

# **RELATÓRIO DO LEAMAT III**

## **O USO DE JOGOS PARA A CONSTRUÇÃO DA NOÇÃO DE EQUIVALÊNCIA**

**ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA**

**AMANDA DA SILVA RANGEL**  
**DEISIANE CRISTINA RANGEL DE OLIVEIRA**  
**HELENA LISTA RIBEIRO**  
**LORENA PESSANHA DE SOUZA OLIVEIRA**  
**THAIS SOUZA DA SILVA**  
**ANA MARY FONSECA BARRETO**

AMANDA DA SILVA RANGEL  
DEISIANE CRISTINA RANGEL DE OLIVEIRA  
HELENA LISTA RIBEIRO  
LORENA PESSANHA DE SOUZA OLIVEIRA  
THAIS SOUZA DA SILVA  
ANA MARY FONSECA BARRETO

**RELATÓRIO DO LEAMAT III**  
**O USO DE JOGOS PARA A CONSTRUÇÃO DA NOÇÃO DE**  
**EQUIVALÊNCIA**

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof.<sup>a</sup> Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida.

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ  
2021.2

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Relatório do LEAMAT I</b>	<b>4</b>
1.1	Atividades desenvolvidas	4
1.2	Elaboração da sequência didática	6
1.2.1	Tema	6
1.2.2	Motivação	6
1.2.3	Justificativa	6
1.2.4	Objetivo Geral	8
1.2.5	Objetivos Específicos	8
1.2.6	Público Alvo	8
<b>2</b>	<b>Relatório do LEAMAT II</b>	<b>9</b>
2.1	Atividades desenvolvidas	9
2.2	Elaboração da sequência didática	9
2.2.1	Planejamento da sequência didática	9
2.2.2	Experimentação da sequência didática na turma do LEAMAT II	15
<b>3</b>	<b>Relatório LEAMAT III</b>	<b>20</b>
3.1	Atividades desenvolvidas	20
3.2	Elaboração da sequência didática	21
3.2.1	Versão final da sequência didática	21
<b>4</b>	<b>Considerações finais</b>	<b>28</b>
	<b>Referências</b>	<b>29</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>31</b>
	APÊNDICE A: MATERIAL DIDÁTICO APLICADO NO LEAMAT II	32
	APÊNDICE B: MATERIAL DIDÁTICO DA TURMA REGULAR	44

## 1 Relatório do LEAMAT I

### 1.1 Atividades desenvolvidas

No dia 17/09/2019 ocorreu a apresentação da disciplina e das referentes linhas de pesquisa com os professores orientadores e toda a turma do segundo semestre letivo de 2019. A turma foi dividida em grupos A e B, visando uma melhor distribuição e acompanhamento dos trabalhos a serem desenvolvidos. O grupo A foi subdividido em em grupos A, A2 e A3 e o grupo B em B1 e B2.

No dia 01/10/2019 foi entregue o fichamento baseado no texto *“Números e álgebra no currículo escolar”*. Logo em seguida, os grupos A1, A2 e A3 se reuniram para a discussão do texto citado com levantamento de vários questionamentos feitos, tanto pela professora orientadora quanto pelos alunos. Além disso, a professora fez diversas sugestões de livros, como: *“Números”*; *“O romance das equações algébricas”* e também falou um pouco sobre a *“Teoria do Registro de Representação Semiótica”* de Raymond Duval. Foi destacada a importância da contextualização e do significado de problemas matemáticos, dentro da linguagem matemática, frisando que o problema não ocorre somente na Língua Portuguesa. Para este assunto abordado, a professora utilizou o termo *“letramento matemático”* em que,

Para o PISA, o letramento matemático reflete uma perspectiva relacionada a uma visão mais ampla das práticas sociais que utilizam a matemática e que, portanto, reforçam o papel social da educação matemática cuja responsabilidade é estabelecer o elo entre os conteúdos escolares e o cotidiano do aluno. (ORTIGÃO; AGUIAR, 2012, p.2).

No dia 15/10/2019 continuou o debate sobre o texto *“Números e álgebra no currículo escolar”* tendo como autor o João Pedro da Ponte (PONTE, 2006). O texto tem por objetivo apresentar o desenvolvimento dos alunos de Portugal com o ensino de números e da álgebra. Mostra que o currículo escolar da educação básica não possui a exatidão necessária para que os alunos possam compreender estes conteúdos. Além disso, aborda a dificuldade da passagem da aritmética para a álgebra, mostrando que esse repúdio pode ser contrariado com uma boa aplicação de atividade e utilização de softwares, com continência. Como surgiram algumas dúvidas, a professora orientadora falou sobre a importância da contextualização dos

problemas matemáticos, como representá-los em linguagem matemática, para então encontrar a solução. A professora propôs o seguinte desafio: fazer uma divisão entre dois números representados na base 7. A resolução deveria ser realizada de três maneiras diferentes, com o intuito de explorar as diferentes formas de raciocínio da turma na resolução do problema.

No dia 29/10/2019 houve as apresentações dos grupos A1, A2 e A3 dos trabalhos relacionados à Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017b) e aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998a). O grupo presente apresentou os anos iniciais segundo a BNCC. Neste documento a turma e os integrantes do grupo acharam interessante as nomenclaturas para especificar as habilidades e competências. Vale ressaltar, que boa parte dos conteúdos vistos durante os anos iniciais abordado pela BNCC não são tratados na prática dentro da sala de aula. Ao final da aula, a professora orientadora deu exemplos de como era para se fazer a apresentação do tema que iria ser apresentado nos próximos encontros.

As atividades do dia 05/11/2019 foram realizadas no III Encontro da Educação Matemática no *campus*. Os alunos tiveram que participar da comunicação científica que teve como apresentação "*Trabalhos acadêmicos de egressos do curso de Licenciatura em Matemática do IFFluminense*".

A aula da linha de pesquisa em Álgebra planejada para o dia 12/11/2019 ocorreu no dia 19/11/2019. Nesse dia, a professora orientadora, realizou a correção das apresentações dos temas de Ensino e Aprendizagem de Álgebra. Cada grupo foi orientado a fazer algumas alterações e melhorias, para então, o tema ser devidamente apresentado no dia 03/12.

Os encontros seguintes foram marcados pelas apresentações dos temas de todos os grupos da turma. No dia 03/12, o presente grupo apresentou a temática. Alguns questionamentos ocorreram, como por exemplo, quais jogos seriam usados, assim como elogios feitos pelos alunos da turma e pelos professores orientadores presentes que avaliaram a apresentação em relação a escolha da temática, pois este tema gera uma grande dificuldade encontrada pelos alunos. Por isso, o grupo irá utilizar os jogos como facilitador do ensino e aprendizagem deste conteúdo.

## 1.2 Elaboração da sequência didática

### 1.2.1 Tema

Noção de equivalência para o sinal de igualdade no estudo de equações com uma incógnita.

### 1.2.2 Motivação

O tema do presente trabalho foi escolhido a partir dos textos discutidos em sala de aula que abordavam a passagem da aritmética para a álgebra. Outro aspecto que serviu como motivação para o grupo, foi a dificuldade que os alunos enfrentam em compreender a generalização de um valor desconhecido e, com isso, “Fica evidente a dificuldade em associar “x” como sendo um número genérico qualquer.” (FIORENTINI, 2005, p.16).

Além disso, vale ressaltar a importância do entendimento desta transição para melhor compreensão dos conteúdos algébricos nos anos posteriores, uma vez que a aritmética é base para os estudos da álgebra,

[...] Sublinha-se constantemente que a Álgebra envolve uma forte simbolização. Na verdade, a simbolização começa logo na Aritmética [...]. A Álgebra acrescenta novos símbolos e envolve uma mudança de significado de alguns dos símbolos existentes (PONTE, 2006, p. 9).

### 1.2.3 Justificativa

No presente trabalho destaca-se o ensino da álgebra visando o desenvolvimento do pensamento algébrico e a noção de equivalência, o qual une os conhecimentos, que para Ponte (2006, p.7) “[...] inclui a capacidade de lidar com o cálculo algébrico e as funções”. Desta forma, segundo o educador matemático Ken Milton (1989) “aquilo que ensinamos em aritmética e a forma como a ensinamos têm fortes implicações para o desenvolvimento do pensamento algébrico”. (MILTON, 1989 apud FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005, p. 5, grifo nosso).

No que diz respeito à noção de equivalência, Tinoco *et al* (2011) ressaltam que, “Mesmo entre os alunos que escrevem expressões algébricas, foram detectadas dificuldades como: pensar que toda expressão tem de ser igualada a um número ou pelo menos a uma letra (em geral, x)” (TINOCO *et al*, 2011, p. 3, grifo

nosso). E Tinoco (2008) ainda afirma que,

O aluno com experiência apenas em aritmética considera, muitas vezes, o sinal de igual como um símbolo unidirecional, que precede uma resposta numérica, um símbolo para 'escreva a resposta'. [...] Embora seja essencial nas atividades algébricas, os alunos não se apropriam com facilidade da ideia do sinal de igualdade, visto como indicador de uma equivalência entre duas expressões, mesmo que numéricas. (TINOCO, 2008, p. 3-4, grifo nosso).

Para que o aluno entenda sobre os diferentes significados do sinal de igual, Civinski e Baier (2014), esclarecem que

[...] é importante que os alunos explorem situações onde o símbolo '=' possua significados distintos durante toda a Educação Básica, não somente operatórios, pois a compreensão adequada da igualdade é indispensável para o aprendizado dos conceitos elementares da álgebra. (CIVINSKI; BAIER, 2014, p. 8).

Visando que, para o senso comum, a noção de equivalência em seus processos metodológicos tradicionais não são 100% (cem por cento) eficazes, o trabalho proposto tem como intuito auxiliar os alunos que possuem determinada dificuldade em compreender e aprender conteúdos relacionados a linguagem algébrica com a utilização de jogos, pois de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN),

Os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes - enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório - necessárias para aprendizagem da Matemática. (BRASIL, 1998a, p. 47).

Segundo Tezani (2006),

Por meio do jogo, a criança pode brincar naturalmente, testar hipóteses, explorar toda a sua espontaneidade criativa. O jogar é essencial para que ela manifeste sua criatividade, utilizando suas potencialidades de maneira integral. Apenas sendo criativa é que a criança descobre seu próprio eu. (TEZANI, 2006, p. 1).

Além disso, "A construção de um espaço de jogo, de interação e de criatividade proporcionaria o aprender com seu objetivo máximo, com sentido e significado, no qual o gostar e o querer estariam sempre presentes." (TEZANI, 2006, p. 12).

