INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus Campos Centro

matemática
LICENCIATURA

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

PÁTRIA AMADA BRASIL
GOVERNO FEDERAL

RELATÓRIO DO LEAMAT

INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DOS PRODUTOS NOTÁVEIS: CUBO DA SOMA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

BIANCA FERREIRA DE AZEVEDO ALVES
LEONARDO CABRAL SERPA
TAILANI BARCELOS DOS SANTOS
ANA MARY FONSECA BARRETO DE ALMEIDA

CAMPOS DOS GOYTACAZES
2021.2

BIANCA FERREIRA DE AZEVEDO ALVES
LEONARDO CABRAL SERPA
TAILANI BARCELOS DOS SANTOS

RELATÓRIO DO LEAMAT

INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DOS PRODUTOS NOTÁVEIS: CUBO DA SOMA

ENSINO E APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª.: Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida.

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
2021.2

SUMÁRIO

1) RELATÓRIO DO LEAMAT I 4

1.1) Atividades Desenvolvidas 4

1.2) Elaboração Da Sequência Didática 6

1.2.1) Tema 6

1.2.2) Justificativa 6

1.2.3) Objetivo geral 8

1.2.4) Público alvo 8

1.2.5) Sondagem I 8

1.2.6) Sondagem II 11

2) RELATÓRIO DO LEAMAT II 14

2.1) Atividades desenvolvidas 14

2.2) Elaboração da sequência didática 15

2.2.1) Planejamento da sequência didática 15

2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II 18

3) RELATÓRIO LEAMAT III 24

3.1) Atividades desenvolvidas 24

3.2) Elaboração da sequência didática 26

3.2.1) Versão final da sequência didática 26

Considerações finais 43

REFERÊNCIAS 44

APÊNDICES 47

APÊNDICE A – FORMULÁRIO DE PESQUISA DO LEAMAT I 48

APÊNDICE B - MATERIAIS DIDÁTICOS APLICADOS NA TURMA DO LEAMAT II 50

APÊNDICE C - MATERIAIS DIDÁTICOS ADAPTADOS NA TURMA DO LEAMAT II 60

1) RELATÓRIO DO LEAMAT I

1.1) Atividades Desenvolvidas

No primeiro encontro, dia 17/09/2019, foram apresentados os orientadores e suas linhas de pesquisa. A saber, Geometria, Álgebra e Educação Inclusiva, bem como algumas especificidades de cada área. Também foi apresentado um panorama sobre o funcionamento do curso, nos seus aspectos metodológicos e didáticos. Além disso, foram definidos os grupos para a realização da pesquisa, definidos em Grupos A1, A2, A3, B1 e B2. Nosso grupo foi denominado por B2.

No dia 24/09/2019, foi realizado o primeiro encontro relacionado à linha de pesquisa de Álgebra. No primeiro momento, foram sancionadas algumas dúvidas relacionadas às regras da ABNT e em um segundo momento nos organizamos em uma roda e discutimos o texto “Números e álgebra no currículo escolar” de João Pedro da Ponte (PONTE, 2006), o qual foi tema de nosso primeiro fichamento. Nesse texto, o autor relata a pouca atenção que os números e a álgebra têm na Educação Matemática de Portugal e busca analisar as principais dificuldades dos alunos em relação a esse campo da matemática.

No encontro do dia 08/10/2019, fizemos a discussão acerca do desenvolvimento do pensamento algébrico, tendo como base o texto “Um Estudo das Potencialidades Pedagógicas das Investigações Matemáticas no Desenvolvimento do Pensamento Algébrico” de autoria de Dario Fiorentini, Fernando Luís Pereira Fernandes e Eliane Matesco Cristóvão (FIORENTINI, FERNANDES E CRISTÓVÃO, 2006). O artigo relata uma pesquisa feita com alunos da sexta série do ensino fundamental para investigar o pensamento algébrico dos mesmos, feita de modo que, inicialmente, as questões fossem resolvidas generalizadas e, em seguida, deduzidas, pensadas e raciocinadas.

No dia 22/10/2019 foi realizada a apresentação dos seminários dos grupos B1 e B2, sendo o grupo B1 sobre Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC) referentes ao Ensino Fundamental, destacando a álgebra e o nosso grupo, o B2, sobre PCN e BNCC no Ensino Médio, abordando também a linha de pesquisa em questão. O PCN é composto por orientações, direcionamentos que não são obrigatórios, mas uma vez seguidos, otimizam o trabalho do educador e das instituições de ensino e a BNCC é um documento obrigatório para todas as escolas públicas e privadas, definindo o conjunto de conhecimentos essenciais que todos os alunos têm o direito de aprender desde a educação infantil até o ensino médio.

No dia 05/11/2019 participamos do III Encontro de Educação Matemática do Instituto Federal Fluminense (III EEM), onde assistimos diversas palestras relacionadas às experiências no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Fluminense (IFF).

No dia 19/11/2019, a orientadora da linha de pesquisa de Álgebra analisou as apresentações de cada um dos cinco grupos, e orientou aos mesmos a fazerem as devidas correções nos seus trabalhos. Além disso, organizaram-se as datas para apresentação dos projetos de cada grupo.

No encontro do dia 26/11, apesar de ter sido dia de orientação da linha de pesquisa de Geometria, primeiramente o nosso grupo se reuniu com a professora orientadora da linha de pesquisa de Álgebra a fim de obter algumas observações sobre o trabalho da devida linha de pesquisa e, após, nos encontramos com o professor orientador da linha de pesquisa de Geometria para que ele também pudesse fazer suas contribuições.

No dia 03/12/2019, ocorreu a apresentação dos grupos A1, A2 e A3 relacionados à linha de pesquisa de álgebra estando presentes os professores orientadores das linhas de pesquisa de Álgebra e Geometria, para que pudessem fazer as devidas observações.

No dia 10/12/2019 foi apresentado o trabalho de álgebra pelo nosso grupo e o grupo B1 apresentou o trabalho de geometria. Os professores orientadores, ambos presentes, destacaram determinados pontos necessários a cada um dos grupos.

No dia 17/12/2019, o grupo B1 encerrou as apresentações de álgebra e o grupo A2 realizou a apresentação de geometria e os orientadores fizeram os devidos comentários sobre ambos.

1.2) Elaboração Da Sequência Didática

1.2.1) Tema

Interpretação geométrica do cubo da soma de dois termos por meio de material didático manipulável.

1.2.2) Justificativa

O tema escolhido foi motivado por meio da discussão do artigo “Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico”, de Dario Fiorentini, Fernando Luís Pereira Fernandes e Eliane Matesco Cristóvão, (FIORENTINI, FERNANDES e CRISTOVÃO, 2006), em uma das aulas do LEAMAT I de Álgebra, o qual aborda a metodologia fundamentalista analógica (onde se insere o conteúdo por meio de formas geométricas). Ademais, o conteúdo de produtos notáveis é um assunto de bastante relevância, principalmente, o cubo da soma de dois termos e quando visto, o conteúdo é passado de forma a ser decorado, sem que o aluno entenda o porquê das fórmulas. Desta forma, nos surgiu como desafio, apresentar esse conteúdo aos alunos utilizando essa metodologia.

De acordo com Gil (2008), o fato de o aluno não gostar de matemática faz com que ele apresente uma maior dificuldade na disciplina e por existir um formalismo na matemática juntamente com a dificuldade no aprendizado, o aluno acaba se distanciando do estudo do conteúdo.

Consequentemente, essa preocupação com o ensino da matemática é mundial, já que se procuram diversas alternativas para solucionar esse baixo aproveitamento da disciplina em vários países. Seguindo essa ideia, Onuchic e Allevato (2004 apud Gil, 2008) afirmam que:

> [...] gente de todo o mundo está trabalhando na reestruturação da educação matemática. Ensinar bem matemática é um empenho complexo e não há receitas fáceis para isso. Não há um caminho único para se ensinar e aprender matemática (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004 apud GIL, 2008, p. 16).

Lins e Gimenez (1997) afirmam que os conceitos algébricos iniciais são as bases para uma sistematização de seus princípios. Sendo fundamentais para a construção do conhecimento e amadurecimento das ideias, podendo ser tomada com base para sustentar um conhecimento mais abstrato.

Portanto, Schneider (2013) complementa dizendo que se a base para todos os demais conceitos não for bem estruturada, podem ocorrer dificuldades posteriores que atrapalharão o desenvolvimento do discente.

Segundo Mendonça (2019), o uso de produtos notáveis é bastante importante na simplificação de expressões algébricas, na fatoração de polinômios, nos agrupamentos dos termos, auxiliando as resoluções dos exercícios envolvendo polinômios, porém os alunos têm grande dificuldade no entendimento do desenvolvimento correto da potência dos produtos notáveis.

De acordo com (Dante, 2007) o cubo da soma de dois termos têm como forma geral $(a+b)^3$, o qual usando a definição e propriedades do produto de polinômios, pode-se escrever:

$$
\begin{aligned}
(a+b)^3 &= (a+b)(a+b)^2 \Rightarrow \\
&= (a+b)\left(a^2+2ab+b^2\right) \Rightarrow \\
&= a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3 \Rightarrow \\
&= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3
\end{aligned}
$$

Lorenzato (2009, pág. 18) define Material didático (MD) sendo “qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”. E acrescenta dizendo que o MD manipulável permite transformações por continuidade, facilitando ao aluno a realização de redescobertas, a percepção de propriedades e a construção de uma efetiva aprendizagem.

Entretanto, Lorenzato (2009) destaca que o Material Didático, por melhor que seja, não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e não substitui o professor.

1.2.3) Objetivo geral

Construir o conceito do cubo da soma de dois termos por meio de diferentes representações.

1.2.4) Público alvo

Turmas do 9.° ano do Ensino Fundamental.

1.2.5) Sondagem I

No ano de 2020, o ensino do fundamental II receberá material didático completamente atualizado e, conforme o edital de 2020 do Plano Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), as editoras selecionadas deverão seguir as normas da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Sendo uma dessas exigências a mudança do conteúdo dos produtos notáveis, o qual, no PNLD 2017, o conteúdo é exposto nos livros didáticos do 8.º ano do fundamental II. No entanto, a partir de 2020, por orientação da BNCC, esse conteúdo deverá ser ministrado no 9.º ano.

Desta forma, neste momento de transição, tornou-se oportuno fazermos uma sondagem para verificarmos se as editoras selecionadas já estariam adequando-se quanto a essa exigência da BNCC.

O PNLD é um programa do Ministério da Educação (MEC) para a compra e distribuição de livros e materiais didáticos para professores e estudantes de escolas públicas de todo o país (BRASIL, 2017b). De acordo com o Edital de convocação 01/2018 do PNLD 2020 (BRASIL, 2019) o ciclo de atendimento e a vigência relativa ao processo de aquisição dos livros didáticos ocorrerão de quatro em quatro anos, ao contrário do que vinha acontecendo nos PNLD anteriores, o qual havia um ciclo de três anos.

Conforme o Decreto N.º 9.099/2017 (BRASIL, 2017a), o programa contempla quatro níveis do ensino público brasileiro, sendo:

- Educação Infantil;
- Anos iniciais do Ensino Fundamental (1.º ao 5.º ano);

- Anos finais do Ensino Fundamental (6.º ao 9.º ano);
- Ensino médio e Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Nessa sondagem, obtivemos informações de seis livros didáticos, das sete que foram selecionadas para o PNLD 2020, sendo:

- Teláris matemática. 9.° ano. **Editora Ática** (DANTE, 2018);
- Matemática. Coleção apoema. 9.° ano. **Editora do Brasil** (LONGEN, 2018);
- A conquista da matemática. 9.º ano. **Editora FTD** (CATRUCCI e GIOVANNI, 2018);
- Arariba plus Matemática. 9.º ano. **Editora Moderna** (GAY e SILVA, 2018);
- Trilhas da matemática. 9.° ano. **Editora Saraiva** (SAMPAIO, 2018) ;
- Matemática essencial. 8.º ano. **Editora Scipione** (PATARO e BALESTRI, 2018).

Logo, fizemos uma comparação entre os livros didáticos que foram aprovados no PNLD 2017 com os que serão utilizados no PNLD 2020, verificando em que momento era e, em que momento será abordado o conteúdo dos produtos notáveis de cada uma das seis editoras.

A seguir, no Quadro 1, é exposto o resultado dessa sondagem.

Quadro 1. Comparação entre livros didáticos do PNLD 2017 e do PNLD 2020.

Comparativo entre o PNLD 2017 e o PNLD 2020 referente ao ano da abordagem do conteúdo dos produtos notáveis		
Editoras	**PNLD 2017**	**PNLD 2020**
Ática	8.º ano	9.º ano
Editora do Brasil	8.º ano	9.º ano
FTD	8.º ano	9.º ano
Moderna	8.º ano	9.º ano
Saraiva	8.º ano	9.º ano
Scipione	8.º ano	8.º ano

Fonte: Próprios autores.

Por meio dessa sondagem, verificamos que cinco das seis editoras pesquisadas já se adequaram a essa exigência da BNCC, chamando atenção apenas para a editora Scipione, o qual continua trazendo o conteúdo dos produtos notáveis em seus livros do 8.º ano.

Posteriormente, possuindo o material de todas essas editoras, sentimos a necessidade de verificar se as mesmas irão abordar o conteúdo dos produtos notáveis de forma geométrica, defendido por diversos autores, conforme visto anteriormente neste trabalho. Então, nessa sondagem, comparamos o modo como essas editoras estarão abordando esse conteúdo, mais especificamente, entre o quadrado da soma e o cubo da soma, como é visto no Quadro 2 a seguir.

