RELATÓRIO DO LEAMAT

TRANSFORMAÇÕES GRÁFICAS DA FUNÇÃO MODULAR

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

JHENNYFER PESSANHA DE SOUZA
LUCIANO CORRÊA SOARES
RAFAEL CORRÊA DA SILVA
THAINÁ BARRETO POLATO

Recebido em 21/02/2020

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2019.2

JHENNYFER PESSANHA DE SOUZA
LUCIANO CORRÊA SOARES
RAFAEL CORRÊA DA SILVA
THAINÁ BARRETO POLATO

RELATÓRIO DO LEAMAT

TRANSFORMAÇÕES GRÁFICAS DA FUNÇÃO MODULAR

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª. Me. Lívia Azelman de Faria Abreu

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2019.2

SUMÁRIO

1) RELATÓRIO DO LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

No dia 26 de setembro de 2018 foi apresentada a disciplina LEAMAT e também, duas de suas três linhas de pesquisa: álgebra e geometria. Por fim, foi entregue o texto "O Ensino Da Álgebra" de Ana Rita Martins e Beatriz Vichessi para ser discutido na aula seguinte.

No dia 03 de outubro de 2018 foi feita a discussão do texto "O Ensino Da Álgebra" de Ana Rita Martins e Beatriz Vichessi, refletindo sobre as dificuldades encontradas na introdução da álgebra e o que pode ser feito para facilitar a apreensão dos conceitos algébricos. Logo após, foi entregue a atividade "Álgebra na resolução de problemas" contendo problemas para serem resolvidos por métodos algébricos, a partir da leitura e observação dos mesmos. Foi discutido o significado do sinal de igual como equivalência.

Depois, foi entregue o texto "A Álgebra, seu ensino e sua aprendizagem" de Alessandro Jacques Ribeiro e Helena Noronha Cury. O artigo apresenta a álgebra mostrando a importância do conceito de variável e que as dificuldades encontradas no entendimento dos conceitos básicos podem levar a futuros obstáculos. Após essa abordagem, os autores relatam as dificuldades que os alunos apresentam em entender conceitos da álgebra, a simbologia, o estranhamento da passagem da aritmética para a álgebra, e também, a dificuldade do entendimento do sinal de adição e do símbolo de igualdade. Por fim, o artigo apresenta as questões de interpretações algébricas e respostas de licenciandos em Matemática, apresentando os erros mais comuns, causados pelas dificuldades citadas acima.

No dia 17 de outubro de 2018 houve uma apresentação sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino Fundamental e os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), logo após, foi entregue o texto "Primeiros passos na álgebra: conceitos elementares e atividades pedagógicas".

No dia 31 de outubro de 2018 assistimos a duas apresentações do LEAMAT III. A primeira, da linha de Ensino e Aprendizagem de Álgebra com o título "Práticas investigativas de proporcionalidade entre grandezas", usando o *software*Geogebra e material concreto, propondo experiências para que os alunos chegassem a uma dedução. A segunda apresentação foi sobre a linha de Ensino e Aprendizagem de Geometria, com o tema "Interdisciplinaridade entre a Matemática e a Biologia no ensino de sequências", o trabalho relata uma apresentação da espiral de Fibonacci, usando material concreto para chegar ao objetivo proposto em seu trabalho.

No dia 21 de novembro de 2018 foi decidido o tema da sequência didática e logo após discutiu-se o texto "Primeiros passos na álgebra: conceitos elementares e atividades pedagógicas" de Janaína Poffo Possamai e Tania Baier. O texto relata diversas concepções de álgebra e os diferentes entendimentos sobre variável, e como o conhecimento desses conceitos é de suma importância para o desenvolvimento correto da linguagem algébrica por meio dos educandos. O texto apresenta ainda as dificuldades encontradas pelos alunos no estudo da álgebra, tendo como principais dificuldades: a relação entre o significado dos símbolos em álgebra e aritmética, o equívoco no entendimento do símbolo de igualdade não compreendido como sinal de equivalência, leitura incorreta de letras em álgebra, a formalização dos métodos utilizados e sua relação com os métodos da aritmética e a compreensão de notação e de convenções. E traz, por fim, uma pesquisa realizada com universitários buscando identificar as dificuldades encontradas na compreensão da linguagem algébrica e sugestões para sanar essas dificuldades listadas.

Depois foi entregue uma atividade sobre o Teorema de Pitágoras que consistia em sobrepor quatro triângulos retângulos congruentes em dois quadrados congruentes sendo a medida do lado de cada quadrado igual à soma das medidas dos catetos de cada triângulo retângulo. Por meio da comparação das áreas das figuras, chegava-se à relação desejada. Essa atividade tinha por objetivo levar o aluno a escrever expressões algébricas para representar um resultado geométrico e aplicar a conservação de área em situação-problema.

Nos dias 12 de dezembro de 2018 e 30 de janeiro de 2019 aconteceram as apresentações dos grupos: A1, A2 e B em que os temas escolhidos foram "Transformações gráficas da Função Modular", "Divisão e multiplicação de polinômios com o auxílio do Algeplan" e "Lei dos cossenos: conceitos e aplicações", respectivamente.

Após as apresentações, os encontros foram destinados à elaboração dos relatórios.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema

Transformações Gráficas da Função Modular.

1.2.2) Justificativa

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) o maior objetivo do Ensino da Matemática não é levar o aluno a resolução de problemas matemáticos de forma mecânica sem a compreensão de cada um deles, mas sim desenvolver no aluno o raciocínio matemático. (BRASIL, 1998).

O estudo das funções é um dos assuntos mais relevantes do Ensino Médio, por tratar de diversos fenômenos do cotidiano e por não estar restrito à Matemática, e sim presente em diversas áreas de ensino. Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2000) de Ciências da Natureza e Matemática descreve a importância do conceito de Função e do estudo de funções no Ensino Médio.

> Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. (BRASIL, 2000, p. 43-44).

A Função Modular, componente do estudo de funções no Ensino Médio, é significativo para a aprendizagem, pois contribui para uma melhor compreensão de temas na própria Matemática e também, em outras áreas de conhecimento, através de atividades que favoreçam a investigação em Matemática. Sobre o estudo de funções modulares, Nogueira Júnior (2008) expõe:

> [...] o estudo do conceito de Módulo e Função Modular é uma oportunidade para estabelecer ligações entre as funções fundamentais estudadas, em especial, no primeiro ano do Ensino Médio e aplicação de propriedades de Função e propriedades geométricas como simetria, reflexão e translação usadas também em Geometria Analítica (NOGUEIRA JÚNIOR, 2008, p. 33).

O uso de representações gráficas para a resolução de equações modulares é fundamental para auxiliar o desenvolvimento de intuições e conceitos matemáticos favorecendo a formulação de hipóteses e conjecturas.

Uma das aplicações da Função Modular consiste em resolver graficamente equações modulares no plano cartesiano. Friedlander (1995) afirma que:

> O sistema de coordenadas cartesianas, contudo, tem algumas vantagens: [...]

* é um dos poucos casos do currículo matemático em que uma resolução gráfica é menos tediosa e consome menos tempo que a resolução algébrica. [...]
* utiliza de maneira significativa a habilidade em trabalhar com simetria, reflexão e translação. (FRIEDLANDER, 1995, p. 253).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio apontam que:

> É importante destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes. (BRASIL, 2006, p. 72).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais trazem a importância da utilização da tecnologia como facilitador no processo de ensino e aprendizagem, apresentando algumas de suas finalidades:

> Como fonte de informação, poderoso recurso para alimentar o processo de ensino e aprendizagem. Como auxiliar no processo de construção de conhecimento. Como meio para desenvolver autonomia pelo uso de *softwares* que possibilitem pensar, refletir e criar soluções. Como ferramenta para realizar determinadas atividades de uso de planilhas eletrônicas, processadores de texto, banco de dados etc (BRASIL, 1998, p. 44).

A sequência será desenvolvida com o auxílio do *Geogebra* como recurso para o ensino de funções modulares visando a compreensão de suas propriedades e da sua representação gráfica. O *Geogebra*é um software de geometria dinâmica que permite realizar construções com pontos, vetores, segmentos, retas paralelas, retas perpendiculares, entre outros conteúdos relativos à Matemática.

