguida é estabelecida, juntamente com os alunos, uma relação entre a soma dos termos de uma P.G. com a quantidade mínima de movimentos dos discos para se terminar o jogo. Para finalizar a aula serão propostos cinco exercícios. A primeira e a segunda questão são para ratificar a revisão de P.G. sendo a primeira para calcular o termo geral de uma P.G. e a segunda para calcular a soma dos termos de uma P.G.. As demais questões estão relacionadas à relação do jogo Torre de Hanói com P.G. A primeira é para que o aluno identifique e escreva a relação entre P.G. e Torre de Hanói apresentada durante a aula e as outras têm como objetivo verificar se o aluno é capaz de aplicar a relação estabelecida em aula.

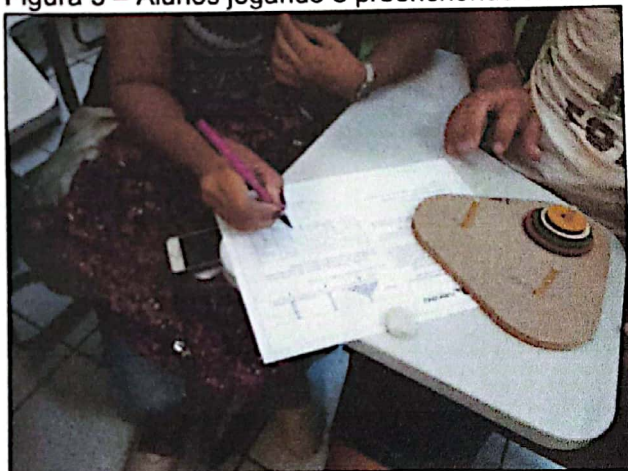
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

A sequência didática foi aplicada em 12 de dezembro de 2018, na turma do LEAMAT II. Levando em consideração que a aplicação aconteceu em uma turma de

licenciandos em Matemática, há o entendimento que estes, por já terem estudado os conceitos abordados, não apresentaram dificuldades na compreensão da sequência didática elaborada.

Como previsto, a aula iniciou com a apresentação do jogo Torre de Hanói e da apostila. Em seguida, os alunos jogaram sem apresentar muitas dificuldades, depois houve o preenchimento da tabela (Figura 3). Então, o grupo revisou os conceitos de PG e construiu, juntamente com os alunos, a relação entre o jogo e a P.G.. Sendo assim, os exercícios foram aplicados e corrigidos.

Figura 3 – Alunos jogando e preenchendo a tabela



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após a aplicação, ficou evidente a necessidade de três horários para a aplicação na turma regular, com o intuito de utilizar esse tempo extra para explorar mais a revisão de PG e para correção de todos os exercícios.

Alguns comentários foram feitos após a apresentação na turma do LEAMAT II pelas orientadoras e licenciandos que estão descritos a seguir.

Na primeira imagem da apostila, foi sugerida a substituição das palavras peças por discos e casas por pinos, para padronizar a escrita com a fala do grupo. Assim como na tabela, “peças” por “discos” e “total de movimentos” por “mínimo de movimentos”.

Além disso, foi sugerido deixar explícito que há um número mínimo de jogadas para os alunos chegarem a esta conclusão.

Nos exercícios foi sugerido que houvesse uma troca na ordem das questões, a eliminação de uma e o acréscimo de uma outra que tenha relação com a lenda da Torre de Hanói.

3) Relatório do LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

Na primeira aula foi apresentado o calendário com as datas previstas para apresentações e entrega de relatórios. A professora Lívia apresentou um texto que aborda as dificuldades e desafios de enfrentar a sala de aula pela primeira vez.

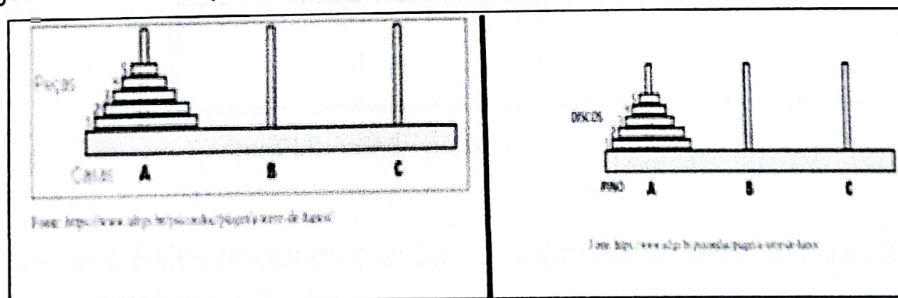
As aulas seguintes foram destinadas às mudanças da sequência didática que sugeridas pelos licenciandos e professoras após aplicação na turma do LEAMAT II.