Quadro 2: Forma de abordagem dos produtos notáveis das editoras para 2020

Forma de abordagem dos produtos notáveis das editoras para 2020		
Editoras	**Quadrado da soma**	**Cubo da soma**
Ática	Algébrica e Geométrica	Nenhuma forma
Editora do Brasil	Algébrica e Geométrica	Algébrica e Geométrica
FTD	Algébrica e Geométrica	Algébrica
Moderna	Algébrica e Geométrica	Algébrica
Saraiva	Algébrica e Geométrica	Nenhuma forma
Scipione	Algébrica e Geométrica	Nenhuma forma

Fonte: Próprios autores.

Verificamos que o quadrado da soma é visto tanto da forma algébrica quanto da geométrica por todas as editoras, diferentemente do cubo da soma, o qual das seis editoras pesquisadas, três sequer mencionam o conteúdo em questão, duas abordam apenas na forma algébrica e somente a Editora do Brasil, que oferta as duas representações. Desta forma, percebemos que mesmo a partir do ano que vem alunos do Ensino Fundamental II, recebendo livros novos e atualizados, provavelmente continuarão com ensino deficitário quanto a essa forma de aprendizagem desse conteúdo.

1.2.6) Sondagem II

Visto que o conteúdo do cubo da soma está presente em alguns livros, porém, geralmente, só carrega abordagem algébrica ou nenhuma, decidimos então, verificar o que acontece de fato.

Aplicamos a verificação no Instituto Federal Fluminense (IFF) Campus Campos Centro em quatro turmas do primeiro ano do Ensino Médio, recolhendo uma série de informações de alunos vindos de diferentes escolas.

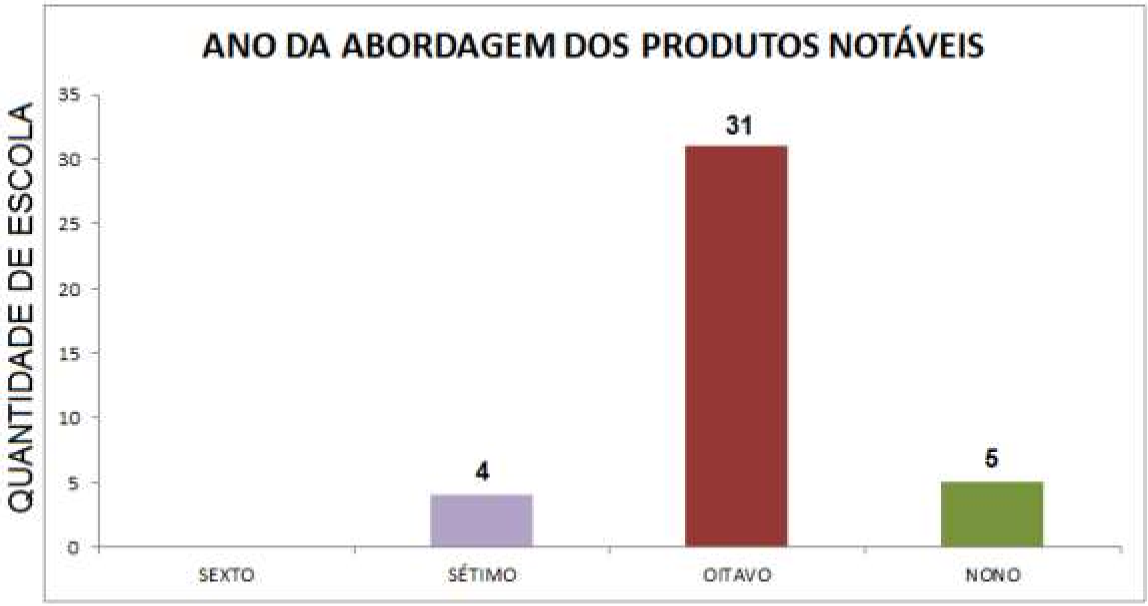
O questionário foi aplicado para 60 alunos e, nesse processo, obtivemos informações de 40 escolas pelos mesmos, sendo 22 públicas e 18 particulares, por meio de um questionário (apêndice A) elaborado pelos próprios autores.

Como alguns estudantes frequentaram a mesma instituição de ensino, foram descartados alguns dados seguindo o seguinte processo:

Caso tivessem alunos da mesma escola que respondessem igualmente a todas as perguntas do questionário, mantinha-se a escola com a informação dada de apenas um aluno. Caso contrário, se tivessem alunos da mesma escola com respostas divergentes, a escola e as informações eram eliminadas. Desta forma, evitando duplicidade de informação e incoerência dos dados, consideram-se nessa pesquisa um total de 40 sujeitos pesquisados.

Primeiramente, examina-se em que momento foi abordado o conteúdo de produtos notáveis, como observa-se no Gráfico 1 a seguir.

Gráfico 1. Ano de ensino da abordagem dos produtos notáveis.

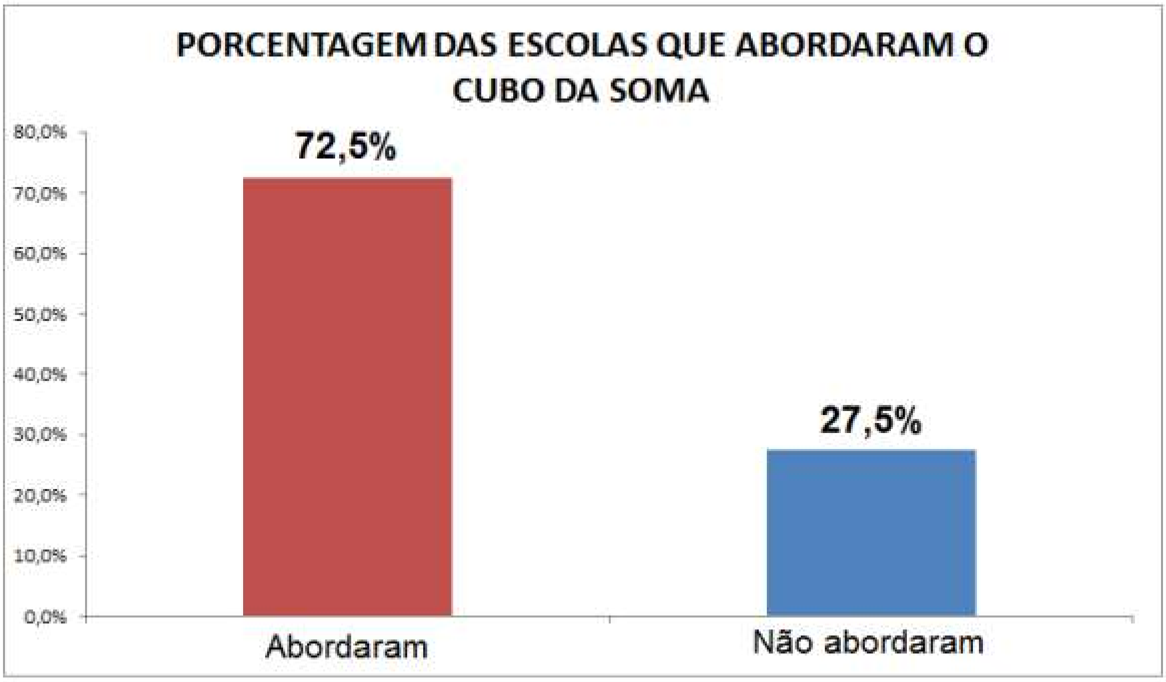


Fonte: Próprios autores

Pode-se perceber que dos 40 estudantes, 31 viram o conteúdo em questão no oitavo ano. Posteriormente, pode-se usar esses dados a fim de realizar um comparativo para verificar se as escolas estão seguindo as exigências impostas pelo BNCC, que seria a de ofertar esse conteúdo no nono ano.

Em seguida, no Gráfico 2, analisamos as porcentagens de escolas que ofertaram o cubo da soma.

Gráfico 2. Escolas que abordaram o conteúdo do conteúdo do cubo da soma.

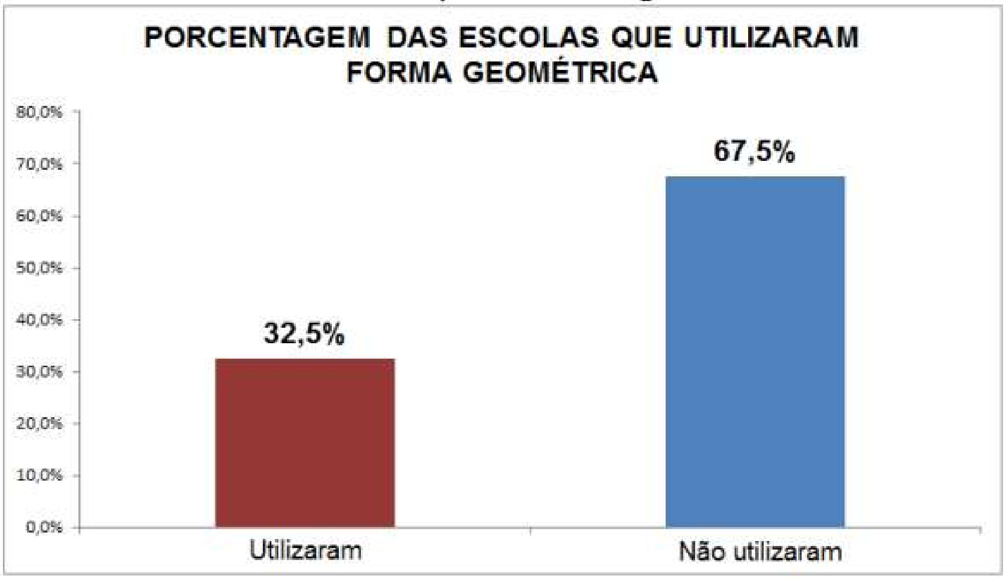


Fonte: Próprios autores

A partir da observação do gráfico 2, conclui-se que 72,5% das escolas abordaram o cubo da soma.

Logo após, averiguamos a porcentagem das escolas que utilizaram a forma geométrica na representação dos produtos notáveis, no gráfico 3.

Gráfico 3. Escolas que utilizaram forma geométrica.



Fonte: Próprios autores.

Após a análise do gráfico 3, ratificamos a prevalência de escolas que não utilizaram a forma geométrica na representação do conteúdo de produtos notáveis, uma vez que o estudo apontou que 67,5% das escolas não abordaram a forma geométrica.

Desta maneira, observa-se como a sondagem foi de extrema importância para o enriquecimento desse trabalho, já que, por meio dela, comprovamos de fato a problemática que envolve o conteúdo de produtos notáveis e suas representações. A forma geométrica e a forma algébrica, ambas possuem sua importância e uma auxilia a outra na construção conceitual do tema, logo, nenhuma pode ser negligenciada.

O formulário utilizado para a sondagem está no Apêndice A.

2) RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1) Atividades desenvolvidas

No dia 24 de agosto de 2021, a orientadora explicou como funcionaria o LEAMAT II, devido às circunstâncias da pandemia. Desse modo, ela ressaltou que seria feita a aplicação na própria turma da Licenciatura em Matemática do LEAMAT II e, posteriormente, a criação de um *e-book* relatando a pesquisa. Além disso, ela relembrou os integrantes de cada grupo e pediu para que fossem feitas breves apresentações, apenas para relembrar os temas de cada um.

No dia 31 de agosto de 2021, a orientadora revisou nossa pesquisa individualmente, verificando principais pontos que poderiam ser modificados e adaptados para o ensino remoto, orientando que utilizássemos um *applet* do Software de Geometria (Geogebra) ao invés do Material Didático Manipulável, que utilizaríamos a princípio.

No dia 14 de setembro de 2021, relatamos o experimento que fizemos com uma aluna voluntária e a orientadora verificou a necessidade de uma avaliação diagnóstica, a fim de constatar se os alunos sabem ou não os conceitos necessários para aplicação.

No dia 21 de setembro de 2021, a orientadora explicou sobre o prazo para a aplicação da sequência didática.

No dia 5 de outubro de 2021, a orientadora olhou a nossa avaliação diagnóstica, sugerindo algumas alterações. Além disso, sugeriu que poderíamos começar a preparar o restante da nossa sequência didática, colocando em prática o que tínhamos planejado.

No dia 19 de outubro de 2021, a orientadora verificou o andamento da nossa sequência didática e sugeriu algumas alterações em relação à exploração do applet que foi utilizado.

No dia 26 de outubro de 2021, a orientadora pontuou os devidos detalhes a serem ajustados, tais como: definição dos objetivos a serem alcançados por meio da atividade de exploração do applet utilizado, alguns detalhes do documento e a finalização da atividade de verificação. Além disso, também definiu a data de aplicação da nossa pesquisa, no dia 9 de novembro de 2021.

Nas semanas seguintes até o dia da nossa aplicação, assistimos e participamos da aplicação do outro grupo, além de alterar os detalhes da nossa aplicação.

No dia 9 de novembro de 2021, aplicamos a sequência didática elaborada durante o LEAMAT II.

Nas semanas posteriores, depois do dia 9 de novembro, assistimos e participamos da aplicação dos outros grupos e nos dedicamos à escrita do relatório do LEAMAT II, com data de entrega no dia 30 de novembro de 2021.