Segundo Gravina (1996, p. 6), o software*Geogebra* pode ser considerado uma ferramenta de construçãoem que:

> Desenhos de objetos e configurações geométricas são feitos a partir das propriedades que os definem. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõem o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de "desenhos em movimentos", que os invariantes que aí aparecem correspondem às propriedades geométricas intrínsecas aos problemas. E este é o recurso didático importante oferecido: a variedade de desenhos estabelece harmonia entre os aspectos conceituais e figuras; configurações geométricas clássicas passam ater multiplicidade de representações; propriedades geométricas são descobertas a partir dos invariantes no movimento. (GRAVINA, 1996, p. 6).

1.2.3) Objetivo Geral

Proporcionar o estudo das transformações da Função Modular, por meio da análise dos parâmetros.

1.2.4) Público-alvo

Alunos do 1º ano do Ensino Médio.

2) RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

No dia 30 de abril 2019 foi apresentado o cronograma das atividades do LEAMAT II. Nesse mesmo dia começamos a preparar a sequência didática.

Entre os dias 02 de maio de 2019 e 18 de junho de 2019 as aulas foram destinadas a elaboração da sequência didática junto aorientadora. A partir do dia 18 de junho de 2019 as aulas foram destinadas a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II, com intuito de testá-las e aprimorá-las conforme os alunos e professores fossem dando sugestões.

No dia 30 de julho 2019 aconteceu a última aplicação e a partir disso as aulas foram destinadas a elaboração e correção dos relatórios.

2.2) Elaboração da sequência didática

2.2.1) Planejamento da sequência didática

A sequência didática será aplicada em uma escola pública, em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio e será dividida em três etapas.

A primeira etapa consiste em apresentar alguns conceitos básicos, fundamentais para o decorrer da aula como: Função, Módulo e Função Modular.

Na segunda etapa, a turma será dividida em duplas e será entregue uma apostila em que o aluno é levado a investigar as transformações gráficas que ocorrem com a Função Modular em relação a f 'unção f: $R \rightarrow R^{+}$; $f(x) = |x|$, utilizando o *Geogebra,* antes da aplicação faremos uma ambientação dos *tablets*, para que os alunos se familiarizem.

Na primeira atividade, por meio da variação do parâmetro p,o aluno deverá identificar a translação horizontal ocorrida no gráfico da funçãof: $R \rightarrow R^{+}$; $f(x) = |x|$

(Figura 1).

Figura 1 – Translação Horizontal

1. Utilizando o *Geogebra* compare as funções da forma $f(x) = |x + p|$, sendo $p \in R$ representados nos itens a seguir com o gráfico da função $f: R \rightarrow R$, $f(x) = |x|$ e relate o que você observou.

a) $y = |x - 1|$

____

b) $y = |x + 5|$

____

De modo geral, o que ocorre com a função $f(x) = |x + p|$ em relação a função $f(x) = |x|$?

____

____

____

Fonte: Elaboração Própria.

Na segunda questão, por meio da variação do parâmetro p, o aluno deverá identificar a translação vertical ocorrida no gráfico da função f: $R \rightarrow R^{+}$, $f(x) = |x|$ (Figura 2).

Figura 2 – Translação Vertical

2. Utilizando o *Geogebra* compare as funções da forma $f(x) = |x| + p$, sendo $p \in R$ representados nos itens a seguir com o gráfico da função $f: R \rightarrow R$, $f(x) = |x|$ e relate o que você observou.

a) $y = |x| - 2$

____

b) $y = |x| + 3$

____

De modo geral, o que ocorre com a função $f(x) = |x| + p$ em relação a função $f(x) = |x|$?

____

____

____

Fonte: Elaboração Própria.

Na terceira questão, por meio das variações dos parâmetros peq, o aluno deverá identificar a translação horizontal e a translação vertical ocorrida no gráfico da função f: $R \rightarrow R^{+}$; $f(x) = |x|$ (Figura 3).

Figura 3 – Atividade investigativa sobre translação vertical e translação horizontal

3. Utilizando o *Geogebra* compare as funções da forma $f(x) = |x + p| + q$, sendo p e $q \in R$ representados nos itens a seguir com o gráfico da função $f: R \rightarrow R, f(x) = |x|$ e relate o que você observou.

a) $y = |x + 2| - 4$

____

b) $y = |x - 1| + 3$

____

De modo geral, o que ocorre com a função $f(x) = |x + p| + q$ em relação a função $f(x) = |x|$?

____

____

____

Fonte: Elaboração Própria.

Na quarta questão, por meio da variação do parâmetro p, o aluno deverá identificar a expansão e contração horizontal ocorrida no gráfico da função f: $R \rightarrow R^+$; $f(x) = |x|$ (Figura 4).

Figura 4 – Expansão e Contração Horizontal

4. Utilizando o *Geogebra* compare as funções da forma $f(x) = |xp|$, sendo $p \in R$ representados nos itens a seguir com o gráfico da função $f: R \rightarrow R, f(x) = |x|$ e relate o que você observou.

a) $y = |3x|$

____

b) $y = |0{,}5x|$

____

De modo geral, o que ocorre com a função $f(x) = |xp|$ em relação a função $f(x) = |x|$?

____

____

____

Fonte: Elaboração Própria.

Após os alunos realizarem a segunda etapa, cada aluno receberá uma apostila para a fixação dos conceitos aprendidos na manipulação dos*Applets*. É explicado separadamente, cada transformação gráfica: translação vertical e horizontal, expansão e contração horizontal (Figura 5).

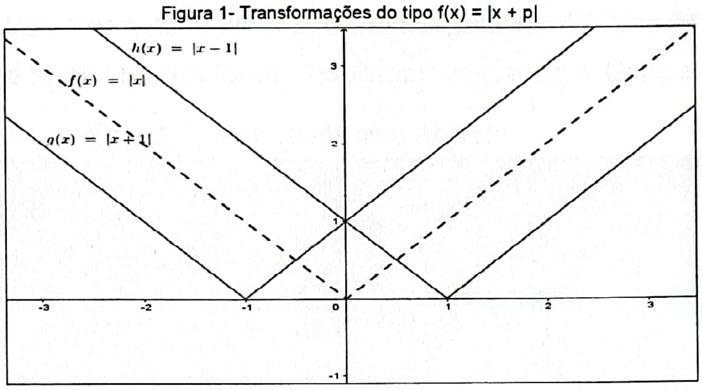
Figura 5 – Definição de Translação Horizontal

1. Transformações gráficas da Função Modular

1.1 Transformações gráficas do tipo $f(x) = |x + p|, p \in R^*$.

Essa transformação é chamada translação horizontal e pode ser obtida a partir do gráfico da Função Modular $f(x) = |x|$ em que todos os seus pontos são deslocados horizontalmente em p unidades para direita quando p < 0 ou para esquerda quando p > 0.

Figura 1- Transformações do tipo f(x) = |x + p|



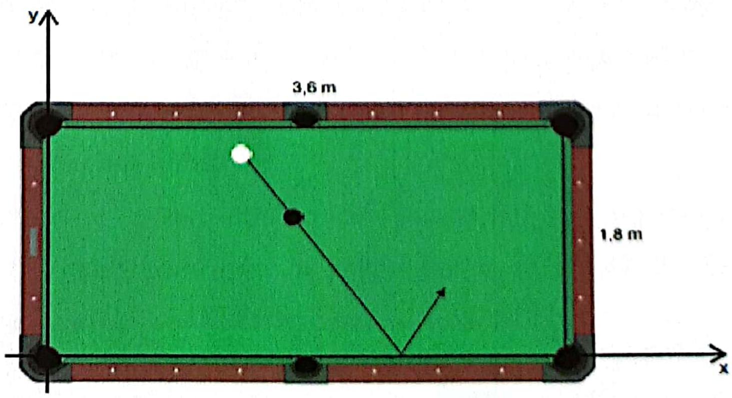
Fonte: Elaboração própria.

Fonte: Elaboração Própria.

Na terceira etapa, será proposta uma atividade contextualizada, baseada em SOUZA, 2013, para que o aluno seja capaz de operar equações utilizando as propriedades do Módulo. Nessa atividade o aluno deverá encontrar a lei de formação de uma Função Modular dados dois pontos da mesma (Figura 6).

Figura 6 – Atividade Contextualizada

1. (Adaptada) Na final de certo campeonato de sinuca, um dos jogadores precisava acertar a bola preta em uma das caçapas para vencer a partida e o campeonato. Suponha que sobre a mesa de sinuca foi colocado um sistema de eixos. A bola preta, que estava na posição (1,6; 1,2), foi impulsionada pelo jogador, atingindo a lateral da mesa no ponto de coordenadas (2,4; 0). Sabendo que o objetivo desse jogador era acertar a caçapa que estava na posição (3,6; 1,8), resolva. (Considere que na jogada a bola realizou movimento retilíneos).