Tendo em vista que as aprendizagens se dão em forma de processos, é de extrema importância a presença de um mediador no ensino e aprendizagem do aluno, pois em sua teoria sobre a zona de desenvolvimento proximal, Vygotsky refere-se

[...] ao caminho que o indivíduo vai percorrer para desenvolver funções que estão em processos de amadurecimento e que se tornarão funções consolidadas, estabelecidas ao seu nível de desenvolvimento real. Desse modo, a zona de desenvolvimento proximal é um domínio psicológico em constante transformação: aquilo que uma criança é capaz de fazer com a ajuda de alguém hoje, ela conseguirá realizar sozinha amanhã. (TEZANI, 2006, p. 5, grifo nosso).

#### **1.2.4 Objetivo Geral**

Explorar a relação de igualdade no desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de jogos.

#### **1.2.5 Objetivos Específicos**

Avaliar uma sentença matemática por meio de uma questão contextualizada;  
Desenvolver o pensamento algébrico por meio de sentenças matemáticas;  
Identificar o sinal de igualdade como indicador de equivalência, utilizando suas propriedades;

Aplicar os princípios de equivalência na resolução das sentenças matemáticas propostas nos exercícios;

Identificar a relação de equivalência presente nas sentenças matemáticas por meio do jogo “Dominó da Equivalência”;

Praticar as propriedades da igualdade e os princípios de equivalência desenvolvidos durante a aula por meio de exercícios;

Calcular o valor desconhecido representado por símbolos nas sentenças matemáticas presentes no jogo “Encontre o valor desconhecido”.

#### **1.2.6 Público Alvo**

Alunos do 7.º ano do Ensino Fundamental.



## **2 Relatório do LEAMAT II**

### **2.1 Atividades desenvolvidas**

As atividades do LEAMAT II tiveram início nos dias 23 e 24 de agosto de 2021, com uma breve apresentação feita pelos professores orientadores de como seria o planejamento da disciplina no período, considerando o ensino remoto. O semestre foi organizado da seguinte maneira: a primeira parte para elaboração da sequência didática, a segunda para aplicação das sequências na turma e a terceira para correção dos relatórios, posteriormente a esse processo será realizada a avaliação final.

Do dia 30 de setembro ao dia 26 de outubro, os encontros foram destinados às reuniões dos grupos em salas virtuais com os orientadores para auxiliar na elaboração da sequência didática.

Do dia 05 de novembro a 30 de novembro, ocorreram as aplicações das sequências de todos os grupos na turma do LEAMAT II, no qual apresentamos no dia 05 de novembro.

A partir desse momento até o final do semestre letivo, todos os grupos desenvolveram, corrigiram e finalizaram os respectivos relatórios.

### **2.2 Elaboração da sequência didática**

#### **2.2.1 Planejamento da sequência didática**

O grupo decidiu abordar, na linha de pesquisa de Álgebra, como tema “A contribuição de jogos para o desenvolvimento do pensamento algébrico e a noção de equivalência do sinal de igualdade” por meio de equações com uma incógnita. Uma das grandes motivações para a escolha desse tema foi o déficit de aprendizagem que alguns integrantes do grupo tiveram enquanto estudantes da Educação Básica e a dificuldade que muitos alunos possuem em compreender o sinal de igualdade além do sentido operacional, após leituras e discussões de textos relacionados vistos em aula.

A ideia inicial é apresentar uma situação-problema para que os alunos possam analisar e investigar o problema proposto na questão e preparar um

material que auxilie nos conteúdos que serão tratados. Posteriormente, serão utilizados dois jogos desenvolvidos pelos integrantes do grupo. O dominó da equivalência será aplicado com a finalidade de que os alunos compreendam e explorem a noção de equivalência do sinal de igualdade na aritmética e, finalizando com o jogo “Encontre o valor desconhecido” focado na construção do pensamento algébrico, pois será composto por equações algébricas com apenas uma incógnita na qual será representada por símbolos, a fim de que os alunos determinem o valor desconhecido.

A sequência didática será estruturada pelos seguintes pontos:

I. Proposição de uma situação-problema envolvendo o enigma da calculadora

II. Conceituação da noção de equivalência do sinal de igualdade

- Elaboração do material teórico;
- Exemplificação do sinal de igualdade como indicador de equivalência por meio do jogo "Dominó da equivalência";
- Realização de exercícios para fixação.

III. Apresentação e aplicação do jogo “Encontre o valor desconhecido”.




Com o objetivo de contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico de forma lúdica e proporcionando uma aprendizagem mais significativa, a aula será iniciada com uma situação problema em que os alunos irão desvendar o enigma da calculadora (Figura 1) que consiste em descrever a sentença matemática equivalente ao valor representado pelos símbolos  e  até que construam o pensamento investigativo, com o intuito de trabalharmos futuramente o conceito de incógnita de maneira instintiva.


Figura 1 - Situação - Problema




**Diretoria de Ensino Superior - Licenciatura em Matemática**  
 Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática  
 Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra  
 Licenciandos: Amanda da Silva Rangel, Deisiane Cristina Rangel de Oliveira, Helena Lista Ribeiro, Lorena Pessanha de Souza Oliveira e Thais Souza da Silva  
 Orientadora: Prof. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida  
 Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

**Situação - Problema**

Considere uma calculadora em que suas funções estão desreguladas. Quando digita-se um número, ela soma a ele o número 2 e multiplica o resultado por 4. Observe abaixo o que acontece:



Digito 1...



e aparece 12.


1. Ao digitar aparece o número 16 como resultado final no visor.
  - a) Escreva a sentença que descreve o que a calculadora fez.
  - b) Descubra que número é .
2. Agora ao digitar aparece o número 24 como resultado final no visor.
  - a) Escreva a sentença que descreve o que a calculadora fez.
  - b) Descubra que número é .

Fonte: Elaboração própria.

Posteriormente à resolução dos alunos, serão coletadas as respostas do problema proposto por meio de um formulário com a finalidade de analisar as estratégias e o raciocínio que cada aluno utilizou. Após a aplicação da situação problema, será falado brevemente sobre a história do sinal de igualdade apresentando um exemplo de como era sua estrutura antigamente comparando com sua estrutura atual (Figura 2).

Figura 2 - O sinal de igualdade

1



**Diretoria de Ensino Superior - Licenciatura em Matemática**  
 Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II  
 Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra  
 Licenciandos: Amanda da Silva Rangel, Deisiane Cristina Rangel de Oliveira, Helena Lista Ribeiro, Lorena Pessanha de Souza Oliveira e Thais Souza da Silva  
 Orientadora: Prof. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida  
 Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

**O Sinal de Igualdade**

O substantivo igualdade é originado do latim como *aequalitas*, em referência à ideia de equilíbrio entre dois ou mais elementos. O sinal de igualdade só foi introduzido em 1557 pelo inglês Robert Record em seu livro *The Whetstone of Witte*, com o objetivo de substituir *aequales* que era usado desde 1500. Abaixo a imagem (Figura 1) retrata um exemplo, retirado do livro de Record, de como era utilizado o sinal nas operações de adição e subtração.

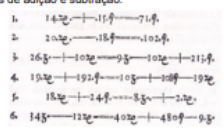




Figura 1: Sinal de igualdade utilizado por Record em 1557, em alguns exemplos de equações.

Atualmente, utilizamos o sinal de igualdade "=" representado por dois segmentos de retas paralelas, porém em tamanho menor. Por exemplo,  $4 + 2 = 10 - 4$ , temos que os dois lados da igualdade representam o mesmo número, mas escritos de forma diferente:

$$4 + 2 = 10 - 4$$



Primeiro membro



Segundo membro

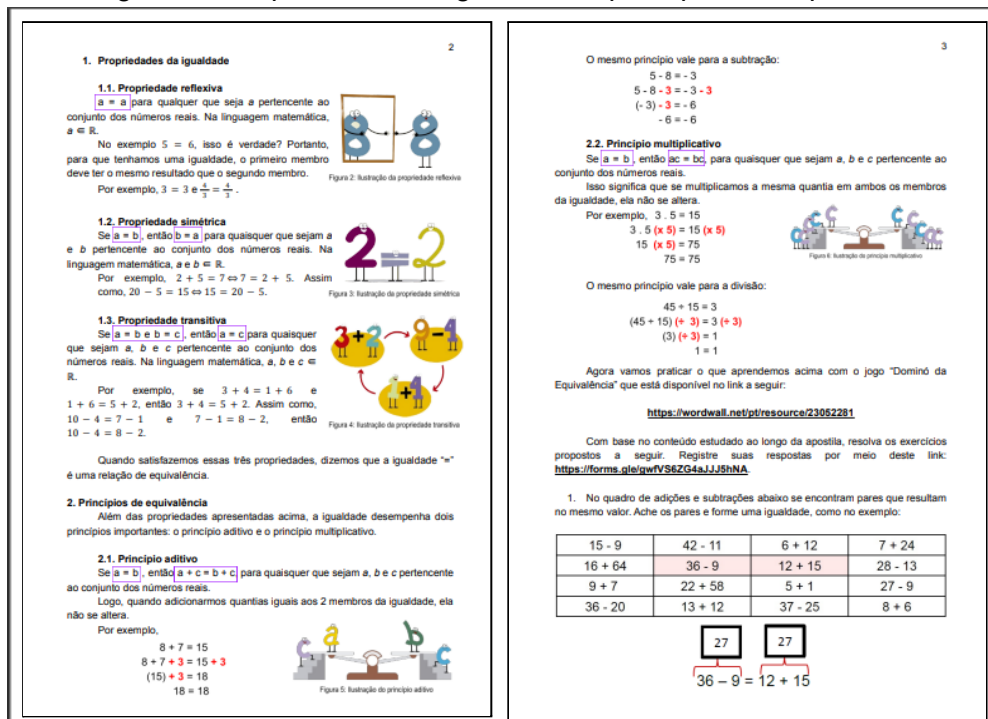
Chamamos o lado esquerdo do símbolo "=" de 1.º membro da igualdade e o lado direito de 2.º membro da igualdade.

Observe que para toda igualdade temos algumas propriedades válidas:

Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, será feita a conceituação das propriedades da igualdade e dos princípios de equivalência, com o auxílio de uma apostila enviada previamente para os e-mails dos alunos da turma (Figura 3).

Figura 3 - Propriedades da igualdade e princípios de equivalência



Fonte: Elaboração própria.

Para dar continuidade, os alunos irão jogar o "Dominó da Equivalência", disponibilizado por meio de um link, que é composto por pares de igualdades (Figura 4), com base nos conceitos estudados até este momento da aula.

Figura 4 - Jogo "Dominó da Equivalência"



Fonte: Elaboração própria.

Após a execução do jogo, será explicado o último tópico da apostila (Figura 5) com alguns exemplos em que ao invés de utilizarmos os “espaços” utilizaremos símbolos na operação de multiplicação.