2.2) Elaboração da sequência didática

2.2.1) Planejamento da sequência didática

A sequência didática será aplicada na própria turma do LEAMAT II de forma remota utilizando a sala de reunião do Google Meet, em consequência da Pandemia causada pelo vírus Covid-19, não poderá ser aplicada presencialmente em uma turma regular do Nono Ano do Ensino Fundamental II. Desse modo, tivemos que nos adaptar: anteriormente faríamos nossa aplicação com o material didático manipulável e, como agora será de maneira remota, utilizaremos um *applet* do Geogebra que desempenha o mesmo papel.

Antes da aplicação da sequência didática, decidimos experimentá-la com uma aluna voluntária da Educação Básica. Desse modo, ela apresentou certas dificuldades, principalmente em cálculos que envolviam potenciação e volume. Portanto, em conjunto com a orientadora, vimos a necessidade de preparar uma Avaliação Diagnóstica para a turma do LEAMAT II uma semana antes da aplicação da sequência didática, a fim de ser respondida pelos alunos alguns dias antes da aula, para verificarmos se tinham conhecimento suficiente que será necessário na aplicação.

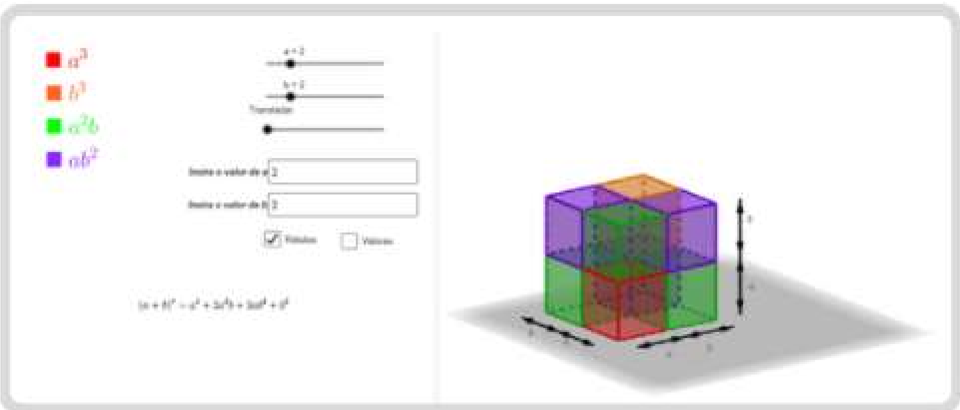
No dia 9 de novembro de 2021, aplicaremos a sequência didática. Primeiramente, com as apostilas enviadas por e-mail a cada um dos estudantes, iniciaremos trazendo um pouco da história do desenvolvimento da Álgebra por alguns matemáticos, até chegar às representações atuais.

Posteriormente, recordaremos o produto notável Quadrado da Soma e, em seguida, o cálculo de volume de um cubo com uma situação-problema, a fim de relembrarmos um pouco desses conceitos, pois verificamos que os alunos apresentavam dificuldades em relação a eles na Avaliação Diagnóstica.

Após a retomada do cálculo do volume, apresentando uma situação-problema envolvendo um cubo mágico de arestas medindo a, questionaremos como se calcularia o volume de um cubo, agora, com arestas medindo $(a + b)$.

Após o questionamento, partiremos para a Atividade 1, em que a pergunta anterior será consolidada na apostila. Nessa atividade, os alunos explorarão o *applet* “Produtos Notáveis - Cubo da Soma” (Figura 1), que pode ser acessado em https://www.geogebra.org/m/pwaqpfyp.

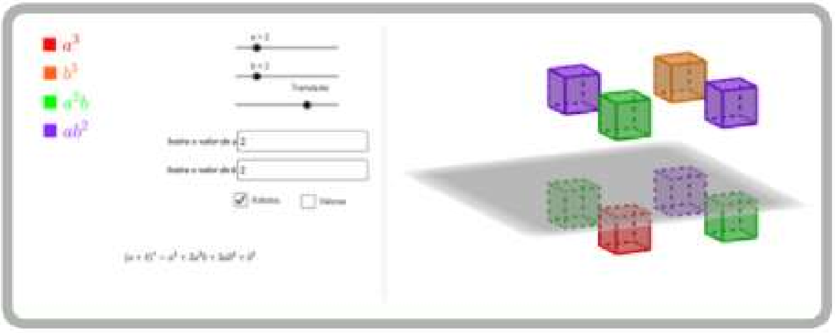
Figura 1: Applet “Produtos Notáveis - Cubo da soma”



Fonte: Davi Cardoso, Geogebra.

O mesmo permite que o aluno explore o cubo da soma em sua forma geométrica, podendo ser calculado o volume do cubo de aresta $(a + b)$ e o volume de cada peça que compõe o cubo (Figura 2). Assim, durante a atividade, nossa expectativa será de que eles cheguem que o cubo da soma na sua forma geométrica é o volume do cubo de aresta $(a + b)$, logo, $(a + b)^3$ e esse corresponde a soma dos volumes de cada peça que compõe esse cubo, ou seja, $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Figura 2: Peças que compõem o cubo



Fonte: Davi Cardoso, Geogebra.

Antes de deixar eles realizarem essa atividade, iremos explicar como se dá o funcionamento desse *applet*. Depois dessa etapa, deixaremos um tempo para os alunos manipularem e, durante o processo, deverão manipular o *applet* e chegar a conclusões. Pediremos para que eles mandem fotos da tela à medida que realizarem os comandos e, ao final, registrem seus cálculos e digitalizem-os, enviando os documentos em PDF para o grupo “Aplicação LEAMAT II” no WhatsApp, criado justamente para esse fim.

No momento em que os alunos terminarem a atividade, vamos corrigi-la junto com eles, conferindo o que eles colocaram e debatendo sobre as respostas.

Em seguida, antes de partirmos para a Atividade de Verificação, iremos contextualizá-los em relação à questão 1 desta, que se refere ao jogo Minecraft. Assim, faremos um *tour* pela cidade que construímos no jogo (Quadro 3), a fim de mostrar que o jogo é composto por cubos e paralelepípedos, onde também construímos o próprio Cubo da Soma no jogo (Figura 3), sendo esse o “ponto turístico” da pequena cidade.

Figura 3: Cidade construída no Minecraft

Fonte: Elaboração própria.

Figura 4: Cubo da soma como Ponto Turístico da cidade, construído no Minecraft

Fonte: Elaboração própria.

Posteriormente a contextualização, enviaremos o link para a Atividade de Verificação, para que os alunos possam consolidar os conhecimentos aprendidos.

2.2.2) Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

Como mencionado anteriormente, em contexto de pandemia, aplicamos a sequência na própria turma do LEAMAT II. Assim, utilizamos a reunião no Google Meet para a aplicação, sendo essa gravada, como se pode observar na Figura 4 a seguir.

Figura 5: Gravação da aplicação da sequência didática

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Iniciamos com o desenvolvimento da Álgebra com o passar dos anos, apresentando os matemáticos que contribuíram para esse processo. Depois, recordamos o produto notável Quadrado da Soma e o cálculo do volume do cubo de aresta a e iniciamos o questionamento de como seria o cálculo do volume de um cubo de aresta $(a + b)$. Até esse momento, os alunos não tiveram objeções.

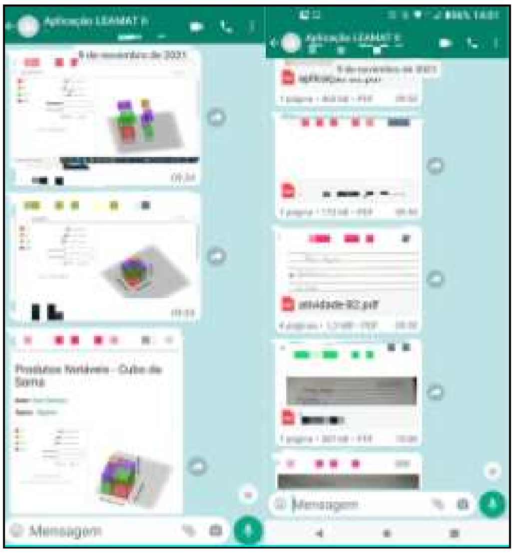
Posteriormente, explicamos a Atividade 1 da apostila e deixamos um tempo para os alunos irem fazendo. Coletamos 16 respostas pelo grupo do whatsapp (Figura 6) criado justamente para isso. Pedimos para que eles mandassem as fotos da tela à medida que fossem realizando os comandos de cada questão e um documento em formato PDF com as respostas. Nesse momento, alguns dos alunos tiveram uma pequena dificuldade ao entender a dinâmica, mas aprenderam rapidamente.

Durante a atividade, um dos alunos questionou qual seria a unidade de medida e a unidade de volume que seriam utilizadas, atentando-nos ao fato de que isso deveria ser mencionado durante a aplicação, já que o *applet* não fornece as unidades que devem ser usadas.

A atividade, segundo eles, estava boa, organizada, porém excederam o tempo (20 minutos) e pediram para que o grupo fornecesse mais algum tempo, já que levava alguns minutos, além da atividade, para mandar as fotos e os documentos. Com isso, foi dado aproximadamente mais 10 minutos para o término da Atividade 1.

Ademais, gostaram do applet, dizendo que a visualização do cubo e a movimentação dos paralelepípedos é interessante e atrativa, corroborando para a visualização do aluno.

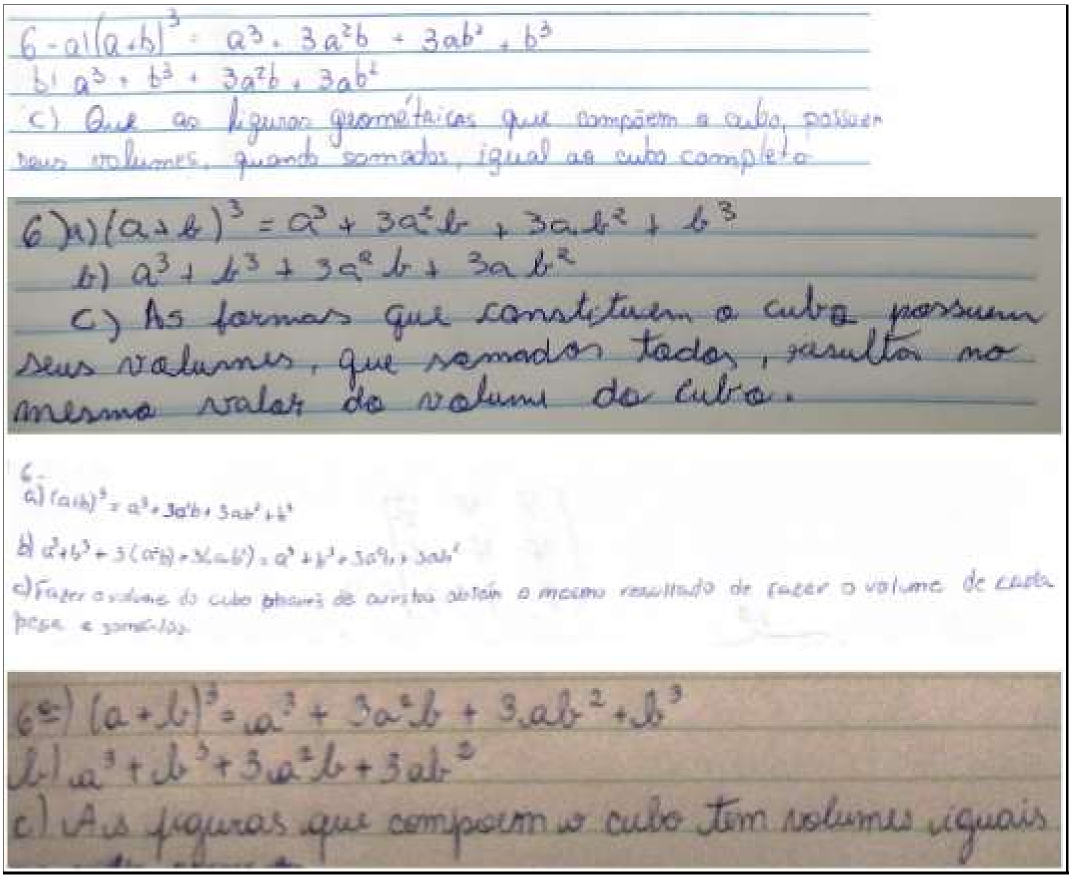
Figura 6: Grupo do WhatsApp utilizado na aplicação da sequência didática



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A seguir, começamos a corrigir a atividade, com a participação dos alunos. Eles conseguiram responder corretamente e chegar a conclusão das questões, no entanto, um dos alunos ressaltou que é mais fácil calcular o volume do cubo de aresta $(a + b)$ do que o volume de cada peça e somar, mas concluiu que ao fim chegamos ao mesmo resultado. Em contrapartida, na última questão, a maior parte dos alunos chegou a apenas uma parte da conclusão que esperávamos, colocando como resposta que se chega ao mesmo resultado calculando das duas formas e, no entanto, não explicaram que o volume do cubo de aresta $(a + b)$ correspondia à soma do volume de cada peça que o compõe. Porém, ainda assim, 4 alunos conseguiram chegar a conclusão que queríamos, como mostram os exemplos a seguir:

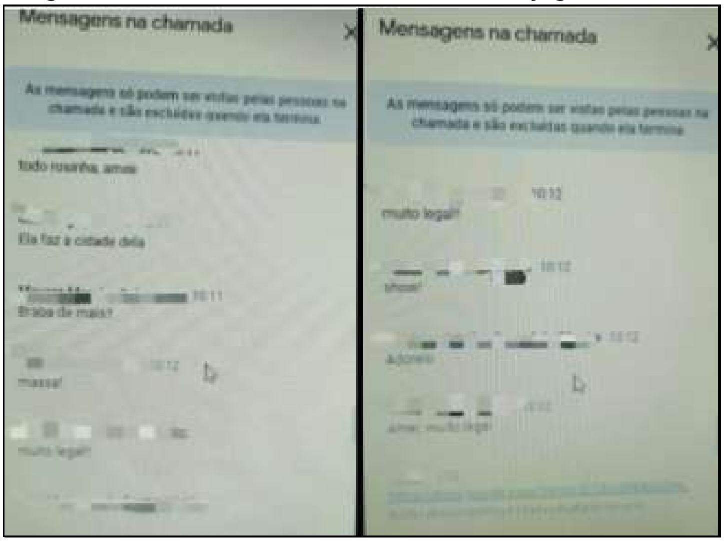
Figura 7: Respostas dadas pelos alunos que alcançaram o objetivo proposto.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Posteriormente, mostramos a cidade construída no Minecraft e os alunos gostaram bastante e conseguiram perceber que o cubo pode estar em lugares e em jogos que eles costumam jogar e se divertir. A orientadora, inclusive, sugeriu que em uma turma regular talvez tivesse a possibilidade dos próprios alunos manipularem o jogo. Na Figura 8, tem-se as reações de alguns alunos no momento em que o Minecraft foi mostrado.

