

matemática

DIRETORIA DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

INSTITUTO FEDERAL  
Fluminense  
Campus Campos Centro



INSTITUTO FEDERAL  
Fluminense  
Campus Campos Centro

MINISTÉRIO DA  
EDUCAÇÃO



PÁTRIA AMADA  
BRASIL  
GOVERNO FEDERAL

## RELATÓRIO DO LEAMAT

# CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO POR MEIO DO ESTUDO DE PADRÕES

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

FLÁVIA DE SOUZA HERNANDES  
MARIANA PEIXOTO SIQUEIRA  
RAQUEL RODRIGUES DA SILVA ROBAINA

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ  
2021.1

FLÁVIA DE SOUZA HERNANDES  
MARIANA PEIXOTO SIQUEIRA  
RAQUEL RODRIGUES DA SILVA ROBAINA

**RELATÓRIO DO LEAMAT**  
**CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO**  
**POR MEIO DO ESTUDO DE PADRÕES**

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Me.: Paula Eveline da Silva dos Santos

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ  
2021.1

	<b>p.</b>
1) Relatório do LEAMAT I .....	3
1.1) Atividades desenvolvidas .....	3
1.2) Elaboração da sequência didática .....	7
1.2.1) Tema .....	7
1.2.2) Justificativa .....	7
1.2.3) Objetivo Geral .....	10
1.2.4) Público Alvo .....	10
2) Relatório do LEAMAT II .....	11
2.1) Atividades desenvolvidas .....	11
2.2) Elaboração da sequência didática .....	11
2.2.1) Planejamento da sequência didática .....	11
2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II.....	14
3) Relatório do LEAMAT III .....	16
3.1) Atividades desenvolvidas .....	16
3.2) Versão final da sequência didática .....	16
Considerações Finais .....	21
Referências .....	23
Apêndices .....	25
Apêndice A - Material didático aplicado na turma do LEAMAT II .....	26
Apêndice B - Versão final do material didático elaborado .....	31

## 1) RELATÓRIO DO LEAMAT I

### 1.1) Atividades desenvolvidas

No dia 26 de abril de 2019, foi apresentada a linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra. Após a apresentação, foi feita a atividade: "Álgebra na Resolução de Problemas" (TINOCO, 2011), que apresentava problemas envolvendo balanças em equilíbrio, para descobrir o peso dos objetos por meio do pensamento lógico ou recorrendo à Álgebra. A professora também apresentou uma atividade, em que devia ser determinado um resultado numérico a partir de uma série de instruções a serem seguidas. Considera-se atividades desse tipo atrativas, o que auxilia no desenvolvimento do pensamento algébrico.

No dia 03 de maio de 2019, foi feita a leitura e discussão do texto: "O Ensino da Álgebra" (MARTINS; VICHESSI, 2009). As autoras falam sobre as dificuldades e desafios na introdução da Álgebra no Ensino Fundamental, e enfatizam que o professor deve conscientizar o aluno sobre o conhecimento adquirido anteriormente continuar sendo válido. Um exemplo citado pelas autoras é o símbolo de igualdade, que já não serve apenas como indicador de resultado (valor final de uma operação matemática), mas também, como indicador de equivalência (correspondência entre duas posições que possuem o mesmo valor) (MARTINS; VICHESSI, 2009).

Sendo assim, a passagem da Aritmética para a Álgebra deve ser feita garantindo uma continuidade e não uma ruptura com todo o conhecimento já adquirido pelo aluno (MARTINS; VICHESSI, 2009). O texto traz também a importância dos conceitos de incógnita e variável, e a necessidade de exemplos para uma generalização antes da formalização do conteúdo.

Em um outro momento, foi realizada a "Atividade 3 – O Valor de Cada Figura" (TINOCO, 2011) que consistia em desvendar o valor das figuras em cada item, explicitando em seu enunciado apenas que figuras iguais representavam números iguais, deixando implícito qual a operação que deveria ser feita.

Tal atividade apresenta alguns comentários que apontam os principais obstáculos encontrados pelos alunos para resolver o problema, sendo a dificuldade inicial o enunciado não evidenciar a operação a ser realizada, no caso, a soma. Esta foi uma dúvida também da turma, enquanto a atividade era

resolvida. Um outro impasse, foi coordenar as informações contidas nas linhas e colunas dos enigmas apresentados para serem resolvidos.

Outros comentários desse mesmo texto, ressaltam a importância de se trabalhar com os números decimais, já que eles são os números que mais aparecem em situações reais, e que pode ser permitido o uso de calculadora se o objetivo proposto for apenas o estabelecimento de estratégias (TINOCO, 2011).

Nos dias 10 e 17 de maio de 2019, foi trabalhado o texto “Primeiros Passos na Álgebra: Conceitos Elementares e Atividades Pedagógicas” (POSSAMAI; BAIER, 2013). A turma foi dividida em grupos que leram partes do texto e fizeram uma apresentação oral dos pontos considerados mais importantes. As autoras apresentam as diversas concepções da Álgebra para alguns autores e como se relacionam com os diferentes conceitos de variável. O artigo traz, também, algumas dificuldades que os alunos encontram no estudo da Álgebra, assim como: dificuldade em aceitar a ausência de fechamento; a mudança no significado de justaposição; ampliação do significado dos sinais operatórios; a passagem da Aritmética para a Álgebra; dificuldade no entendimento do sinal de igual como equivalência e leitura incorreta de letras em Álgebra (POSSAMAI; BAIER, 2013).

Para identificar as dificuldades encontradas por licenciandos em Matemática na compreensão da linguagem algébrica, em sua pesquisa, as autoras aplicaram cinco questões elaboradas para avaliar a formação básica na linguagem e nos procedimentos algébricos, como também verificar se existem as dificuldades nos conceitos de Álgebra e de variável citados anteriormente (POSSAMAI; BAIER, 2013).

Após aplicar as questões aos grupos de universitários, Possamai e Baier (2013, p. 83) constatam que: “[...] a maioria dos participantes dessa pesquisa utilizam a Álgebra como um procedimento mecanizado”. Além disso, são apresentadas sugestões e recomendações que foram realizadas pelas autoras em um curso para sanar as dificuldades encontradas.