3.2) Elaboração da sequência didática

3.2.1) Versão final da sequência didática

Como sugerido, trocamos as palavras “peças” por “discos” e “casas” por “pinos”, para padronizar a escrita com a fala do grupo (Figura 4). Assim como na tabela, peças por discos e total de movimentos por total mínimo de movimentos.

Figura 4 - Versões preliminar e final das nomenclaturas dos elementos do jogo



Fonte: Adaptado de <https://www.ufpr.br/psicoeduc/piaget/a-torre-de-hanoi/>.

A tabela para preenchimento do número mínimo de movimentos também foi alterada, seguindo as sugestões (Figura 5).

Figura 5 - Tabela da versão inicial da apostila

Quantidades de discos da Torre	Quantidade de movimentos de cada peça				Total de movimentos
	Peça 1	Peça 2	Peça 3	Peça 4	
1					
2					
3					
4					

Fonte: Elaboração própria.

Figura 6 - Tabela da versão final da apostila

Quantidade de discos da Torre	Número mínimo de movimentos
1	
2	
3	
4	

Fonte: Elaboração própria.

Nos exercícios trocamos a ordem das questões, retiramos a primeira questão, e acrescentamos outra para trabalhar a fórmula que chegamos ao decorrer da apresentação da sequência.

3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

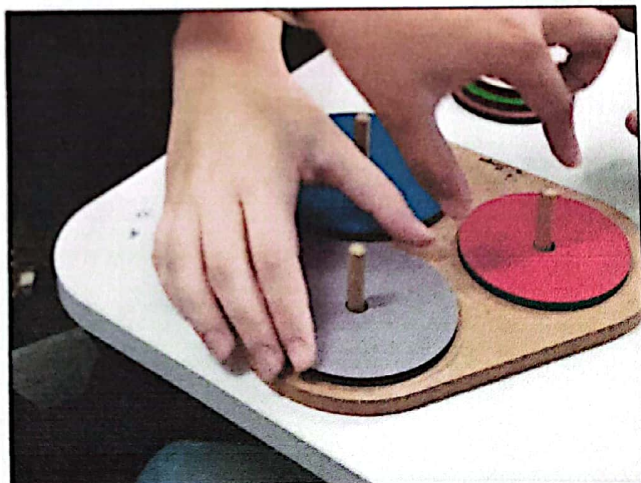
A aplicação da sequência didática na turma regular ocorreu dia 01 de julho de 2019 no Instituto Federal Fluminense, em uma turma de terceiro ano do Curso Técnico em Edificações Integrado ao Ensino Médio. No dia da aplicação havia 25 alunos na turma e foi disponibilizado dois tempos de 50 minutos de aula.

Começamos a aula com a apresentação do grupo de professores em formação, explicamos o objetivo da disciplina LEAMAT (Laboratório de Ensino aprendizagem de matemática) no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense. Informamos que seriam tiradas fotos, mas que os rostos dos alunos seriam preservados.

Em seguida, apresentamos o jogo Torre de Hanói para os alunos, as regras e sua história, os alunos aprenderam a partir de uma representação em tamanho grande da Torre de Hanói. Em seguida, convidamos um aluno para experimentar o jogo na Torre gigante.

Após a apresentação do jogo, foram formados grupos de 4 alunos e distribuídos jogos para que os alunos pudessem jogar, tentar observar estratégias para alcançar o número mínimo de jogadas e para preencher a tabela Figura 7.

Figura 7 - Alunos jogando Torre de Hanói



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Assim que os alunos terminaram de completar a tabela, os licenciandos foram ao quadro para correção. Alguns alunos chegaram ao resultado esperado e outros tiveram um pouco mais de dificuldade.

Figura 8 - Tabela preenchida por pelo aluno A

Estratégia: Determinando a estratégia para o menor número de jogadas possíveis, será possível identificar que existe uma relação para o número de discos movidos x número de jogadas.