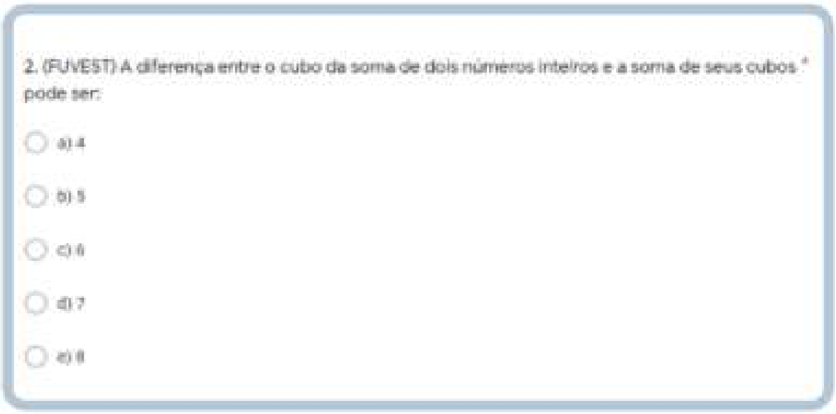
Figura 8: Comentários dos alunos sobre o jogo Minecraft



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Por fim, enviamos o link da Atividade de Verificação e promovemos 10 minutos para que fosse finalizada. Os alunos, novamente, salientaram a questão do tempo, excedendo um pouco os minutos dados. Obtivemos 18 respostas, no entanto, analisamos apenas as 16, de quem também já tinha feito a Atividade 1. Além disso, observamos que tiveram um pouco de dificuldade na questão 2 (Figura 9) dessa mesma atividade.

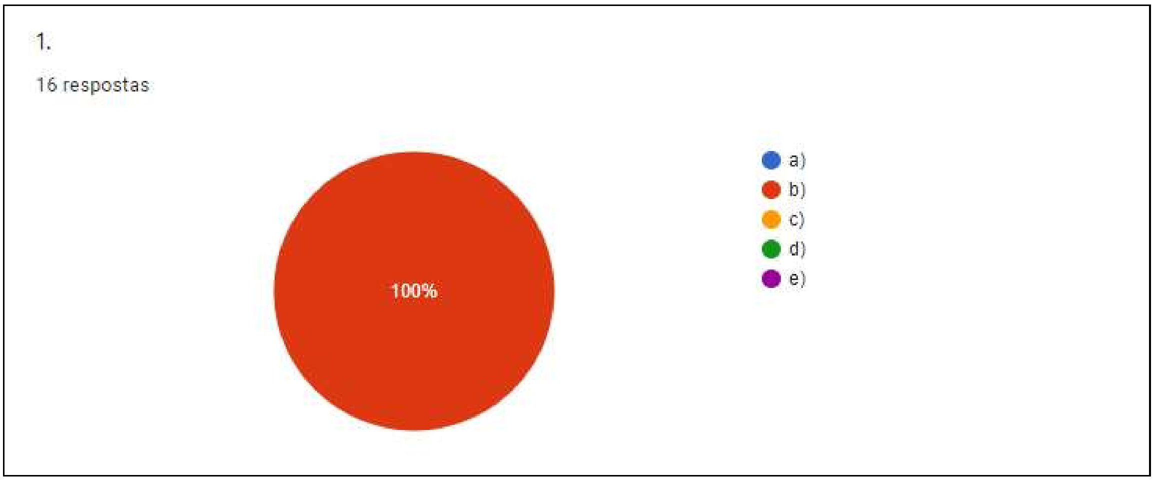
Figura 9: Questão 2 da Atividade de Verificação



Fonte: Elaboração própria

Ao analisarmos as respostas encontradas, conseguimos notar que todos acertaram a Questão 1 da Atividade de Verificação, onde a resposta se encontrava na alternativa B, como mostra a figura 10:

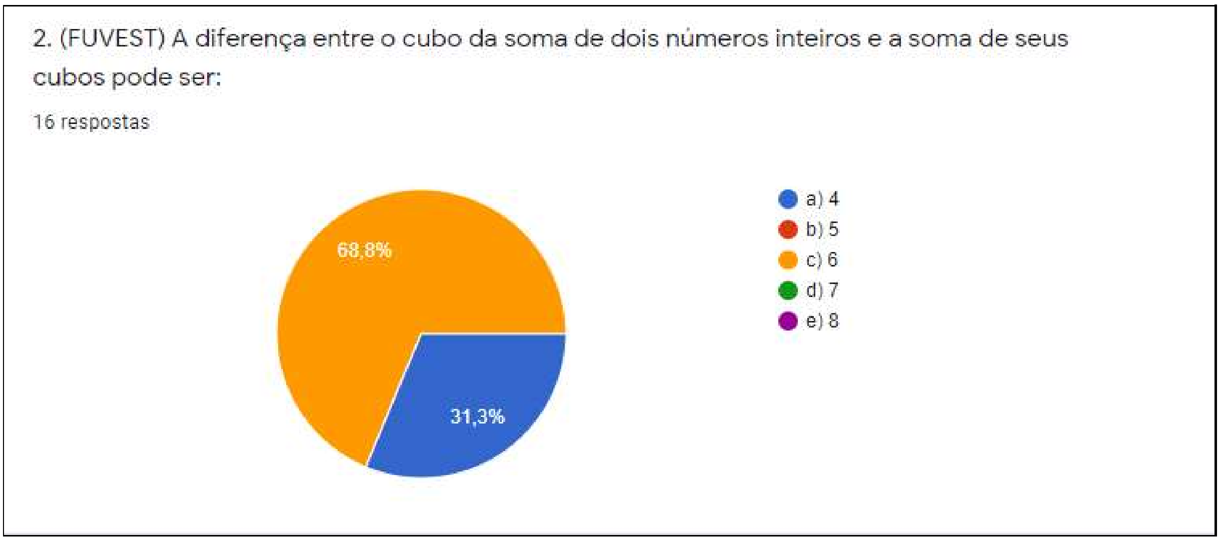
Figura 10: Respostas da Questão 1



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Como dito anteriormente, observamos um pouco de dificuldade na Questão 2, a qual a resposta era a alternativa C, como mostra o resumo da figura 11, a seguir.

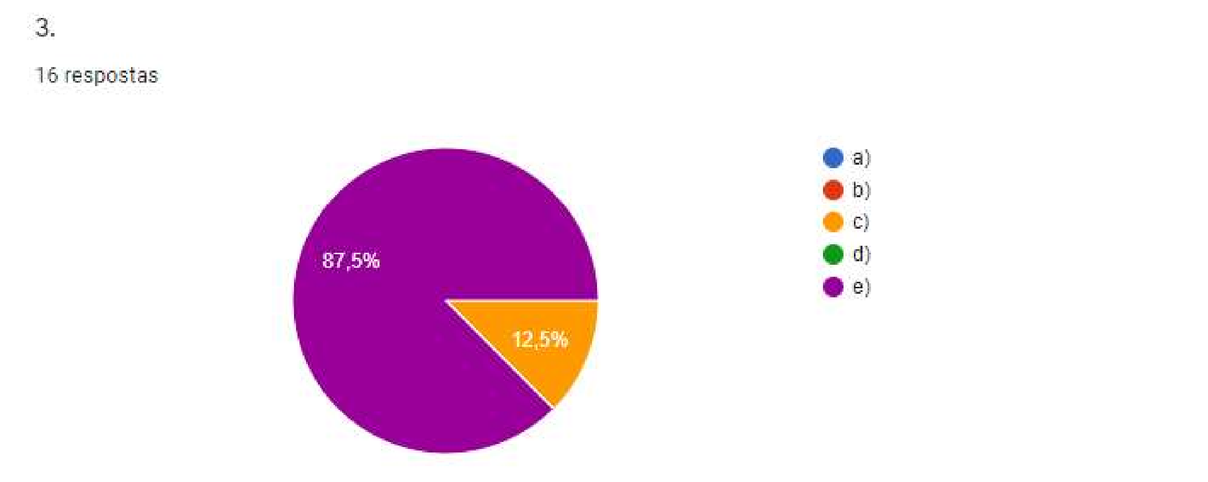
Figura 11: Respostas da Questão 2



Fonte: Protocolo de pesquisa.

E, por fim, na última questão, percebemos uma leve dificuldade em relação às respostas coletadas do formulário, visto que a resposta certa seria a alternativa E, como observa-se no resumo encontrado na figura 12, a seguir.

Figura 12: Respostas da Questão 3



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Além das sugestões citadas anteriormente, ao final da aplicação, foram evidenciados os seguintes pontos:

- Modificar a imagem do Quadrado da Soma em sua forma geométrica, pois as cores eram muito claras, o que gerou dificuldade de visualização;
- Atentar-se às definições e ao uso de certas expressões durante a explicação do conteúdo;
- Verificar formatações de acordo com a norma ABNT;
- Adicionar tempo à Atividade 1 da apostila e à Atividade de Verificação.

A Avaliação Diagnóstica, a Apostila utilizada para explicação do conteúdo e a Atividade de Verificação poderão ser encontradas no Apêndice B.

3) RELATÓRIO LEAMAT III

3.1) Atividades desenvolvidas

No dia 7 de fevereiro de 2022, a nova orientadora apresentou-se à turma e explicou o desenvolvimento da disciplina, com a elaboração do *e-book*, pois, de acordo com a ementa do LEAMAT III, seria realizada a aplicação da sequência didática em uma turma regular, porém em função das medidas de contingenciamento da Covid-19, houve a necessidade de alteração da ementa e, portanto, a criação do livro digital para essa reta final do projeto. Posteriormente, cada grupo enviou os relatórios e as atividades anteriormente desenvolvidas no LEAMAT II.

No dia 21 de fevereiro de 2022, a orientadora conversou com cada grupo individualmente. Ela nos deu algumas instruções sobre o nosso relatório, comentando alguns pontos a serem modificados. Além disso, pediu para a gente ler novamente esse relatório do LEAMAT II e iniciar a construção do relatório do LEAMAT III, reescrevendo a sequência detalhadamente e em forma de instrução para o professor que fosse ler o *e-book* quando publicado.

No encontro do dia 07 de março de 2022, a orientadora pontuou algumas mudanças a serem feitas na versão final da sequência didática, tais como o tempo e pessoa verbal, a inclusão de figuras no documento e a divisão dela por etapas, além de colocar detalhadamente os passos da Avaliação Diagnóstica.

No dia 14 de março de 2022, a orientadora olhou as alterações feitas, sugeridas por ela, na versão final da sequência didática. Além disso, pontuou pequenos detalhes que faltaram e disse que a sequência seria fechada na próxima semana.

No encontro do dia 21 de março de 2022, a orientadora olhou as alterações feitas, para assim iniciarmos a escrita do livro digital. A mesma apresentou o template do *e-book*, explicando o desenvolvimento dele para começarmos a escrevê-lo.

No dia 28 de março de 2022, a orientadora fez a leitura do que escrevemos durante a semana no *e-book*, destacando pequenas alterações na apresentação e citações que precisavam ser modificadas.

No encontro do dia 04 de abril de 2022, a orientadora checou conosco as mudanças solicitadas e também ressaltou a correção em relação à numeração das figuras, diferenciando-as entre figura, tabela e quadro. Em seguida, pediu para que trabalhássemos nas considerações finais do *e-book*.

No dia 11 de abril de 2022, a orientadora verificou o *e-book* e pediu para que a gente finalizasse as formatações faltantes e o relatório.

No dia 18 de abril de 2022, a professora orientou acerca de algumas mudanças e adições que deveriam ser feitas, tais quais: arrumar as referências, de acordo com a ABNT, colocar os apêndices e começar a fazer a capa.

No dia 2 de maio de 2022, a orientadora aprovou a capa feita e declarou o *e-book* como finalizado. Ela também passou orientações a respeito da publicação do mesmo.