Ainda no dia 17 de maio de 2019 foram iniciadas as apresentações dos seminários sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM). Ressalta-se que a apresentação dos seminários foi finalizada no dia 24 de maio de 2019.

No dia 31 de maio de 2019 fizemos a leitura e discussão do artigo "Simbologia e Linguagem Algébrica" (TINOCO, 2011). O texto inicia apresentando alguns obstáculos encontrados pelos alunos no ensino da Álgebra: i) dificuldade em admitir que os números podem ser representados por símbolos; ii) interpretar informações apresentadas em diversas linguagens e estabelecer estratégias para a resolução; iii) se comunicar por meio de expressões algébricas; iv) dificuldade em compreender os diversos papéis da variável (TINOCO, 2011).

Logo após, o texto disserta sobre o desenvolvimento histórico da linguagem algébrica, desde o estágio retórico até chegar ao estágio simbólico, tal qual utilizamos nos dias de hoje.

No estágio retórico, não utilizavam símbolos, as expressões eram escritas da forma usual, por isso o estágio também é conhecido como verbal. Nesse período é constatado um destaque à Geometria, que era usada como recurso para a resolução de problemas algébricos. O segundo período é o estágio sincopado, em que as palavras foram gradualmente substituídas por abreviações, este foi um longo período e, a partir dele, as abreviações foram sendo adaptadas e substituídas por sinais e letras, criando condições para o surgimento do terceiro estágio: o estágio simbólico. No estágio simbólico, o pensamento algébrico é representado por meio de símbolos, como resultado de um processo gradual no aperfeiçoamento e na padronização de notações (TINOCO, 2011).

Na sala de aula, discutiu-se sobre como os alunos não têm oportunidade de vivenciar as fases retórica e sincopada, pois decorrem de uma imposição precoce do uso de símbolos e fórmulas, constituindo uma das principais causas das dificuldades dos alunos para a compreensão simbólica algébrica.

A seguir, são apresentadas três atividades a partir do exposto por Tinoco (2011) e houve a discussão das mesmas entre a turma do LEAMAT. As atividades consistem em:

- A primeira tem como objetivo a interpretação de diferentes tipos de linguagem, bem como a criação de expressões algébricas.
- A segunda, assim como a primeira, é apresentada em uma linguagem não convencional e pede para que o aluno apresente a quantidade de pontos feitos num jogo de dardos. Letras são misturadas à atividade, o que pode ser um fator de dificuldade para os alunos.

- A terceira pede para que os alunos apresentem uma afirmação em linguagem algébrica. Uma dificuldade frequente nesse tipo de atividade é escrever em ordem recorrente, sem interpretar se a expressão atende ao pedido no enunciado.

Após a discussão do texto anterior, a professora explicou como fazer um fichamento, e passou como atividade, fazer um fichamento do texto “A história da Álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino” (COELHO; AGUIAR, 2018). O artigo fala sobre o foco do ensino da Álgebra no estudo de métodos e procedimentos, deixando de lado o desenvolvimento do pensamento algébrico. No texto fica evidente a importância desses métodos, porém, desenvolvidos concomitantemente com o pensamento algébrico, para a garantia de uma aprendizagem significativa.

No dia 07 de junho de 2019 a aula foi no Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT), a fim de explorar alguns dos recursos e pesquisar alguns relatórios antigos para auxiliar os grupos na escolha dos temas. Depois fomos para o laboratório de informática, onde a professora apresentou algumas plataformas para buscarmos referencial teórico para a confecção de nossos trabalhos.

No dia 28 de junho de 2019 fomos ao laboratório de informática e pesquisamos artigos científicos que envolvessem temas relacionados à Álgebra. Nesse momento, foi o nosso primeiro contato com a estrutura de um artigo científico, a partir de então aprendemos a estruturar esse tipo de texto e sequência didática: identificando por exemplo o tema, o título, a justificativa, o objetivo, a metodologia e a conclusão.

No dia 05 de julho de 2019 fomos ao laboratório de informática novamente para desenvolver a apresentação e estudamos o que seria importante para o seu desenvolvimento.

No dia 12 de julho de 2019 apresentamos para a turma o tema de nosso projeto cujo título é: Construção do Pensamento Algébrico através do Estudo de Padrões.

## 1.2) Elaboração da sequência didática

### 1.2.1) Tema

Pensamento algébrico por meio do estudo de padrões matemáticos.

### 1.2.2) Justificativa

A Matemática, além de sua importância dentro de seu próprio campo, constitui um componente de extrema importância em diversas áreas do conhecimento, porém, de acordo com os resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) realizado no ano de 2017, as dificuldades encontradas em seu ensino na Educação Básica mostram que há problemas a serem superados (INEP, 2018). Quanto à sua importância, e também a insuficiência constatada em seu ensino, os PCN expõem:

[...] a Matemática desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. Do mesmo modo, interfere fortemente na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e na agilização do raciocínio dedutivo do aluno. A insatisfação revela que há problemas a serem enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno. (BRASIL, 1997, p.15).

O tema foi pensado ao ler sobre as dificuldades dos alunos em se adequarem com o ensino da Álgebra e suas aplicações, sabendo que muitos não conciliam a linguagem dita verbal com a representação algébrica e vice-versa.

De acordo com Tinoco *et al.* (2009), os alunos são pouco solicitados a escreverem expressões algébricas, já que as mesmas são apresentadas para serem imediatamente fatoradas, resolvidas e simplificadas.

Ao mostrar por meio de situações e discussões sobre o ensino e as técnicas de Álgebra, aspiramos articular sobre o valor do uso da linguagem simbólica, como um método para a construção do pensamento algébrico, como afirma Tinoco *et al.* (2009):

Para tal insistimos na valorização de experiências de escrita e de interpretação de textos em matemática pelos alunos, com ênfase na passagem da linguagem corrente para a simbólica, e vice-versa, como também na reflexão sobre atividades que explorem o papel das equações e das incógnitas. Esta estratégia

está em sintonia com o que foi dito sobre a construção do conceito de variável, e é neste sentido que consideramos indissociáveis os dois aspectos. (TINOCO *et al.*, 2009, p. 6).

