

RELATÓRIO DO LEAMAT
A MATEMÁTICA NO MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

CLICIA AGUIAR SILVA
ISABELA CARDOSO GOMES
MARIA LUIZA TAVARES QUEIROZ
SUZANA SOUZA DA SILVA
YARLLEN GENÁZIO PAES
ANA MARY BARRETO FONSECA DE ALMEIDA

CAMPOS DOS GOYTACAZES
2021.2

CLICIA AGUIAR SILVA
ISABELA CARDOSO GOMES
MARIA LUIZA TAVARES QUEIROZ
SUZANA SOUZA DA SILVA
YARLLEN GENÁZIO PAES
ANA MARY BARRETO FONSECA DE ALMEIDA

RELATÓRIO DO LEAMAT

A MATEMÁTICA NO MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO

ENSINO E APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a.: Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida.

SUMÁRIO

1) Relatório LEAMAT I	4
1.1) Atividades desenvolvidas	4
1.2) Elaboração da sequência didática	6
1.2.1) Tema	6
1.2.2) Justificativa	6
1.2.3) Objetivo Geral	7
1.2.4) Público Alvo	7
2) Relatório do LEAMAT II	8
2.1) Atividades desenvolvidas	4
2.2) Elaboração da sequência didática	8
2.2.1) Planejamento da sequência didática	8
2.3) Aplicação da sequência didática para a turma do LEAMAT II	13
2.3.1) Considerações feitas pela turma sobre a aplicação	16
3) Relatório do LEAMAT III	17
3.1) Atividades desenvolvidas	17
3.2) Elaboração da sequência didática	17
3.2.1) Versão final da sequência didática	17
Considerações Finais	23
Referências	25
Apêndices	26
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	27

1) Relatório LEAMAT I

1.1) Atividades desenvolvidas

No dia 17 de setembro de 2019 deu-se o início a disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática I (LEAMAT I), com a apresentação do curso, os objetivos, as linhas de pesquisa de álgebra e geometria, entrega do cronograma de aulas e formação dos grupos divididos em A1, A2, A3, B1 e B2, sendo o nosso denominado A3.

No encontro do dia 1.º de outubro de 2019, foi apresentado para a turma o texto *Número e álgebra no currículo escolar* de João Pedro da Ponte (PONTE, 2006). O artigo aborda o universo dos números da álgebra como componentes de extrema importância para a formação dos estudantes e, por isso, esse conteúdo deve ser mais explorado pelos docentes. Uma das formas que o texto aborda para atrair os estudantes a esse universo é a utilização de softwares matemáticos como, por exemplo, o GeoGebra. Nesse encontro, foram analisados os seguintes pontos: (i) a inclusão da tecnologia na sala de aula; (ii) a priorização da geometria ocasionando, assim, uma defasagem no ensino da álgebra; (iii) a dificuldade apresentada pelos alunos no letramento matemático e (iv) a contextualização da matemática no cotidiano.

No terceiro encontro, dia 15 de outubro de 2019, foi feito um debate acerca do texto *Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico* dos autores Dario Fiorentini, Fernando Luiz Pereira Fernandes e Eliane Matesco Cristovão pela turma (FIORENTINI, FERNANDES, CRISTOVÃO, 2006). O artigo em questão apresenta um estudo realizado sobre as potentes metodologias de ensino utilizadas em sala de aula para o ensino da álgebra com o intuito de desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Os principais pontos indagados pela turma foram: (i) a dificuldade de diferenciar uma variável de uma incógnita; (ii) a utilização da investigação matemática dentro da sala de aula a fim de desenvolver nos alunos um pensamento algébrico e (iii) a interdependência entre o pensamento e a linguagem algébrica.

Posteriormente, no dia 29 de outubro de 2019, foram realizadas as apresentações dos grupos A3, A1 e A2 respectivamente, acerca dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O grupo A3, autores deste trabalho, apresentou a BNCC, que possui como proposta um conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da educação básica, e os PCNs, que tem por objetivo a orientação dos professores. Ambos visando o ensino da álgebra voltado para o Ensino Fundamental II. Os pontos que chamaram atenção do grupo foram: (i) a forma como os PCNs abordam a relação entre o professor e o aluno e (ii) os objetivos que a BNCC propõem a serem cumpridos pelos docentes. Em seguida, o grupo A1 realizou sua apresentação sobre BNCC e PCNs priorizando o ensino da álgebra no Ensino Médio. Já o grupo A2, apresentou a BNCC acerca dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

No dia 05 de novembro de 2019, ocorreu no Instituto Federal Fluminense *campus* Campos Centro o III Encontro de Educação Matemática do IFFluminense, com o tema: *Vivências Discentes e Docentes: experiências no curso de Licenciatura em Matemática do IFFluminense*, onde a turma estava presente.

Em seguida, no dia 19 de novembro de 2019, a professora orientou o grupo A sobre a escolha dos temas e foi feita uma revisão das apresentações que foram realizadas nos encontros subsequentes.

A partir do dia 03 de dezembro de 2019, ocorreram as defesas dos temas escolhidos pelos grupos A3, A1 e A2 respectivamente, com a presença dos orientadores das linhas de pesquisa de álgebra e geometria.

No dia 10 de dezembro de 2019, ocorreu a defesa da linha de pesquisa de álgebra do grupo B2 e o grupo B1 apresentou a defesa da linha de pesquisa de geometria, com a presença dos professores orientadores.

No último encontro do ano de 2019, dia 17 de dezembro, ocorreu a defesa da linha de pesquisa de geometria do grupo B2 e o grupo B1 apresentou a defesa da linha de pesquisa de álgebra, com a presença dos professores orientadores.

A partir do ano de 2020, os próximos encontros foram dedicados ao término dos relatórios do LEAMAT I.

1.2) Elaboração da sequência didática

1.2.1) Tema

A Relação da Função Polinomial do Segundo Grau com o Movimento Uniformemente Variado.

1.2.2) Justificativa

A escolha do tema deu-se pela observação da recorrente dificuldade apresentada pelos alunos na educação básica em Matemática e Física, além da ausência da Física na formação básica de alguns integrantes do grupo. Segundo Lopes (2004):

[...] a disciplina de Física, juntamente com a Matemática, destaca-se pelo índice relativamente alto de problemas relacionados com a fragmentação existente no seu ensino, entre eles índices alarmantes de repetência, pouca, e por vezes inexistentes, compreensão dos conceitos e suas relações, etc. (LOPES, 2004, p. 84).

Apesar de toda dificuldade apresentada pelos alunos na educação básica, é indubitável que o campo matemático propicia ao indivíduo o desenvolvimento do entendimento e da habilidade de solucionar problemas. De acordo com o PCNEM:

[...] o que se espera é que o aluno seja competente em resolução de problemas, se não de todos, pelo menos daqueles que permitam desenvolver formas de pensar em Matemática. A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. (BRASIL, 2002, p. 112).

O estudo de funções é necessário para compreender e resolver situações problemas em diversas áreas, não só da Matemática, mas também da Física. Além disso, a importância desse estudo auxilia nos desenvolvimentos algébrico e lógico.

Ainda é imprescindível que a abordagem do estudo de funções no campo matemático propicia ao aluno o desenvolvimento de conceitos a serem utilizados em diversos campos do conhecimento. Afirma o PCNEM:

[...] garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações-problema de matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 2000, p. 257).

Diante da importância da Matemática para a resolução de problemas, é notória a presença da mesma no campo da Física. Logo, é evidente a interdisciplinaridade existente entre esses dois campos. Assim, "Um dos exemplos mais relevantes em que se aplicam as funções quadráticas é o movimento uniformemente variado." (LIMA; CARVALHO; WAGNER; MORGADO, 2003, p. 33).

A interdisciplinaridade da Matemática com a Física se dá em virtude da linguagem formal matemática utilizada para fomentar conceitos do contexto da Física. Segundo Martins (2005):

A Física é por si só interdisciplinar suas teorias dependem do contexto visto através das leis gerais e dos processos analisados por leis específicas. Os conceitos, as experiências e a linguagem fazem parte de sua estrutura. A linguagem formal elaborada pela Matemática representa o ponto de unificação dos conceitos de tais teorias, uma vez que o verbo escrito ou falado leva a diferentes interpretações. (MARTINS, 2005, p. 60).