Figura 5 - Continuação do conteúdo

5

Vimos até aqui as operações de equivalência serem realizadas por meio da aritmética. Agora veremos alguns exemplos em que ao invés de utilizarmos os “espaços” utilizaremos símbolos na operação de multiplicação.

a) $\star + 4 = 3 + 2$ $\star + 4 = 5$ $\star + 4 - 4 = 5 - 4$ $\star = 1$	b) $2\star + 9 = 7 + 4$ $2\star + 9 = 11$ $2\star + 9 - 9 = 11 - 9$ $2\star = 2$ $\star = 1$
c) $2\star - \star = 10 + 8$ $2\star - \star = 18$ $\star = 18$	d) $4\star - 6 = 2\star + 2$ $4\star - 6 + 6 = 2\star + 2 + 6$ $4\star - 2\star = 2\star + 8 - 2\star$ $2\star = 8$ $\star = 4$

1. Com base nos exemplos acima, encontre o valor representado por “ $\star$ ” nos itens a seguir:

a) $5 + \star = 25 - 10$	b) $3\star + 7 = 11 + 5$
c) $5\star - 2\star = 65 - 35$	d) $6\star + 8 = 5\star + 20$

Agora vamos praticar o que aprendemos acima com o jogo “Encontre o valor desconhecido” que está disponível no link a seguir:

<https://scratch.mit.edu/projects/565083124>

Fonte: Elaboração própria.

E em seguida, será disponibilizado um formulário com uma lista de exercícios (Figura 6). Será explicado passo a passo de todos os exercícios e depois os alunos terão um tempo para responder e enviar suas respostas.

Figura 6 - Continuação do conteúdo

4

Com base no conteúdo estudado ao longo da apostila, resolva os exercícios propostos a seguir. Registre suas respostas por meio deste link: <https://forms.gle/qwV56ZG4sJJ8bNA>.

1. No quadro de adições e subtrações abaixo se encontram pares que resultam no mesmo valor. Ache os pares e forme uma igualdade, como no exemplo:

15 - 9	42 - 11	6 + 12	7 + 24
16 + 64	36 - 9	12 + 15	28 - 13
9 + 7	22 + 58	5 + 1	27 - 9
36 - 20	13 + 12	37 - 25	8 + 6

27	27
$36 - 9 = 12 + 15$	

2. De acordo com o conteúdo que vimos até agora, calcule o valor que preenche os espaços para que as igualdades abaixo sejam verdadeiras.

a) $22 + \underline{\quad} = 10 + 15$	e) $20 + \underline{\quad} = 4 + 17$
b) $17 + 33 = 68 - \underline{\quad}$	f) $100 - 56 = 38 - \underline{\quad}$
c) $13 + \underline{\quad} = 71 - 63$	g) $27 + \underline{\quad} = 41 - 3$
d) $25 + 29 = \underline{\quad} + 24$	h) $25 - 22 = \underline{\quad} + 3$

3. Explique o que ocorre em cada alternativa quando:

- Adicionamos 5 em cada membro da igualdade  $15 + 3 = 3 + 15$ ?
- Subtraímos 3 em cada membro da igualdade  $15 + 15 = 23 + 7$ ?
- Multiplicamos 10 em cada termo da igualdade  $2 \times 8 = 4 \times 4$ ?
- Dividimos 2 em cada termo da igualdade  $28 \div 4 = 14 \div 2$ ?

5

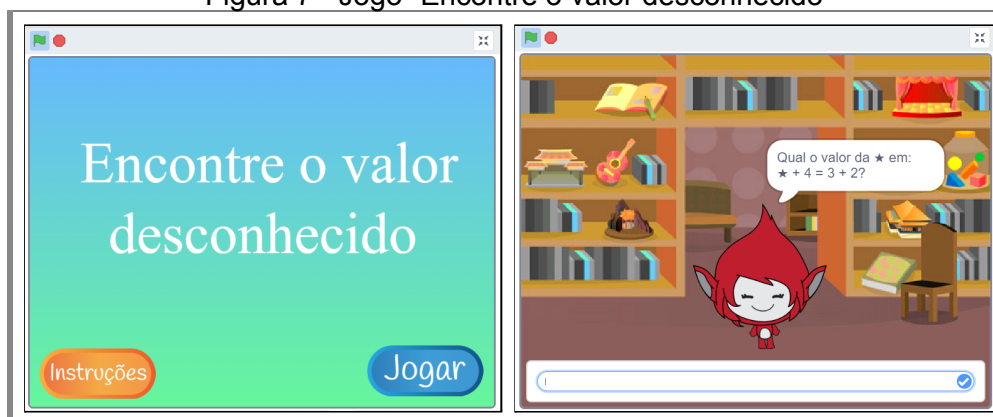
4. Marque a(s) alternativa(s) a seguir que representa(m) corretamente uma igualdade:

<input type="checkbox"/> $8 - 1 - 14 = 5$	<input type="checkbox"/> $15 + 5 - 21 = 1$
<input type="checkbox"/> $5 - 2 = 10 - 7$	<input type="checkbox"/> $36 - 4 = 10 + 7$
<input type="checkbox"/> $6 + 3 = 7 + 2$	<input type="checkbox"/> $19 + 3 = 40 - 18$
<input type="checkbox"/> $9 + 2 = 12 - 1$	<input type="checkbox"/> $27 - 9 = 10 + 5$

Fonte: Elaboração própria.

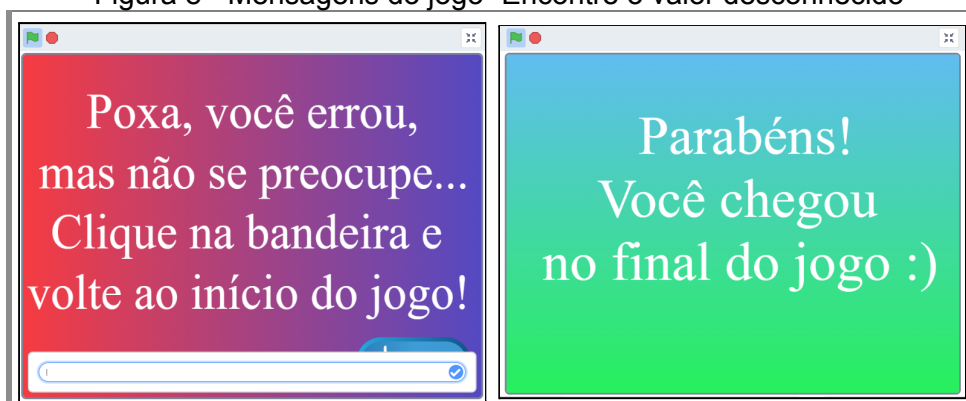
E para finalizar a aula, os alunos irão jogar “Encontre o valor desconhecido” (Figura 7), disponibilizado por meio de um *link*, que é composto por sentenças matemáticas com valores desconhecidos representado pela ‘estrela’. No jogo, os alunos irão clicar nas instruções e logo após em jogar. São 10 sentenças matemáticas. Se o aluno errar, aparece uma mensagem “Volte ao início” e se o aluno acertar até o final aparecerá uma imagem de “Parabéns” (Figura 8).

Figura 7 - Jogo “Encontre o valor desconhecido”



Fonte: Elaboração própria.

Figura 8 - Mensagens do jogo “Encontre o valor desconhecido”



Fonte: Elaboração própria.

### 2.2.2 Experimentação da sequência didática na turma do LEAMAT II

No dia 05 de novembro de 2021, foi realizada a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II, em que estavam presentes 16 alunos, com o intuito de verificar se o conteúdo a ser trabalhado e o tempo destinado estavam de acordo para a aplicação na turma regular adaptada ao ensino remoto, no qual a turma foi muito participativa, colaborando com sugestões.

Inicialmente, como planejado, foi aplicada uma situação-problema em que foram estipulados 5 minutos para coletar as respostas da turma. Para essa questão inicial, foi sugerido acrescentar uma orientação (Figura 9) quanto ao uso do parênteses na hora de realizar a operação, caso o aluno utilizasse uma calculadora do celular para resolver a questão e também foi sugerida a alteração do termo “sentença” para "sentença matemática" nas questões 1 e 2 no item a (Figura 10). Em seguida, foram desenvolvidos os conteúdos presentes na apostila e os exercícios propostos.

Figura 9 - Antes e depois do enunciado da situação-problema

Considere uma calculadora em que suas funções estão desreguladas. Quando digita-se um número, ela soma a ele o número 2 e multiplica o resultado por 4. Observe abaixo o que acontece:

Considere uma calculadora em que suas funções estão desreguladas. Quando digita-se um número, ela soma a ele o número 2 e multiplica o resultado por 4 (é indicado o uso de parênteses para maior precisão do cálculo). Observe abaixo o que acontece:

Fonte: Elaboração própria.

Figura 10 - Antes e depois das questões 1 e 2 da situação-problema

<p>1. Ao digitar ★ aparece o número 16 como resultado final no visor. a) Escreva a sentença que descreve o que a calculadora fez. b) Descubra que número é ★.</p> <p>2. Agora ao digitar ☀ aparece o número 24 como resultado final no visor. a) Escreva a sentença que descreve o que a calculadora fez. b) Descubra que número é ☀.</p>
<p>1. Ao digitar ★ aparece o número 16 como resultado final no visor. a) Escreva a sentença matemática que descreve o que a calculadora fez. b) Descubra que número é ★.</p> <p>2. Agora ao digitar ☀ aparece o número 24 como resultado final no visor. a) Escreva a sentença matemática que descreve o que a calculadora fez. b) Descubra que número é ☀.</p>

Fonte: Elaboração própria.

Quanto à apostila (Apêndice A) foi sugestionada pela a orientadora a alteração do tópico 2.2 (Figura 11) em que o exemplo do princípio multiplicativo válido para a divisão, que até então estava representada pela sentença matemática  $45 \div 15 = 3$ , passasse a ser uma equivalência em que  $45 \div 15 = 60$ , a fim evitar uma conclusão equivocada da relação de equivalência por parte do aluno.

Figura 11 - Antes e depois do exemplo modificado

<p>O mesmo princípio vale para a divisão:</p> $45 \div 15 = 3$ $(45 \div 15) (\div 3) = 3 (\div 3)$ $(3) (\div 3) = 1$ $1 = 1$	<p>O mesmo princípio vale para a divisão:</p> $45 \div 15 = 60$ $(45 \div 15) (\div 3) = 60 (\div 3)$ $(60) (\div 3) = 20$ $20 = 20$
--	--

Fonte: Elaboração própria.

Em relação aos exercícios, os alunos questionaram a quantidade, sobretudo porque as respostas foram coletadas por meio do formulário em momento síncrono sendo estipulado 20 a 30 minutos para responderem. Portanto, alguns alunos alegaram que não conseguiram finalizar o formulário por conta do tempo pois também queriam participar do jogo realizado após os exercícios.