O pensamento algébrico, de acordo com Ponte (2006), apoiando-se ao NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics* - Conselho Nacional de Professores de Matemática) (2000) é o principal objetivo da Álgebra na educação básica, pois, a partir de seu desenvolvimento, o aluno tem capacidade de compreender padrões, relações e funções, representar e analisar situações matemáticas e estruturas usando símbolos algébricos.

Godino e Font (2003 apud BECHER, 2009) afirmam que o professor deve ter compreensão da importância da Álgebra e do pensamento algébrico, e que este implica em representar, generalizar e formalizar padrões e regularidades em qualquer aspecto da Matemática. A partir do desenvolvimento desse raciocínio o uso da linguagem algébrica e seu simbolismo também evolui.

O ensino da Álgebra, muitas vezes é feito enfatizando o estudo de métodos e procedimentos, deixando de lado a construção do pensamento algébrico (COELHO; AGUIAR, 2018). Pinheiro (2013) disserta sobre o exagero em focar na manipulação de símbolos e memorização de regras que levam ao aluno a notar a álgebra, sem compreender a sua finalidade e reconhecer sua importância.

A forma mecanizada de propor essa construção e a maneira da disposição de fórmulas, são fatores que influenciam no abandono da Álgebra. Em geral, esse descuido não se trata da falta de conteúdos algébricos nas escolas e nos livros didáticos, já que nestes a Álgebra é priorizada. Mas, se refere a ausência de reflexão crítica sobre seu ensino (COELHO; AGUIAR, 2018).

Os autores Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) dissertam sobre tal abandono, e discorrem sobre o desmazelo da maioria dos professores ainda na generalização, que é essencial para o entendimento de conceitos algébricos e sua construção de pensamento.

O ensino da Álgebra como um conjunto de procedimentos, baseando-se na aprendizagem de regras e memorização e sem focar no ensino de conceitos e do raciocínio matemático, não favorece que os alunos compreendam as relações existentes entre os conhecimentos matemáticos, bem como não dá oportunidades para refletir sobre suas experiências e articular os conhecimentos (BECHER, 2009).

Para tornar a Álgebra acessível a todos, é importante oportunizar aos alunos um ambiente que os permita desenvolver habilidades algébricas a fim de que possam fazer associações e identificar regularidades, atribuindo significado à Álgebra (BECHER, 2009).

A falta de significação algébrica para os alunos, resulta, na maioria das vezes, em uma não compreensão de sua lógica e torna-se apenas uma ferramenta para a resolução de problemas, partindo da utilização de fórmulas, sem nenhum sentido para o aluno. Conforme as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) deixam claro, que a matemática e analogamente a Álgebra não devem ser tidas como instrumentos, mas sim como uma ciência com atributos próprios de investigação e de linguagem e como papel integrador junto às demais Ciências (BRASIL, 2002).

Becher (2009) afirma em sua dissertação de mestrado, sobre a importância de um ambiente que propicie a compreensão dos conceitos algébricos:

O grande empreendimento é fazer a Álgebra acessível a todos os alunos e ensinar criando um ambiente na sala de aula que possibilite a aprendizagem com compreensão. Assim, a Álgebra deve ser entendida de forma muito mais ampla do que ocorre tradicionalmente, devendo-se contemplar nos currículos cinco perspectivas da Álgebra: (a) Como generalização e formalização de padrões e como aritmética generalizada; (b) Como manipulação de formalismo guiada sintaticamente; (c) Como estudo de funções e de variação; (d) Como estudo de estruturas abstratas; e (e) Como linguagem de modelação. (BECHER, 2009, p. 20).

Em nossa sequência didática, pretendemos dar um enfoque a uma das perspectivas da Álgebra citada por Becher: a Álgebra como generalização e formação de padrões. Nosso propósito é ir além da utilização de fórmulas, mas instigar o aluno a compreender a matemática que existe por trás de toda linguagem rebuscada e específica é a mesma que ele utiliza como linguagem verbal e usual.

Os PCN em seus princípios norteadores, evidenciam a importância da construção e apropriação do conhecimento pelo aluno, bem como o desenvolvimento de capacidades como a observação e o estabelecimento de relações (BRASIL, 1998).

Abrantes (1995 apud THEODOROVSKI, 2014) disserta sobre a importância do ensino de Álgebra a partir do reconhecimento de regularidades e da

investigação de padrões para auxiliar os alunos na capacidade de abstrair conceitos sem que apenas memorize, mas entenda o processo. Segundo os PCN (1998), a investigação de padrões, favorece na construção da ideia da Álgebra “[...] como uma linguagem para expressar regularidades” (BRASIL, 1998, p.117).

Segundo Ponte, “[...] uma das vias privilegiadas para promover este raciocínio é o estudo de padrões e regularidades” (PONTE, 2006. p. 8). Nossa proposta é facilitar a construção do pensamento algébrico, desenvolvendo assim a capacidade de generalizar situações que apresentam regularidades, pois de acordo com Tinoco (2011) é a partir do estudo de padrões que o aluno desenvolve a capacidade de argumentar em linguagem corrente e justificar a validade da lei para qualquer caso.

### **1.2.3) Objetivo Geral**

Analisar as possibilidades de desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio de uma abordagem de reconhecimento de padrões.

### **1.2.4) Público Alvo**

Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental ou 1º ano do Ensino Médio.

## 2) RELATÓRIO DO LEAMAT II

### 2.1) Atividades desenvolvidas

No primeiro encontro, dia 18 de setembro de 2019, foi apresentado o calendário, a ementa e a estrutura da disciplina, ou seja, como poderia ser a elaboração, o planejamento e a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II. Também foi abordado como a avaliação qualitativa será feita ao final do semestre, enfatizando a importância do empenho e presença de cada aluno.