As tecnologias são ferramentas de suma importância para o auxílio na aprendizagem, tornando-se ainda mais aliada ao ensino em vista do atual cenário pandêmico que vivenciamos. Dessa forma:

Sendo assim, as Tecnologias Digitais se tornam um reforço de suma importância na educação atual, pois apresenta como funções instruir os alunos, colaborar com a metodologia dos docentes e enriquecer o trabalho dos gestores, entre outras contribuições. (COSTA; COSTA; CARDOSO; VIEIRA; BRITO, 2020, p. 4).

O GeoGebra facilita a construção do conhecimento do aluno, propiciando-o uma melhor visualização do conteúdo a ser trabalhado. Segundo Oliveira:

É uma ferramenta que permite ao aluno aprender Matemática a partir da observação, reflexão, experimentação e debate de ideias com colegas e/ou professor, ao longo da realização das atividades, podendo enriquecer o processo de ensino e aprendizagem (...). (OLIVEIRA, 2019, p. 43).

Tendo em vista a perspectiva interdisciplinar a qual baseia-se a elaboração da sequência didática, acredita-se que “O uso do GeoGebra também pode auxiliar várias áreas do conhecimento, não só a matemática como também a física, química, geografia, dentre outros, tornando o mesmo ainda mais útil e interessante.” (SANTOS, 2013, p. 10).

1.2.3) Objetivo Geral

Identificar situações problemas do Movimento Uniformemente Variado (MUV) no estudo da Função Polinomial do Segundo Grau, propiciando a interdisciplinaridade da Matemática com a Física.

1.2.4) Público-alvo

Alunos do 1.º ano do Ensino Médio.

2) Relatório do LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

No dia 24 de agosto de 2021 deu-se início às atividades referentes ao LEAMAT II na linha de pesquisa de álgebra. Ocorreu a explicação da nova metodologia para o desenvolvimento das linhas de pesquisas e as

apresentações dos grupos para relembrar os temas, uma vez que, devido a pandemia, ocorreu uma pausa entre as disciplinas do LEAMAT I e II.

Nos encontros do dia 31 de agosto ao dia 26 de outubro, a turma foi dividida em grupos. Fomos destinados à salas separadamente para que, assim, déssemos continuidade a elaboração de nossas respectivas sequências didáticas.

Após isso, no período do dia 05 ao dia 30 de novembro, ocorreram as aplicações das sequências didáticas dos grupos. Todas as aplicações foram realizadas na turma do LEAMAT II, de modo remoto, tendo em vista o cenário pandêmico em que nos encontrávamos.

No dia 16 de novembro, estivemos à frente da turma aplicando a nossa sequência didática, elaborada e desenvolvida durante a disciplina, sendo a mesma adaptada ao contexto remoto. Desse momento em diante, nos dedicamos à elaboração do relatório.

2.2) Elaboração da sequência didática

2.2.1) Planejamento da sequência didática

A nossa aula terá como tema “A relação da Função Polinomial do Segundo Grau com a Função Horária da Posição do Movimento Uniformemente Variado”, tendo como público-alvo os alunos do 1.º ano do Ensino Médio da rede pública.

Optamos, inicialmente, por aplicarmos uma atividade diagnóstica por meio de um formulário do Google (<https://forms.gle/zKxGmigvtxfPdon56>), a fim de identificarmos as dificuldades e os conhecimentos prévios dos alunos em relação aos conceitos de Função Polinomial do Segundo Grau.

Iniciaremos a nossa aula com a pergunta “Quais palavras surgem em sua mente ao pensar na Matemática e na Física?” e disponibilizaremos o link da plataforma Menti.com para que os alunos possam respondê-la. Com as

respostas da turma, daremos início a uma discussão acerca do tema a ser trabalhado em aula.

Após, apresentaremos a apostila que elaboramos com todo conteúdo que iremos abordar no decorrer da aula e, em seguida, a apostila com as atividades de situações problemas, para qual disponibilizaremos 20 minutos para resolução.

A apostila de atividades conterá 3 questões, a primeira questão (Figura 1) sendo dividida em 4 itens, em que, no segundo, será utilizado um *applet* disponível no *software* GeoGebra (Figura 2) para o auxílio na resolução. O GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar. Os objetivos dos itens serão, respectivamente, identificar o significado de cada termo em relação a função horária da posição, analisar e descrever o tipo de curva formada pela equação gerada, classificar a concavidade da curva e, por fim, aplicar os conceitos da Função Polinomial do Segundo Grau para resolução da questão.

Figura 1: Questão 1 da apostila de atividades.

Questão 1. Davi instalou o jogo Angry Birds em seu celular e notou que um dos personagens do jogo se desloca segundo a função horária do espaço $S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$, cujo espaço (S), em metros, varia de acordo com o tempo (t) em segundos. Responda:

a) Sabendo que a velocidade inicial desse personagem é igual a $-8m/s$, a posição inicial é igual a $8m$ e a aceleração igual a $4m/s^2$, substitua os valores na fórmula e diga qual é a lei da função formada.

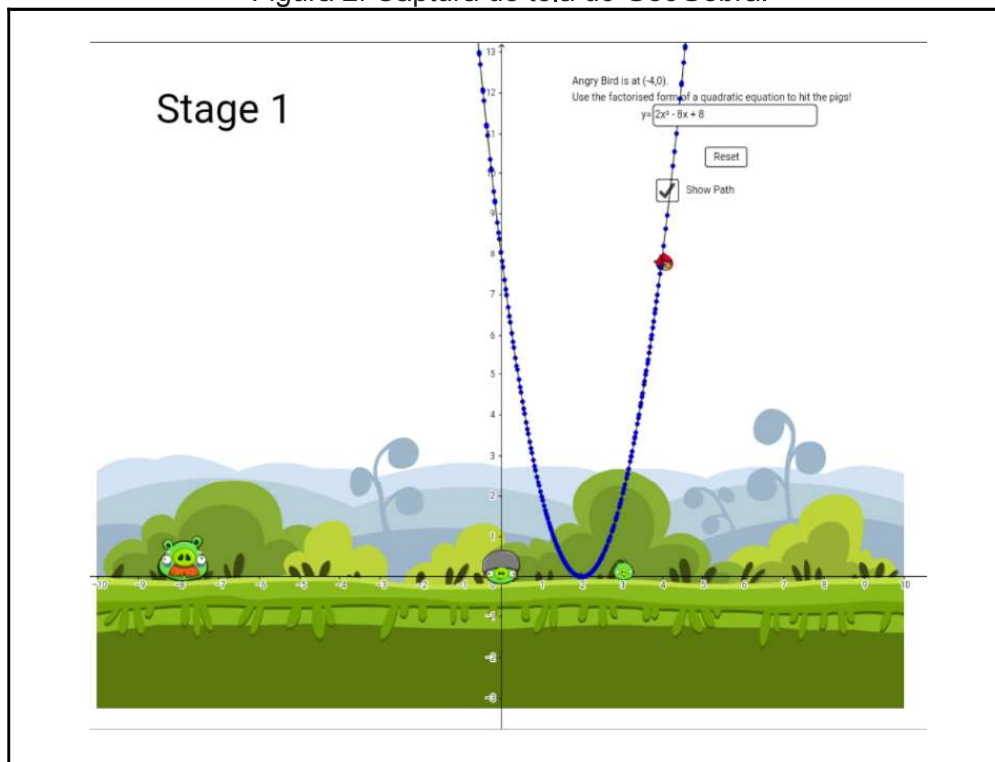
b) Após, coloque essa fórmula no *software* GeoGebra (link: [Angry Birds: The Quadratic Game \(Stage 1\) – GeoGebra](#)) e observe o gráfico. A equação apresentada esboça que tipo de curva?

c) A concavidade da curva formada é voltada para cima ou para baixo?

d) Em que instante (t) o personagem muda de sentido? Realize os cálculos utilizando os conceitos de função polinomial do segundo grau.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 2: Captura de tela do GeoGebra.



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/pfSR6p5C>.

Seguindo com a formulação das atividades, a segunda questão (Figura 3), dividida em dois itens, contará com o auxílio do simulador (Figura 4) e terá como objetivo identificar os conceitos de vértice da Função Polinomial do Segundo Grau para que, assim, consigam aplicá-los. O simulador esboça a trajetória da bala do canhão de acordo com a posição e angulação que determinarmos.