Durante a aplicação dos exercícios surgiram algumas dúvidas e, com isso, as questões 1 e 3 foram adaptadas (Apêndice B) para melhor entendimento dos alunos. Para a questão 1 foi sugerido que colocasse de forma específica, o número de pares a serem encontrados (Figura 12).

Figura 12 - Antes e depois da questão 1 da apostila

1. No quadro de adições e subtrações abaixo se encontram pares que resultam no mesmo valor. Ache os pares e forme uma igualdade, como no exemplo:

1. No quadro de adições e subtrações abaixo se encontram oito pares de igualdade que representam uma relação de equivalência. Siga o exemplo abaixo e encontre os sete pares restantes.

Fonte: Elaboração própria.

Além disso, para a questão 3 foi sugerido que indicasse a utilização dos princípios de equivalência para resolução da questão (Figura 13).

Figura 13 - Mudança na questão 3 dos exercícios da apostila

3. Explique o que ocorre em cada alternativa quando:

3. Explique o que ocorre em cada alternativa de acordo com os princípios de equivalência:

Fonte: Elaboração própria.

Foi sugestionado pelos alunos durante a aula que alterasse a quantidade de alternativas nas questões 2 (Figura 14) e 4 (Figura 15) presentes na apostila, visto que o tempo não foi suficiente para concluí-los durante o momento síncrono. De acordo com a análise das respostas coletadas, foi modificada a questão 1 (Figura 16).

Figura 14 - Mudanças na questão 2

2. De acordo com o conteúdo que vimos até agora, calcule o valor que preenche os espaços para que as igualdades abaixo sejam verdadeiras.

a) $22 + \underline{\quad} = 10 + 15$	e) $20 + \underline{\quad} = 4 + 17$
b) $17 + 33 = 68 - \underline{\quad}$	f) $100 - 56 = 38 - \underline{\quad}$
c) $13 + \underline{\quad} = 71 - 63$	g) $27 + \underline{\quad} = 41 - 3$
d) $25 + 29 = \underline{\quad} + 24$	h) $25 - 22 = \underline{\quad} + 3$

2. De acordo com o conteúdo que vimos até agora, calcule o valor que preenche os espaços para que as igualdades abaixo sejam verdadeiras.

a) $22 + \underline{\quad} = 10 + 15$	d) $20 + \underline{\quad} = 4 + 17$
b) $17 + 33 = 68 - \underline{\quad}$	e) $100 - 56 = 38 - \underline{\quad}$
c) $25 + 29 = \underline{\quad} + 24$	f) $25 - 22 = \underline{\quad} + 3$

Fonte: Elaboração própria.

Figura 15 - Mudanças na questão 4

4. Marque a(s) alternativa(s) a seguir que representa(m) **corretamente** uma igualdade:

<input type="checkbox"/> $8 - 1 = 14 - 5$	<input type="checkbox"/> $15 + 5 = 21 - 1$
<input type="checkbox"/> $5 - 2 = 10 - 7$	<input type="checkbox"/> $36 - 4 = 10 + 7$
<input type="checkbox"/> $6 + 3 = 7 + 2$	<input type="checkbox"/> $19 + 3 = 40 - 18$
<input type="checkbox"/> $9 + 2 = 12 - 1$	<input type="checkbox"/> $27 - 9 = 10 + 5$

4. Marque a(s) alternativa(s) a seguir que representa(m) **corretamente** uma igualdade:

<input type="checkbox"/> $5 - 2 = 10 - 7$	<input type="checkbox"/> $36 - 4 = 10 + 7$
<input type="checkbox"/> $6 + 3 = 7 + 2$	<input type="checkbox"/> $19 + 3 = 40 - 18$
<input type="checkbox"/> $9 + 2 = 12 - 1$	<input type="checkbox"/> $27 - 9 = 10 + 5$

Fonte: Elaboração própria.

Figura 16 - Modificação da questão 1

1. No quadro de adições e subtrações abaixo se encontram pares que resultam no mesmo valor. Ache os pares e forme uma igualdade, como no exemplo:

15 - 9	42 - 11	6 + 12	7 + 24
16 + 64	36 - 9	12 + 15	28 - 13
9 + 7	22 + 58	5 + 1	27 - 9
36 - 20	13 + 12	37 - 25	8 + 6

27

$\underbrace{\hspace{1.5em}}_{36 - 9}$

$=$

$\underbrace{\hspace{1.5em}}_{12 + 15}$

1. No quadro de adições e subtrações abaixo se encontram oito pares de igualdade que representam uma relação de equivalência. Siga o exemplo abaixo e encontre os sete pares restantes.

15 - 9	42 - 11	6 + 12	7 + 24
16 + 64	36 - 9	12 + 15	38 - 13
9 + 7	22 + 58	5 + 1	27 - 9
36 - 20	13 + 12	37 - 23	8 + 6

27

$\underbrace{\hspace{1.5em}}_{36 - 9}$

$=$

$\underbrace{\hspace{1.5em}}_{12 + 15}$

Fonte: Elaboração própria.

A proposta inicial era que a aula fosse de forma dinâmica e lúdica e, como o conteúdo abordado já era de conhecimento da turma, a aplicação dos jogos foram nos tempos estipulados de 5 minutos para o "Dominó da Equivalência" e 8 minutos para o jogo "Encontre o valor desconhecido".

Além de tudo isso, no final da aula, foi disponibilizado um *link* para que eles fizessem avaliações anônimas e incluíssem suas críticas, sugestões, elogios ou qualquer opinião que pudesse ser útil para o trabalho. Sendo assim, foram selecionadas algumas dessas avaliações para serem colocadas nesse relatório (Figura 17).

Figura 17 - Avaliações dos alunos A, B e C

Gostei bastante! Principalmente o fato delas terem começado a aula com um probleminha	Achei as meninas muito organizadas em relação a ordem da sequência delas. Nota 10	Nota 10. A apostila que elas utilizaram estava bem clara, com bastantes exemplos e bem bonita!	Nota 10! Usaram bastantes ferramentas digitais, inclusive dois jogos, o que deixou mais interessante ainda a aula.
Ficou muito claro a todo momento as reflexões abordadas durante a sequência e pude relembrar a teoria de algumas propriedades que usamos no dia a dia de forma automática.	Organização impecável da apostila e das atividades também. Nota:10	Tirando a primeira questão do formulário, todas as outras questões, a apostila e a explicação ficaram muito claras. Nota: 10	Os jogos utilizados foram ótimos, amei demais. Nota:10
Acredito que o grupo cumpriu esse quesito com maestria. Após a aula, fiquei pensando em como não reparei por anos da minha educação no real significa do sinal da igualdade e do mais, na vertente matemática, e todas as suas propriedades. Nota 10	Acredito que o grupo foi extremamente organizado, todos os conteúdos foram explicados com calma e de forma gradativa. Nota 10	O grupo foi extremamente claro em sua explicação, e acredito que todos os materiais se adequam ao seu público-alvo, adorei as imagens utilizadas nas apostilas. Nota 10	Os recursos digitais utilizados foram incríveis, os jogos foram muito bem elaborados e acredito que foram recursos que agregaram muito na aula. Nota 10

Fonte: Protocolo de pesquisa.

### 3 Relatório LEAMAT III

#### 3.1 Atividades desenvolvidas

As atividades do LEAMAT III tiveram início no dia 07 de fevereiro de 2022, com uma breve apresentação feita pela professora orientadora de como seria o planejamento da disciplina no período, considerando que os grupos futuramente publicarão um e-book sobre o trabalho. O semestre foi organizado da seguinte maneira: a primeira parte para a revisão e leitura do que foi feito durante o período do LEAMAT II, a segunda para a escrita do relatório e do e-book e a terceira para as correções. Posteriormente a esse processo será realizada a avaliação final.

Do dia 21 de fevereiro ao dia 02 de maio, os encontros foram destinados às reuniões dos grupos em salas virtuais com a orientadora para auxiliar na elaboração do relatório e do e-book.

A partir desse momento até o final do semestre letivo, todos os grupos desenvolveram, corrigiram e finalizaram os respectivos relatórios e e-books.

### **3.2 Elaboração da sequência didática**

O grupo decidiu abordar, na linha de pesquisa de Álgebra, como tema “A contribuição de jogos para o desenvolvimento do pensamento algébrico e a noção de equivalência do sinal de igualdade” por meio de equações com uma incógnita. Uma das grandes motivações para a escolha desse tema foi o déficit de aprendizagem que alguns integrantes do grupo tiveram enquanto estudantes da Educação Básica e a dificuldade que muitos alunos do sétimo ano possuem em compreender o sinal de igualdade além do sentido operacional, após leituras e discussões de textos relacionados vistos em aula.

A ideia inicial é apresentar uma situação-problema para que os alunos possam analisar e investigar o problema proposto na questão e preparar um material que auxilie nos conteúdos que serão tratados. Posteriormente, serão utilizados dois jogos desenvolvidos pelos integrantes do grupo. O domínio da equivalência será aplicado com a finalidade de que os alunos compreendam e explorem a noção de equivalência do sinal de igualdade na aritmética e, finalizando com o jogo “Encontre o valor desconhecido” focado na construção do pensamento algébrico, pois será composto por equações algébricas com apenas uma incógnita na qual será representada por símbolos, a fim de que os alunos determinem o valor desconhecido.

#### **3.2.1 Versão final da sequência didática**

A sequência didática é estruturada pelas seguintes etapas:

- I. Proposição de uma situação-problema envolvendo o enigma da calculadora
- II. Conceituação da noção de equivalência do sinal de igualdade
  - Abordagem histórica e teórica;

- Exemplificação do sinal de igualdade como indicador de equivalência por meio do jogo "Dominó da equivalência";
- Realização de exercícios para fixação.

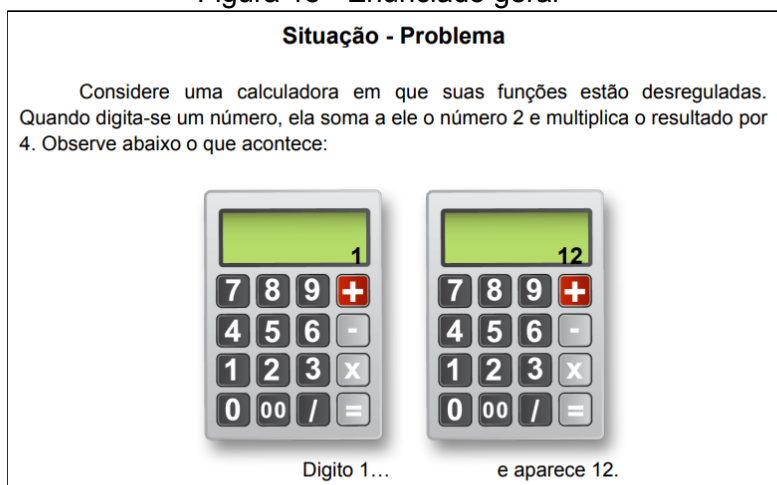
III. Apresentação e aplicação do jogo "Encontre o valor desconhecido".