Os próximos encontros foram destinados à elaboração da sequência didática da linha de pesquisa de Álgebra. Primeiramente pensamos no plano de aula que iria nortear a nossa aplicação. Em seguida, selecionamos exercícios em um banco de questões. Elegemos aqueles que consideramos viáveis para a nossa proposta e posteriormente dedicamos as aulas à elaboração da apostila.

A partir do dia 08 de novembro do mesmo ano, iniciaram-se as aplicações das sequências didáticas da linha de pesquisa de Álgebra na própria turma do LEAMAT II. Logo após as aplicações iniciou-se a escrita dos relatórios para aguardar as suas respectivas correções.

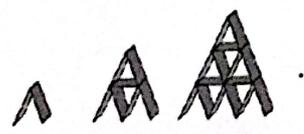
### 2.2) Elaboração da sequência didática

#### 2.2.1) Planejamento da sequência didática

A sequência didática será iniciada com a turma sendo dividida em grupos de 4 ou 5 alunos. Em seguida, distribuiremos a apostila que terá como primeira atividade uma questão problema (Figura 1), a fim de estimular a curiosidade dos alunos. Serão disponibilizados 10 minutos para que os grupos explorem a questão e tentem resolvê-la.

Figura 1 - Questão problema

**Questão problema:** (OBMEP - 2018) Janaina faz torres com cartões, seguindo o padrão da figura. A primeira torre foi feita com dois cartões, a segunda com 7, a terceira com 15 e assim por diante. Quantos cartões ela deve acrescentar a décima torre para obter a décima primeira.



Torre 1    Torre 2    Torre 3    ..

Fonte: [www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br)

Dando continuidade, iremos discutir sobre quais métodos os grupos utilizaram para solucionar o problema e sobre quais dificuldades foram encontradas.

A apostila estará dividida em três etapas: questão problema, quatro atividades de reconhecimento de padrões, e uma questão chamada desafio. Na Figura 2 é apresentada a Atividade 1 da apostila.

Figura 2 - Enunciado da atividade 1

**Atividade 1:** (BRANCO - 2008 *adaptada*) Considere a seguinte sequência:

○ □ ⬡ ○ □ ⬡ ○ □ ⬡ ...

a) Qual o 12º. elemento da sequência? Que outras posições ocupa essa figura?

b) Sem desenhar, digam qual o 25º. elemento da sequência? Expliquem como chegaram a essa conclusão.

---

---

---

c) Como explicaria a um colega que o hexágono não pode estar na posição 61?

---

---

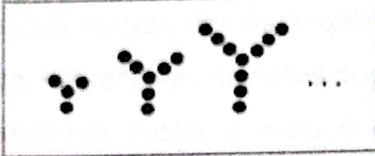
---

Fonte: Adaptada de Branco (2008, p.200).

Nas atividades 2 e 3 (Figuras 3 e 4), será proposto aos alunos realizar o processo inverso da atividade anterior. Nesta, o objetivo é converter da linguagem verbal para a linguagem algébrica.

Figura 3 - Enunciado da atividade 2

**Atividade 2:** (MAGALHÃES - 2016 adaptada) Observe a sequência de figuras abaixo, descubra sua regra. A seguir responda as perguntas.



a) Desenhe a 6ª figura da sequência. Quantas bolinhas ela tem?

b) Preencha a tabela relacionando a posição de cada figura com o seu número de bolinhas.

posição	1	2	3	4	5	6	...
número de bolinhas							

c) O que fazer para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura da sequência?

d) Escreva uma regra que atenda essas condições.

Fonte: Adaptado de Magalhães (2016, p. 132).

Figura 4 - Enunciado da atividade 3

**Atividade 3:** (MAGALHÃES - 2016) Sob uma mesa, um aluno coloca um cubo e consegue ver 5 faces possíveis dele. Ao empilhar dois desses cubos ele consegue visualizar 9 faces possíveis do cubo.



Em seguida, mais um cubo é colocado e assim por diante:



Complete a tabela abaixo com a quantidade de faces visíveis conforme o número de cubos:

Número de cubos empilhados	1	2	3	4	5	6	10	20	25
Número de faces visíveis									

Análise e descubra a regra dessa sequência, em seguida escreva uma expressão algébrica que represente o número de faces visíveis de uma pilha com  $x$  cubos.

Fonte: Adaptado de Magalhães (2016, p. 138).

Na etapa de desafio, serão disponibilizados materiais, como canudos, palitos de picolé e tampinhas de garrafa de plástico, para a realização da atividade. Os alunos terão que representar as sequências correspondentes a cada lei de formação indicada, utilizando os materiais disponibilizados.

O objetivo dessa sequência desde o início é estimular o pensamento algébrico dos alunos, propondo atividades em que precisarão transcrever situações da linguagem verbal para a algébrica e vice-versa.

Durante todas as etapas de resolução das atividades propostas, os professores em formação estarão observando os grupos, a fim de orientá-los e auxiliá-los quando preciso.

### **2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II**

No dia 06 de dezembro de 2019, foi realizada a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II.

Iniciamos a sequência com a questão problema, estipulando um prazo de 5 minutos para sua resolução. Sugerimos aos alunos que a mesma fosse feita sem a utilização dos conceitos de Progressão Aritmética (PA) e Progressão Geométrica (PG).

Dentre os alunos que participaram da sequência didática, três encontraram as soluções corretas por raciocínio lógico matemático.

O mesmo aconteceu para as demais questões: estipulamos um tempo para a resolução e a cada conclusão íamos conferindo os respectivos métodos utilizados pelos alunos para obter a resposta. Feito isso, buscamos instigá-los a reconhecer os padrões, considerando as diferentes resoluções. Notamos grande entusiasmo da turma com a resolução das questões. Nosso objetivo da sequência ocorreu conforme planejado, porém foi sugerido mudança na ordem das questões por nível de dificuldade.

Pudemos notar a necessidade de padronizar as questões após a resolução com os alunos, levando-os a entender que a lei da sequência é o padrão matemático generalizado, sendo portanto o nosso objetivo.