Figura 3: Questão 2 da apostila de atividades.

Questão 2. Um projétil é lançado por um canhão e atinge o solo a uma distância x metros do ponto de partida. Sabendo que a trajetória da bala de um canhão é dada pela lei $h(t) = \frac{-1}{2} t^2 + 5t$ em que $h(t)$ é a altura atingida pela bala para um deslocamento t na horizontal. Responda:

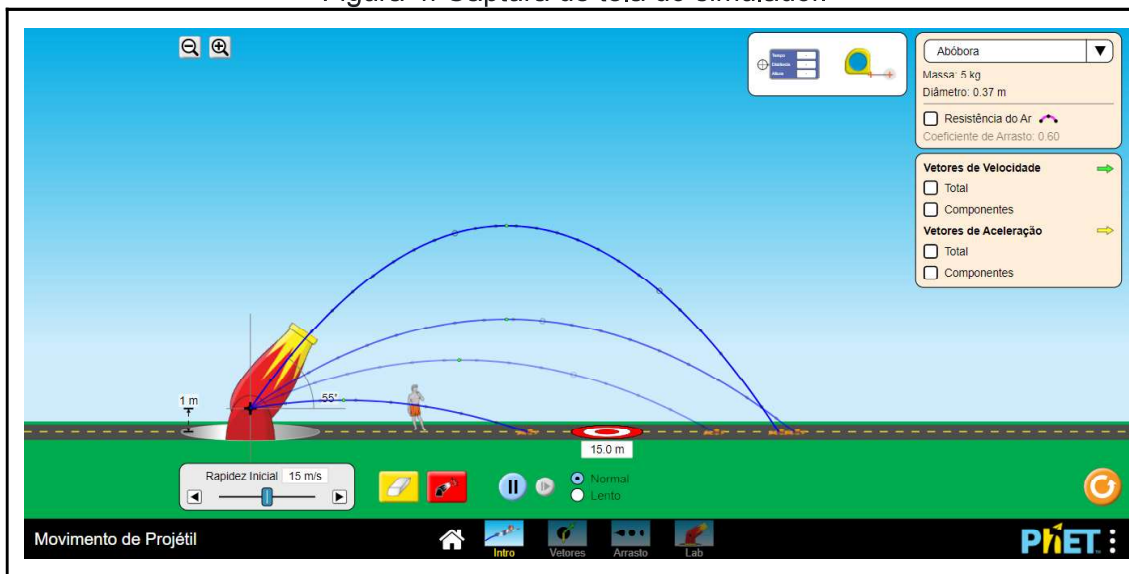


Figura 1.

- Qual a altura máxima atingida pela bala de canhão? Considere $h(t)$ em metros e t em segundos.
- Por fim, determine qual foi o tempo t para que a bala atingisse a altura máxima.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 4: Captura de tela do simulador.



Fonte: <https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion>.

A terceira e última questão (Figura 5) da apostila terá como propósito despertar um olhar interpretativo dos alunos para o gráfico e para as informações fornecidas por ele.

Figura 5: Questão 3 da apostila de atividades.

Questão 3. A potência elétrica P , em Watt (W), de uma bateria de automóvel em função da corrente elétrica i , em ampère (A) é dada pelo gráfico abaixo.

Figura 2.

A função representada pelo gráfico pode ser expressa pela sentença:

- $P = i^2 - 4i$
- $P = -i^2 + 4i$
- $P = i + 4i$
- $P = -i - 4i$

Fonte: Elaboração própria.

Após realizadas as atividades citadas, será proposta uma questão extra (Figura 6), dividida em 3 itens, que corrigiremos durante a aula com a turma. O intuito da mesma será aplicar os conceitos de Função Polinomial do Segundo Grau para a resolução de um problema envolvendo conceitos da Física e, ao final da correção, utilizaremos um *applet* do GeoGebra (Figura 7) para visualização dos resultados.

Figura 6: Questão da apostila da atividade extra.

Um foguete foi lançado de uma plataforma de lançamento e sua altura h , em metros, t segundos após o seu lançamento, é dada pela função $h(t) = -t^2 + 20t + 300$. Esse foguete deve atingir um alvo que se encontra ao nível do solo ($h = 0$).

a) De que altura o foguete foi lançado?

b) Qual a altura do foguete 10 segundos após o lançamento?

c) Após quantos segundos o foguete atingirá o alvo?


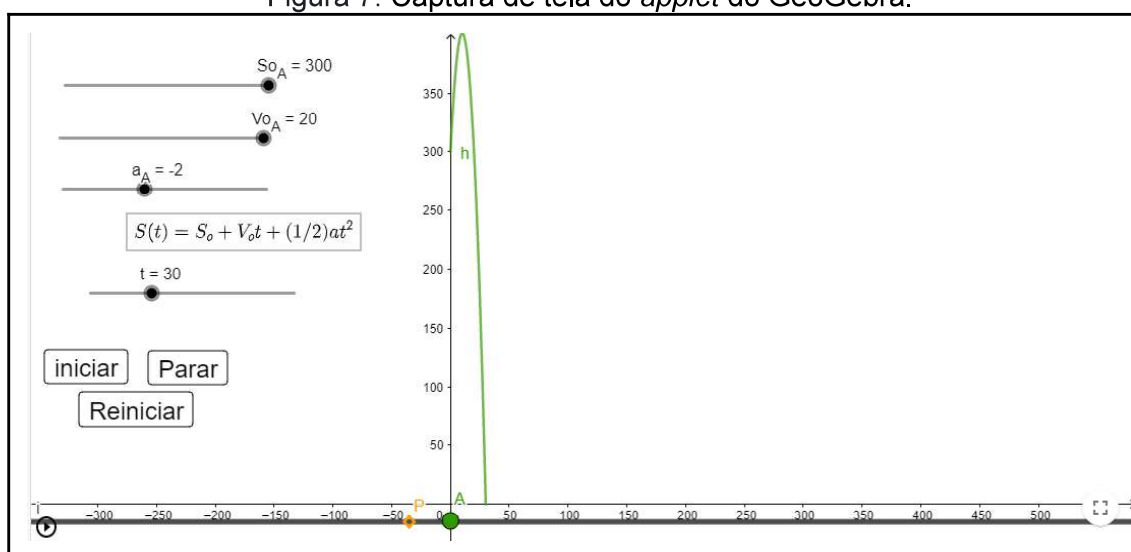


Figura 1.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 7: Captura de tela do *applet* do GeoGebra.



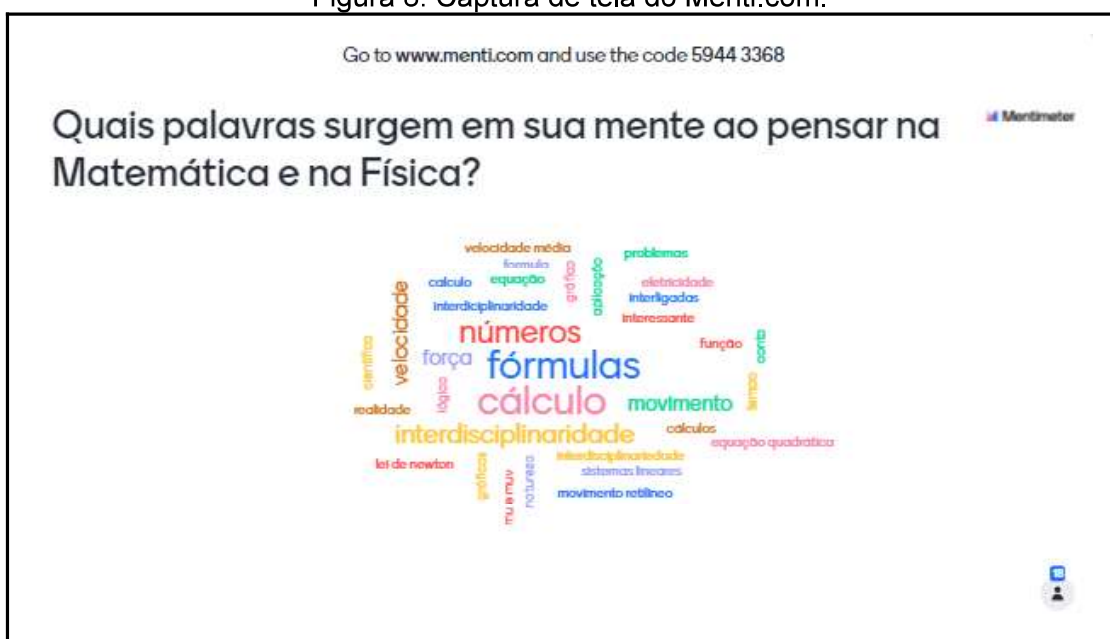
Fonte: Elaboração própria.