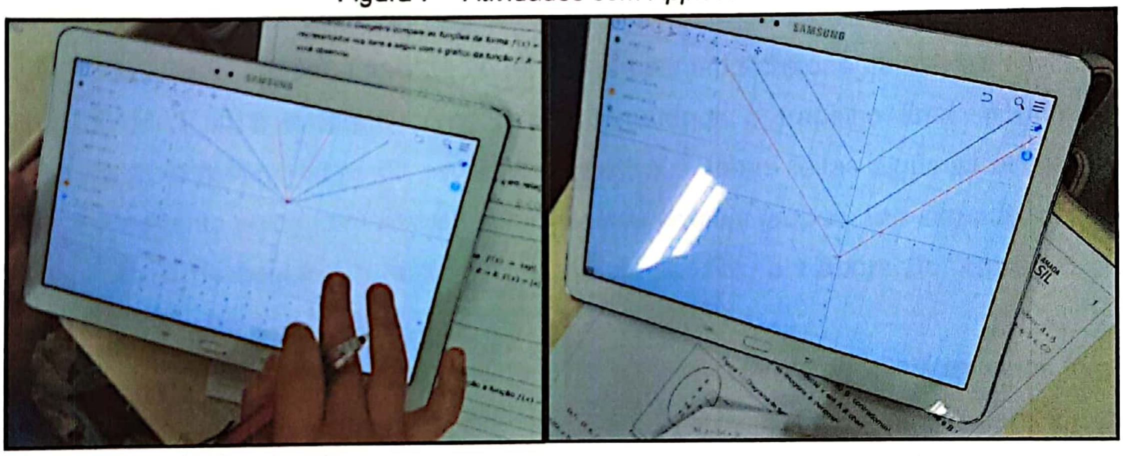
Fonte: Elaboração Própria.

2.2.2) Experimentação da sequência didática na turma do LEAMAT II

No dia 23 de julho de 2019, foi realizada a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II.

Iniciamos a aplicação apresentando os conceitos básicos de Função, Módulo e Função Modular e em seguida a turma foi separada em duplas. Entregamos um *tablet* e uma apostila para a dupla, com atividades investigativas relativas às transformações gráficas da Função Modular, que foram resolvidas utilizando o *Geogebra* (Figura 7).

Figura 7 – Atividades com *Applets*



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ao término de cada questão fizemos a correção com a turma, utilizando os controles deslizantes no *Geogebra*, dos parâmetros p e q, expondona televisão, para que todos pudessem acompanhar.

Neste momento observamos que a turma não apresentou dúvidas em relação à resolução das questões de translações verticais e horizontais. As dúvidas surgiram na atividade de contração e expansão horizontal.

Após as atividades, formalizamos as transformações que ocorrem com as funções modulares, ao compará-las com a função $f(x) = |x|$, e entregamos a apostila com os nomes e as definições de todas as transformações realizadas.

Para finalizar a sequência foi proposta uma atividade contextualizada, que resolvemos juntamente com turma.

Ao finalizarmos a apresentação da sequência, foram sugeridas algumas alterações que serão realizadas para a aplicação no LEAMAT III. Essas alterações estão descritas a seguir:

- Foi sugerido que trabalhássemos apenas com as translações verticais e horizontais, retirando a atividade de contração e expansão horizontais.
- Na questão 2 da primeira atividade, foi recomendado trocar o parâmetro $p$pelo parâmetro q.
- Foi aconselhado que retirássemos a atividade 2, a questão contextualizada, tendo em vista que não daria tempo de corrigi-la.

3) RELATÓRIO DO LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

No dia 17 de setembro de 2019, foi apresentado o cronograma das atividades do LEAMAT III e a forma como desenvolveríamos o trabalho final. A princípio, aconteceu a reelaboração da sequência didática, e foram feitas algumas alterações, sugeridas tanto pelos professores, quanto pelos demais grupos. Em seguida, ocorreu a aplicação da sequência na turma regular e, por fim, a elaboração, correção dos relatórios e avaliação final.

Entre os dias 24 de setembro de 2019 e 09 de outubro de 2019, as aulas foram destinadas a reelaboração da sequência didática junto à orientadora. A partir do dia 15 de outubro de 2019, começaram as aplicações das sequências na turma do regular.

No dia 12 de novembro de 2019, aconteceu a última aplicação e, a partir disso, as aulas foram destinadas à elaboração das apresentações do LEAMAT e correção dos relatórios.

3.2)Elaboração da sequência didática

3.2.1) Versão final da sequência didática

Na aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II foram sugeridas algumas alterações e entre elas estão:

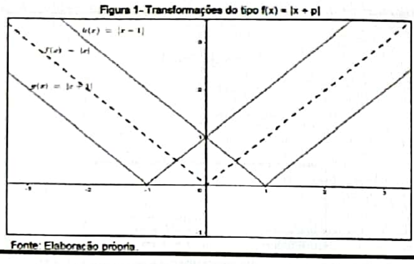
O parâmetro da função, de $f(x) = |x + p|$ para $f(x) = |x - p|$ (Figura 8).

Figura 8 – Parâmetro p

1.1 Transformações gráficas do tipo $f(x) = |x + p|, p \in R^*$.

Essa transformação é chamada translação horizontal e pode ser obtida a partir do gráfico da Função Modular $f(x) = |x|$ em que todos os seus pontos são deslocados horizontalmente em p unidades para direita quando p < 0 ou para esquerda quando p > 0.

Figura 1- Transformações do tipo f(x) = |x + p|



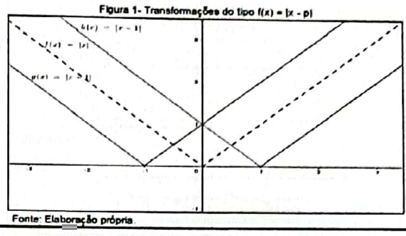
Fonte: Elaboração própria.

1. Transformações gráficas da Função Modular

1.1 Transformações gráficas do tipo $f(x) = |x - p|, p \in R^*$.

Essa transformação é chamada translação horizontal e pode ser obtida a partir do gráfico da Função Modular $f(x) = |x|$ em que todos os seus pontos são deslocados horizontalmente em p unidades para direita quando p < 0 ou para esquerda quando p > 0.

Figura 1- Transformações do tipo f(x) = |x - p|



Fonte: Elaboração própria.

Fonte: Elaboração Própria.

O parâmetro p foi trocado pelo parâmetro q na apostila com as definições (Figura 9).

Figura 9 – Parâmetro q

1.2 Transformações gráficas do tipo $f(x) = |x| + p, p \in R^*$.

Essa transformação é chamada translação vertical e pode ser obtida a partir do gráfico da Função Modular $f(x) = |x|$ em que todos os seus pontos são deslocados verticalmente em p unidades para cima quando p > 0 ou para baixo quando p < 0.

1.2 Transformações gráficas do tipo $f(x) = |x| + q, q \in R^*$.

Essa transformação é chamada translação vertical e pode ser obtida a partir do gráfico da Função Modular $f(x) = |x|$ em que todos os seus pontos são deslocados verticalmente em q unidades para cima quando q > 0 ou para baixo quando q < 0.

Fonte: Elaboração Própria.

Modificamos os enunciados de todas as questões da primeira atividade (Figura 10).

Figura 10 – Modificação de enunciado

1. Utilizando o *Geogebra* compare as funções da forma $f(x) = |x + p|$, sendo $p \in R$ representados nos itens a seguir com o gráfico da função $f: R \to R$, $f(x) = |x|$ e relate o que você observou.

a) $y = |x - 1|$

____

b) $y = |x + 5|$

____

De modo geral, o que ocorre com a função $f(x) = |x + p|$ em relação a função $f(x) = |x|$?

____

Atividade 1 – Utilizando o Geogebra:

I. Construa o gráfico da função $f: R \to R$, $f(x) = |x|$.

II. Construa o gráfico da função $f: R \to R$, $f(x) = |x - 1|$, compare com o gráfico do item I e relate o que foi observado.

____

III. Construa o gráfico da função $f: R \to R$, $f(x) = |x + 5|$, compare com o gráfico do item I e relate o que foi observado.