Generalizar os padrões das questões com os alunos requer um pouco mais de tempo, sendo assim foi sugerido a retirada de pelo menos uma questão para que possamos aplicar a sequência dentro do prazo estipulado.

Como proposta de mudança na apostila, após a aplicação na sala de LEAMAT, foi sugerido que alterássemos a ordem das atividades propostas na mesma. Tal alteração foi indicada para que através da primeira a atividade, os alunos possam compreender o assunto e na segunda atividade reforçar o tema abordado. Em continuidade, a terceira atividade - que é a questão problema - na qual consideramos ser uma questão oportuna para resolução de problemas.

Segundo Polya (1995 apud PONTES, 2019) para resolver problemas de matemática, deve-se considerar quatro etapas: compreender o problema, designar um plano, executar o plano e realizar o retrospecto do problema.

Por fim, trabalhar a atividade 4 que é o desafio, com aspecto diferente das demais questões da apostila, induzindo aos alunos a criar padrões com materiais concretos de forma a generalizar a lei da sequência.

### **3) RELATÓRIO DO LEAMAT III**

#### **3.1) Atividades desenvolvidas**

De acordo com a ementa da disciplina de LEAMAT, faz-se a aplicação da sequência final em turmas do ensino regular. Por tal razão, pretendíamos aplicar essa sequência didática de forma presencial em alguma turma do 9º ano do Ensino Fundamental ou 1ª ano do Ensino Médio de alguma escola na cidade de Campos dos Goytacazes. Porém, com a disseminação do Coronavírus em decorrência da pandemia da Covid-19, houve a necessidade de alteração desse projeto, o transformando em um livro digital.

Durante as primeiras aulas dessa disciplina, realizamos a releitura do relatório, analisamos as considerações da turma durante o teste exploratório aplicado no LEAMAT II, para efetuar as correções necessárias.

Durante a organização do material para elaboração do *e-book*, houve a necessidade de retomarmos as pesquisas e observar quais foram os passos durante a estruturação da sequência inicial, bem como a revisão e aprofundamento do aporte teórico desta sequência.

Afinal, para expor ao leitor de forma clara sobre o surgimento do tema e a efetivação da produção da proposta didática, precisou que nos reuníssemos para estudar o tema, a fim de alcançar os nossos objetivos quanto a utilização da apostila, mesmo que nossos encontros tenham sido de maneira remota.

Após esse momento de retomada da sequência didática, houve a elaboração da versão final da sequência e também a escrita do *e-book*.

#### **3.2) Versão final da sequência didática**

A sequência didática, objeto deste trabalho, pretende levar o aluno a analisar as possibilidades de desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio de uma abordagem de reconhecimento de padrões.

A aula foi elaborada para ser aplicada em 2 horas/aula, e prevê o uso de uma apostila de exercícios com quatro atividades organizadas sucessivamente. A partir da resolução das atividades espera-se que os alunos compreendam o assunto, reforcem o que foi realizado e possam colocar em prática o que foi

discutido durante a aplicação das questões. Ao final da aula, propõe-se um desafio no qual os alunos deverão criar padrões com o auxílio de material concreto. O objetivo desse desafio é que os alunos percebam o padrão de forma a generalizar a lei da sequência.

Para a realização da aula, sugere-se que a turma seja dividida em grupos de 4 a 5 alunos. Logo após, deve ser distribuída a apostila contendo os exercícios.

Na primeira atividade (Figura 5), é proposto que os alunos observem a sequência formada pelas figuras geométricas e, a partir dela, sejam capazes de responder às perguntas. O objetivo dessa atividade é levar o aluno a entender o padrão de formação da sequência. Espera-se que os alunos consigam transcrever da linguagem algébrica para a linguagem verbal.

Figura 5 - Transformação da linguagem algébrica em linguagem materna

Atividade 1. (BRANCO - 2008 *adaptada*) Considere a seguinte sequência:

○ □ ◡ ○ □ ◡ ○ □ ◡ ...

a) Qual o 12º. elemento da sequência? Que outras posições ocupa essa figura?

b) Sem desenhar, digam qual o 25º. elemento da sequência? Expliquem como chegaram a essa conclusão.

---

---

---

c) Como explicaria a um colega que o hexágono não pode estar na posição 61?

---

---

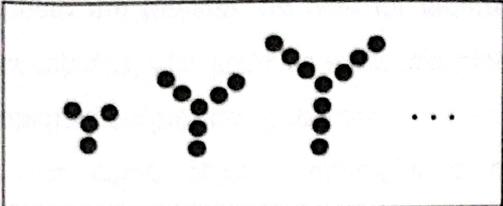
---

Fonte: <https://bityli.com/PGMogG>

Na atividade 2 (Figura 6), os alunos deverão realizar a resolução do problema proposto. Após o tempo disponibilizado, sugere-se fazer uma discussão sobre os métodos utilizados por cada grupo e sobre as dificuldades encontradas por cada um. Por fim, deve ser formalizada a generalização do padrão no quadro.

Figura 6 - Transformação da linguagem verbal para a algébrica

**Atividade 2:** (MAGALHÃES - 2016 *adaptada*) Observe a sequência de figuras abaixo, descubra sua regra. A seguir responda as perguntas:



a) Desenhe a 6ª figura da sequência. Quantas bolinhas ela tem?

b) Preencha a tabela relacionando a posição de cada figura com o seu número de bolinhas:

posição	1	2	3	4	5	6	...
número de bolinhas							

c) O que fazer para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura da sequência?

---



---

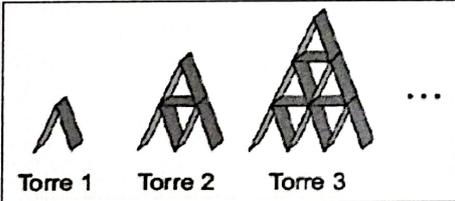
d) Escreva uma regra que atenda essas condições.

Fonte: <https://bit.ly/2BimHIN>

Em seguida, na atividade 3 (Figura 7), propõe-se a realização do processo inverso da questão anterior, e tem por objetivo que os alunos sejam capazes de converter da linguagem algébrica para a linguagem verbal.