2.3) Aplicação da sequência didática para a turma do LEAMAT II

Após aplicada a atividade diagnóstica e analisados os seus resultados, notamos a necessidade de reforçar o conceito da concavidade da parábola e, assim, seguimos com a elaboração da sequência didática.

No dia 16 de novembro de 2021, ocorreu a aplicação da nossa sequência didática onde encontravam-se presentes 17 alunos. A turma foi reunida na plataforma do *Google Meet* e, assim como planejado, demos início a aula com a pergunta “Quais palavras surgem em sua mente ao pensar na Matemática e na Física?” a qual foi respondida pelos alunos na plataforma Menti.com e os resultados registrados em uma nuvem de palavras (Figura 8). A plataforma Menti.com pode ser acessada pelo link: <https://www.mentimeter.com/>.

Figura 8: Captura de tela do Menti.com.



Fonte: Elaboração própria.

Diante do resultado exposto, fizemos a apresentação e leitura da apostila elaborada com todo o conteúdo e, em seguida, explicamos como ocorreriam as atividades. Dados os minutos para os alunos responderem a mesma, foram apresentadas algumas dúvidas sobre os enunciados da primeira (item a) e segunda questão, além disso, tendo em vista a necessidade da

turma, foi preciso disponibilizarmos um tempo a mais para que todos pudessem concluir a realização das questões e o envio.

Logo depois, apresentamos a atividade extra e passados os minutos para que a turma a respondesse, um dos alunos demonstrou dificuldade na interpretação do item *c* da questão. Após, realizamos a correção com a participação dos alunos e esclarecemos a dúvida exposta anteriormente. Para finalizar a questão, utilizamos o *applet* do GeoGebra para uma melhor visualização da resolução.

Ao finalizarmos a aplicação, foram dadas algumas sugestões a fim de melhorar a sequência didática. Tais sugestões foram:

- Explicar a representação da velocidade inicial por um número negativo, que representa o sentido pelo qual o corpo se desloca, tendo em vista que não “existe” velocidade negativa;
- Dar ênfase sobre a utilização do simulador na segunda questão;
- Solicitar que os alunos enviem o raciocínio por trás da resolução da terceira questão;
- Acrescentar na apostila os conceitos de vértice da Função Polinomial do Segundo Grau;
- Abordar as atividades pelo formulário do Google;
- Sinalizar os eixos (x e y) no *applet* do GeoGebra utilizado na primeira questão.

Posteriormente à aula, analisamos as resoluções das questões propostas e identificamos algumas dificuldades que os alunos apresentaram no item *d* da primeira questão (Figura 9) e na segunda questão (Figuras 10 e 11).

Figura 9: Resposta do aluno.

$$d) \quad x_{0y} = \frac{-b}{2a} \quad \left. \begin{array}{l} \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\ \Delta = 64 - 4 \cdot 1 \cdot 8 \\ \Delta = 32 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y_v = \frac{-\Delta}{4a} \\ y_v = \frac{-32}{4} \\ y_v = 8. \end{array}$$

$$x_{0x} = \frac{8}{2} = 4$$

Muda o sentido no ponto (4, 8). Orientar da Parábola

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 10: Resposta do aluno.

$$2) \quad a) \quad h(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 5t$$

$$0 = -\frac{1}{2}t^2 + 5t$$

$$\Delta = 25 - 0 \quad \Delta = 25$$

$$t_1 = \frac{5}{-1} = -5 \quad t_2 = \frac{21}{-1} = -21 \quad \text{e} \quad t_2 = \frac{-19}{-1} = 19$$

t_1 e t_2 são as raízes, agora caracterizei a distância e divido por 2, deixo apenas, caracterizei o X_v .

$$X_v = \frac{t_2 + t_1}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$h(20) = -\frac{1}{2}(400) + 5(20) = -200 + 100 = -100$$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 11: Resposta do aluno.

Handwritten student work on lined paper:

$$b) -100 = -\frac{1}{2}t^2 + 5t$$

$$\frac{1}{2}t^2 + 5t + 100 = 0$$

$$\Delta = 25 + 200$$

$$\Delta = 225$$

$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{225}}{-1} \Rightarrow t_1 = 17 \quad e \quad t_2 = -7$$

Não entendi bem esse questão

Fonte: Protocolo de pesquisa.

2.3.1) Considerações feitas pela turma sobre a aplicação

Pergunta: Você aprendeu algo novo? Conteúdo, abordagem, recurso, outras coisas? O que faria de diferente na aula?

Resposta do aluno: Sim, pois durante meu ensino médio eu não tinha reparado muito que a fórmula do MUV poderia se assemelhar a uma equação polinomial do segundo grau. Resolver os exercícios desse conteúdo da física com os conceitos da equação quadrática deixou tudo mais fácil. Parabéns!

Pergunta: Problematização do Ensino. (Por problematizar estamos entendendo que a aula deve ser estruturada de forma a levantar questionamentos e reflexões sobre aquele conteúdo, para além de um ensino centrado apenas na exposição de informações ou em fórmulas).

Resposta do aluno: A aula foi muito bem organizada, o grupo estava bem sincronizado a todo momento. No meu ponto de vista a aula nos possibilitou a enxergar essa proximidade da matemática com outras áreas, em especial a física. A forma como a apostila foi organizada foi ótima, pois iniciou-se no campo da física e depois "migrou" para a matemática de forma

bem clara e de fácil entendimento, estabelecendo a relação de forma clara. Confesso que quando estudei esse conteúdo no ensino médio, eu não me dei conta dessa relação.

3) Relatório do LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

No dia 07 de fevereiro de 2022, deu-se início às atividades do LEAMAT III, com a apresentação da nova orientadora da linha de pesquisa de álgebra, a professora Poliana Rodrigues. Ainda nesse encontro, a mesma apresentou a proposta para a elaboração do e-book e comentou acerca desse processo.

A orientadora destinou uma sala de aula virtual para cada grupo e, assim, deu-se seguimento ao desenvolvimento dos relatórios e início à elaboração de seus respectivos e-books a partir do dia 14 de fevereiro.

O e-book elaborado pelo grupo referente ao tema da linha de pesquisa de álgebra foi finalizado em 18 de abril e publicado na plataforma da Amazon no dia 16 de maio de 2022.

3.2) Elaboração da sequência didática

O tema da aula elaborada será “A relação da Função Polinomial do Segundo Grau com a Função Horária da Posição do Movimento Uniformemente Variado”, tendo como público-alvo os alunos do 1.º ano do Ensino Médio da rede pública.

3.2.1) Versão final da sequência didática

A sequência didática é estruturada da seguinte forma:

- Etapa 1 - Atividade Diagnóstica
- Etapa 2 - Menti.com
- Etapa 3 - Apostila Teórica
- Etapa 4 - Apostila de Atividades
- Etapa 5 - Atividade Extra

Etapa 1:

Opta-se, inicialmente, por aplicar uma atividade diagnóstica, a qual é proposta para a turma em um momento anterior a aplicação da sequência, por meio de um formulário do Google (<https://forms.gle/zKxGmigvtxfPdon56>), a fim de identificar as dificuldades e os conhecimentos prévios dos alunos em relação aos conceitos de Função Polinomial do Segundo Grau. A atividade é somente analisada pelo professor, não sendo corrigida em sala de aula e nem devolvida para os alunos.

Etapa 2:

A aula será iniciada com a pergunta “Quais palavras surgem em sua mente ao pensar na Matemática e na Física?”, com o intuito de identificar o pensamento dos alunos sobre a relação entre ambas as disciplinas e gerar uma introdução acerca das possíveis interações existentes entre as mesmas. Para isso, a pergunta será disponibilizada pelo link da plataforma Menti.com para que os alunos possam respondê-la. Com as respostas da turma, será gerada uma nuvem de palavras e, assim, propõe-se uma discussão acerca do tema a ser trabalhado em aula.