____

IV. De modo geral, o que ocorre com a função do tipo $f(x) = |x - p|$ em relação a função $f(x) = |x|$?

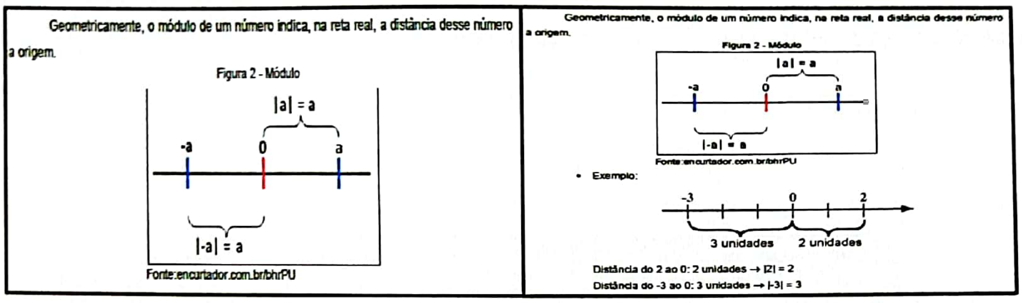
____

Fonte: Elaboração Própria.

Adicionamos uma imagem representando números na reta real com exemplo

(Figura 11).

Figura 11 – Reta real



Fonte: Elaboração própria

E por fim, retiramos a atividade da sinuca, uma vez que ela não se enquadrava na proposta da sequência didática.

3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

A aplicação da sequência didática na turma regular foi realizada no dia 12 de novembro de 2019, das 13h30min às 15h10min, numa instituição federal de ensino, em Campos dos Goytacazes – RJ, na turma da 1ª série do Ensino Médio de Edificações, com 33 alunos.

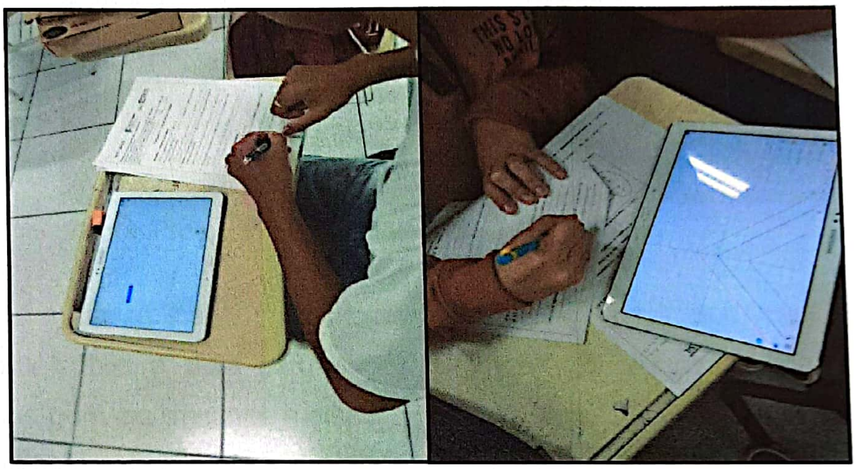
No começo da aula, a turma foi dividida em duplas e foi entregue uma apostila com os conceitos básicos de Função, Módulo e Função Modular. Tal atividade tinha como objetivo relembrar os conceitos que seriam fundamentais para o desenvolvimento do conteúdo (Figura 12).

Figura 12 – Turma regular

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em seguida relembrarmos alguns conceitos inicais e os tablets foram entregues. Iniciamos então a atividade investigativa. Nesse momento foi observado pelo grupo que a dispersão percebida em alguns alunos foi dissipada. A primeira atividade da apostila foi feita, juntamente com a turma para que eles pudessem entender o objetivo das questões (Figura 13).

Figura 13 – Atividade 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

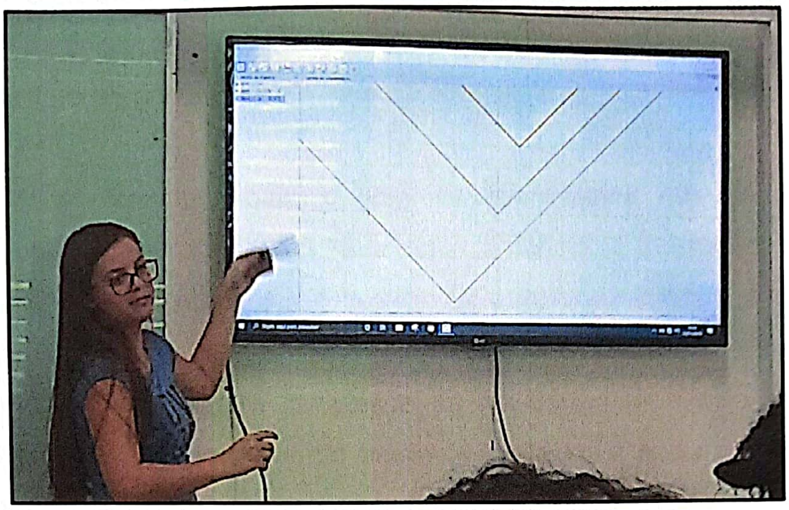
Nas questões seguintes, lemos os enunciados junto com eles, mas com um tempo para que pudessem fazer sozinhos. Logo após, juntamente com a correção da atividade, foi mostrado no *Geogebra* o que acontece com a função, conforme as modificações dos parâmetros (Figura 14).

Durante essa etapa, se tornou perceptível que os alunos possuíam uma maior dificuldade nas transformações do tipo contração e expansão em relacão ao eixo x.

O objetivo dessa atividade investigativa era proporcionar autonomia ao aluno através do uso do *Geogebra* e da construção dos gráficos, para que eles conseguissem estabelecer relações ao modificar os parâmetros da função modular.

Após o término da atividade investigativa, com o auxílio do quadro, formalizamos as transformações que ocorrem na função modular e a apostila final, com todas as definições, foi entregue.

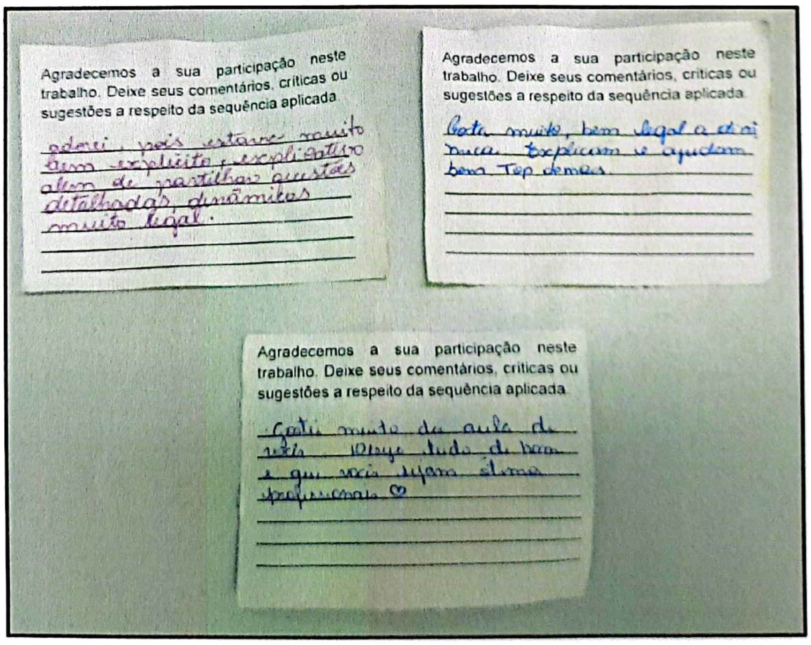
Figura 14 – Correção junto com a turma



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Ao fim da aplicação, solicitamos aos alunos para que eles registrassem comentários sobre a aula com sugestões e/ou ou críticas. Destacamos alguns comentários pois, os mesmos mostram o quanto os alunos ficaram satisfeitos com a aula e o método utilizado, como apresentados a seguir (Figura 15):

Figura 15 – Comentários dos alunos



Fonte: Protocolo de pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pode-se considerar que o objetivo da sequência foi alcançado, visto que obtivemos uma participação ativa dos alunos, contribuindo de forma significativa para o desenvolvimento e amadurecimento, enquanto docentes, de todos os integrantes do grupo.

Nosso grupo concluiu que, o uso de tecnologias em sala de aula é extremamente importante, pois é um fator que aumenta a interação, por parte do aluno, diminuindo a dispersão deles e facilitando a aprendizagem e a compreensão do conteúdo. O uso dos *tablets* também foi de grande importância, pois permitiu ao aluno a autonomia para que ele realizasse as atividades de forma independente. Todos os alunos relataram ter gostado bastante da aula, e ficou nítida a facilidade encontrada por eles na compreensão das transformações gráficas.