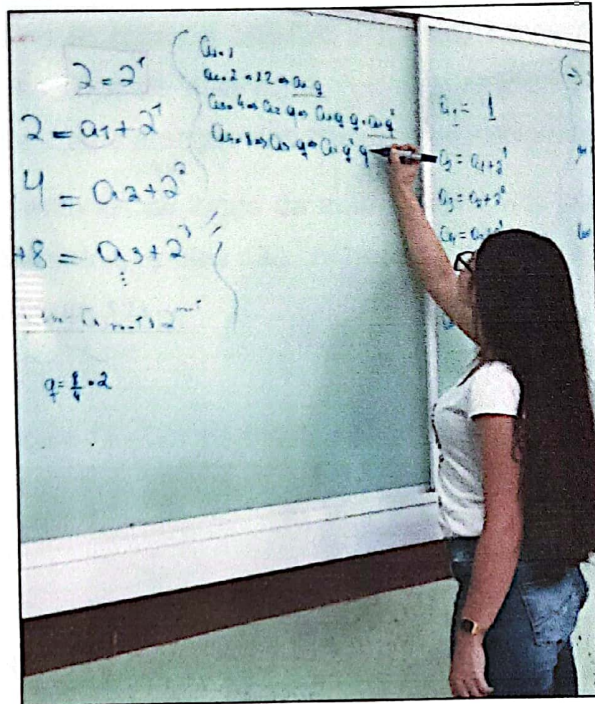
Quantidade de discos da Torre	Número mínimo de movimentos
1	1
2	3
3	7
4	15

Chegando a relação

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em seguida usamos a tabela para chegar a fórmula de recorrência junto aos alunos, como previsto no planejamento da sequência didática. Nesse momento, buscamos associar, junto aos alunos, o resultado obtido com algum conteúdo matemático, já estudado por eles. Alguns alunos perceberam que havia um padrão e que existia uma razão e sugeriram ser, então, uma Progressão Aritmética ou uma Progressão Geométrica. Por fim, concluíram ser uma Progressão Geométrica (P.G.). Dando sequência, avançamos para a revisão de P.G. (figura 9) onde os alunos mostraram um pouco de dificuldade em compreender as demonstrações do Termo Geral de uma P.G. e da fórmula da soma dos termos de uma P.G. finita. Após este momento concluímos a demonstração inicial estabelecendo a fórmula para o cálculo do número mínimo de movimentos.

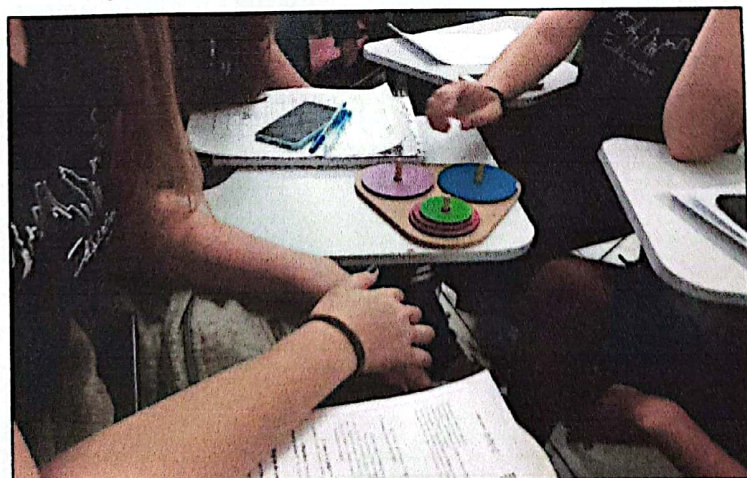
Figura 9 - Revisão de Progressão Geométrica



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ao final da demonstração da relação do jogo Torre de Hanói com a Progressão Geométrica, os alunos começaram a fazer os exercícios. Os alunos não apresentaram dificuldades para realizarem os exercícios, foram participativos e interessados ao longo da aula (figura 10).