### Etapa 1

Com o objetivo de contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico de forma lúdica e proporcionando uma aprendizagem mais significativa, a aula é iniciada com uma situação problema.

É apresentado um enunciado geral (Figura 18) que serve de referência para resolver as questões 1 e 2, itens a e b (Figura 19), sendo destinados de 8 a 10 minutos para a resolução. Os alunos desvendam o enigma da calculadora, que consiste em descrever a sentença matemática equivalente ao valor representado pelos símbolos ★ e ☀ até que construam o pensamento investigativo, com a mediação do professor, para que futuramente seja trabalhado o conceito de incógnita de maneira instintiva.

Figura 18 - Enunciado geral



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 19 - Questões 1 e 2

1. Ao digitar ★ aparece o número 16 como resultado final no visor.
    - a) Escreva a sentença que descreve o que a calculadora fez.
    - b) Descubra que número é ★.
  
  2. Agora ao digitar ☀ aparece o número 24 como resultado final no visor.
    - c) Escreva a sentença que descreve o que a calculadora fez.
    - d) Descubra que número é ☀.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Posteriormente à resolução dos alunos, são coletadas as respostas do problema proposto por meio de um formulário do *Google Forms* (Apêndice B), que contém campos para preenchimento dos resultados encontrados, com a finalidade

de analisar as estratégias e o raciocínio que cada aluno utilizou. Considerando que o período de aplicação das atividades foi realizado de forma remota durante a pandemia, as respostas também podem ser obtidas por meio de um material impresso.

## Etapa 2

Após a aplicação da situação problema, com o objetivo de contextualizar a mudança da escrita do sinal de igualdade, é falado brevemente sobre a sua história (Figura 20), seguido de um exemplo de como era sua estrutura antigamente comparando com sua estrutura atual (Figura 21).

Figura 20 - Abordagem histórica

**O Sinal de Igualdade**

O substantivo igualdade é originado do latim como *aequalitas*, em referência à ideia de equilíbrio entre dois ou mais elementos. O sinal de igualdade só foi introduzido em 1557 pelo inglês Robert Record em seu livro *The Whetstone of Witte*, com o objetivo de substituir *aequales* que era usado desde 1500. Abaixo a imagem (Figura 1) retrata um exemplo, retirado do livro de Record, de como era utilizado o sinal nas operações de adição e subtração.

Figura 1: Sinal de igualdade utilizado por Record em 1557, em alguns exemplos de equações.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 21 - Estrutura atual

Atualmente, utilizamos o sinal de igualdade "=" representado por dois segmentos de retas paralelas, porém em tamanho menor. Por exemplo,  $4 + 2 = 10 - 4$ , temos que os dois lados da igualdade representam o mesmo número, mas escritos de forma diferente:

$$4 + 2 = 10 - 4$$

Primeiro membro                      Segundo membro

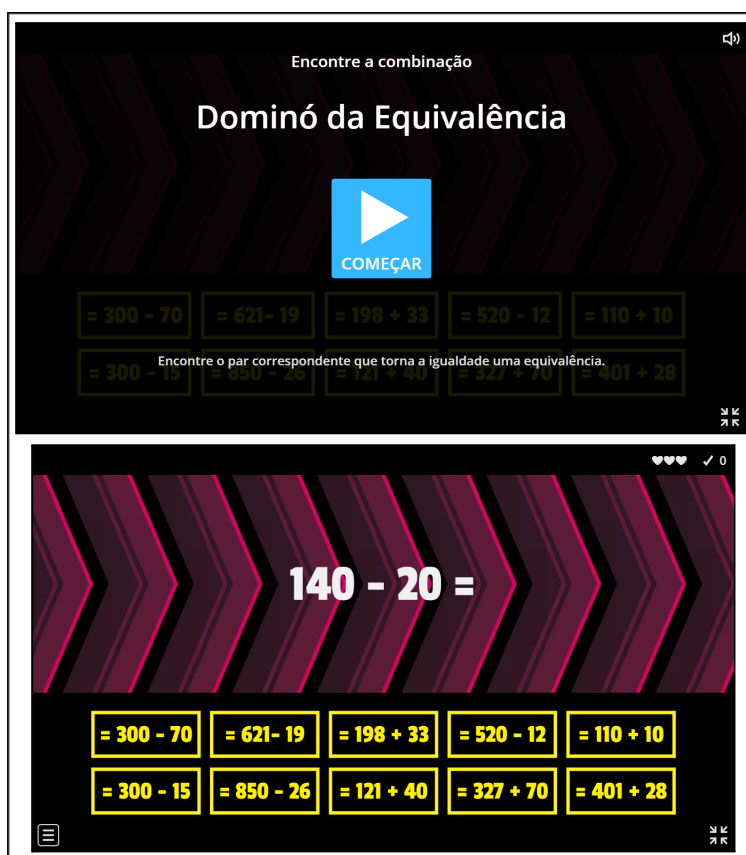
Chamamos o lado esquerdo do símbolo "=" de 1.º membro da igualdade e o lado direito de 2.º membro da igualdade.

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em seguida, é feita a conceituação das propriedades (Apêndice B) da igualdade sendo elas reflexiva, simétrica e transitiva e, dos princípios de equivalência, em que serão abordados os princípios aditivo e multiplicativo, com o auxílio de uma apostila enviada previamente para os e-mails dos alunos da turma.

Para dar continuidade, os alunos jogam o “Dominó da Equivalência”, disponibilizado por meio de um *link* (<https://wordwall.net/pt/resource/23052281>), que é composto por 10 pares de igualdades (Figura 22), com base nos conceitos estudados até este momento da aula, sendo reservado de 5 a 10 minutos para a execução do jogo. O objetivo do jogo é fazer com que os alunos compreendam a noção de equivalência do sinal de igualdade a partir das operações dadas.

Figura 22 - Jogo “Dominó da Equivalência”



Fonte: Protocolo de pesquisa.

### **Etapa 3**

Após a execução do jogo, é explicado o último tópico da apostila (Figura 23), e tendo como finalidade explorar o pensamento algébrico por meio de símbolos, são apresentados exemplos em que ao invés de utilizarmos os “espaços” são utilizados símbolos na operação de multiplicação, em que os valores desconhecidos representam números.



Figura 23 - Último tópico

Vimos até aqui as operações de equivalência serem realizadas por meio da aritmética. Agora veremos alguns exemplos em que ao invés de utilizarmos os “espaços” utilizaremos símbolos na operação de multiplicação.

a)  $\star + 4 = 3 + 2$   
 $\star + 4 = 5$   
 $\star + 4 - 4 = 5 - 4$

b)  $2\star + 9 = 7 + 4$   
 $2\star + 9 = 11$   
 $2\star + 9 - 9 = 11 - 9$

c)  $2\star - \star = 10 + 8$   
 $2\star - \star = 18$   
 $\star = 18$

d)  $4\star - 6 = 2\star + 2$   
 $4\star - 6 + 6 = 2\star + 2 + 6$   
 $4\star - 2\star = 2\star + 8 - 2\star$   
 $2\star = 8$   
 $\star = 4$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

E em seguida, é disponibilizado um formulário do *Google Forms* (Apêndice B), com uma lista de exercícios sobre o conteúdo estudado, que contém campos de preenchimento para o resultado encontrado e opções de múltipla escolha. É explicado passo a passo de todos os exercícios e depois os alunos terão um tempo para responder e enviar suas respostas.

A apostila é composta por dois momentos, sendo no primeiro quatro questões e no segundo uma questão. A questão 1 (Figura 24) tem uma abordagem similar e o mesmo objetivo do jogo “Dominó da Equivalência”, que é fazer com que os alunos compreendam a noção de equivalência do sinal de igualdade a partir das operações dadas, se diferenciando apenas pela quantidade de pares.

Figura 24 - Questão 1

1. No quadro de adições e subtrações abaixo se encontram oito pares de igualdade que representam uma relação de equivalência. Siga o exemplo abaixo e encontre os sete pares restantes.

$15 - 9$	$42 - 11$	$6 + 12$	$7 + 24$
$16 + 64$	$36 - 9$	$12 + 15$	$38 - 13$
$9 + 7$	$22 + 58$	$5 + 1$	$27 - 9$
$36 - 20$	$13 + 12$	$37 - 23$	$8 + 6$

27

27

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{36 - 9} = \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{12 + 15}$

---

:
:
:

---

:
:
:

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A questão 2 (Figura 25) tem como objetivo explorar a ideia de incógnita identificando os valores desconhecidos representados por espaços vazios, que estão sendo somados ou subtraídos e, também notar que a operação do primeiro membro é equivalente à operação do segundo membro.

Figura 25 - Questão 2

2. De acordo com o conteúdo que vimos até agora, calcule o valor que preenche os espaços para que as igualdades abaixo sejam verdadeiras.

a) $22 + \underline{\quad} = 10 + 15$	d) $20 + \underline{\quad} = 4 + 17$
b) $17 + 33 = 68 - \underline{\quad}$	e) $100 - 56 = 38 - \underline{\quad}$
c) $25 + 29 = \underline{\quad} + 24$	f) $25 - 22 = \underline{\quad} + 3$

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Já na questão 3 (Figura 26) o objetivo é que o aluno reconheça que ao utilizar as propriedades e os princípios vistos anteriormente em ambos os membros, resulta no mesmo valor.

Figura 26 - Questão 3

3. Explique o que ocorre em cada alternativa de acordo com os princípios de equivalência:

- Adicionarmos 5 em cada membro da igualdade  $15 + 3 = 3 + 15$ ?
- Subtraímos 3 em cada membro da igualdade  $15 + 15 = 23 + 7$ ?
- Multiplicamos 10 em cada termo da igualdade  $2 \times 8 = 4 \times 4$ ?
- Dividimos 2 em cada termo da igualdade  $28 \div 4 = 14 \div 2$ ?

Fonte: Protocolo de pesquisa.

A questão 4 (Figura 27) possui uma ideia semelhante à questão 2, tendo como objetivo que o aluno identifique e assinale as igualdades verdadeiras, no entanto nesta questão as expressões já estão completas.