Para outras pessoas que desejarem abordar o tema no futuro podem trabalhar com aplicações da função modular e transformações de funções modulares com grau diferente de um.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias. Brasília:MEC, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 05 dez. 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias. Brasília:MEC, 2000. Disponível em: portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf. Acesso em 06 nov. 2018.

FRIENDLANDER, A.; HADAS, N. Ensinando valor absoluto numa abordagem em espiral. In: DOMINGUES, Hygino H. (tradutor). **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. Cap. 29, p. 244-254.

GRAVINA, M.A. Geometria Dinâmica: Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria. In: **VII Congresso Brasileiro de Informática da Educação**. Belo Horizonte, 1996.

NOGUEIRA JÚNIOR, D. C. **Elaboração de uma sequência didática para a aprendizagem de Valor Absoluto e da Função Modular, utilizando a organização curricular em rede**. 2008. 150 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica De Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008. Disponível em: http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_NogueiraJuniorDC_1.pdf. Acesso em: 02 dez. 2018.

SARMENTO, A. K. **A Utilização dos Materiais Manipulativos nas Aulas de Matemática**. Disponível em: http://www.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/VI.encontro.2010/GT_02_18_2010.pdf. Acesso em: 03 dez. 2018.

Campos dos Goytacazes (RJ), 20 de fevereiro de 2020.

JhennyferPessanha de Souza

Luciano Corrêa Soares

Rafael Corrêa da Silva

Thainá Barreto Polato

Apêndices

Apêndice A – Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

INSTITUTO FEDERAL Fluminense *Campus* Campos Centro — MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO — PÁTRIA AMADA BRASIL GOVERNO FEDERAL

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra
Licenciandos: JhennyferPessanha, Luciano Corrêa, Rafael Corrêa e Thainá Barreto.
Orientadora: Profª. Me. Lívia Azelman de Faria Abreu
Nome: ______________________________________Data: ___ / ___ / 2019

Transformações Gráficas da Função Modular

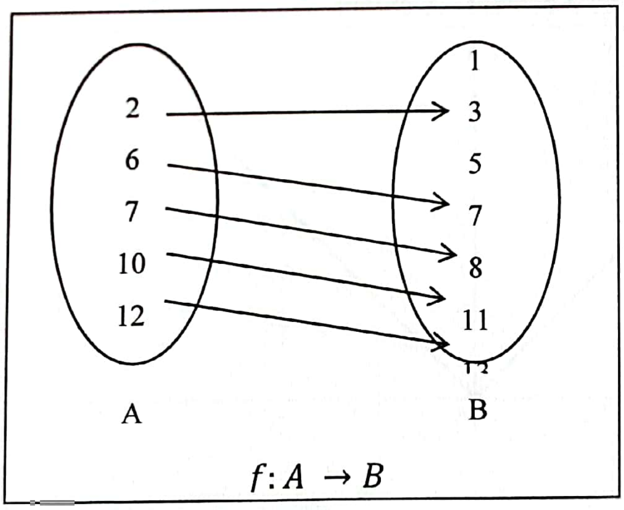
1. Função:

Sejam os conjuntos A e B não vazios, uma relação f de A em B é uma função quando associa a cada elemento de x, pertencente ao conjunto A, um único elemento y, pertencente a B.[1]

$$f: A \rightarrow B$$ (lê-se "função f de A em B")

O conjunto A é denominado **domínio** (D(f)) e o conjunto B, contradomínio (CD(f)) da função f. Cada elemento y de B que possui correspondente x em A é chamado **imagem** de x pela função f. O conjunto formado por todas as imagens é denominado **imagem da função** (Im(f)).[1]

Figura 1 – Diagrama de flechas



Fonte: Elaboração própria

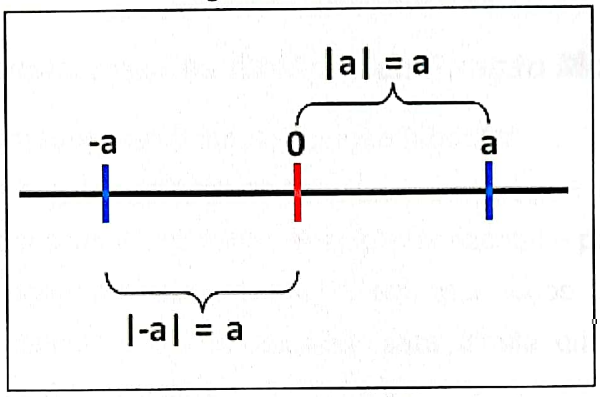
D(f) : {2, 6, 7, 10, 12}   CD(f): {1, 3, 5, 7, 8, 11, 13}   Im(f): {3, 7, 8, 11, 13}

[1] SOUZA, J. R. **Novo olhar matemática**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

2. Módulo:

Geometricamente, o módulo de um número indica, na reta real, a distância desse número a origem.

Figura 2 - Módulo



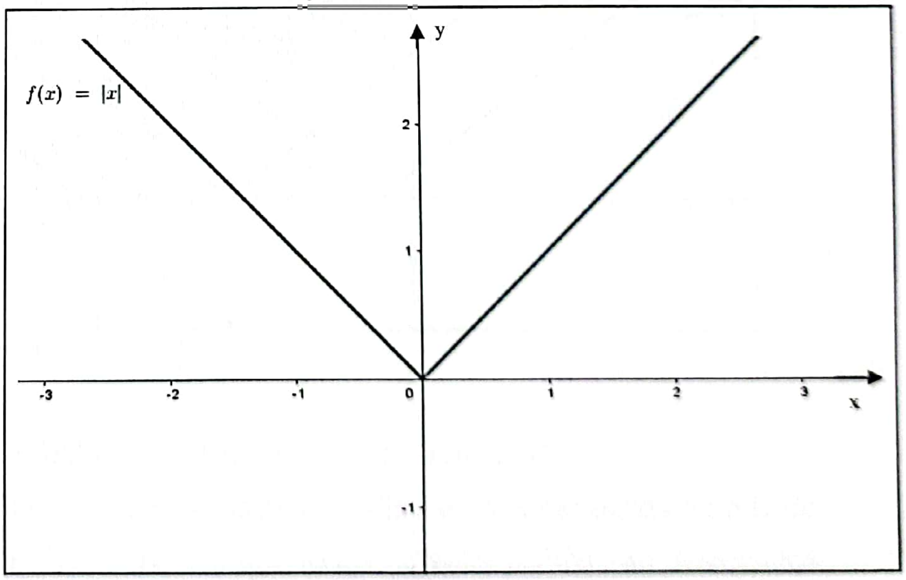
Fonte:encurtador.com.br/bhrPU

3. Função Modular:

Definição: Denomina-se função modular a função $f: R \to R$definida por $f(x) = |x|$, isto é:[2]

Figura 3 – Função Modular

$$f(x) = \begin{cases} x, \text{se } x \geq 0 \\ -x, \text{se } x < 0 \end{cases}$$



Fonte:Elaboração própria

[2] SOUZA, J. R. **Novo olhar matemática**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra
Licenciandos: JhennyferPessanha, Luciano Corrêa, Rafael Corrêa e Thainá Barreto.
Orientadora: Profª. Me. Lívia Azelman de Faria Abreu
Nome: ________________________________ Data: ___/ ___/ 2019

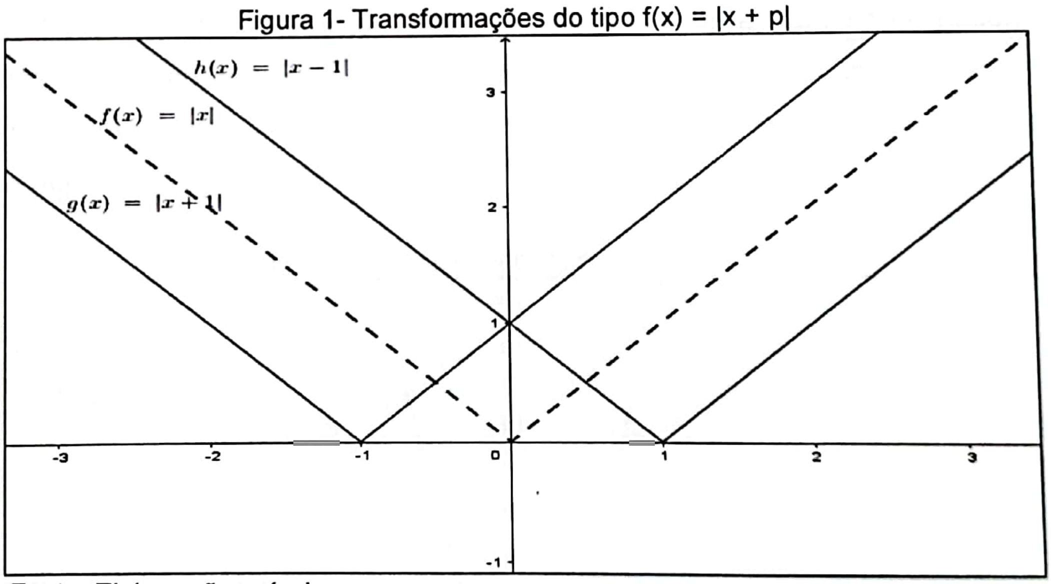
Transformações Gráficas da Função Modular