3.2) Elaboração da sequência didática

3.2.1) Versão final da sequência didática

Esta sequência didática tem a finalidade de conduzir o educando a construir o conceito do cubo da soma de dois termos por meio de diferentes representações: algébrica e geométrica. Antes da aplicação da aula, é interessante que o professor realize uma avaliação diagnóstica com seus alunos, a fim de observar conhecimentos relacionados à potenciação, identificação de sólidos geométricos e cálculo de seus volumes, além de operações com polinômios, pois esses serão conteúdos imprescindíveis para a aula que será dada.

A aula terá duração de, aproximadamente, 2 horas e será dividida em 5 etapas:

- Etapa 1 - Avaliação diagnóstica: esta etapa, que será realizada antes da aplicação da sequência didática, possui a finalidade de resgatar os conhecimentos que os alunos têm ou não.
- Etapa 2 - Contextualização histórica: neste momento, será feito um apanhado histórico com os alunos em relação ao desenvolvimento da álgebra.
- Etapa 3 - Recordação dos conteúdos: após verificar as dificuldades dos alunos na avaliação diagnóstica, o professor deve explicar o que os alunos não entenderam, para assim seguir com o conteúdo.
- Etapa 4 - Atividade 1 (APÊNDICE C - MATERIAIS DIDÁTICOS ADAPTADOS NA TURMA DO LEAMAT II): nesta atividade, os alunos precisam explorar o applet e, por meio de exercícios induzindo-os a isso, chegar à interpretação do cubo da soma de forma geométrica e algébrica.

- Etapa 5 - Atividade de verificação (APÊNDICE B - MATERIAIS DIDÁTICOS APLICADOS NA TURMA DO LEAMAT II): neste momento, será apresentado um jogo relacionado à questão 1 da atividade de verificação e também interligado ao conteúdo. Posteriormente, será feita a atividade de modo a verificar o que os alunos aprenderam.

Apresenta-se agora, de forma detalhada, cada etapa da sequência didática.

- Etapa 1: Avaliação diagnóstica

A primeira etapa dá-se por meio da Avaliação Diagnóstica (APÊNDICE B - MATERIAIS DIDÁTICOS APLICADOS NA TURMA DO LEAMAT II), um instrumento avaliativo, composto por seis questões, que tem como principal objetivo verificar os conhecimentos prévios dos alunos que serão pré-requisitos para a aplicação da sequência didática, tendo como via o Google Forms. Com ela, pretende-se observar se o aluno consegue:

- Reconhecer e manipular as propriedades da potenciação, com ênfase na multiplicação de bases iguais;
- Operar com polinômios;
- Identificar os paralelepípedos;
- Calcular o volume dos paralelepípedos;

Na primeira questão espera-se que os alunos reconheçam e manipulem as propriedades de potenciação, especificamente a multiplicação de potências de bases iguais.

Figura 13: Questão 1 da Avaliação Diagnóstica

1. Efetue as multiplicações entre potências. *

a) $2^2 . 2^2$
b) $3^1 . 3^3$
c) $(0,5)^{17} . (0,5)^{36}$
d) $a^2 . a^3$
e) $a^{345} . a^{79}$
f) $a^{32} . a^{56} . b^6 . b^9$
g) $(a+b).(a+b)$
h) $(a+b)^2 . (a+b)^3$

Fonte: Elaboração Própria

Na segunda questão, pretende-se que os alunos reconheçam e desenvolvam potências de bases iguais e operem com polinômios.

Figura 14: Questão 2 da Avaliação Diagnóstica

2. Classifique as sentenças abaixo em verdadeira (V) ou falsa (F). Justifique as falsas. *

a) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$
b) $a^x . a^y = a^{xy}$

Fonte: Elaboração Própria

A terceira questão tem por propósito que os alunos manipulem e operem com polinômios.

Figura 15: Questão 3 da Avaliação Diagnóstica

3. Efetue as seguintes operações: *

a) $2x + 3x$

b) $x + y + x + 5y$

c) $x + 3x - 10y - z$

d) $(x - 8)(x + 8)$.

e) $(x - 7)(x - 4)$.

f) $a(x + y)$

g) $x^2 + x + y^2 + y + x$

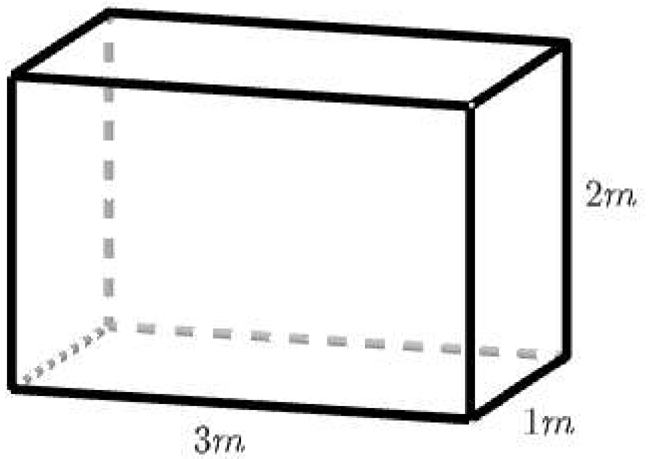
h) $3a^2b + ab^2 + ab^2 + a^2b$

Fonte: Elaboração própria

A quarta questão tem como objetivo verificar o que os alunos sabem em relação ao cálculo do volume de paralelepípedos.

Figura 16: Questão 4 da Avaliação Diagnóstica

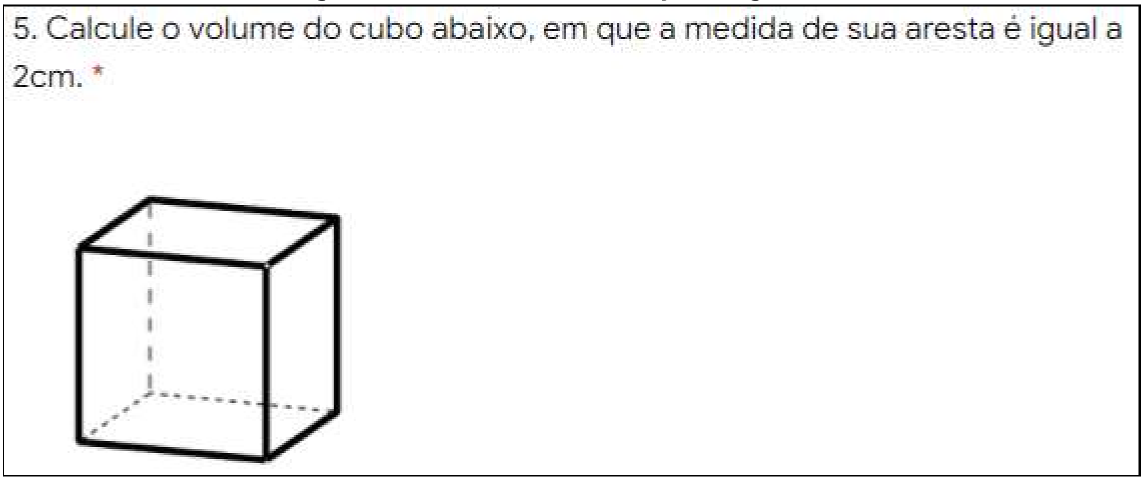
4. Determine o volume do paralelepipedo abaixo, sendo a medida de sua largura igual a 1m, altura igual a 2m e comprimento igual a 3m. *



Fonte: Elaboração própria

A quinta questão possui objetivo similar a questão anterior. No entanto, o elemento a ser trazido é o cubo com aresta equivalente a dois centímetros e deseja-se que o aluno saiba realizar esse cálculo.

Figura 17: Questão 5 da Avaliação Diagnóstica

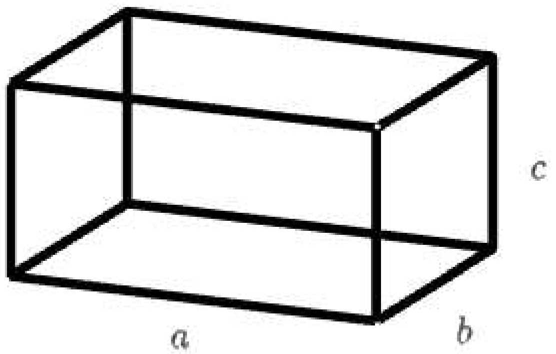


Fonte: Elaboração Própria

A sexta e última questão que compõe a Avaliação Diagnóstica, traz como elemento principal o paralelepípedo, com o mesmo objetivo das duas questões anteriores, porém, suas medidas são dadas em incógnitas, a fim de generalizar a fórmula do volume do mesmo.

Figura 18: Questão 6 da Avaliação Diagnóstica

6. Marque a opção que representa o volume do paralelepipedo abaixo. Suas dimensões estão indicadas na figura. *



a) abb

b) acc

c) bbc

d) abc

Fonte: Elaboração Própria

Assim, após todos os alunos terem respondido a Avaliação Diagnóstica, o professor deve examiná-las, a fim de constatar, caso tenha, as dificuldades dos alunos e sanar suas dúvidas antes da aula de aplicação da sequência.

- Etapa 2: Contextualização histórica

O professor fornece a apostila (APÊNDICE C - MATERIAIS DIDÁTICOS ADAPTADOS NA TURMA DO LEAMAT II) e introduz o conteúdo com a parte histórica da álgebra, abordando alguns matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento da mesma. Entre eles, destacam-se o matemático árabe Al-Khwarizmi; Diofanto de Alexandria, que foi o primeiro matemático a criar e utilizar símbolos algébricos; François Viète, que incorporou o uso de letras na matemática e, René Descartes, responsável por aprimorar os estudos de Viète. Esse início da aula possui a intenção de contextualizar os alunos acerca da álgebra e mostrando-os que a mesma que conhecemos no momento presente não surgiu por acaso, mas sim, foi resultado de anos de desenvolvimento.

Figura 19: Matemáticos que estão destacados na apostila

Fonte: Elaboração própria.

- Etapa 3: Recordação dos conteúdos

Posteriormente, a partir do que foi observado em relação às respostas obtidas da Avaliação Diagnóstica (APÊNDICE B - MATERIAS DIDÁTICOS APLICADOS NA TURMA DO LEAMAT II), caso seja necessário, o professor deve recordar os conteúdos nos quais os alunos apresentaram dificuldades.

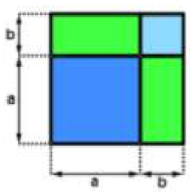
No caso da turma em que se realizou a aplicação, surgiu a necessidade de recordar alguns conceitos que são pré-requisitos deste atual conteúdo, o produto notável do quadrado da soma e o cálculo do volume do cubo. Assim, realiza-se uma breve explicação do produto notável quadrado da soma, como pode-se verificar na figura 20:

Figura 20: Produto notável quadrado da soma

Quadrado da soma

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Figura 2: quadrado da soma



Fonte: Elaboração própria.

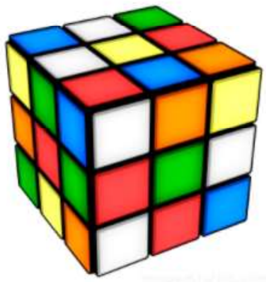
Em seguida, por meio da apresentação de uma situação-problema em relação ao cálculo do volume de um cubo de aresta a, com o objetivo de recordá-lo, como vê-se na figura 21.

Figura 21: Situação-problema sobre volume do cubo na apostila

Volume do cubo

Carla comprou um cubo mágico e queria guardá-lo em uma caixa, compatível com ele. Para isso, ela quer calcular o volume do cubo para comprar a caixinha certa. Sabendo que o cubo tem lado a, calcule o volume desse cubo.

Figura 3: cubo mágico



Agora, como seria o volume de um cubo com os lados medindo $(a + b)$? É isso que iremos analisar com a atividade a seguir.

Fonte: Elaboração própria.

Após a resolução da situação-problema anterior, o professor questionará aos alunos como se calcularia o volume, porém, agora com aresta de medida $(a + b)$, que é justamente o que será aprendido ao decorrer da aula.

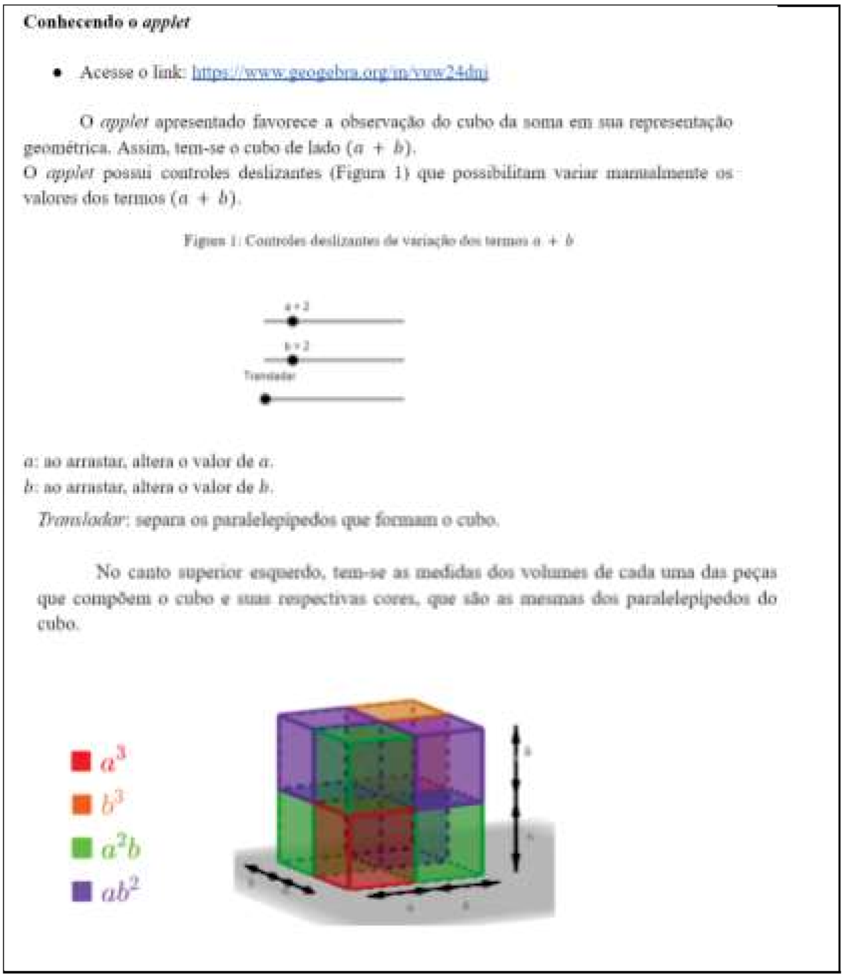
- Etapa 4: Atividade 1

Assim, depois de aguardar possíveis respostas, o educador parte para a quarta etapa da sequência didática que é a Atividade 1 que tem por objetivo que o aluno explore o cubo da soma em forma geométrica, possibilitando os mesmos a calcular o volume do cubo e volume de cada peça que compõe esse cubo : Explorando o *applet* Produtos Notáveis - Cubo da soma (adaptado), cujo objetivo é a construção de conhecimentos acerca do tema da aplicação, isto é, interpretar o produto notável do cubo da soma de maneira geométrica e algébrica.