Figura 27 - Questão 4

4. Marque a(s) alternativa(s) a seguir que representa(m) **corretamente** uma igualdade:

<input type="checkbox"/> $5 - 2 = 10 - 7$	<input type="checkbox"/> $36 - 4 = 10 + 7$
<input type="checkbox"/> $6 + 3 = 7 + 2$	<input type="checkbox"/> $19 + 3 = 40 - 18$
<input type="checkbox"/> $9 + 2 = 12 - 1$	<input type="checkbox"/> $27 - 9 = 10 + 5$

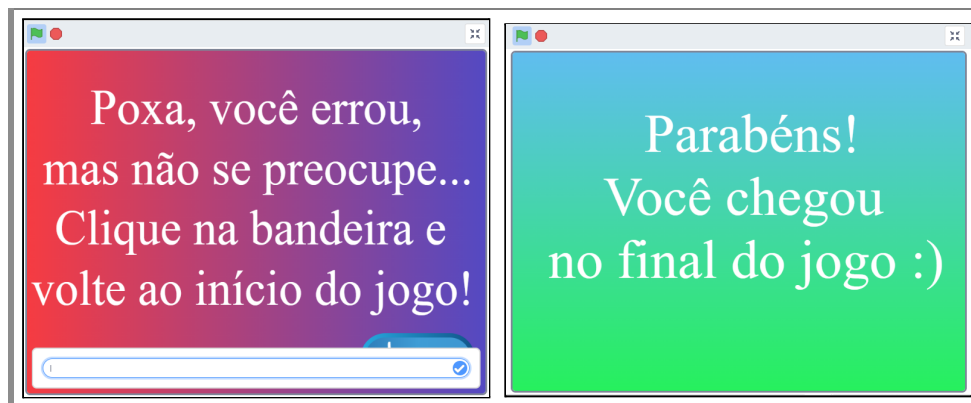
Fonte: Protocolo de pesquisa.



- $3★ + ★ = 12 + 4$
- $4★ - 2★ = 9 + 7$
- $6★ - 4★ = 13 - 3$
- $6★ - 4 = 2★ + 24$
- $4★ - 10 = 2★ + 2$
- $★ + 5 = 50 - 4★$
- $3★ - ★ = 18 + 6$

Se o aluno errar, aparecerá uma mensagem “Volte ao início” e se o aluno acertar até o final aparecerá uma imagem de “Parabéns” (Figura 30).

Figura 30 - Mensagens do jogo “Encontre o valor desconhecido”



Fonte: Protocolo de pesquisa.

#### 4 Considerações finais

A ideia inicial do trabalho proposto era fazer um tabuleiro em tamanho real, no qual os alunos participariam como peças para que eles pudessem compreender o conteúdo abordado na aula, de forma interativa, tornando a aprendizagem mais significativa. No entanto, todo o planejamento do trabalho teve que ser reorganizado para uma aplicação remota, por conta do período de pandemia.

O objetivo da sequência didática é explorar a relação de igualdade no desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de jogos, com isso, foram desenvolvidos jogos em plataformas *online*s junto aos conteúdos, no entanto, vale ressaltar a possibilidade do trabalho ser aplicado presencialmente.

Devido ao período remoto, a aplicação da aula foi realizada como um teste exploratório na turma da disciplina do LEAMAT II por meio do *Google Meet*, sendo dividida em etapas para que o conteúdo desenvolvido em sala fosse avançando

gradativamente, facilitando também na organização da aula, o que foi de grande importância para a compreensão e aprendizagem dos alunos. Além do planejamento em etapas, as aplicações dos jogos foram bem dinâmicas e os alunos gostaram bastante, cumprindo com o objetivo do grupo.

Isto se deu devido ao fato da organização da aula trazer uma autonomia para os alunos, assim o professor assume o papel de mediador dentro da sala de aula, seja ela virtual ou presencial, contribuindo para a aprendizagem do aluno, o conduzindo nas atividades propostas e também auxiliando na construção do seu autoconhecimento e do pensamento crítico diante dos exercícios.

Assim, o trabalho proposto poderá ser continuado tanto de forma remota como de forma presencial, acrescido de novas propostas didáticas e atividades adaptadas. Com isso, como sugestão de novos trabalhos e projetos, destacamos o uso de jogos interativos para o ensino e aprendizagem da noção de equivalência do sinal de igualdade, inclusive podendo ser retornado o planejamento inicial do trabalho que seria o tabuleiro humano.

Portanto, toda a experiência vivenciada nesta disciplina foi importante, visto que durante o processo de criação e desenvolvimento do trabalho passamos por desafios e mudanças, que levaram ao crescimento e amadurecimento pessoal e profissional dos integrantes do grupo.

## Referências

ALVES, Luciana; BIANCHIN, Maysa Alahmar. **O jogo como recurso de aprendizagem**. Revista Psicopedagogia, v. 27, n. 83, p. 282-287, 2010. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/pdf/psicoped/v27n83/13.pdf>. Acesso em: 13 nov. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília/DF: MEC, SEF, 1998a.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Editora: Fundação Carlos Alberto Vanzolini. Gestão de Tecnologias em Educação. Brasília: MEC, 2017b.

CIVINSKI, Daiana Dallagnoli.; BAIER, Tânia. **O sinal de igualdade: dificuldades encontradas por estudantes do ensino fundamental**. IV Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, 2014. Disponível em: <https://docplayer.com.br/15097009-O-sinal-de-igualdade-dificuldades-encontradas-por-estudantes-do-ensino-fundamental.html> Acesso em: 22 nov. 2019.

FIORENTINI, Dario; FERNANDES, Fernando Luís Pereira; CRISTOVÃO, Eliane Matesco. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações**

**matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico.** Seminário Luso-Brasileiro de Investigações Matemáticas no Currículo e na Formação do Professor, p. 1-22, 2005. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/temporario/SEM-LB/Fiorentini-Fernandes-Cristovao2.doc>. Acesso em: 18 nov. 2019.

ORTIGÃO, Maria Isabel Ramalho; AGUIAR, Glauco da Silva; SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, V, PETRÓPOLIS, 2012. Letramento em Matemática no PISA. **V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 28, 2012. Disponível em: [http://www.sbembrasil.org.br/files/v\\_sipem/PDFs/GT08/CC66430259749\\_B.pdf](http://www.sbembrasil.org.br/files/v_sipem/PDFs/GT08/CC66430259749_B.pdf). Acesso em: 21 jan. 2020.

PONTE, João Pedro da. **Números e álgebra no currículo escolar.** XIV EIEM-Encontro de Investigação em Educação Matemática, p. 5-27, 2006. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4525/1/06-Ponte%28Caminha%29.pdf>. Acesso em: 18 nov. 2019.

TEZANI, Thaís Cristina Rodrigues. **O jogo e os processos de aprendizagem e desenvolvimento: aspectos cognitivos e afetivos.** Educação em revista, v. 7, n. 1-2, p. 1-16, 2006. Disponível em: <http://www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/educacaoemrevista/article/view/603>. Acesso em: 13 nov. 2019.

TINOCO, Lúcia *et al.* **Álgebra: pensar? calcular? comunicar?.** Projeto Fundação – Instituto de Matemática Universidade Federal do Rio de Janeiro - BRASIL, 2011. Disponível em: <https://docplayer.com.br/39300909-Algebra-pensar-calcular-comunicar.html>. Acesso em: 22 nov. 2019.

# APÊNDICES

# **APÊNDICE A: MATERIAL DIDÁTICO APLICADO NO LEAMAT II**



## Diretoria de Ensino Superior - Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra

Licenciandos: Amanda da Silva Rangel, Deisiane Cristina Rangel de Oliveira, Helena Lista Ribeiro, Lorena Pessanha de Souza Oliveira e Thaís Souza da Silva

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

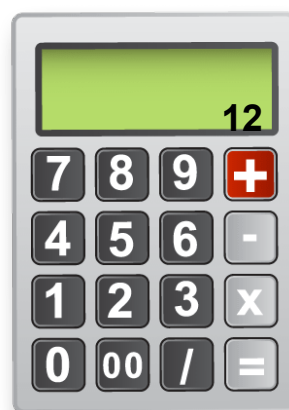
Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

### Situação - Problema

Considere uma calculadora em que suas funções estão desreguladas. Quando digita-se um número, ela soma a ele o número 2 e multiplica o resultado por 4. Observe abaixo o que acontece:



Digito 1...



e aparece 12.

1. Ao digitar ★ aparece o número 16 como resultado final no visor.
  - a) Escreva a sentença que descreve o que a calculadora fez.
  - b) Descubra que número é ★.
2. Agora ao digitar ☀ aparece o número 24 como resultado final no visor.
  - a) Escreva a sentença que descreve o que a calculadora fez.
  - b) Descubra que número é ☀.

## Diretoria de Ensino Superior - Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra

Licenciandos: Amanda da Silva Rangel, Deisiane Cristina Rangel de Oliveira, Helena Lista Ribeiro, Lorena Pessanha de Souza Oliveira e Thaís Souza da Silva

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

### O Sinal de Igualdade

O substantivo igualdade é originado do latim como *aequalitas*, em referência à ideia de equilíbrio entre dois ou mais elementos. O sinal de igualdade só foi introduzido em 1557 pelo inglês Robert Record em seu livro *The Whetstone of Witte*, com o objetivo de substituir *aequales* que era usado desde 1500. Abaixo a imagem (Figura 1) retrata um exemplo, retirado do livro de Record, de como era utilizado o sinal nas operações de adição e subtração.

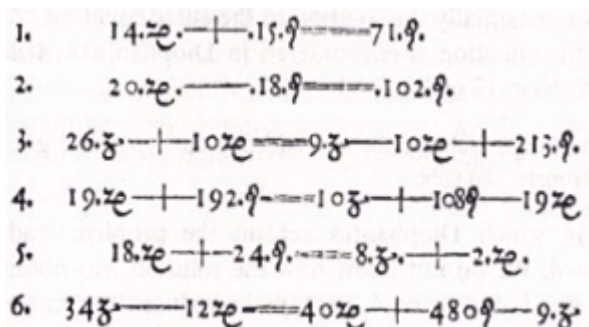
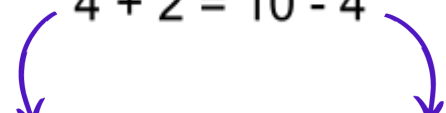


Figura 1: Sinal de igualdade utilizado por Record em 1557, em alguns exemplos de equações.

Atualmente, utilizamos o sinal de igualdade “=” representado por dois segmentos de retas paralelas, porém em tamanho menor. Por exemplo,  $4 + 2 = 10 - 4$ , temos que os dois lados da igualdade representam o mesmo número, mas escritos de forma diferente:

$$4 + 2 = 10 - 4$$



Primeiro membro
Segundo membro

Chamamos o lado esquerdo do símbolo “=” de 1.º membro da igualdade e o lado direito de 2.º membro da igualdade.

Observe que para toda igualdade temos algumas propriedades válidas:

## 1. Propriedades da igualdade

### 1.1. Propriedade reflexiva

$a = a$  para qualquer que seja  $a$  pertencente ao conjunto dos números reais. Na linguagem matemática,  $a \in \mathbb{R}$ .

No exemplo  $5 = 6$ , isso é verdade? Portanto, para que tenhamos uma igualdade, o primeiro membro deve ter o mesmo resultado que o segundo membro.