Etapa 3:

Após as discussões sobre as relações entre a Física e a Matemática, a partir da nuvem de palavras, é apresentada a apostila (apêndice A) elaborada com o objetivo de explicitar o conteúdo a ser ministrado em aula e podendo ser um material de consulta no decorrer da mesma, contendo inicialmente o tópico de Função Horária da Posição do Movimento Uniformemente Variado e, em seguida, a relação entre o tópico inicial com a Função Polinomial do Segundo Grau. A apostila é apresentada por meio do compartilhamento da tela, onde os alunos têm acesso e visualizam todo o conteúdo ministrado pelo professor, sendo feita uma leitura e explicação do material.

Etapa 4:

Posteriormente, a apostila é apresentada com as atividades de situações problemas, para a qual disponibiliza-se 20 minutos para resolução e, em um momento após a aula, as questões são somente analisadas pelo professor, não sendo corrigidas em sala de aula e nem devolvidas para os alunos. A mesma contém 3 questões, a primeira questão (Figura 1) sendo dividida em 4 itens, em que, no segundo, será utilizado um *applet* (<https://www.geogebra.org/m/pfSR6p5C>) disponível no *software* GeoGebra (Figura 2) para o auxílio na resolução. Os objetivos dos itens da questão 1 são, respectivamente: a) identificar o significado de cada termo em relação a função horária da posição, b) analisar e descrever o tipo de curva formada pela equação gerada, c) classificar a concavidade da curva e, por fim, d) aplicar os conceitos da Função Polinomial do Segundo Grau para resolução da questão.

Figura 12: Questão 1 da apostila de atividades.

Questão 1. Davi instalou o jogo Angry Birds em seu celular e notou que um dos personagens do jogo se desloca segundo a função horária do espaço $S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$, cujo espaço (S), em metros, varia de acordo com o tempo (t) em segundos. Responda:

a) Sabendo que a velocidade inicial desse personagem é igual a -8 m/s , a posição inicial é igual a 8 m e a aceleração igual a 4 m/s^2 , substitua os valores na fórmula e diga qual é a lei da função formada.

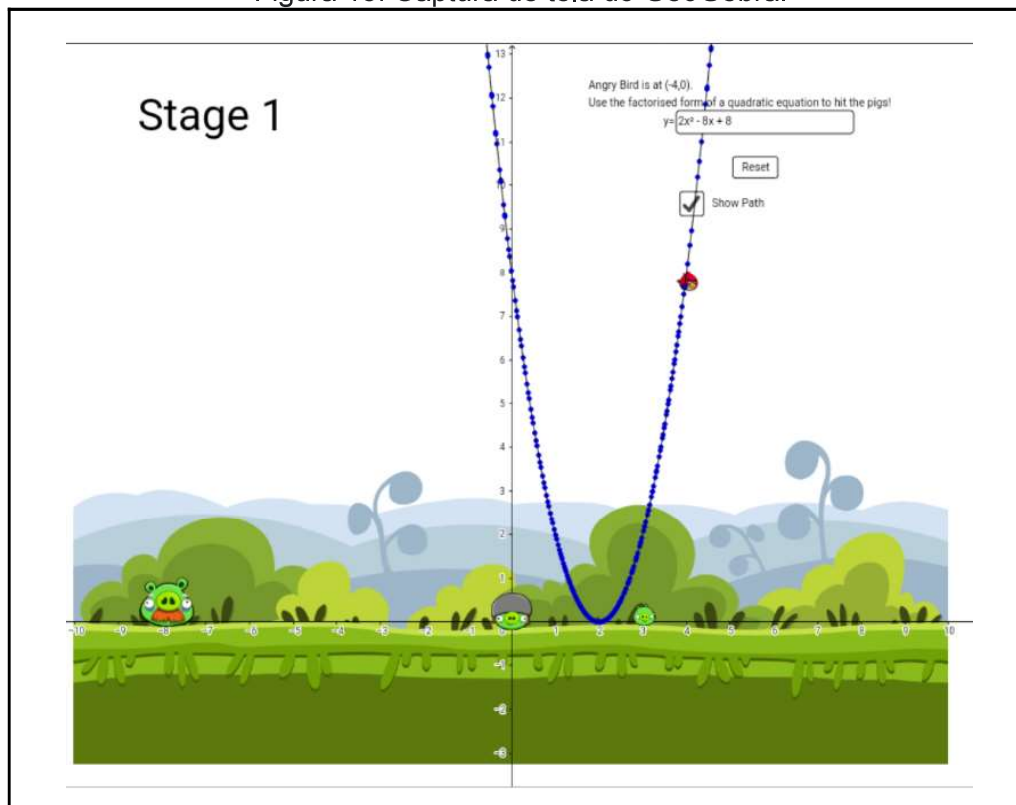
b) Após, coloque essa fórmula no *software* GeoGebra (link: [Angry Birds: The Quadratic Game \(Stage 1\) – GeoGebra](#)) e observe o gráfico. A equação apresentada esboça que tipo de curva?

c) A concavidade da curva formada é voltada para cima ou para baixo?

d) Em que instante (t) o personagem muda de sentido? Realize os cálculos utilizando os conceitos de função polinomial do segundo grau.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 13: Captura de tela do GeoGebra.



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/pfSR6p5C>.

Seguindo com a formulação das atividades, a segunda questão (Figura 3), dividida em dois itens, conta com o auxílio do simulador (Figura 4) e tem como objetivo identificar os conceitos de vértice da Função Polinomial do Segundo Grau para que, assim, consigam aplicá-los. O objetivo do simulador é auxiliar na visualização e na interpretação da situação fornecida pela questão, esboçando a trajetória da bala do canhão de acordo com a posição e angulação que determinarmos.

Figura 14: Questão 2 da apostila de atividades.

Questão 2. Um projétil é lançado por um canhão e atinge o solo a uma distância x metros do ponto de partida. Sabendo que a trajetória da bala de um canhão é dada pela lei $h(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 5t$ em que $h(t)$ é a altura atingida pela bala para um deslocamento t na horizontal. Responda:




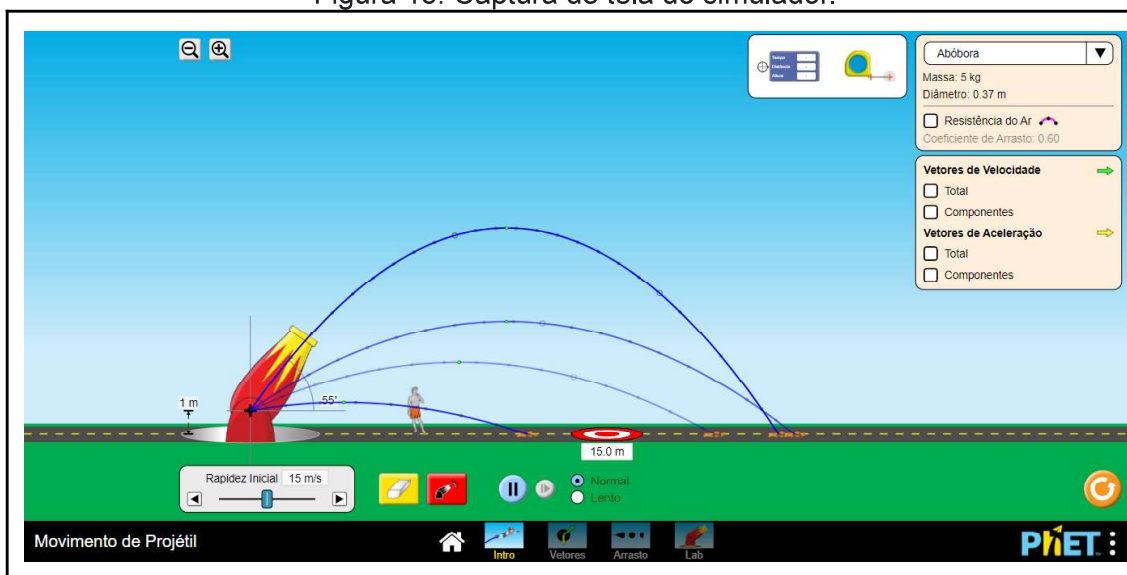
Figura 1.

a) Qual a altura máxima atingida pela bala de canhão? Considere $h(t)$ em metros e t em segundos.

b) Por fim, determine qual foi o tempo t para que a bala atingisse a altura máxima.

Fonte: Elaboração própria.