Figura 10 - Alunos resolvendo exercícios



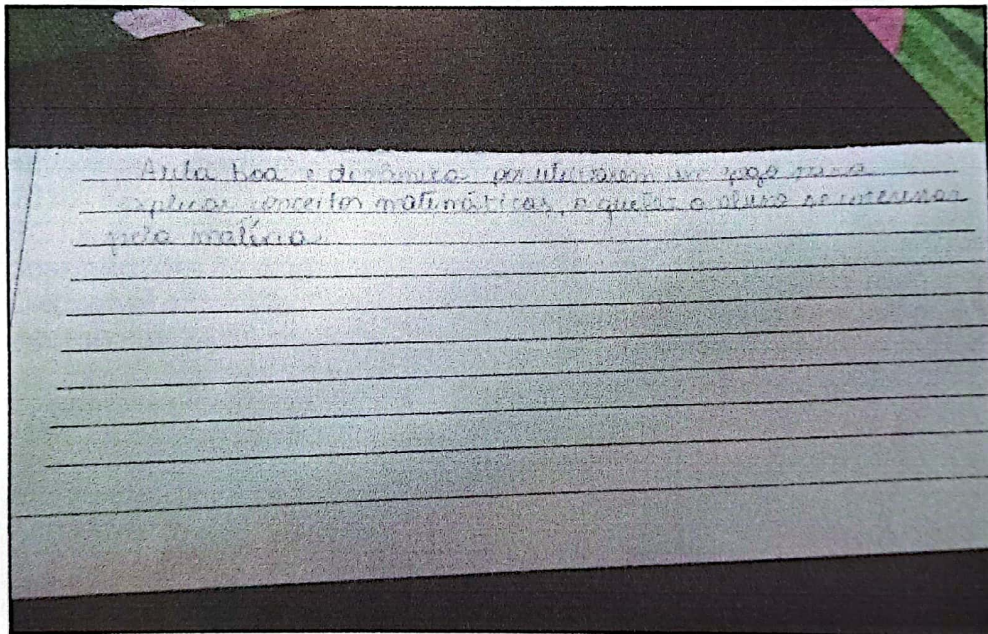
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Considerações finais

O trabalho alcançou o objetivo proposto, conseguimos aplicar a sequência dentro de dois horários de aula como previsto. O jogo possibilitou maior interação com a turma, prendeu a atenção dos alunos e os instigou a participar da aula.

Os comentários ao longo da aula foram muito positivos em relação ao uso do jogo, algo diferente que eles não conheciam, conforme apresentado por um aluno em seu relato (Figura 11).

Figura 11 - Comentário do aluno B sobre a aula



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Referências

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio). Parte III. Brasília: MEC/SEF, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/conaes-comissao-nacional-de-avaliacao-da-educacao-superior/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12598-publicacoes-sp-265002211>>. Acesso em: 24 jul. 2018.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio - Orientações complementares). Parte III. Brasília: MEC/SEF, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/conaes-comissao-nacional-de-avaliacao-da-educacao-superior/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12598-publicacoes-sp-265002211>>. Acesso em: 24 jul. 2018.

OLIVEIRA, S,G; CALEJO L ,M, C; BRITO, A ,S. A Utilização e Aplicação do Jogo Torre de Hanói para o Ensino de Conceitos Matemáticos Mais Atraente e Eficaz. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). São Paulo, 2016. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/autores-A.html>>. Acesso em 03 ago. 2018

POTT, A. B; TANCREDI, R. M. S. P. **Os jogos no ensino da matemática:** possibilidades de dinamização das práticas pedagógicas. Santa Catarina. 2005. Disponível em: <<http://www.portaldosprofessores.ufscar.br/bibliotecaDetalhe.jsp>>. Acesso em: 24 jul. de 2018.

Campos dos Goytacazes (RJ), 14 de Outubro de 2019.

Hiury Lima do Rosário

Hiury Lima do Rosário

Laisa Suprani Rocha

Laisa Suprani Rocha

Thabatta Azevedo de Oliveira

Thabatta Azevedo de Oliveira

Vicktória Maria dos Santos Araújo de Barros
Vicktória Maria dos Santos Araújo de Barros

Apêndice

Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Torre de Hanói

A Torre de Hanói é um dos quebra-cabeças matemáticos mais populares. Ele foi inventado por Edouard Lucas em 1883.

Existe uma mitologia inventada pelo próprio Edouard:

No começo dos tempos, Deus criou a Torre de Brahma, que contém três pinos de diamante e colocou no primeiro pino 64 discos de ouro maciço. Deus então chamou seus sacerdotes e ordenou-lhes que transferissem todos os discos para o terceiro pino, seguindo as regras acima. Os sacerdotes então obedeceram e começaram o seu trabalho, dia e noite. Quando eles terminarem, a Torre de Brahma irá ruir e o mundo acabará.