Por exemplo,  $3 = 3$  e  $\frac{4}{3} = \frac{4}{3}$ .

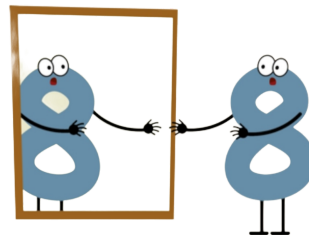


Figura 2: Ilustração da propriedade reflexiva

### 1.2. Propriedade simétrica

Se  $a = b$ , então  $b = a$  para quaisquer que sejam  $a$  e  $b$  pertencente ao conjunto dos números reais. Na linguagem matemática,  $a$  e  $b \in \mathbb{R}$ .

Por exemplo,  $2 + 5 = 7 \Leftrightarrow 7 = 2 + 5$ . Assim como,  $20 - 5 = 15 \Leftrightarrow 15 = 20 - 5$ .

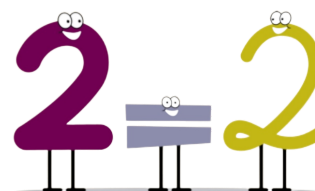


Figura 3: Ilustração da propriedade simétrica

### 1.3. Propriedade transitiva

Se  $a = b$  e  $b = c$ , então  $a = c$  para quaisquer que sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  pertencente ao conjunto dos números reais. Na linguagem matemática,  $a$ ,  $b$  e  $c \in \mathbb{R}$ .

Por exemplo, se  $3 + 4 = 1 + 6$  e  $1 + 6 = 5 + 2$ , então  $3 + 4 = 5 + 2$ . Assim como,  $10 - 4 = 7 - 1$  e  $7 - 1 = 8 - 2$ , então  $10 - 4 = 8 - 2$ .

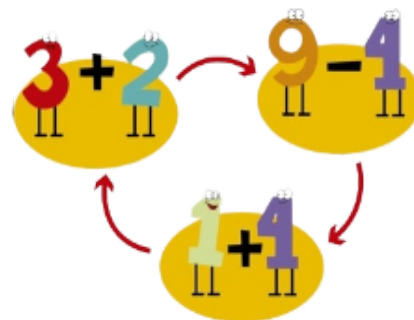


Figura 4: Ilustração da propriedade transitiva

Quando satisfazemos essas três propriedades, dizemos que a igualdade “=” é uma relação de equivalência.

## 2. Princípios de equivalência

Além das propriedades apresentadas acima, a igualdade desempenha dois princípios importantes: o princípio aditivo e o princípio multiplicativo.

### 2.1. Princípio aditivo

Se  $a = b$ , então  $a + c = b + c$  para quaisquer que sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  pertencente ao conjunto dos números reais.

Logo, quando adicionarmos quantias iguais aos 2 membros da igualdade, ela não se altera.

Por exemplo,  $8 + 7 = 15$   
 $8 + 7 + 3 = 15 + 3$   
 $(15) + 3 = 18$   
 $18 = 18$



Figura 5: Ilustração do princípio aditivo

O mesmo princípio vale para a subtração:

$$\begin{aligned}5 - 8 &= -3 \\5 - 8 - 3 &= -3 - 3 \\(-3) - 3 &= -6 \\-6 &= -6\end{aligned}$$

## 2.2. Princípio multiplicativo

Se  $a = b$ , então  $ac = bc$ , para quaisquer que sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  pertencente ao conjunto dos números reais.

Isso significa que se multiplicamos a mesma quantia em ambos os membros da igualdade, ela não se altera.

Por exemplo,  $3 \cdot 5 = 15$

$$\begin{aligned}3 \cdot 5 (\times 5) &= 15 (\times 5) \\15 (\times 5) &= 75 \\75 &= 75\end{aligned}$$



Figura 6: Ilustração do princípio multiplicativo

O mesmo princípio vale para a divisão:

$$\begin{aligned}45 \div 15 &= 3 \\(45 \div 15) (\div 3) &= 3 (\div 3) \\(3) (\div 3) &= 1 \\1 &= 1\end{aligned}$$

Agora vamos praticar o que aprendemos acima com o jogo “Dominó da Equivalência” que está disponível no *link* a seguir:

<https://wordwall.net/pt/resource/23052281>

Com base no conteúdo estudado ao longo da apostila, resolva os exercícios propostos a seguir. Registre suas respostas por meio deste *link*: <https://forms.gle/gwfVS6ZG4aJJJ5hNA>.

1. No quadro de adições e subtrações abaixo se encontram pares que resultam no mesmo valor. Ache os pares e forme uma igualdade, como no exemplo:

15 - 9	42 - 11	6 + 12	7 + 24
16 + 64	36 - 9	12 + 15	28 - 13
9 + 7	22 + 58	5 + 1	27 - 9
36 - 20	13 + 12	37 - 25	8 + 6

$$\begin{array}{c} \boxed{27} \quad \boxed{27} \\ \underbrace{\quad\quad} \quad \underbrace{\quad\quad} \\ 36 - 9 = 12 + 15 \end{array}$$

\_\_\_\_\_ ; \_\_\_\_\_ ; \_\_\_\_\_ ; \_\_\_\_\_ ;  
 \_\_\_\_\_ ; \_\_\_\_\_ ; \_\_\_\_\_ ; \_\_\_\_\_ ;

2. De acordo com o conteúdo que vimos até agora, calcule o valor que preenche os espaços para que as igualdades abaixo sejam verdadeiras.

a) $22 + \underline{\quad} = 10 + 15$
b) $17 + 33 = 68 - \underline{\quad}$
c) $13 + \underline{\quad} = 71 - 63$
d) $25 + 29 = \underline{\quad} + 24$

e) $20 + \underline{\quad} = 4 + 17$
f) $100 - 56 = 38 - \underline{\quad}$
g) $27 + \underline{\quad} = 41 - 3$
h) $25 - 22 = \underline{\quad} + 3$

3. Explique o que ocorre em cada alternativa quando:

- Adicionarmos 5 em cada membro da igualdade  $15 + 3 = 3 + 15$ ?
- Subtraímos 3 em cada membro da igualdade  $15 + 15 = 23 + 7$ ?
- Multiplicamos 10 em cada termo da igualdade  $2 \times 8 = 4 \times 4$ ?
- Dividimos 2 em cada termo da igualdade  $28 \div 4 = 14 \div 2$ ?

4. Marque a(s) alternativa(s) a seguir que representa(m) **corretamente** uma igualdade:

$8 - 1 = 14 - 5$

$15 + 5 = 21 - 1$

$5 - 2 = 10 - 7$

$36 - 4 = 10 + 7$

$6 + 3 = 7 + 2$

$19 + 3 = 40 - 18$

$9 + 2 = 12 - 1$

$27 - 9 = 10 + 5$

Vimos até aqui as operações de equivalência serem realizadas por meio da aritmética. Agora veremos alguns exemplos em que ao invés de utilizarmos os “espaços” utilizaremos símbolos na operação de multiplicação.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \star + 4 = 3 + 2 \\
 & \star + 4 = 5 \\
 & \star + 4 - 4 = 5 - 4 \\
 & \star = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & 2\star + 9 = 7 + 4 \\
 & 2\star + 9 = 11 \\
 & 2\star + 9 - 9 = 11 - 9 \\
 & 2\star = 2 \\
 & \star = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad & 2\star - \star = 10 + 8 \\
 & 2\star - \star = 18 \\
 & \star = 18
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d)} \quad & 4\star - 6 = 2\star + 2 \\
 & 4\star - 6 + 6 = 2\star + 2 + 6 \\
 & 4\star - 2\star = 2\star + 8 - 2\star \\
 & 2\star = 8 \\
 & \star = 4
 \end{aligned}$$

1. Com base nos exemplos acima, encontre o valor representado por “★” nos itens a seguir:

$$\text{a)} \quad 5 + \star = 25 - 10$$

$$\text{b)} \quad 3\star + 7 = 11 + 5$$

$$\text{c)} \quad 5\star - 2\star = 65 - 35$$

$$\text{d)} \quad 6\star + 8 = 5\star + 20$$

Agora vamos praticar o que aprendemos acima com o jogo “Encontre o valor desconhecido” que está disponível no *link* a seguir:

<https://scratch.mit.edu/projects/565083124>

## Referências

CAVALCANTI, José Dilson Beserra; CÂMARA, DOS SANTOS. Noção Operacional e Equivalência: um estudo sobre a compreensão do sinal de igualdade. **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, v. 9, 2007.

**Matemática**. Disponível em:

<<https://avamec.mec.gov.br/ava-mec-ws/instituicao/capes/conteudo/modulo/2681/mod8/uni1/slide1.html>>

## Formulário Situação-Problema:

### Situação-Problema

Olá, tudo bem?

Somos licenciandas do curso de Licenciatura em Matemática do IFFluminense campus Campos Centro e gostaríamos que você respondesse este questionário com o intuito de contribuir para o nosso trabalho do Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT) II.

E-mail \*

E-mail válido

Nome completo

\*

Texto de resposta curta

Considere uma calculadora em que suas funções estão desreguladas. Quando digita-se um número, ela soma a ele o número 2 e multiplica o resultado por 4. Observe abaixo o que acontece: (Especifique sua resposta para facilitar a correção. Ex.: 1. a) sua resposta) \*



1. Ao digitar ☆ aparece o número 16 como resultado final no visor.
  - a) Escreva a sentença que descreve o que a calculadora fez.
  - b) Descubra que número é ☆.

Texto de resposta longa

2. Agora ao digitar ☀ aparece o número 24 como resultado final no visor.
  - a) Escreva a sentença que descreve o que a calculadora fez.
  - b) Descubra que número é ☀.

Texto de resposta longa



## Formulário dos exercícios da apostila:

# Exercícios

Olá, tudo bem?

Somos licenciandas do curso de Licenciatura em Matemática do IFFluminense campus Campos Centro e gostaríamos que você respondesse este questionário com os exercícios abaixo com o intuito de contribuir para o nosso trabalho do Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT) II.

**\*Obrigatório**

E-mail \*

Não é possível preencher automaticamente o e-mail.

Nome completo \*

Sua resposta

1. No quadro de adições e subtrações abaixo se encontram pares que resultam no mesmo valor. Ache os pares e forme uma igualdade, como no exemplo:

\*

15 - 9	42 - 11	6 + 12	7 + 24
16 + 64	36 - 9	12 + 15	28 - 13
9 + 7	22 + 58	5 + 1	27 - 9
36 - 20	13 + 12	37 - 25	8 + 6

$$\boxed{27} \quad \boxed{27}$$
$$36 - 9 = 12 + 15$$

Sua resposta

2. De acordo com o conteúdo que vimos até agora, calcule o valor que preenche os espaços para que as igualdades abaixo sejam verdadeiras.