Para responder às seis perguntas que compõem essa atividade, é utilizado o applet *Produtos Notáveis - Cubo da soma (adaptado)*, originalmente de Davi Cardoso e adaptado pelo grupo, que pode ser acessado no link: https://www.geogebra.org/m/vuw24dnj.

Na apostila (APÊNDICE C - MATERIAIS DIDÁTICOS ADAPTADOS NA TURMA DO LEAMAT II) estão registradas todas as informações sobre o *applet* e como esse deve ser manuseado, como pode ser visto no Figura 22. É importante que, antes dos alunos iniciarem a resolução dessa atividade, o professor faça uma demonstração de como utilizá-lo.

Figura 22: Instruções sobre o uso do *applet* na apostila



Conhecendo o *applet*

- Acesse o link: https://www.geogebra.org/m/vuw24dnj

O *applet* apresentado favorece a observação do cubo da soma em sua representação geométrica. Assim, tem-se o cubo de lado $(a + b)$.
O *applet* possui controles deslizantes (Figura 1) que possibilitam variar manualmente os valores dos termos $(a + b)$.

Figura 1: Controles deslizantes de variação dos termos $a + b$

a: ao arrastar, altera o valor de a.
b: ao arrastar, altera o valor de b.
Translador: separa os paralelepípedos que formam o cubo.

No canto superior esquerdo, tem-se as medidas dos volumes de cada uma das peças que compõem o cubo e suas respectivas cores, que são as mesmas dos paralelepípedos do cubo.

Fonte: Elaboração própria.

A coleta das respostas e imagens do applet pelos alunos devem ser digitalizadas, identificadas e, posteriormente, enviadas para o grupo do Whatsapp da própria turma.

Posteriormente, os alunos devem realizar a atividade respondendo a cada questão com a visualização no *applet*. É interessante que o professor atribua alguma unidade de comprimento e unidade de volume, podendo usar também a abreviação para unidade de comprimento $(u.c.)$ e unidade de volume $(u.v.)$, ficando ao seu critério.

Na primeira questão, espera-se que consigam identificar visualmente o sólido geométrico cubo e calcular seu volume, pois, ao arrastar o controle deslizante para os valores pedidos, há apenas um cubo de aresta medindo $1\,u.c.$.

Figura 23: Questão 1 da apostila

1. **Arraste** o controle deslizante para $a = 1$ e $b = 0$:

a) Qual sólido geométrico é formado?

b) **Calcule** seu volume.

Fonte: Elaboração própria.

Na segunda questão, após arrastar o controle deslizante para os valores pedidos, os alunos devem identificar o cubo de aresta $(a + b)$ e os sólidos geométricos que o compõem.

Figura 24: Questão 2 da apostila

2. **Arraste** o controle deslizante para $a = 1$ e $b = 1$.

a) Qual sólido geométrico é formado?

b) Esse sólido é formado por outras peças? Se sim, quais? **Arraste** o controle deslizante "transladar" para verificar.

Fonte: Elaboração própria.

Na terceira questão, pretende-se que possam relacionar os resultados dos volumes obtidos do cubo de aresta $(a + b)$ com o volume de cada sólido que ele é formado, a fim de perceber que esses volumes possuem o mesmo valor.

Figura 25: Questão 3 da apostila

3. **Arraste** o controle deslizante para $a = 1$ e $b = 1$.

a) Qual o valor da aresta obtida?

b) **Calcule** o volume desse cubo.

c) Agora, **calcule** o volume de cada peça e some-as.

d) O que você observa em relação ao resultado do volume obtido no item b) comparado ao item c)?

Fonte: Elaboração própria.

Na quarta questão, similar à terceira, os alunos têm que distinguir os sólidos geométricos que compõem o cubo, já que dessa vez ele será composto tanto por paralelepípedos quanto por cubos e, novamente, relacionar os resultados dos volumes obtidos do cubo de aresta $(a + b)$ com a soma do volume de cada um dos sólidos que o compõem e observar que ambos terão o mesmo valor.

Figura 26: Questão 4 da apostila

4. **Arraste** o controle deslizante para $a = 2$ e $b = 1$.

a) Qual o valor da aresta obtida?

b) **Calcule** o volume desse cubo.

c) Quais sólidos compõem esse cubo?

d) Agora, **calcule** o volume de cada peça e some-as.

e) O que você observa em relação ao resultado do volume obtido no item b) comparado ao item d)?

Fonte: Elaboração própria.

Na quinta questão, os alunos precisam deduzir que é possível chegar ao mesmo resultado calculando o volume tanto do cubo de aresta $(a + b)$ quanto somando os resultados dos volumes de cada peça separadamente.

Figura 27: Questão 5 da apostila

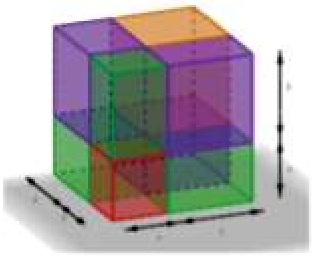
5. De acordo com o que foi visto nas questões anteriores, a que conclusão pode-se chegar em relação aos dois modos abordados de se calcular o volume do cubo?

Fonte: Elaboração própria.

A sexta questão tem como finalidade levar a generalização do cubo da soma. Nela, tem-se a intenção de que os alunos possam constatar que o volume do cubo de aresta $(a + b)$ é equivalente a soma dos volumes de cada uma das peças, isto é, $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, chegando à fórmula do cubo da soma.

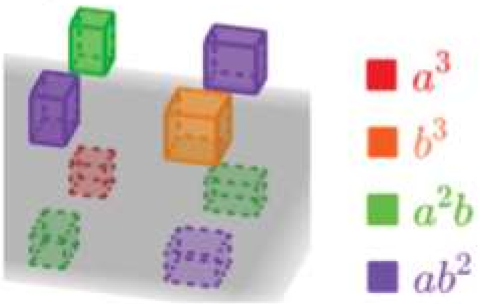
Figura 28: Questão 6 da apostila

6. Agora, tem-se um cubo com lados medindo $(a + b)$.



a) **Calcule** o volume desse cubo.

b) Agora, **calcule o volume de cada peça que compõe esse cubo e some-as**. A imagem encontra-se a seguir, com os respectivos volumes de cada paralelepípedo (indicado por



c) Qual a relação pode ser observada entre o resultado obtido no item a) e no item b), de acordo com o que foi deduzido na questão 5?

Fonte: Elaboração própria.

Ao final da Atividade 1, o professor deve corrigi-la junto com os alunos, a fim de sanar suas dúvidas e partir para a Atividade de Verificação.

- Etapa 5: Atividade de Verificação

Para encerrar a aula, são apresentados exercícios em uma Atividade de Verificação (APÊNDICE B - MATERIAIS DIDÁTICOS APLICADOS NA TURMA DO LEAMAT II), a fim de verificar o que foi aprendido pelos alunos. No entanto, para uma melhor contextualização acerca da primeira questão dessa, antes de iniciar a Atividade de Verificação, o professor deve fazer uma breve demonstração do respectivo jogo ao qual ela se refere.

O jogo é o Minecraft, além de sua popularidade, o motivo de sua escolha foi a sua interface, onde sua base e estrutura são formadas por cubos.

Além disso, o mesmo também permite uma ampla liberdade no que diz respeito à construção, sendo possível realizar diversas criações a partir de cubos de vários materiais diferentes e sobreviver com os inúmeros monstros que surgem ao anoitecer. Dessa forma, foi feita uma cidade com o intuito de apresentar o jogo aos alunos.

Figura 29: Cidade construída no Minecraft

Fonte: Elaboração Própria.

A partir de seu uso, o objetivo é provocar uma leveza ao se tratar do conteúdo, principalmente ao se dirigir aos alunos, mesmo aqueles que nunca tenham tido contato com esse conteúdo em específico. A partir desse momento, o professor ainda relaciona o jogo com o conteúdo, de maneira descontraída, permitindo também uma abertura maior para a participação dos alunos envolvidos. Dessa forma, foi construído o próprio cubo da soma, anteriormente trabalhado no uso do *applet*, como ponto turístico da cidade.

Figura 30: Cubo da soma como Ponto Turístico da cidade, construído no Minecraft

Fonte: Elaboração Própria.

É bem interessante a inclusão desse jogo para a aplicação. Além de enriquecer a aula, o conteúdo será abordado por um meio atrativo aos estudantes, de modo a capturar sua atenção.

Após a apresentação do conteúdo e uma curta gameplay do Minecraft, o professor inicia a apresentação da atividade de verificação, a qual terá como finalidade confirmar se o objetivo que se teve com a aplicação foi realmente alcançado. No total, é composta por três questões.

A primeira questão (Figura 31) foi adaptada do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), de 2018. Nela, o aluno deve identificar o cubo da soma e operar com ele, a partir do que foi ensinado

Figura 31: Questão 1 da Atividade de verificação

(Enem - 2018 - adaptada) *Minecraft* é um jogo virtual que pode auxiliar no desenvolvimento de conhecimentos relacionados a espaço e forma. É possível criar casas, edifícios, monumentos e até naves espaciais, tudo em escala real, através do empilhamento de cubinhos. Um jogador construiu um aquário em formato de cubo e gostaria de calcular seu volume, a fim de saber quanto de água caberia dentro dele. O aquário encontra-se a seguir, com as arestas medindo $(a+1)$. Marque a expressão que melhor determina seu volume.

a) $a^3 + 1$

b) $a^3 + 3a^2 + 3a + 1$

c) $a^2 + 2a + 1$

d) $a + 1$

e) $2a + 1$

Fonte: Elaboração própria.

A segunda questão (figura 32), foi aproveitada do banco de questões da Fundação Universitária para o Vestibular (FUVEST). Nela, os alunos devem interpretar a questão de modo a diferenciar o cubo da soma, $(a+b)^3$, que foi ensinado e da soma de seus cubos, que é $a^3 + b^3$.

Figura 32: Questão 2 da Atividade de Verificação

2. (FUVEST) A diferença entre o cubo da soma de dois números inteiros e a soma de seus cubos pode ser: *

a) 4

b) 5

c) 6

d) 7

e) 8

Fonte: Elaboração própria.

A terceira questão (figura 33), foi adaptada da Faculdade de Tecnologia (Fatec), a fim de observar se os alunos aprenderam a identificar o cubo da soma em sua forma desmembrada.

Figura 33: Questão 3 da Atividade de Verificação

(Fatec- Adaptada) A sentença verdadeira para quaisquer números a e b reais é:

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3$$

a)

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2$$

b)

$$(a+b)(a-b) = a^2 + b^2$$

c)

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 + b^3$$

d)

$$(a+b)(a^2+2ab+b^2) = (a+b)^3$$

e)

Fonte: Elaboração própria.

O professor pode disponibilizar, aproximadamente, cerca de 10 minutos para que os alunos possam responder todas as questões e enviar o formulário e é interessante que, posteriormente, realize a correção das mesmas juntamente a eles, dando-se, assim, o encerramento da aula.

Considerações finais

Na matemática, o campo algébrico e geométrico relacionam-se. No entanto, na maioria dos casos, ensina-se apenas um deles: o algébrico. Foi a partir de nosso repertório, que nunca teve uma aula sobre este tema e a constatação da pesquisa feita que decidiu-se, então, fazer uma aula de cubo da soma utilizando as duas representações como tema do LEAMAT II na linha de pesquisa de Álgebra.

A partir das análises realizadas, conseguimos construir nos alunos a noção algébrica e geométrica desse produto notável, utilizando tecnologia para isso, o que facilitou a visualização deles e a incorporação do jogo à aula deixou tudo mais divertido, para ambas as partes, solidificando o aprendizado durante a aula. Além disso, foi uma experiência nova e enriquecedora para nós, futuros docentes, que conseguimos ter uma pequena parte da vivência do que iremos ser posteriormente e, juntamente com os alunos, foi também um aprendizado de conteúdo, pois nenhum dos integrantes do grupo tinha estudado sobre.