1. Transformações gráficas da Função Modular

1.1 Transformações gráficas do tipo $f(x) = |x + p|, p \in R^*$.

Essa transformação é chamada translação horizontal e pode ser obtida a partir do gráfico da Função Modular $f(x) = |x|$ em que todos os seus pontos são deslocados horizontalmente em p unidades para direita quando p < 0 ou para esquerda quando p > 0.

Figura 1- Transformações do tipo f(x) = |x + p|

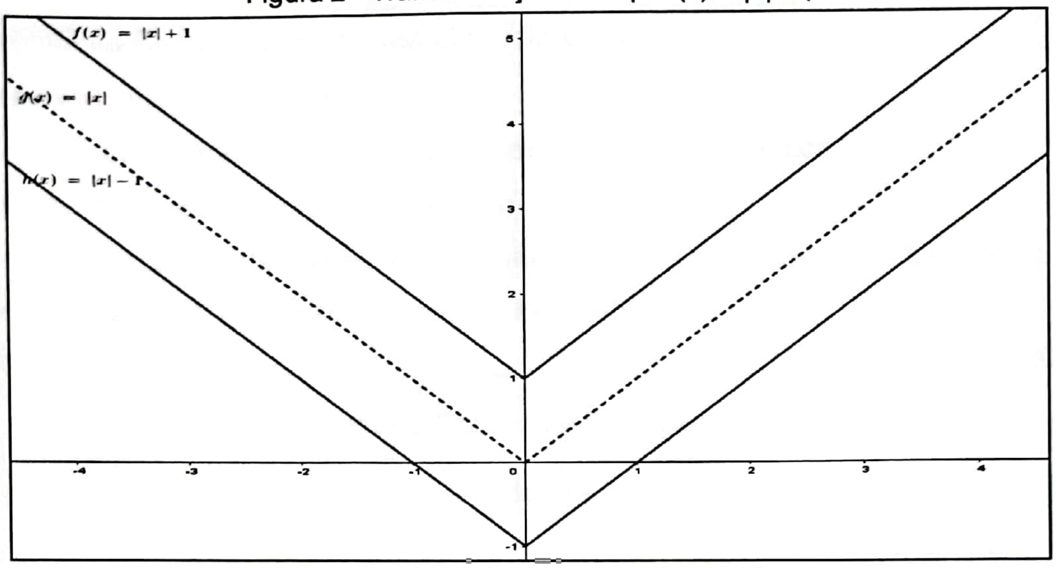


Fonte: Elaboração própria.

1.2 Transformações gráficas do tipo $f(x) = |x| + p, p \in R^*$.

Essa transformação é chamada translação vertical e pode ser obtida a partir do gráfico da Função Modular $f(x) = |x|$ em que todos os seus pontos são deslocados verticalmente em p unidades para cima quando p > 0 ou para baixo quando p < 0.

Figura 2 - Transformações do tipo f(x) = |x| + p

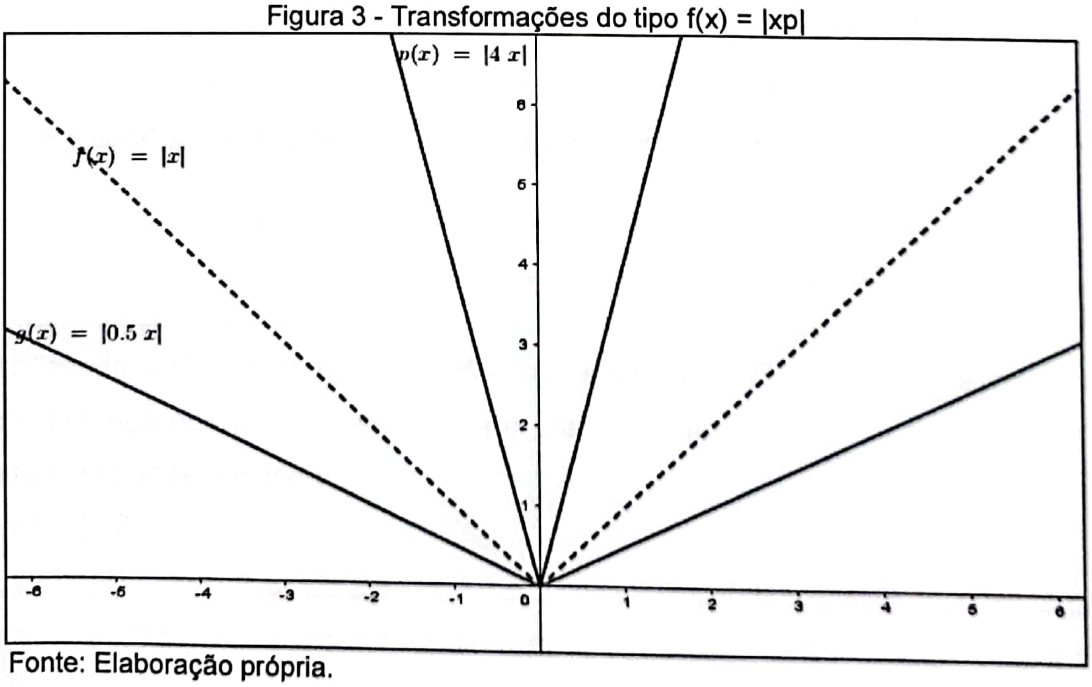


Fonte: Elaboração própria.

1.3 Transformações gráficas do tipo $f(x) = |xp|,\ p\ \in\ R^*$.

Essas transformações são chamadas de contração e expansão e podem ser obtidas a partir do gráfico de uma função modular $f(x) = |x|$. Quando $-1 < p < 1$, ocorre uma expansão horizontal e quando $p < -1$ ou $p > 1$, ocorre uma contração horizontal.

Figura 3 - Transformações do tipo f(x) = |xp|



Fonte: Elaboração própria.

Diretoria de Ensino Superior das Licenciaturas

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra

Licenciandos: Jhennyfer Pessanha, Luciano Corrêa, Rafael Corrêa e Thainá Barreto.

Orientadora: Profª. Me. Lívia Azelman de Faria Abreu

Nome:_______________________________________ Data:____/____/2019

Transformações Gráficas da Função Modular

Atividade 1

1. Utilizando o *Geogebra* compare as funções da forma $f(x) = |x + p|$, sendo $p \in R$representados nos itens a seguir com o gráfico da função f: $R \rightarrow R$, $f(x) = |x|$e relate o que você observou.

a) $y = |x - 1|$

____

____

b) $y = |x + 5|$

____

____

De modo geral, o que ocorre com a função $f(x) = |x + p|$ em relação a função $f(x) = |x|$?

____

____

____

2. Utilizando o *Geogebra* compare as funções da forma $f(x) = |x| + p$, sendo $p \in R$ representados nos itens a seguir com o gráfico da função f: $R \rightarrow R$, $f(x) = |x|$ e relate o que você observou.

a) $y = |x| - 2$

____

____

b) $y = |x| + 3$

____

De modo geral, o que ocorre com a função $f(x) = |x| + p$em relação a função $f(x) = |x|$?

3. Utilizando o *Geogebra* compare as funções da forma $f(x) = |x + p| + q$, sendo pe $q \in R$representados nos itens a seguir com o gráfico da função $f\colon R \rightarrow R$, $f(x) = |x|$e relate o que você observou.

a) $y = |x + 2| - 4$

b) $y = |x - 1| + 3$

De modo geral, o que ocorre com a função $f(x) = |x + p| + q$em relação a função $f(x) = |x|$?