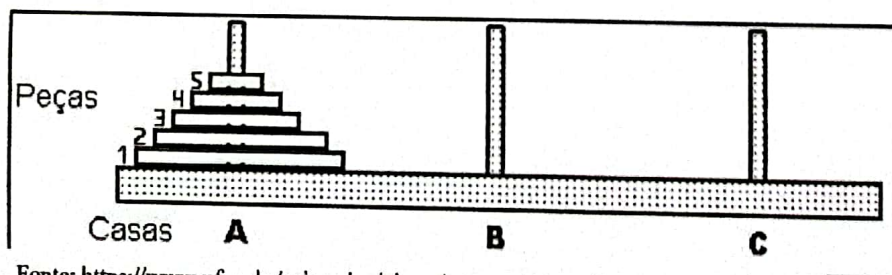
Como é o jogo: As peças do jogo são n discos de tamanhos diferentes e todos com um furo em seu centro e três pinos onde são colocados os discos em ordem decrescente de tamanho.

Objetivo: Determinar uma estratégia para movimentar as peças de uma torre para outra com o menor número de jogadas de acordo com as regras.

Regras do jogo:

- 1 - Só pode movimentar uma peça por vez;
- 2 - Uma peça maior não pode ficar sobre uma menor;
- 3 - As peças devem estar sempre numa das três hastes, ou em movimento.

Estratégia: Determinando a estratégia para o menor número de jogadas possíveis, será possível identificar que existe uma relação para o número de peças movidas x número de jogadas:



Fonte: <https://www.ufrgs.br/psicoeduc/piaget/a-torre-de-hanoi/>

Progressão Geométrica

Progressão geométrica é uma sequência numérica que cresce ou decresce pelo produto por uma taxa constante. Nessa progressão, os seus termos a partir do segundo é igual ao produto do termo anterior por uma constante denominada razão q .

Exercícios:

- 1) Determine o décimo termo de uma progressão geométrica cujo primeiro termo é 2 e a razão é 3.

De acordo com o que aprendeu sobre a torre de Hanói e PG, responda as questões a seguir:

- 2) Determine a soma dos doze primeiros elementos da progressão geométrica (2, 8, 32, 128...).

- 3) Existe alguma relação matemática entre o número n de peças da torre e o número mínimo $A(n)$ necessário para efetuar a sua transferência da haste de origem para a haste final?

- 4) Qual o número mínimo de jogadas para 7 discos ?

- 5) Utilizando o número mínimo de jogadas, Pedro fez 63 movimentos. Determine a quantidade de discos que Pedro estava jogando.

Apêndice B - Material didático aplicado na turma regular

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Álgebra

Licenciandos: Hiury Lima do Rosário, Laisa Suprani Rocha, Thabatta Azevedo de Oliveira e Victória Maria dos Santos Araújo Barros

Orientadora: Prof^ª. Me. Livia Azelman Faria de Abreu

Torre de Hanói

A Torre de Hanói é um dos quebra-cabeças matemáticos mais populares. Ele foi inventado por Edouard Lucas em 1883.

Existe uma mitologia inventada pelo próprio Edouard:

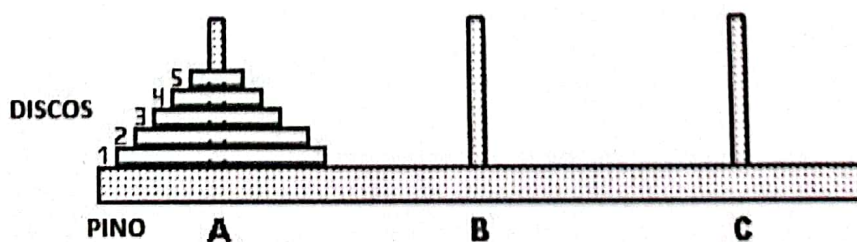
No começo dos tempos, Deus criou a Torre de Brahma, que contém três pinos de diamante e colocou no primeiro pino 64 discos de ouro maciço. Deus então chamou seus sacerdotes e ordenou-lhes que transferissem todos os discos para o terceiro pino, seguindo as regras abaixo. Os sacerdotes então obedeceram e começaram o seu trabalho, dia e noite. Quando eles terminarem, a Torre de Brahma irá ruir e o mundo acabará.¹

Como é o jogo: As peças do jogo são n discos de tamanhos diferentes e todos com um furo em seu centro e três pinos onde são colocados os discos em ordem decrescente de tamanho.

Objetivo: Determinar uma estratégia para movimentar as peças de uma torre para outra com o menor número de jogadas de acordo com as regras.

Regras do jogo:

- 1 - Só pode movimentar uma peça por vez;
- 2 - Uma peça maior não pode ficar sobre uma menor;
- 3 - As peças devem estar sempre numa das três hastes, ou em movimento.