Figura 7 - Transposição da linguagem algébrica para a linguagem verbal

**Atividade 3:** (OBMEP - 2018) Janaina faz torres com cartões, seguindo o padrão da figura. A primeira torre foi feita com dois cartões, a segunda com 7, a terceira com 15 e assim por diante. Quantos cartões ela deve acrescentar a décima torre para obter a décima primeira?



Torre 1      Torre 2      Torre 3

Fonte: [www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br)

Após a resolução de cada questão proposta, é sugerido aos professores que façam as generalizações no quadro.

Por fim, é proposto um desafio, no qual os alunos deverão construir os padrões das leis apresentadas, utilizando os materiais ofertados, como canudos, palitos de picolé e tampinhas de garrafas plásticas.

Esta questão tem como objetivo estimular o raciocínio matemático, intencionando que os alunos vão precisar interpretar as leis de formação dadas, para em seguida representá-las utilizando os materiais concretos indicados.

Durante toda a aplicação, é indicado que os professores estejam atentos aos alunos para que, se necessário, possam sanar as dúvidas e ajudá-los na construção do pensamento.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho é uma sequência didática que pretende analisar as possibilidades de desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio de uma abordagem de reconhecimento de padrões.

O ensino da Álgebra por meio do reconhecimento de regularidades e a investigação de padrões, possibilita aos alunos desenvolver a capacidade de abstrair conceitos sem que apenas memorize, mas entendam o processo.

A proposta didática foi elaborada a partir de uma apostila, com questões que visam o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos.

As questões foram dispostas de forma a aumentar gradativamente o nível de dificuldade, de forma que permita aos alunos compreender o problema, elaborar um plano para sua resolução, executar o plano e, por fim, que possam realizar o retrospecto do problema.

A apostila busca oferecer aos alunos meios para que possam compreender os padrões e fazer a passagem entre a linguagem algébrica e a linguagem verbal, para tanto, as questões tem por objetivo apresentar as conversões entre as mesmas.

Acredita-se que a sequência didática atendeu aos objetivos propostos. Com a pandemia da COVID-19 não foi possível aplicá-la em uma turma regular, porém, com a aplicação na própria turma do LEAMAT II e análise das sugestões dos colegas, foi possível elaborar uma proposta didática visando a melhor compreensão e desenvolvimento do pensamento algébrico.

A proposta apresenta como pontos positivos a utilização de questões que visam o raciocínio dos alunos, sem se preocupar com fórmulas e buscando a não mecanização da Álgebra.

A intenção dessa proposta além de instruir aos alunos uma maneira de resolver situações que envolvam generalização de padrões, é que pela devolutiva dos problemas propostos, os mesmos avancem os seus conhecimentos em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos debates entre os grupos.

Dividi-los em grupos, na nossa opinião, é um ponto positivo pois a partir da iniciativa de um integrante do grupo em resolver a atividade, permite que haja a



## REFERÊNCIAS

BRANCO, N. C. V. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2008. 251 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de Lisboa, 2008. Disponível em:

[https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/1197/1/17737\\_ULFC086729\\_TM.pdf](https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/1197/1/17737_ULFC086729_TM.pdf).

Acesso em: 19 out. 2021.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Terceiro e quarto ciclos.

Matemática. Brasília: MEC, 1998. Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 08 jul. 2019.

BRASIL. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+)**. Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2002. Disponível em:

<portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. acesso em: 08 jul. 2019.

BECHER, E. L. **Características do Pensamento Algébrico de estudantes do 1º ano do Ensino Médio**. 2009. 107 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - ULBRA. Canoas, 2009. Disponível em:

<ppgecim.ulbra.br/downloadPDF>. Acesso em: 10 jul. 2019.

COELHO, F. U.; AGUIAR, M. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Estudos Avançados**, São Paulo, v. 32, p. 171 - 188, set./dez. 2018. Disponível em:

<https://doi.org/10.1590/s0103-40142018.3294.0013>. Acesso em: 20 nov. 2021

INEP. **Sistema de Avaliação da Educação Básica**, 2017. Disponível em:

[http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset\\_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/saeb-2017-revela-que-apenas-1-6-dos-estudantes-brasileiros-do-ensino-medio-demonstrar-am-niveis-de-aprendizagem-considerados-adequados-em-lingua-portug/21206](http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/saeb-2017-revela-que-apenas-1-6-dos-estudantes-brasileiros-do-ensino-medio-demonstrar-am-niveis-de-aprendizagem-considerados-adequados-em-lingua-portug/21206).

Acesso em 16 ago. 2019.

MAGALHÃES, A. G. **Construção de conceitos algébricos com alunos do 7º ano**. Centro Universitário UNIVATES, Lajeado/RS, setembro de 2016. 143p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas). Disponível em:

<https://bit.ly/2BimHIN>. Acesso em: 17 nov. 2021.

MARTINS, B.; VICHESSI, A. R. O ensino da álgebra. **Nova Escola**, ago. 2009. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/2744/o-ensino-da-algebra>. Acesso em: 21 nov. 2021.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Ângela. Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo?. **Pro-Posições**, Campinas, SP, v. 3, n. 1, p. 39–54, 2016. Disponível em:

<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644424>.

Acesso em: 09 jul. 2019.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS. Disponível em <http://www.obmep.org.br/>. Acesso em 17 nov. 2021.

PINHEIRO, P. A. **Introdução ao estudo da Álgebra no Ensino Fundamental**. 2013. 66 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional - PROFMAT), Ufscar, São Carlos, 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/5956>. Acesso em 12 dez. 2021.

PONTE, J. P. Números e álgebra no currículo escolar. In VALE, L.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; SANTOS, L.; CANAVARRO, P. (Org.). **Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2006. p. 5-27. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10451/4525>. Acesso em: 19 jul. 2019

PONTES, E. A. S. Método de Polya para resolução de problemas matemáticos: Uma proposta metodológica para o ensino e aprendizagem de matemática na educação básica. **HOLOS**, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN). v. 3, e. 6703, p. 1-9. dez. 2019. Disponível em: <https://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/6703>. Acesso em: 20 out. 2021

POSSAMAI, J.P.; BAIER T. Primeiros passos na álgebra: conceitos elementares e atividades pedagógicas. **Revista Dynamis**, v. 19, n. 2, p. 72-86, dez. 2013. ISSN 1982-4866. Disponível em: <https://proxy.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/4177>. Acesso em: 21 nov. 2021.