4. Utilizando o *Geogebra* compare as funções da forma $f(x) = |xp|$, sendo $p \in R$representados nos itens a seguir com o gráfico da função $f\colon R \rightarrow R$, $f(x) = |x|$ e relate o que você observou.

a) $y = |3x|$

b) $y = |0{,}5x|$

De modo geral, o que ocorre com a função $f(x) = |xp|$ em relação a função $f(x) = |x|$?

Apêndice B – Material didático aplicado na turma regular

INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus Campos Centro

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

PÁTRIA AMADA BRASIL
GOVERNO FEDERAL

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra
Licenciandos: JhennyferPessanha, Luciano Corrêa, Rafael Corrêa e Thainá Barreto.
Orientadora: Profª. Me. Lívia Azelman de Faria Abreu
Nome: ______________________________________Data: ___ / ___ / 2019

Transformações Gráficas da Função Modular

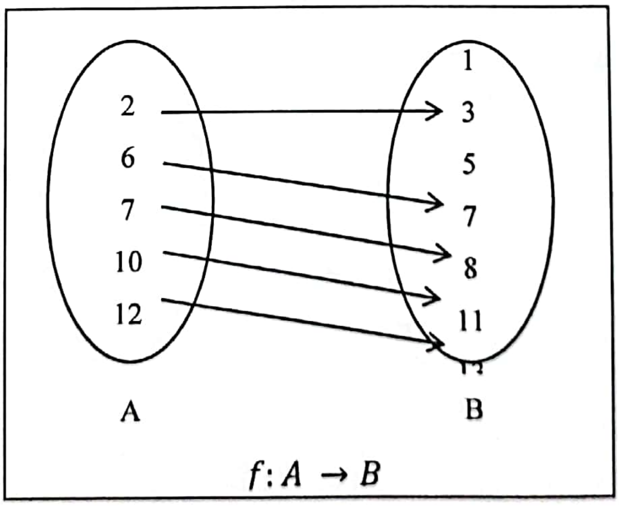
1. Função:

Sejam os conjuntos A e B não vazios, uma relação f de A em B é uma função quando associa a cada elemento de x, pertencente ao conjunto A, um único elemento y, pertencente a B.[3]

$f: A \rightarrow B$ (lê-se "função f de A em B")

O conjunto A é denominado **domínio** (D(f)) e o conjunto B, contradomínio (CD(f)) da função f. Cada elemento y de B que possui correspondente x em A é chamado **imagem** de x pela função f. O conjunto formado por todas as imagens é denominado **imagem da função** (Im(f)).[1]

Figura 1 – Diagrama de flechas



Fonte: Elaboração própria

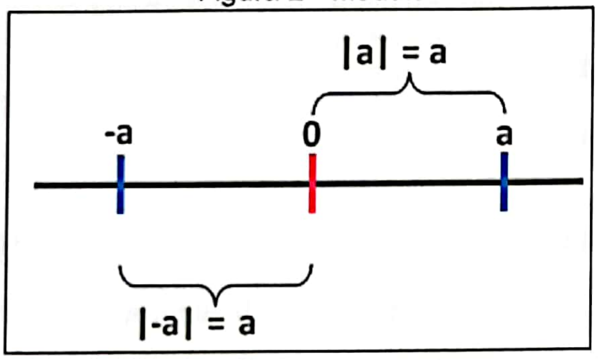
D(f) = {2, 6, 7, 10, 12} CD(f) = {1, 3, 5, 7, 8, 11, 13} Im(f) = {3, 7, 8, 11, 13}

[1] SOUZA, J. R. **Novo olhar matemática**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

2. Módulo:

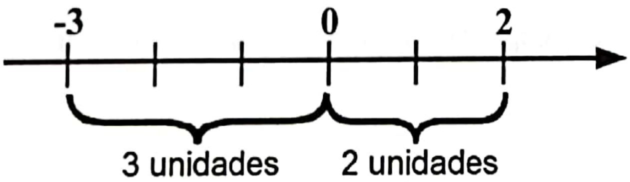
Geometricamente, o módulo de um número indica, na reta real, a distância desse número a origem.

Figura 2 - Módulo



Fonte:encurtador.com.br/bhrPU

- Exemplo:



Distância do 2 ao 0: 2 unidades → |2| = 2

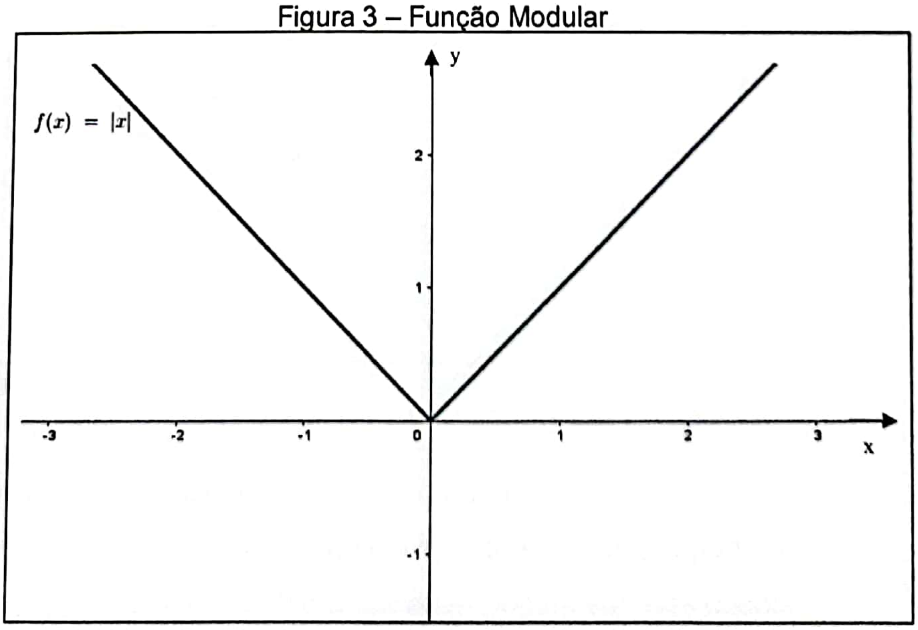
Distância do -3 ao 0: 3 unidades → |-3| = 3

3. Função Modular:

Definição: Denomina-se função modular a função $f: R \to R$ definida por $f(x) = |x|$, isto é:[4]

$$f(x)=\begin{cases} x, \text{se } x \geq 0 \\ -x, \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Figura 3 – Função Modular



Fonte:Elaboração própria

1 SOUZA, J. R. **Novo olhar matemática**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra
Licenciandos: JhennyferPessanha, Luciano Corrêa, Rafael Corrêa e Thainá Barreto.
Orientadora: Profª. Me. Lívia Azelman de Faria Abreu
Nome: ______________________________ Data: ___ / ___ / 2019

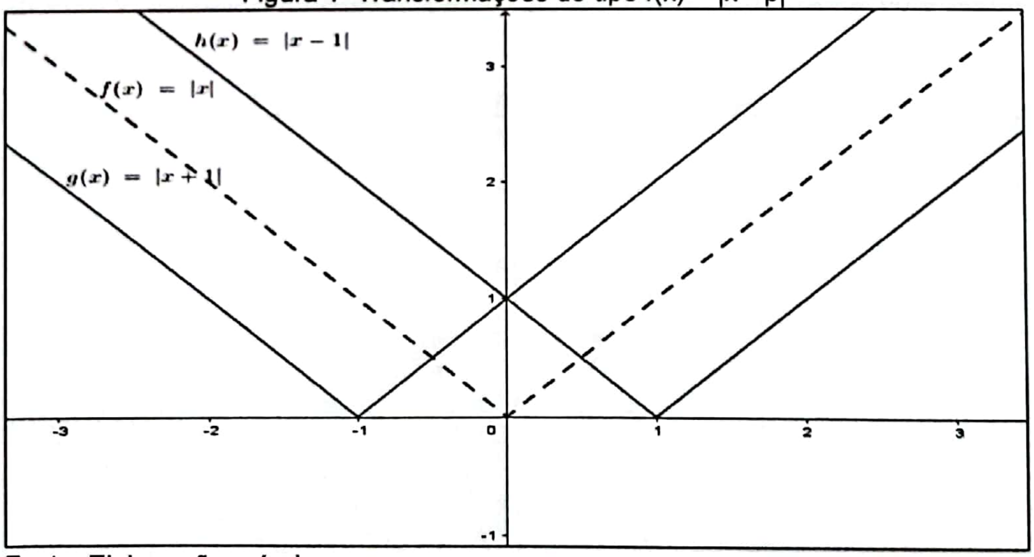
Transformações Gráficas da Função Modular

1. Transformações gráficas da Função Modular

1.1 Transformações gráficas do tipo $f(x) = |x - p|, p \in R^*$.

Essa transformação é chamada translação horizontal e pode ser obtida a partir do gráfico da Função Modular $f(x) = |x|$ em que todos os seus pontos são deslocados horizontalmente em p unidades para direita quando p < 0 ou para esquerda quando p > 0.