Por conta da Pandemia, não foi possível aplicar essa aula em uma turma regular do 9.° Ano do Ensino Fundamental, que tinha sido definida por nós, em 2019. Ademais, a aula teve que se readaptar à modalidade de ensino remoto, visto que anteriormente seria usado Material Didático Manipulável e, posteriormente, recorremos ao uso do *applet* no software Geogebra, para executar uma tarefa semelhante.

À vista disso, apesar dos contratempos, conseguimos concluir que o trabalho alcançou o seu objetivo final, construir a interpretação geométrica e algébrica deste produto notável que é tão pouco visto em sala de aula e, quando ensinado, utiliza-se apenas a forma algébrica. O grupo espera que esse projeto sirva de apoio para um docente que queira realizar a aula sobre o Cubo da Soma e que o mesmo possa utilizar a nossa sequência didática para esse fim.

REFERÊNCIAS

AWILA, H. **Figura 20: Produto notável quadrado da soma..** Disponível em: <**Quadrado da Soma – GeoGebra**>. Acesso em 07 de dez. de 2021.

BRASIL. Decreto nº 9099, de 18 de jul. de 2017. **Programa nacional do livro e do material didático.** Brasília, DF, mar de 2017. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/decreto/D9099.htm>. Acesso em: 05 dez. 2019.

BRASIL. **Edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas e literárias para o programa nacional do livro e do material didático.** PNLD 2020. Edital de convocação 01/2018. Brasília, DF. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/consultas/editais-programas-livro/item/11555-edital-pnld-2020>. acesso em: 05 dez. 2020.

BRASIL. **Plano nacional do livro e do material didático 2017: guia de livros didáticos** – ensino fundamental anos finais / Ministério da Educação – Secretária de Educação Básica – SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: 2017. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guias-do-pnld/escolha>. Acessado em 01 jan. 2019.

CASTRUCCI, B. ; GIOVANNI, J. R. J. **A conquista da matemática.** Manual do professor. 9.º ano. Ed. FTD, 4.º edição, São Paulo, 2018. Disponível em: https://pnld.ftd.com.br/colecao/a-conquista-da-matematica/. Acessado em: 28 nov. 2019

CUNHA, R. F. Disponível em: <**https://www.geogebra.org/m/ahnjaxry**>. Acesso em 20 de out. 2021.

DANTE, L. R. **Matemática: Contexto e Aplicações.** São Paulo: Ática, 2007. Vol. 3.

DANTE, L. R. **Teláris matemática. Manual do professor.** 9.º ano. Ed. Ática, 3.º edição, São Paulo, 2018. Acesso em 01/12/2019. Disponível em: https://api.plurall.net/media_viewer/documents/2597797

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P. e CRISTOVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico.** São Paulo: Faculdade de educação - Unicamp, 2006.

GAY, M. R. G. e SILVA, W. R. Arariba plus - **Matemática. 9.º ano.** Editora Moderna. Ed. 5.ª São Paulo - SP. 2018. Disponível em: <https://www.moderna.com.br/main.jsp?lumPageId=4028818B2E24D324012E3469E60A34AF&itemId=8A808A8265F3F3 2D0165F77C68D761F3>. Acesso em: 07 dez. 2019.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra.** Pontifícia universidade católica do Rio Grande do Sul. Programa de pós-graduação em educação em ciências e matemática. Porto Alegre. 2008. Disponível em: <http://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2962/1/000401324-Texto> . Acesso em: 17 nov. 2019.

LINS, R. C. e GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI.** Campinas: Papirus, 1997. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=qZaTczUh6m0C&pg=PA89&hl=ptBR&source=gbs_toc_r&cad=3#v=onepage&q&f=false>. Acesso em: 17 nov. 2019.

LONGEN, A. **Matemática**. Coleção apoema. Manual do professor. 9.º ano. Editora do Brasil, 1º edição, São Paulo, 2018. Acesso em: 09/12/2019. Disponível em: <https://issuu.com/editoradobrasil/docs/amm9_mpu_001_320?>.

LORENZATO, S. **O laboratório de ensaio de matemática na formação de professores.** 2.ª ed. Rev. Campinas, SP: Autores Associados. 2009. Acesso em 29/11/2019. Disponível em: <https://www.passeidireto.com/arquivo/19342465/olaboratorio-de-ensino-de-matematica-na-formacao-de-professores>

MENDONÇA, G. R. S. **A elaboração e construção de material pedagógico como metodologia do processo ensino aprendizagem de frações e produtos notáveis.** 104 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2019. Acesso em 23/11/2019. Disponível em <http://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/9717>

NASCIMENTO, E. G. A. Avaliação do uso do software GeoGebra no ensino de geometria: reflexão da prática na escola. **XII Encontro de Pós-Graduação e Pesquisa da Unifor, ISSN**, v. 8457, p. 2012, 1808.

PATARO, P. M.; BALESTRI, R. **Matemática Essencial 8º. Ano:** ensino fundamental, anos finais. 1ª ed. São Paulo: Scpione, 2018.

PONTE.J.P. **Números e álgebra no currículo escolar.** 2006.

RIBEIRO, T. N.; SOUZA, D. N. A utilização do software Geogebra como ferramenta pedagógica na construção de uma unidade de ensino potencialmente significativa (UEPS). **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 36-51, 2016.

ROCHO, V. R. et al. **História da matemática:** *e-book* - Como surgiram alguns conceitos matemáticos. 1ª ed. Instituto Federal Catarinense, 2018.

RODRIGUES, A. E. A. **Figura 6: Cubo da Soma.** Disponível em: <**https://www.geogebra.org/m/KbYhXPDg**>. Acesso em 20 de out. de 2021.

SAMPAIO, F. A. **Trilhas da matemática.** Manual do professor Ensino fundamental: anos finais. 9.º ano. Ed. Saraiva. 1ª edição. São Paulo. 2018. Acesso em:

09/12/2019. Disponível em: <https://api.plurall.net/media_viewer/documents/2595972>.

SCHNEIDER, A. **A Aprendizagem da Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental.** Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013. Acesso em: 18/11/2019. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/105432>.

APÊNDICES

APÊNDICE A – FORMULÁRIO DE PESQUISA DO LEAMAT I

FORMULÁRIO DE PESQUISA PARA ELABORAÇÃO DO PROJETO DO LEAMAT I REFERENTE À ALGEBRA

1. **Qual é o nome da escola em que você estudou o seu ensino fundamental II (6.º ano ao 9.º ano)?**

____

Escola Pública ☐ Escola Privada ☐

2. **Você aprendeu o conteúdo de <u>produtos notáveis</u> no seu ensino fundamental II?**

Sim ☐

Não ☐

Em qual ano? _______

3. **No conteúdo de produtos notáveis foi abordado o tema do <u>cubo da soma de dois termos</u>? $(a + b)^3$.**

Sim ☐

Não ☐

4. **Como o assunto de produtos notáveis foi apresentado a sua turma?**

Forma algébrica ☐

Forma Geométrica ☐

APÊNDICE B - MATERIAIS DIDÁTICOS APLICADOS NA TURMA DO LEAMAT II

Link para acessar a Avaliação Diagnóstica: https://forms.gle/7xQiSRiZQ2Y95RAb7.

1. Efetue as multiplicações entre potências.

a) $2^2 . 2^2$

b) $3^1 . 3^3$

c) $(0,5)^{17} . (0,5)^{36}$

d) $a^2 . a^3$

e) $a^{345} . a^{79}$

f) $a^{32} . a^{56} . b^6 . b^9$

g) $(a + b).(a + b)$

h) $(a + b)^2 . (a + b)^3$

2. Classifique as sentenças abaixo em verdadeira (V) ou falsa (F):

a) $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

b) $a^x . a^y = a^{xy}$

3. Efetue as seguintes operações:

a) $2x + 3x$

b) $x + y + x + 5y$

c) $x + 3x - 10y - z$

d) $(x - 8)(x + 8)$.

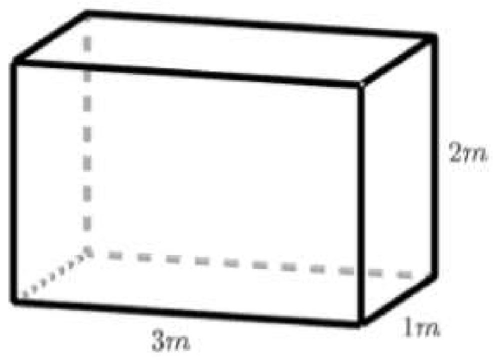
e) $(x - 7)(x - 4)$.

f) $a(x + y)$

g) $x^2 + x^2$

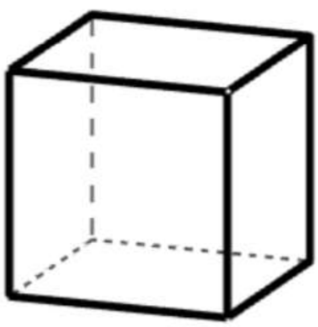
h) $3a^2b + ab^2 + ab^2 + a^2b$

4. Calcule o volume do paralelepípedo abaixo, sendo as medida de sua largura igual a 1m, altura igual a 2m e comprimento igual a 3m.



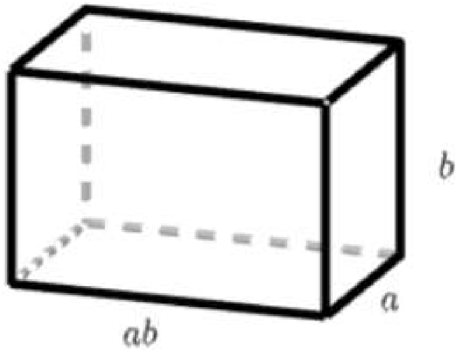
Fonte: Construção própria

5. Calcule o volume do cubo abaixo, em que a medida de sua aresta é igual a 2cm.



Fonte: Construção própria.

6. Determine o volume do paralelepípedo abaixo. Suas dimensões estão indicadas na figura.



INSTITUTO FEDERAL Fluminense Campus Campos Centro
matemática LICENCIATURA
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
PÁTRIA AMADA BRASIL GOVERNO FEDERAL

Diretoria de Ensino Superior - Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra
Licenciandos: Bianca F de A. Alves, Leonardo C. Serpa, Tailani B. dos Santos
Orientadora: Profª. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

Nome: ____ Data: ____ / ____ / ____

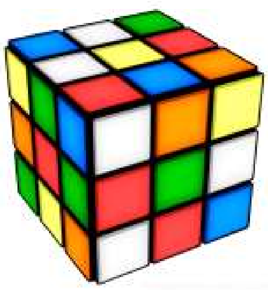
Cubo da soma de dois termos

A parte da matemática que estuda o emprego das letras para representar números é chamada de álgebra. Essas representações são dadas por polinômios, que foram desenvolvidos ao longo do tempo por diversos matemáticos até chegar às representações atuais.

Figura 1: Matemáticos que contribuíram para a evolução da álgebra.

Carla comprou um cubo mágico e queria guardá-lo em uma caixa, compatível com ele. Para isso, ela quer calcular o volume do cubo para comprar a caixinha certa. Sabendo que o cubo tem lado a, calcule o volume desse cubo.

Figura 3: cubo mágico

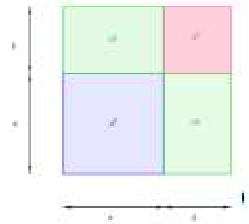


Agora, como seria o volume de um cubo com os lados medindo $(a + b)$? É isso que iremos analisar com a atividade a seguir.

Quadrado da soma

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Figura 2: quadrado da soma



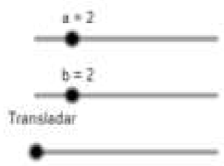
Atividade 1
Explorando o *applet* Produtos Notáveis - Cubo da soma

Conhecendo o *applet*

- Acesse o link: https://www.geogebra.org/m/pwaqpfyp

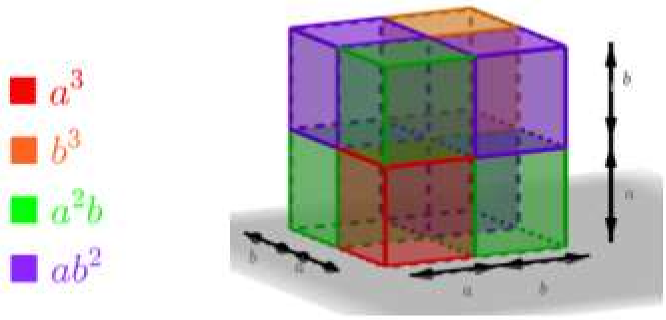
O *applet* apresentado favorece a observação do cubo da soma em sua representação geométrica. Assim, tem-se o cubo de lado $(a + b)$.
O *applet* possui controles deslizantes (Figura 1) que possibilitam variar manualmente os valores dos termos $(a + b)$.

Figura 1: Controles deslizantes de variação dos termos $a + b$



a: ao arrastar, altera o valor de a.
b: ao arrastar, altera o valor de b.
Transladar: separa os paralelepípedos que formam o cubo.

No canto superior esquerdo, tem-se as medidas dos volumes de cada uma das peças que compõem o cubo e suas respectivas cores, que são as mesmas dos paralelepípedos do cubo.



- Aperte em *valores* para removê-los.

☑ Valores

Colocando a mão na massa

As atividades a seguir deverão ser respondidas na apostila a partir do uso do ***applet* Produtos Notáveis - Cubo da soma**.