THEODOROVSKI, R. **Padrões e o trabalho com sequências recursivas: uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2014. 85 p. Dissertação (Mestrado em Matemática - PROFMAT) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2014. Disponível em: <http://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/1524>. Acesso em 11 jul. 2019.

TINOCO, Lucia Arruda Albuquerque. **Álgebra: pensar, calcular, comunicar**. 2 ed. Rio de Janeiro. UFRM/IM. 2011.

TINOCO, L. A. A.; SILVA, M. P. C.; STATZNER, J. R. E.; REGO, A. L. B.; PORTELA, G. M.; SOUZA, M. A. C.; MOTTA, K. R. Álgebra: Pensar? Calcular? Comunicar? In: Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática, 6., 2009, Puerto Montt. **Anais [...]**. Puerto Montt: Universidade de Los Lagos, 2009. Disponível em: <https://docplayer.com.br/39300909-Algebra-pensar-calcular-comunicar.html>. Acesso em: 19 out. 2021

# APÊNDICES

Apêndice A: Material didático  
aplicado na turma do LEAMAT II

Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Av. Pasteur, 229, Maracanã, Rio de Janeiro, RJ, 21464-900  
Telefone: (21) 251-2200

Prof. Dr. Alexandre de Gusmão  
Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

### Atividade

Questão 1. (2013) - O Brasil tem torres com cores diferentes a partir de 1990. A primeira torre foi feita com dois cartões, a segunda com 3, a terceira com 15 e assim por diante. Quantos cartões ela deve possuir e qual a torre para obter a décima primeira?



## Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II



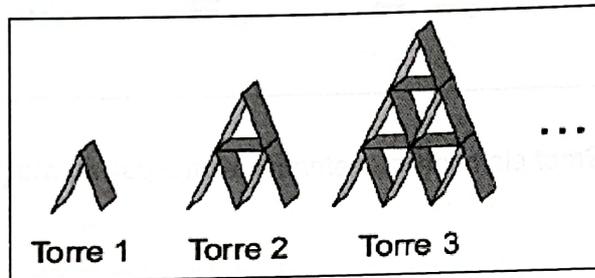
a) Qual o 12º elemento da sequência? Que outras posições ocupa esse termo?

b) Para qual termo ocupa o 12º elemento da sequência? Explique com suas palavras o que você achou.

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática  
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra  
Licenciandos: Flávia de S. Hernandes, Mariana P. Siqueira, Raquel R. da S. Robaina.  
Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Me.: Paula Eveline da Silva dos Santos  
Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

### Atividades

**Questão problema:** (OBMEP - 2018) Janaina faz torres com cartões, seguindo o padrão da figura. A primeira torre foi feita com dois cartões, a segunda com 7, a terceira com 15 e assim por diante. Quantos cartões ela deve acrescentar a décima torre para obter a décima primeira?



**Atividade 1:** (BRANCO - 2008 *adaptada*) Considere a seguinte sequência:



a) Qual o 12<sup>o</sup>. elemento da sequência? Que outras posições ocupa essa figura?

b) Sem desenhar, digam qual o 25<sup>o</sup>. elemento da sequência? Expliquem como chegaram a essa conclusão.

---

---

---

c) Como explicaria a um colega que o hexágono não pode estar na posição 61?

---

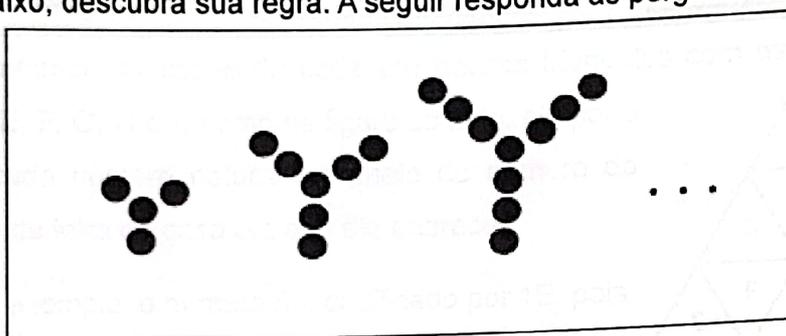


---



---

**Atividade 2:** (MAGALHÃES - 2016 *adaptada*) Observe a sequência de figuras abaixo, descubra sua regra. A seguir responda as perguntas:



a) Desenhe a 6ª figura da sequência. Quantas bolinhas ela tem?

b) Preencha a tabela relacionando a posição de cada figura com o seu número de bolinhas:

posição	1	2	3	4	5	6	...
número de bolinhas							

c) O que fazer para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura da sequência?

---

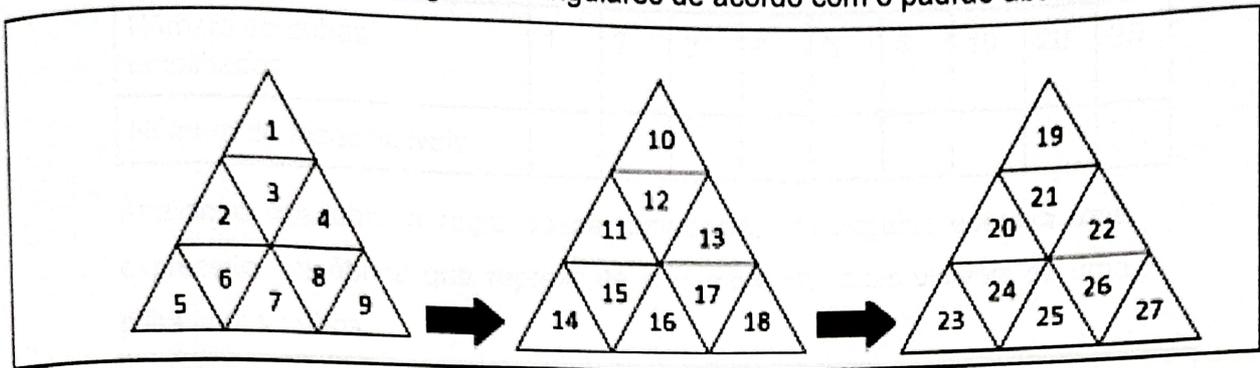


---

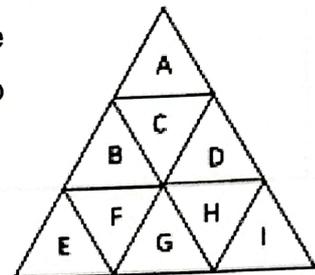
d) Escreva uma regra que atenda essas condições.