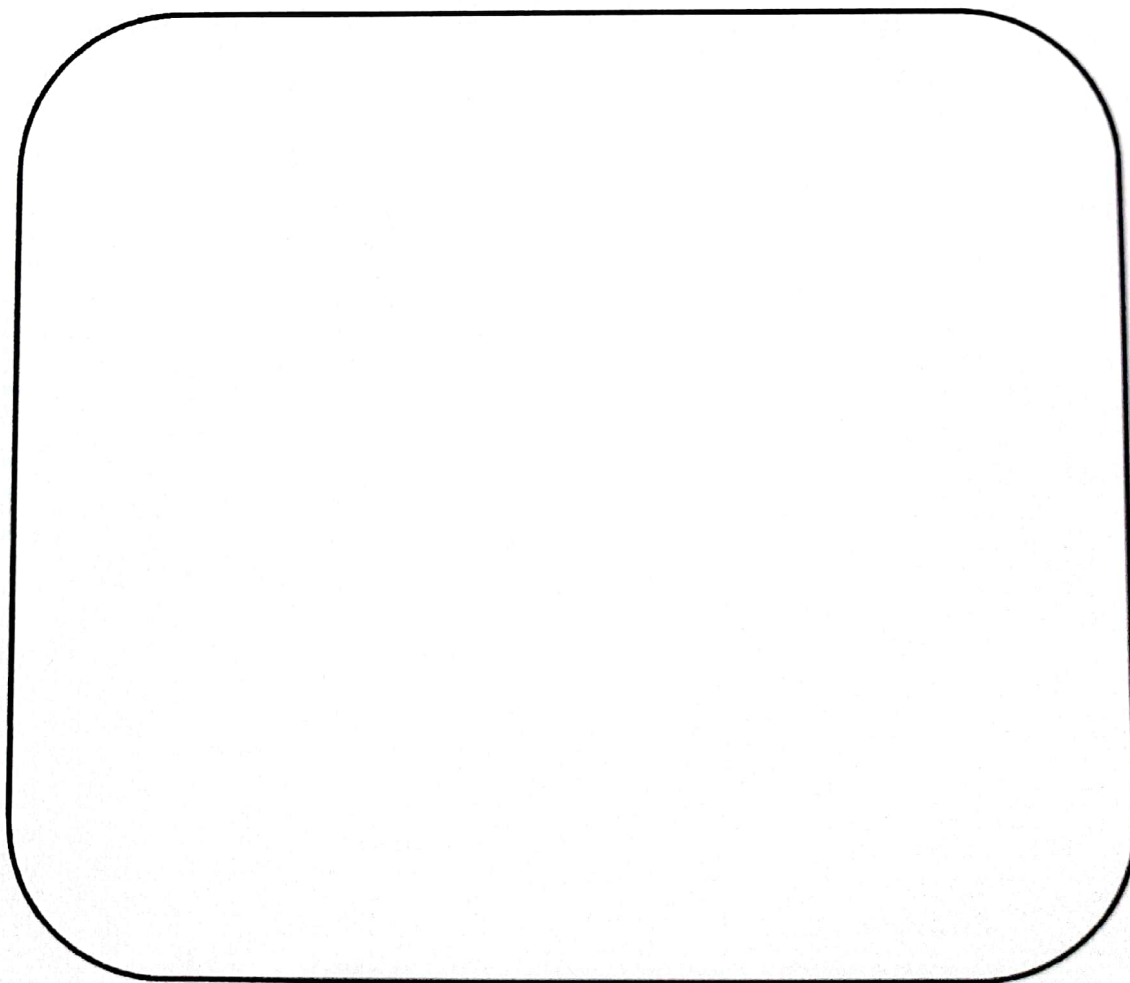
Fonte: <https://www.ufrgs.br/psicoeduc/piaget/a-torre-de-hanoi/>

¹ Disponível em: <https://carreiras.stoodi.com.br/torre-de-hanoi/>

Estratégia: Determinando a estratégia para o menor número de jogadas possíveis, será possível identificar que existe uma relação para o número de discos movidas x número de jogadas:

Quantidade de discos da Torre	Número mínimo de movimentos
1	
2	
3	
4	

Chegando a relação



1) Você percebe a existência de uma relação entre o número de discos da torre e a igualdade $S_n = 2^n - 1$? Descreva com suas palavras.

2) Qual o número mínimo de jogadas para 7 discos ?

3) Com quantos discos iniciou – se uma partida sabendo que o número mínimo de jogadas é 63?