Figura 1- Transformações do tipo f(x) = |x - p|

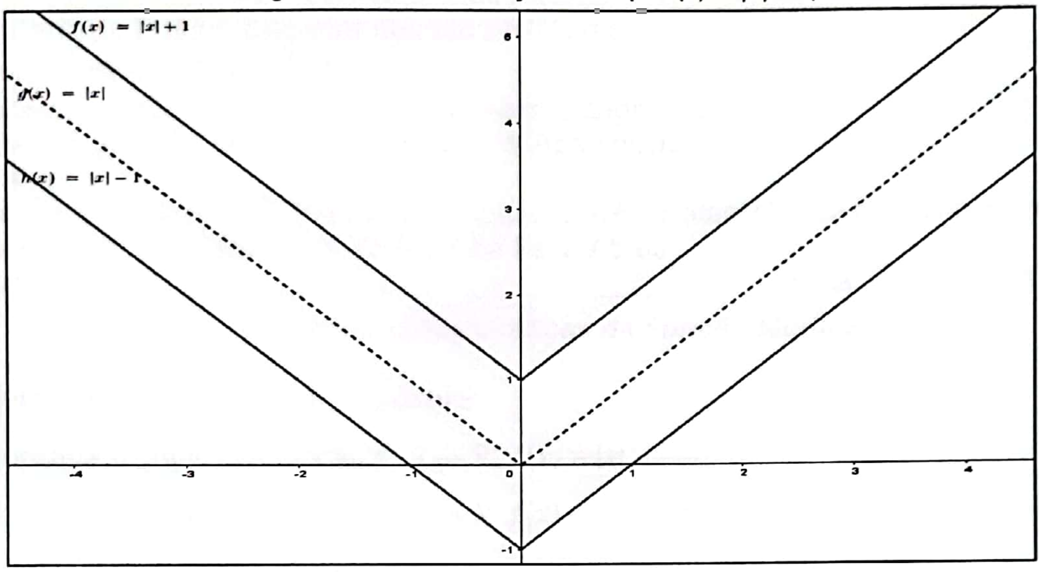


Fonte: Elaboração própria.

1.2 Transformações gráficas do tipo $f(x) = |x| + q, q \in R^*$.

Essa transformação é chamada translação vertical e pode ser obtida a partir do gráfico da Função Modular $f(x) = |x|$ em que todos os seus pontos são deslocados verticalmente em q unidades para cima quando q > 0 ou para baixo quando q < 0.

Figura 2 - Transformações do tipo f(x) = |x| + q

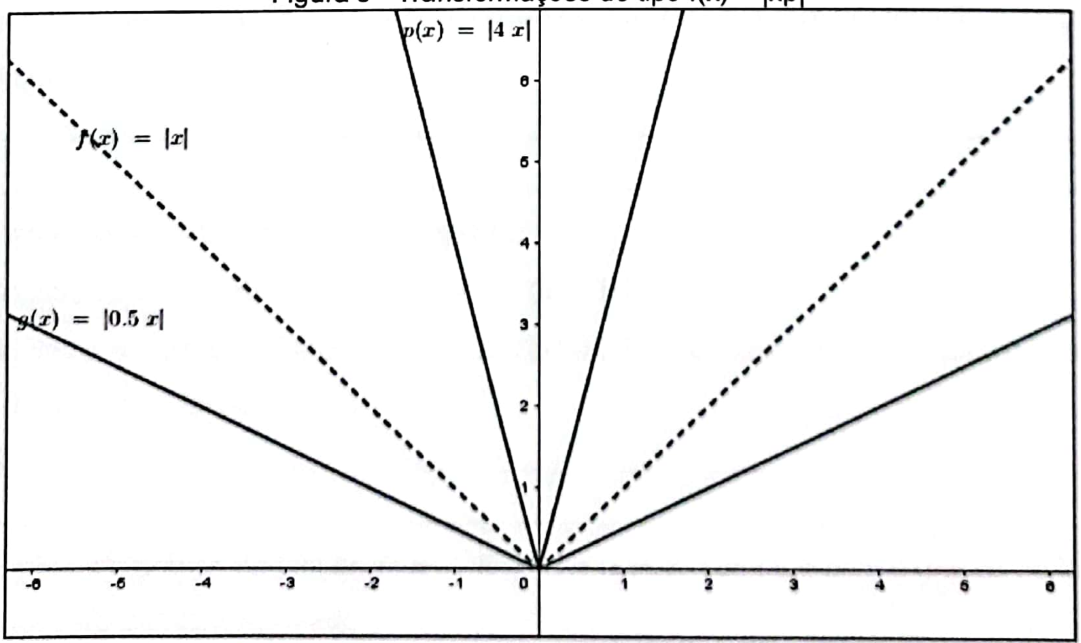


Fonte: Elaboração própria.

1.3 Transformações gráficas do tipo $f(x) = |xp|,\ p \in R^*$.

Essas transformações são chamadas de contração e expansão e podem ser obtidas a partir do gráfico de uma função modular $f(x) = |x|$. Quando $-1 < p < 1$, ocorre uma expansão horizontal e quando $p < -1$ ou $p > 1$, ocorre uma contração horizontal.

Figura 3 - Transformações do tipo f(x) = |xp|



Fonte: Elaboração própria.

Diretoria de Ensino Superior das Licenciaturas
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra
Licenciandos: Jhennyfer Pessanha, Luciano Corrêa, Rafael Corrêa e Thainá Barreto.
Orientadora: Profª. Me. Lívia Azelman de Faria Abreu
Nome:________________________________ Data:____/____/2019

Transformações Gráficas da Função Modular

Atividade 1 – Utilizando o Geogebra:

I. Construa o gráfico da função $f: R \to R$, $f(x) = |x|$.

II. Construa o gráfico da função $f: R \to R$,$f(x) = |x - 1|$, compare com o gráfico do item I e relate o que foi observado.

____

____

I. Construa o gráfico da função $f: R \to R$,$f(x) = |x + 5|$, compare com o gráfico do item I e relate o que foi observado.

____

____

II. De modo geral, o que ocorre com a função do tipo $f(x) = |x - p|$ em relação a função $f(x) = |x|$?

____

____

Atividade 2 – Utilizando o Geogebra:

I. Construa o gráfico da função $f: R \to R$, $f(x) = |x|$.

II. Construa o gráfico da função $f: R \to R$,$f(x) = |x| - 2$, compare com o gráfico do item I e relate o que foi observado.

____

____

III. Construa o gráfico da função $f: R \to R$,$f(x) = |x| + 3$, compare com o gráfico do item I e relate o que foi observado.

____

____

IV. De modo geral, o que ocorre com a função do tipo $f(x) = |x| + q$em relação a função $f(x) = |x|$?

____

____

Atividade 3 – Utilizando o Geogebra:

I. Construa o gráfico da função $f\colon R \to R$, $f(x) = |x|$.

II. Construa o gráfico da função $f\colon R \to R$,$f(x) = |x + 2| -4$, compare com o gráfico do item I e relate o que foi observado.

____

____

III. Construa o gráfico da função $f\colon R \to R$,$f(x) = |x - 1| +3$, compare com o gráfico do item I e relate o que foi observado.

____

____

IV. De modo geral, o que ocorre com a função do tipo $f(x) = |x - p| + q$em relação a função $f(x) = |x|$?

____

____

Atividade 4 – Utilizando o Geogebra:

I. Construa o gráfico da função $f\colon R \to R$, $f(x) = |x|$.

II. Construa o gráfico da função $f\colon R \to R$,$f(x) = |3x|$, compare com o gráfico do item I e relate o que foi observado.

____

____

III. Construa o gráfico da função $f\colon R \to R$,$f(x) = |0{,}5x|$, compare com o gráfico do item I e relate o que foi observado.

____

____

IV. De modo geral, o que ocorre com a função do tipo $f(x) = |xp|$ em relação a função $f(x) = |x|$?

____

____