---

**Atividade 3:** (OBMEP 2014 - adaptada) Guilherme começa a escrever os números naturais em figuras triangulares de acordo com o padrão abaixo:



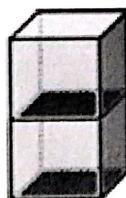
Nomeando as casas de cada um desses triângulos com as letras A, B, C, D, E, F, G, H e I, como na figura ao lado, ele pode codificar cada número natural por meio do número do triângulo e da letra da casa em que ele aparece.



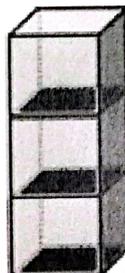
Por exemplo, o número 5 é codificado por 1E, pois aparece na casa E do triângulo 1. Já o número 26 é codificado por 3H, pois aparece na casa H do triângulo 3.

Como Guilherme codifica o número 2019?

**Atividade 4:** (MAGALHÃES - 2016) Sob uma mesa, um aluno coloca um cubo e consegue ver 5 faces possíveis dele. Ao empilhar dois desses cubos ele consegue visualizar 9 faces possíveis do cubo.



Em seguida, mais um cubo é colocado e assim por diante:



Complete a tabela abaixo com a quantidade de faces visíveis conforme o

número de cubos:

Número de cubos empilhados	1	2	3	4	5	6	10	20	25
Número de faces visíveis									

Analise e descubra a regra dessa sequência, em seguida escreva uma expressão algébrica que represente o número de faces visíveis de uma pilha com  $x$  cubos.

### DESAFIO

Represente as sequências correspondentes a cada lei de formação a seguir:  $n \in \mathbb{N}$ , utilizando os materiais disponibilizados:

- a)  $2n$
- b)  $n^2$
- c)  $3n - 1$

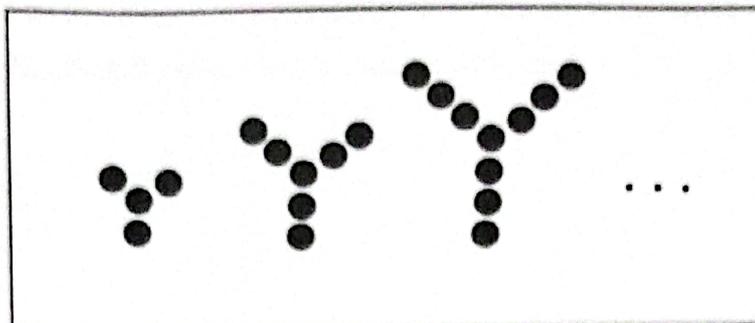
## Apêndice B : Versão final do material didático elaborado

1) Sem desenhos, descreva o que é a memória de seqüência? Exemplos  
de como ela funciona a nível da prática

2) Como funciona a memória de seqüência? Exemplos de como ela  
funciona a nível da prática



**Atividade 2:** (MAGALHÃES - 2016 *adaptada*) Observe a sequência de figuras abaixo, descubra sua regra. A seguir responda as perguntas:



a) Desenhe a 6ª figura da sequência. Quantas bolinhas ela tem?

b) Preencha a tabela relacionando a posição de cada figura com o seu número de bolinhas:

posição	1	2	3	4	5	6	...
número de bolinhas							

c) O que fazer para descobrir o número de bolinhas de qualquer figura da sequência?

---

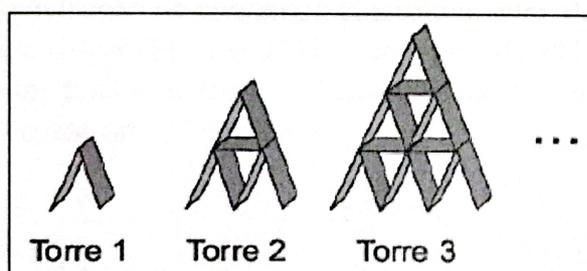


---

d) Escreva uma regra que atenda essas condições.

---

**Atividade 3:** (OBMEP - 2018) Janaina faz torres com cartões, seguindo o padrão da figura. A primeira torre foi feita com dois cartões, a segunda com 7, a terceira com 15 e assim por diante. Quantos cartões ela deve acrescentar a décima torre para obter a décima primeira?



## DESAFIO

Represente as seqüências correspondentes a cada lei de formação a seguir:  $n \in \mathbb{N}$ , utilizando os materiais disponibilizados:

a)  $2n$

b)  $n^2$

c)  $3n - 1$

## Referências

BRANCO, Neusa Cristina Vicente. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Universidade de Lisboa, 2008. Mestrado em Educação - área de especialização em Didáctica da Matemática. Disponível em:  
[https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/1197/1/17737\\_ULFC086729\\_TM.pdf](https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/1197/1/17737_ULFC086729_TM.pdf)  
Acesso em: 19 out. 2021

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS. Disponível em <http://www.obmep.org.br/>. Acesso em 17 nov. 2021

MAGALHÃES, A. G. **Construção de conceitos algébricos com alunos do 7º ano**. Centro Universitário UNIVATES, Lajeado/RS, setembro de 2016. 143p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas). Disponível em:  
<https://bit.ly/2BimHIN>. Acesso em: 17 nov. 2021