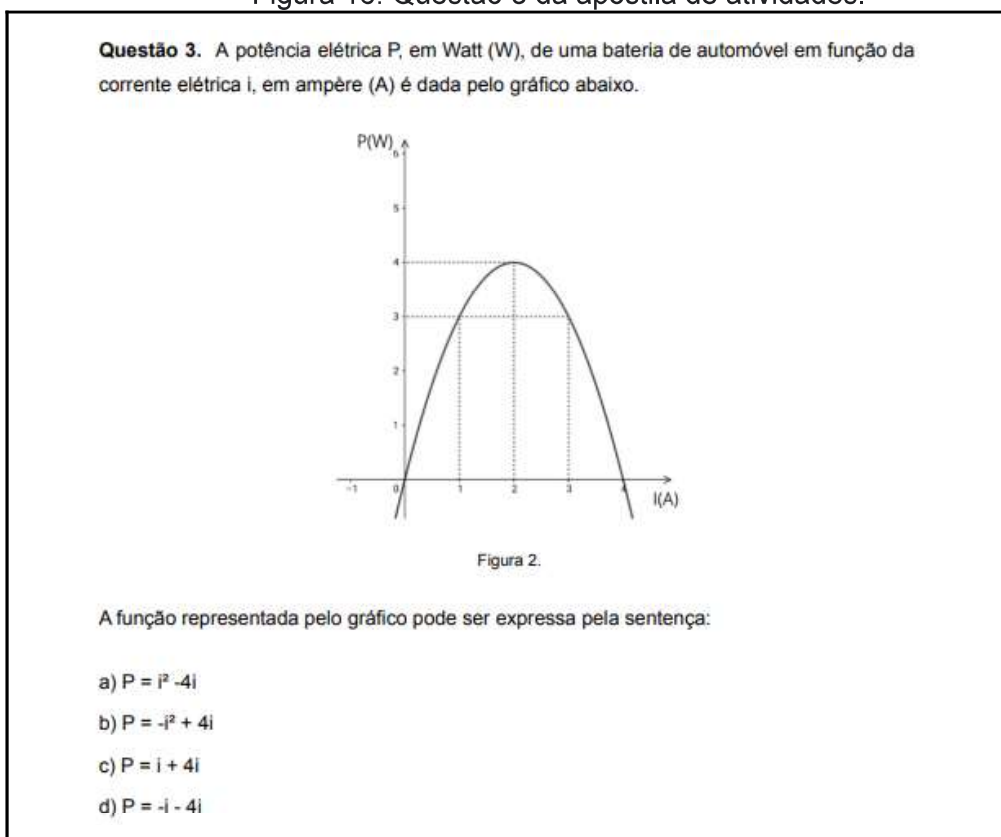
Figura 15: Captura de tela do simulador.



Fonte: <https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion>.

A última questão da apostila (Figura 5), por se tratar de uma atividade contextualizada, tem como propósito despertar um olhar interpretativo dos alunos para o gráfico e para as informações fornecidas por ele.

Figura 16: Questão 3 da apostila de atividades.



Fonte: Elaboração própria.

Etapa 5:

Após realizadas as atividades citadas, é proposta uma questão extra (Figura 6), dividida em 3 itens, corrigida durante a aula com a turma. O intuito da mesma é aplicar os conceitos de Função Polinomial do Segundo Grau para a resolução de um problema envolvendo conceitos da Física e verificar se os alunos compreenderam os conceitos aplicados durante a aula. Ao final da correção, utiliza-se um *applet* (<https://www.geogebra.org/m/qsip9c2g>) do GeoGebra (Figura 7) para visualização dos resultados.

Figura 17: Questão da apostila da atividade extra.

Um foguete foi lançado de uma plataforma de lançamento e sua altura h , em metros, t segundos após o seu lançamento, é dada pela função $h(t) = -t^2 + 20t + 300$. Esse foguete deve atingir um alvo que se encontra ao nível do solo ($h = 0$).

a) De que altura o foguete foi lançado?

b) Qual a altura do foguete 10 segundos após o lançamento?

c) Após quantos segundos o foguete atingirá o alvo?


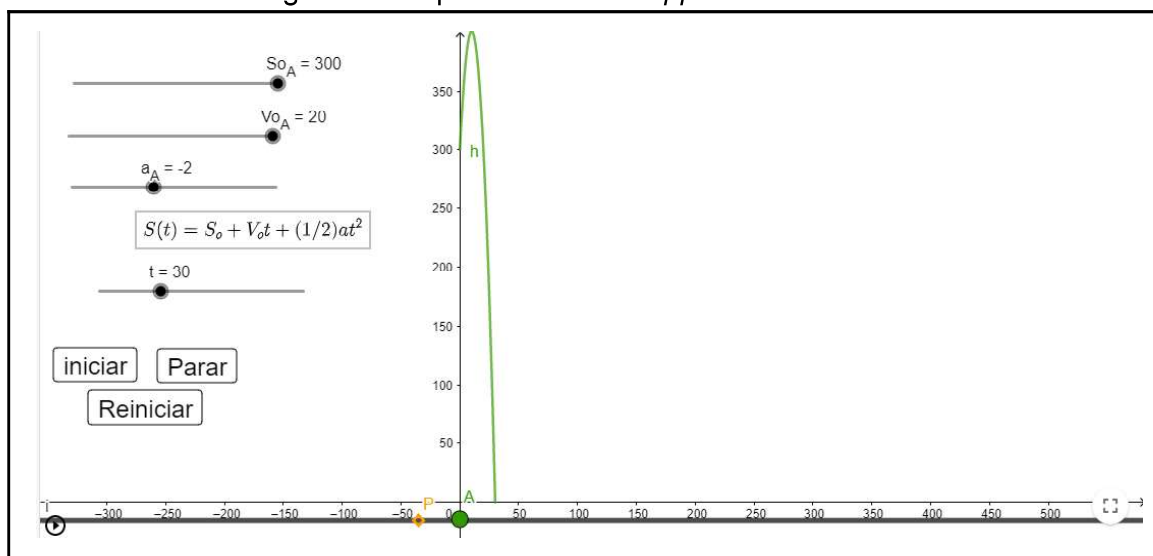


Figura 1.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 18: Captura de tela do *applet* do GeoGebra.



Fonte: Elaboração própria.

Considerações Finais

É notória a importância da abordagem interdisciplinar da Matemática com outras áreas de conhecimento, desmistificando a ideia de que o pensamento matemático é um campo isolado e sem significados.

Para o desenvolvimento da sequência didática tornou-se necessário explorar os conhecimentos prévios dos alunos, a fim de diagnosticarmos seus saberes e dificuldades com o intuito de nortearmos os caminhos a serem traçados para um melhor aproveitamento da temática.

Ao pensar no ambiente em que se propaga o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, entende-se a abordagem da resolução de situações problemas como uma aliada no desenvolvimento da autonomia e do pensamento matemático dos alunos. Logo, buscamos despertar um olhar investigativo e estratégico nas práticas propostas.

O presente trabalho foi desenvolvido como um material de possível adaptação a diferentes contextos educacionais. Assim, para futuras aplicações, sugere-se alterações e/ou criações de *softwares* e simuladores para o auxílio da elaboração de atividades.

Diante das análises e conclusões, ficou evidente que o objetivo de identificar situações problemas do Movimento Uniformemente Variado (MUV) no estudo da Função Polinomial do Segundo Grau, propiciando a interdisciplinaridade da Matemática com a Física, foi alcançado.

Muitas foram as contribuições que a execução deste material trouxe para o desenvolvimento dos integrantes do grupo enquanto docentes em formação. É indubitável que o contato com a preparação de uma sequência didática e com a prática em sala de aula nos possibilitou uma rica experiência para as nossas trajetórias acadêmicas.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Secretaria de Educação Ensino Médio. **Parâmetros Curriculares Nacionais+ Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 2002.
- BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2000.
- FIORENTINI, Dario. FERNANDES, Fernando Luis. CRISTOVÃO, Elian. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemática no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Faculdade de Educação, UNICAMP: Campinas, 2005.
- LOPES, J. P. **Fragmentações e aproximações entre Matemática e Física no contexto escolar: problematizando o conceito de função afim**. 2004. 205 f. Dissertação (Mestre em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.
- MARTINS, Douglas Aparecido Nacci. **Tratamento interdisciplinar e inter-relações entre Matemática e Física: Potencialidades e limites da Implementação dessa perspectiva**. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.
- PONTE, J. P. (2006). **Números e álgebra no currículo escolar**. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & P. Canavarro (Eds.), *Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores* (pp. 5-27). Lisboa: SEM-SPCE.
- SILVA JÚNIOR, G. B. da.; GAZIRE, E. S. **Ensino de Física e Matemática: diálogos possíveis**. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, 18. 2009, Vitória. Anais.Vitória: UFES, 2009. Disponível em: http://www.cienciamao.usp.br/dados/snef/_ensinodefisicaematematic.trabalho.pdf. Acesso em: 21 nov. 2019.