Para facilitar a avaliação das atividades, as imagens obtidas no *applet* deverão ser digitalizadas, identificadas e enviadas para o grupo do WhatsApp "Aplicação LEAMAT II", criado pelos integrantes do grupo B2.

Registre suas respostas na apostila ou em uma folha branca, digitalize-as e envie-as em um único arquivo em pdf.

1. **Arraste** o controle deslizante para $a = 1$ e $b = 0$:

a) Qual sólido geométrico é formado?

b) **Calcule** seu volume.

2. **Arraste** o controle deslizante para $a = 1$ e $b = 1$.

a) Qual sólido geométrico é formado?

b) Esse sólido é formado por outras peças? Se sim, quais? **Arraste** o controle deslizante "transladar" para verificar.

3. **Arraste** o controle deslizante para $a = 1$ e $b = 1$.

a) Qual o valor da aresta obtida?

b) **Calcule** o volume desse cubo.

c) Agora, **calcule** o volume de cada peça e some-as.

d) O que você observa em relação ao resultado do volume obtido no item b) comparado ao item c)?

4. **Arraste** o controle deslizante para $a = 2$ e $b = 1$.

a) Qual o valor da aresta obtida?

b) **Calcule** o volume desse cubo.

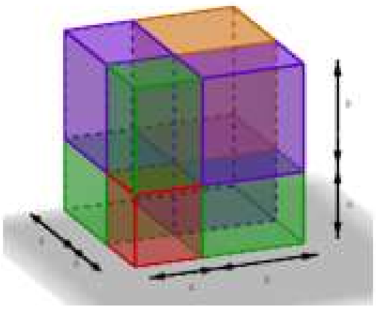
c) Quais sólidos compõem esse cubo?

d) Agora, **calcule** o volume de cada peça e some-as.

e) O que você observa em relação ao resultado do volume obtido no item b) comparado ao item d)?

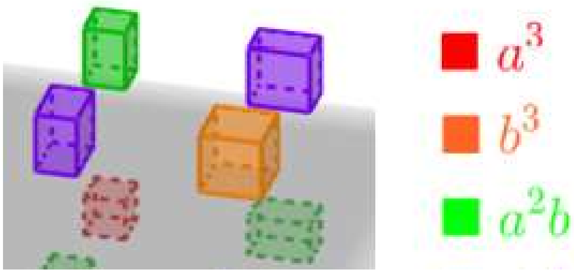
5. De acordo com o que foi visto nas questões anteriores, a que conclusão pode-se chegar em relação aos dois modos abordados de se calcular o volume do cubo?

6. Agora, tem-se um cubo com lados medindo $(a + b)$.



a) **Calcule** o volume desse cubo.

b) Agora, **calcule o volume de cada peça que compõe esse cubo e some-as**. A imagem encontra-se a seguir, com os respectivos volumes de cada paralelepípedo (indicado por cores).

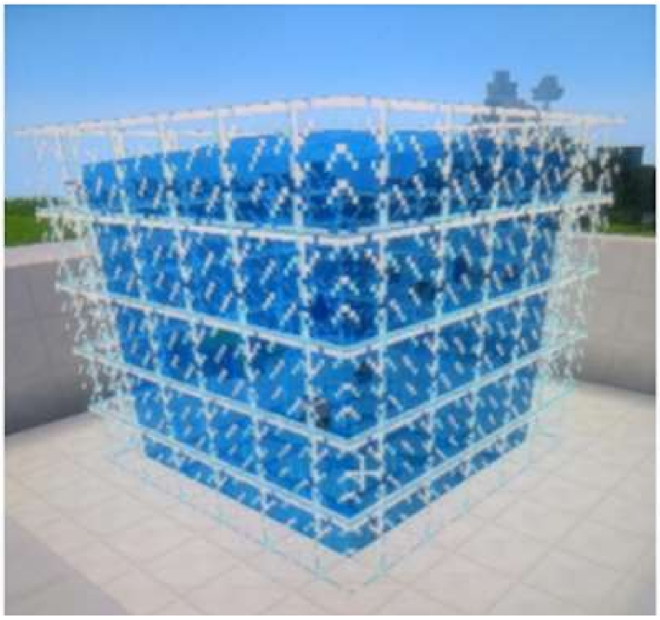


c) Qual a relação pode ser observada entre o resultado obtido no item a) e no item b), de acordo com o que foi deduzido na questão 5?

Para acessar a Atividade de Verificação, entre no link: https://forms.gle/dvJ8NxnR9mbcyQD26

1. *

(Enem - 2018 - adaptada) *Minecraft* é um jogo virtual que pode auxiliar no desenvolvimento de conhecimentos relacionados a espaço e forma. É possível criar casas, edifícios, monumentos e até naves espaciais, tudo em escala real, através do empilhamento de cubinhos. Um jogador construiu um aquário em formato de cubo e gostaria de calcular seu volume, a fim de saber quanto de água caberia dentro dele. O aquário encontra-se a seguir, com as arestas medindo $(a+1)$. Marque a expressão que melhor determina seu volume.



a)

a^3+1

b)

a^3+3a^2+3a+1

c)

a^2+2a+1

d)

$a+1$

e)

$2a+1$

2. (FUVEST) A diferença entre o cubo da soma de dois números inteiros e a soma de seus cubos * pode ser:

- a) 4
- b) 5
- c) 6
- d) 7
- e) 8

3. *

(Fatec- Adaptada) A sentença verdadeira para quaisquer números a e b reais é:

- a)

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3$$

- b)

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2$$

- c)

$$(a+b)(a-b) = a^2 + b^2$$

- d)

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 + b^3$$

- e)

$$(a+b)(a^2+2ab+b^2) = (a+b)^3$$

APÊNDICE C - MATERIAIS DIDÁTICOS ADAPTADOS NA TURMA DO LEAMAT II

Alteramos um item do applet. Para acessá-lo, clique em: https://www.geogebra.org/m/vuw24dnj.

INSTITUTO FEDERAL Fluminense Campus Campos Centro
matemática LICENCIATURA
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
PÁTRIA AMADA BRASIL GOVERNO FEDERAL

Diretoria de Ensino Superior - Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra
Licenciandos: Bianca F de A. Alves, Leonardo C. Serpa, Tailani B. dos Santos
Orientadora: Prof^a. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

Nome: ____ Data: ____ / ____ / ____

Cubo da soma de dois termos

A parte da matemática que estuda o emprego das letras para representar números é chamada de álgebra. Essas representações são dadas por polinômios, que foram desenvolvidos ao longo do tempo por diversos matemáticos até chegar às representações atuais.

Figura 1: Matemáticos que contribuíram para a evolução da álgebra.

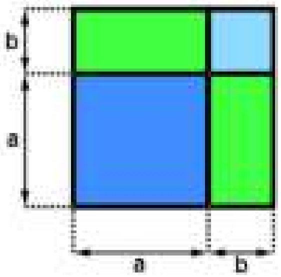
Os produtos notáveis são produtos de polinômios que possuem algumas regularidades em seus resultados, que facilitam seus cálculos. Entre eles, os principais são: quadrado da soma, quadrado da diferença, produto da soma pela diferença, cubo da soma e cubo da diferença.

Antes de iniciarmos o produto notável cubo da soma, iremos recordar o quadrado da soma e o cálculo de volume do cubo.

Quadrado da soma

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Figura 2: quadrado da soma



Volume do cubo

Carla comprou um cubo mágico e queria guardá-lo em uma caixa, compatível com ele. Para isso, ela quer calcular o volume do cubo para comprar a caixinha certa. Sabendo que o cubo tem lado a, calcule o volume desse cubo.

Figura 3: cubo mágico

Agora, como seria o volume de um cubo com os lados medindo $(a + b)$? É isso que iremos analisar com a atividade a seguir.

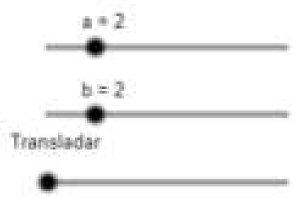
Atividade 1
Explorando o *applet* Produtos Notáveis - Cubo da soma

Conhecendo o *applet*

- Acesse o link: https://www.geogebra.org/m/vuw24dnj

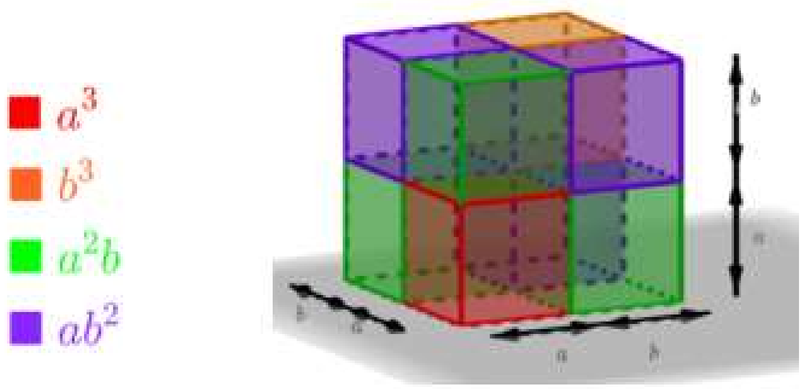
O *applet* apresentado favorece a observação do cubo da soma em sua representação geométrica. Assim, tem-se o cubo de lado $(a + b)$.
O *applet* possui controles deslizantes (Figura 1) que possibilitam variar manualmente os valores dos termos $(a + b)$.

Figura 1: Controles deslizantes de variação dos termos $a + b$



a: ao arrastar, altera o valor de a.
b: ao arrastar, altera o valor de b.
Transladar: separa os paralelepípedos que formam o cubo.

No canto superior esquerdo, tem-se as medidas dos volumes de cada uma das peças que compõem o cubo e suas respectivas cores, que são as mesmas dos paralelepípedos do cubo.



Colocando a mão na massa

As atividades a seguir deverão ser respondidas na apostila a partir do uso do ***applet*** **Produtos Notáveis - Cubo da soma**.

Para facilitar a avaliação das atividades, as imagens obtidas no *applet* deverão ser digitalizadas, identificadas e enviadas para o grupo do WhatsApp "Aplicação LEAMAT II", criado pelos integrantes do grupo B2.

Registre suas respostas na apostila ou em uma folha branca, digitalize-as e envie-as em um único arquivo em pdf.

1. **Arraste** o controle deslizante para $a = 1$ e $b = 0$:

a) Qual sólido geométrico é formado?

b) **Calcule** seu volume.

2. **Arraste** o controle deslizante para $a = 1$ e $b = 1$.

a) Qual sólido geométrico é formado?

b) Esse sólido é formado por outras peças? Se sim, quais? **Arraste** o controle deslizante "transladar" para verificar.

3. **Arraste** o controle deslizante para $a = 1$ e $b = 1$.

a) Qual o valor da aresta obtida?

b) **Calcule** o volume desse cubo.

c) Agora, **calcule** o volume de cada peça e some-as.

d) O que você observa em relação ao resultado do volume obtido no item b) comparado ao item c)?

4. **Arraste** o controle deslizante para $a = 2$ e $b = 1$.

a) Qual o valor da aresta obtida?

b) **Calcule** o volume desse cubo.

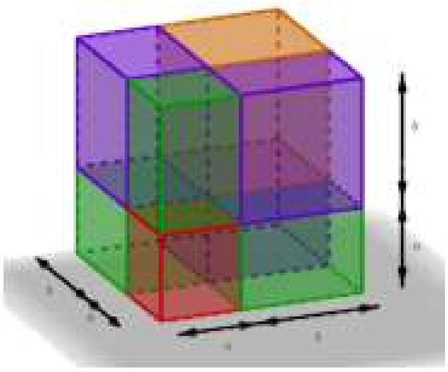
c) Quais sólidos compõem esse cubo?

d) Agora, **calcule** o volume de cada peça e some-as.

e) O que você observa em relação ao resultado do volume obtido no item b) comparado ao item d)?

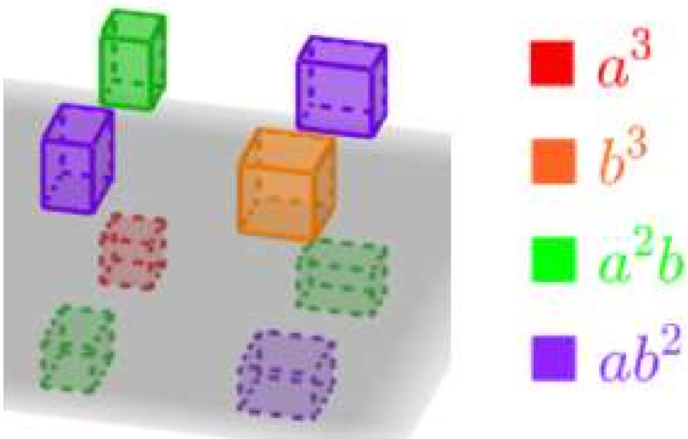
5. De acordo com o que foi visto nas questões anteriores, a que conclusão pode-se chegar em relação aos dois modos abordados de se calcular o volume do cubo?

6. Agora, tem-se um cubo com lados medindo $(a + b)$.



a) **Calcule** o volume desse cubo.

b) Agora, **calcule o volume de cada peça que compõe esse cubo e some-as**. A imagem encontra-se a seguir, com os respectivos volumes de cada paralelepípedo (indicado por cores).



c) Qual a relação pode ser observada entre o resultado obtido no item a) e no item b), de acordo com o que foi deduzido na questão 5?