Apêndices

Apêndice A - Material aplicado na turma do LEAMAT II

Diretoria de Ensino Superior - Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra

Licenciandos: Clícia Aguiar, Isabela Cardoso, Maria Luiza Queiroz, Suzana Souza e Yarllen Paes

Orientadora: Prof^a. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

Nome: _____

Data:

____/____/____

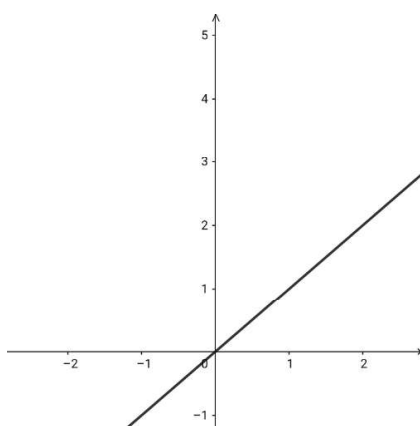
ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

Atividade desenvolvida pelos componentes do Grupo A3 com o intuito de identificar os conhecimentos prévios do público alvo (alunos do 1º ano do Ensino Médio), a fim de auxiliar na elaboração da sequência didática a ser produzida pelo grupo na disciplina LEAMAT II na linha de pesquisa de álgebra.

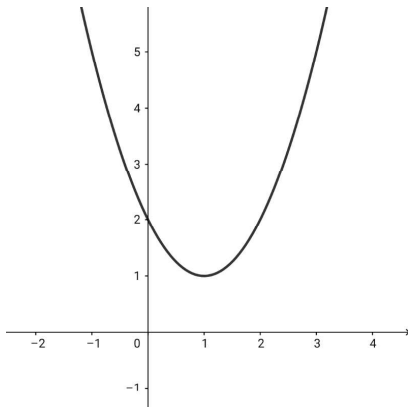
1. Existe uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, ou seja, uma função em que o domínio e o contradomínio pertencem ao conjunto dos números reais, definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b, c reais e $a \neq 0$. Como essa função é denominada?

2. Qual destes itens melhor representa, graficamente, a lei da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$.

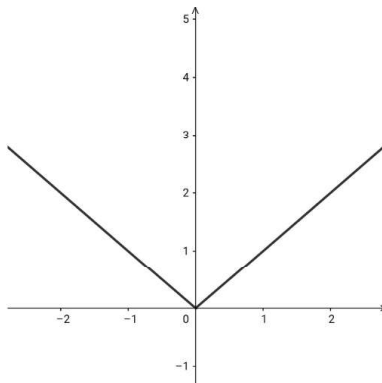
a)



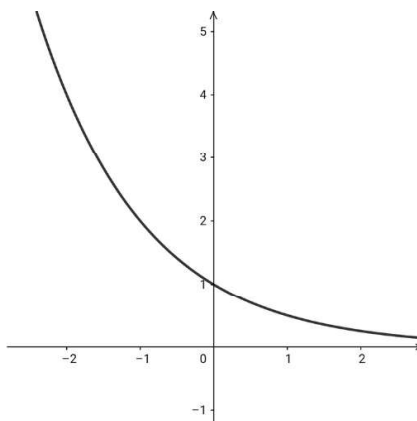
b)



c)



d)



3. Seja a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (k - 5)x^2 + 2x + 21$, responda:

a) Determine k de modo que a função polinomial descrita seja do segundo grau.

b) Determine valores de k para que o gráfico da função seja uma parábola com concavidade voltada para cima.

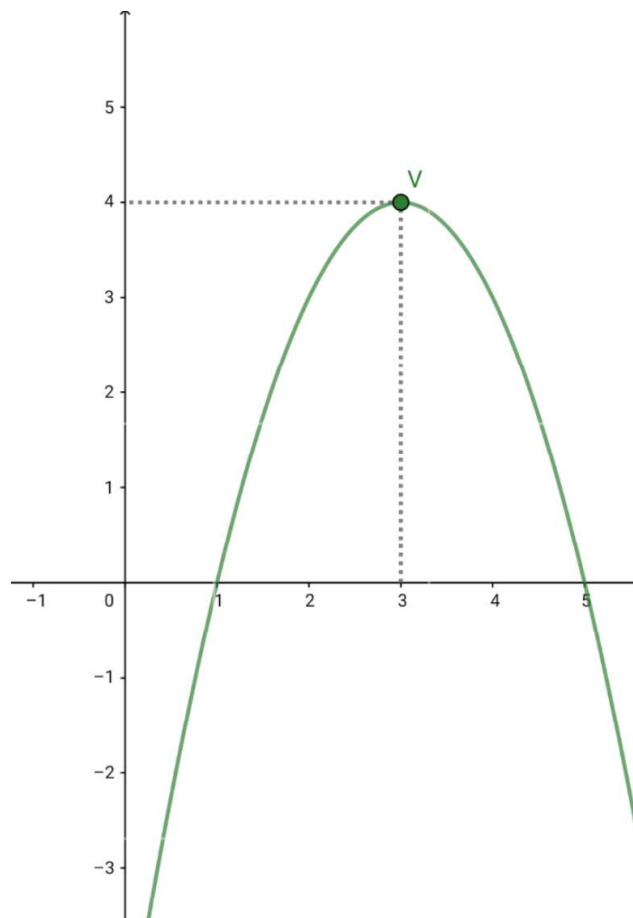
c) Agora determine valores de k para que a concavidade seja voltada para baixo.

4. De acordo com a definição, $f(x) = 7x + 6$ representa uma função polinomial do segundo grau? Justifique sua resposta.

Sim

Não

5. Analise o gráfico e responda os itens a seguir:



a) Por que a parábola possui concavidade voltada para baixo?

b) Quais são os zeros da função?

1 e 5

1 e 0

3 e 4

5 e 0

c) Determine o x do vértice e comente como o encontrou.

d) Determine o y do vértice e comente como o encontrou.

e) A parábola possui ponto máximo ou ponto mínimo? Comente.

f) Determine o domínio e a imagem da função.

6. Você acha que a Matemática está relacionada a outras áreas de conhecimento? Justifique.

Sim

Não

Talvez

Diretoria de Ensino Superior - Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra

Licenciandos: Clícia Aguiar, Isabela Cardoso, Maria Luiza Queiroz, Suzana Souza e Yarllen Paes

Orientadora: Prof^ª. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

A relação da Função Polinomial do Segundo Grau com a Função Horária da Posição do Movimento Uniformemente Variado

Um dos exemplos mais relevantes em que se aplicam as Funções Polinomiais do Segundo Grau é o Movimento Uniformemente Variado (MUV). O mesmo possui a aceleração escalar constante e diferente de zero. Portanto, a velocidade escalar sofre variações iguais em intervalos de tempos iguais. Ao estudarmos o MUV, é necessário compreendermos as funções horárias da velocidade e da posição, as quais são utilizadas para descrever a trajetória de corpos que se movem com aceleração constante. Na sequência, abordaremos mais sobre a função horária da posição.

1. Função Horária da Posição do Movimento Uniformemente Variado

A função horária da posição é a equação usada para determinar a posição de um móvel que descreve um movimento uniformemente variado. Trata-se de uma expressão que depende de variáveis como velocidade inicial, posição inicial e aceleração.

A função horária da posição é dada pela seguinte fórmula:

$$S(t) = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$$

$S(t)$ - posição no instante t (m)

S_0 - posição inicial (m)

V_0 - velocidade inicial (m/s)

t - instante (s), com $t \geq 0$

a - aceleração (m/s^2), com $a \neq 0$

Observação: Utilizamos a gravidade, representada por g , no lugar da aceleração quando temos a situação da queda livre de um corpo, em que desconsidera-se a resistência do ar. Através de experimentos, o valor de g foi determinado como $9,81 \text{ m/seg}^2$.

2. Leis das funções

a) Função polinomial do segundo grau:

$f(x) = ax^2 + bx + c$, com a e b reais e $a \neq 0$, relaciona y em função de x .

b) Lei da função horária da posição:

$S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$, com S_0 e V_0 reais e $a \neq 0$, relaciona o espaço (S) em função do instante (t).

2.1. Relacionando...

Percebe-se que as funções se assemelham, logo pode-se indicar a função que relaciona o espaço em função do instante da seguinte forma:

$$S(t) = \frac{at^2}{2} + bt + c$$

Assim, representamos a velocidade inicial (V_0) por b e a posição inicial (S_0) por c .

Com isso, podemos concluir que é possível resolvermos problemas acerca de funções horárias da posição por meio dos conceitos da função polinomial do segundo grau.

2.2. Parábola

O gráfico da função polinomial do segundo grau e, conseqüentemente, da função horária da posição são parábolas representadas, respectivamente, por $y = ax^2 + bx + c$ e $S(t) = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$.

Ambas podem possuir concavidade voltada para “cima” ou para “baixo”.

Se $a > 0$, a concavidade da parábola está voltada para cima.

Se $a < 0$, a concavidade da parábola está voltada para baixo.

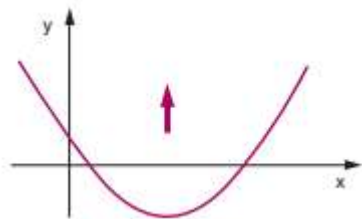


Figura 1.

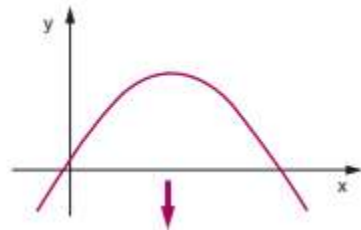


Figura 2.

Na prática...

Exemplo 1. Em que instante, um corpo que descreve um movimento de acordo com a função horária do espaço abaixo, alcança o espaço $6m$?

$$S = 50 - 15t + t^2 \text{ (SI)}$$

Resolução:

Substituindo S por 6 (informação dada pela questão) e utilizando a fórmula resolvente da equação do segundo grau, temos:

$$\begin{aligned} 6 &= 50 - 15t + t^2 \\ 0 &= -6 + 50 - 15t + t^2 \\ 0 &= 44 - 15t + t^2 \\ t &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow t = \frac{-(-15) \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 44}}{2 \cdot 1} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow t &= \frac{15 \pm \sqrt{225 - 176}}{2} \Rightarrow t = \frac{15 \pm \sqrt{49}}{2} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow t &= \frac{15+7}{2} \quad \text{ou} \quad t = \frac{15-7}{2} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow t &= 11 \quad \text{ou} \quad t = 4 \end{aligned}$$

Logo, o corpo passa no espaço $6m$ nos instantes $4s$ e $11s$.



REFERÊNCIAS

WAGNER, Eduardo. et al. **Temas e Problemas**. 3.ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática. 2001. 197p. (Coleção do Professor de Matemática).

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar: Conjuntos funções - Vol 1 - 9.ed.** São Paulo: Editora Atual. 2013. 420p.

SILVA, Marcos Noé da. Aplicações da Função do 2º grau na Física; **Mundo Educação**. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/aplicacoes-funcao-2-grau-na-fisica.htm>. Acesso em: 11 de out. de 2021.

HELERBROCK, Rafael. Funções horárias do MUV; **Brasil Escola**. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/fisica/funcao-horaria-muv.htm>. Acesso em: 05 de out. de 2021.

Diretoria de Ensino Superior - Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra

Licenciandos: Clicia Aguiar, Isabela Cardoso, Maria Luiza Queiroz, Suzana Souza e Yarllen Paes

Orientadora: Prof^a. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

Nome: _____ Data: ___/___/___

ATIVIDADES

Questão 1. Davi instalou o jogo Angry Birds em seu celular e notou que um dos personagens do jogo se desloca segundo a função horária do espaço $S = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$, cujo espaço (S), em metros, varia de acordo com o tempo (t) em segundos. Responda:

a) Sabendo que a velocidade inicial desse personagem é igual a -8 m/s , a posição inicial é igual a 8 m e a aceleração igual a 4 m/s^2 , substitua os valores na fórmula e diga qual é a lei da função formada.

b) Após, coloque essa fórmula no *software* GeoGebra (link: [Angry Birds: The Quadratic Game \(Stage 1\) – GeoGebra](#)) e observe o gráfico. A equação apresentada esboça que tipo de curva?

c) A concavidade da curva formada é voltada para cima ou para baixo?

d) Em que instante (t) o personagem muda de sentido? Realize os cálculos utilizando os conceitos de função polinomial do segundo grau.

Questão 2. Um projétil é lançado por um canhão e atinge o solo a uma distância x metros do ponto de partida. Sabendo que a trajetória da bala de um canhão é dada pela lei $h(t) = \frac{-1}{2} t^2 + 5t$ em que $h(t)$ é a altura atingida pela bala para um deslocamento t na horizontal. Responda:

- a) Qual a altura máxima atingida pela bala de canhão? Considere $h(t)$ em metros e t em segundos.
- b) Por fim, determine qual foi o tempo t para que a bala atingisse a altura máxima.

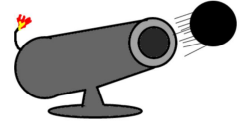


Figura 1.

Questão 3. A potência elétrica P , em Watt (W), de uma bateria de automóvel em função da corrente elétrica i , em ampère (A) é dada pelo gráfico abaixo.

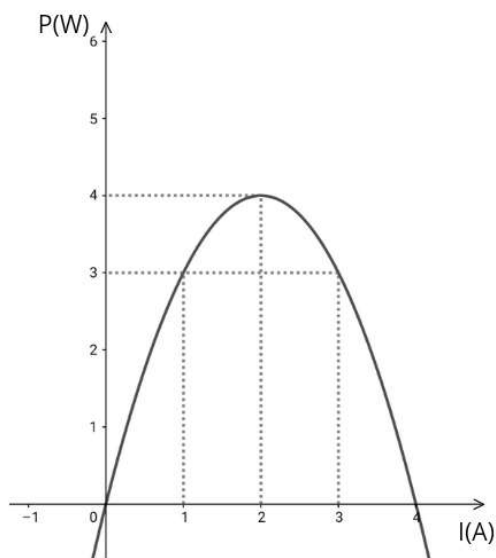


Figura 2.

A função representada pelo gráfico pode ser expressa pela sentença:

- a) $P = i^2 - 4i$
- b) $P = -i^2 + 4i$
- c) $P = i + 4i$
- d) $P = -i - 4i$

Diretoria de Ensino Superior - Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra

Licenciandos: Clicia Aguiar, Isabela Cardoso, Maria Luiza Queiroz, Suzana Souza e Yarllen Paes

Orientadora: Prof^a. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

Nome: _____ Data: ___/___/___

ATIVIDADE EXTRA

Um foguete foi lançado de uma plataforma de lançamento e sua altura h , em metros, t segundos após o seu lançamento, é dada pela função $h(t) = -t^2 + 20t + 300$. Esse foguete deve atingir um alvo que se encontra ao nível do solo ($h = 0$).

- De que altura o foguete foi lançado?
- Qual a altura do foguete 10 segundos após o lançamento?
- Após quantos segundos o foguete atingirá o alvo?

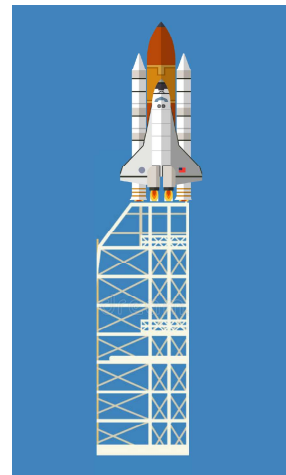


Figura 1.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Ensino Médio. **Parâmetros Curriculares Nacionais+ Ensino Médio**: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC/SEF, 2002.

BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2000.

FIORENTINI, Dario. FERNANDES, Fernando Luis. CRISTOVÃO, Elian. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemática no desenvolvimento.**