\*

a) $22 + \underline{\quad} = 10 + 15$
b) $17 + 33 = 68 - \underline{\quad}$
c) $13 + \underline{\quad} = 71 - 63$
d) $25 + 29 = \underline{\quad} + 24$

e) $20 + \underline{\quad} = 4 + 17$
f) $100 - 56 = 38 - \underline{\quad}$
g) $27 + \underline{\quad} = 41 - 3$
h) $25 - 22 = \underline{\quad} + 3$

Sua resposta

---

3. Explique o que ocorre em cada alternativa quando:

a) Adicionarmos 5 em cada membro da igualdade  $15 + 3 = 3 + 15$ ? \*

Sua resposta

---

b) Subtraímos 3 em cada membro da igualdade  $15 + 15 = 23 + 7$ ?

Sua resposta

---

c) Multiplicamos 10 em cada termo da igualdade  $2 \times 8 = 4 \times 4$ ? \*

Sua resposta

---

d) Dividimos 2 em cada termo da igualdade  $28 \div 4 = 14 \div 2$ ? \*

Sua resposta

---

4. Marque a(s) alternativa(s) a seguir que representa(m) corretamente uma igualdade:

$6 + 3 = 7 + 2$

$8 - 1 = 14 - 5$

$9 + 2 = 12 - 1$

$5 - 2 = 10 - 7$

$36 - 4 = 10 + 7$

$19 + 3 = 40 - 18$

$27 - 9 = 10 + 5$

$15 + 5 = 21 - 1$

5. Encontre o valor representado por “★” nos itens a seguir:

a)  $5 + \star = 25 - 10$  \*

Sua resposta

---

b)  $3\star + 7 = 11 + 5$  \*

Sua resposta

---

c)  $5\star - 2\star = 65 - 35$  \*

Sua resposta

---

d)  $6\star + 8 = 5\star + 20$  \*

Sua resposta

---

# **APÊNDICE B: MATERIAL DIDÁTICO DA TURMA REGULAR**

## Diretoria de Ensino Superior - Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra

Licenciandos: Amanda da Silva Rangel, Deisiane Cristina Rangel de Oliveira, Helena Lista Ribeiro, Lorena Pessanha de Souza Oliveira e Thaís Souza da Silva

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

### Situação - Problema

Considere uma calculadora em que suas funções estão desreguladas. Quando digita-se um número, ela soma a ele o número 2 e multiplica o resultado por 4 (é indicado o uso de parênteses para maior precisão do cálculo). Observe abaixo o que acontece:



Digito 1...

e aparece 12.

1. Ao digitar ★ aparece o número 16 como resultado final no visor.
  - c) Escreva a sentença matemática que descreve o que a calculadora fez.
  - d) Descubra que número é ★.
2. Agora ao digitar ☀ aparece o número 24 como resultado final no visor.
  - c) Escreva a sentença matemática que descreve o que a calculadora fez.
  - d) Descubra que número é ☀.

## Diretoria de Ensino Superior - Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Álgebra

Licenciandos: Amanda da Silva Rangel, Deisiane Cristina Rangel de Oliveira, Helena Lista Ribeiro, Lorena Pessanha de Souza Oliveira e Thaís Souza da Silva

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Me. Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

## O Sinal de Igualdade

O substantivo igualdade é originado do latim como *aequalitas*, em referência à ideia de equilíbrio entre dois ou mais elementos. O sinal de igualdade só foi introduzido em 1557 pelo inglês Robert Record em seu livro *The Whetstone of Witte*, com o objetivo de substituir *aequales* que era usado desde 1500. Abaixo a imagem (Figura 1) retrata um exemplo, retirado do livro de Record, de como era utilizado o sinal nas operações de adição e subtração.

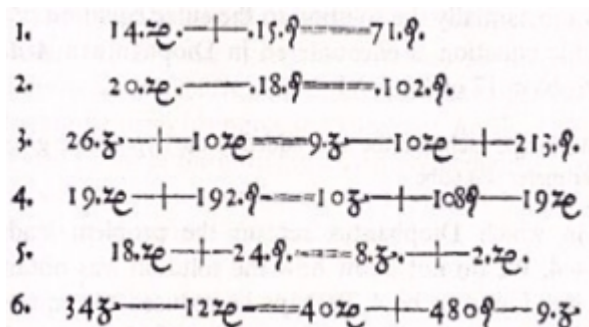
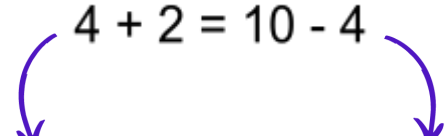


Figura 1: Sinal de igualdade utilizado por Record em 1557, em alguns exemplos de equações.

Atualmente, utilizamos o sinal de igualdade “=” representado por dois segmentos de retas paralelas, porém em tamanho menor. Por exemplo,  $4 + 2 = 10 - 4$ , temos que os dois lados da igualdade representam o mesmo número, mas escritos de forma diferente:

$$4 + 2 = 10 - 4$$



Primeiro membro                      Segundo membro

Chamamos o lado esquerdo do símbolo “=” de 1.º membro da igualdade e o lado direito de 2.º membro da igualdade.

Observe que para toda igualdade temos algumas propriedades válidas:

## 1. Propriedades da igualdade

### 1.1. Propriedade reflexiva

$a = a$  para qualquer que seja  $a$  pertencente ao conjunto dos números reais. Na linguagem matemática,  $a \in \mathbb{R}$ .

No exemplo  $5 = 6$ , isso é verdade? Portanto, para que tenhamos uma igualdade, o primeiro membro deve ter o mesmo resultado que o segundo membro.

Por exemplo,  $3 = 3$  e  $\frac{4}{3} = \frac{4}{3}$ .

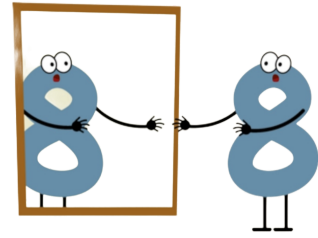


Figura 2: Ilustração da propriedade reflexiva

### 1.2. Propriedade simétrica

Se  $a = b$ , então  $b = a$  para quaisquer que sejam  $a$  e  $b$  pertencente ao conjunto dos números reais. Na linguagem matemática,  $a$  e  $b \in \mathbb{R}$ .

Por exemplo,  $2 + 5 = 7 \Leftrightarrow 7 = 2 + 5$ . Assim como,  $20 - 5 = 15 \Leftrightarrow 15 = 20 - 5$ .

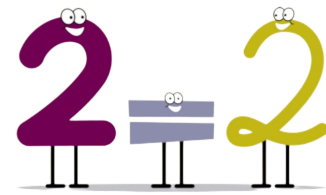


Figura 3: Ilustração da propriedade simétrica

### 1.3. Propriedade transitiva

Se  $a = b$  e  $b = c$ , então  $a = c$  para quaisquer que sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  pertencente ao conjunto dos números reais. Na linguagem matemática,  $a$ ,  $b$  e  $c \in \mathbb{R}$ .

Por exemplo, se  $3 + 4 = 1 + 6$  e  $1 + 6 = 5 + 2$ , então  $3 + 4 = 5 + 2$ . Assim como,  $10 - 4 = 7 - 1$  e  $7 - 1 = 8 - 2$ , então  $10 - 4 = 8 - 2$ .

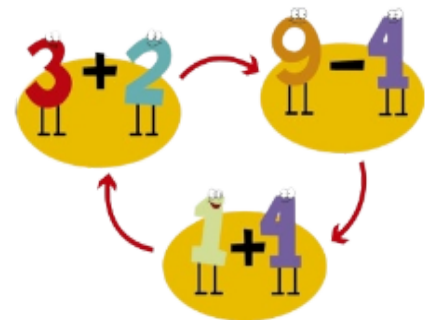


Figura 4: Ilustração da propriedade transitiva

Quando satisfazemos essas três propriedades, dizemos que a igualdade “=” é uma relação de equivalência.

## 2. Princípios de equivalência

Além das propriedades apresentadas acima, a igualdade desempenha dois princípios importantes: o princípio aditivo e o princípio multiplicativo.

### 2.1. Princípio aditivo

Se  $a = b$ , então  $a + c = b + c$ , para quaisquer que sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  pertencente ao conjunto dos números reais.

Logo, quando adicionarmos quantias iguais aos 2 membros da igualdade, ela não se altera.

Por exemplo,

$$\begin{aligned} 8 + 7 &= 15 \\ 8 + 7 + 3 &= 15 + 3 \\ (15) + 3 &= 18 \\ 18 &= 18 \end{aligned}$$



Figura 5: Ilustração do princípio aditivo

O mesmo princípio vale para a subtração:

$$\begin{aligned}5 - 8 &= -3 \\5 - 8 - 3 &= -3 - 3 \\(-3) - 3 &= -6 \\-6 &= -6\end{aligned}$$

## 2.2. Princípio multiplicativo

Se  $a = b$ , então  $ac = bc$ , para quaisquer que sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  pertencente ao conjunto dos números reais.

Isso significa que se multiplicamos a mesma quantia em ambos os membros da igualdade, ela não se altera.

Por exemplo,  $3 \cdot 5 = 15$

$$\begin{aligned}3 \cdot 5 (\times 5) &= 15 (\times 5) \\15 (\times 5) &= 75 \\75 &= 75\end{aligned}$$



Figura 6: Ilustração do princípio multiplicativo

O mesmo princípio vale para a divisão:

$$\begin{aligned}45 \div 15 &= 60 \\(45 \div 15) (\div 3) &= 60 (\div 3) \\(60) (\div 3) &= 20 \\20 &= 20\end{aligned}$$

Agora vamos praticar o que aprendemos acima com o jogo “Dominó da Equivalência” que está disponível no *link* a seguir:

<https://wordwall.net/pt/resource/23052281>

Com base no conteúdo estudado ao longo da apostila, resolva os exercícios propostos a seguir. Registre suas respostas por meio deste *link*: <https://forms.gle/gwfVS6ZG4aJJJ5hNA>.

1. No quadro de adições e subtrações abaixo se encontram oito pares de igualdade que representam uma relação de equivalência. Siga o exemplo abaixo e encontre os sete pares restantes.

15 - 9	42 - 11	6 + 12	7 + 24
16 + 64	36 - 9	12 + 15	38 - 13
9 + 7	22 + 58	5 + 1	27 - 9
36 - 20	13 + 12	37 - 23	8 + 6



$$\begin{array}{c} \boxed{27} \quad \boxed{27} \\ \underbrace{\quad} \quad \underbrace{\quad} \\ 36 - 9 = 12 + 15 \end{array}$$

\_\_\_\_\_ ; \_\_\_\_\_ ; \_\_\_\_\_ ;  
 \_\_\_\_\_ ; \_\_\_\_\_ ; \_\_\_\_\_ .

2. De acordo com o conteúdo que vimos até agora, calcule o valor que preenche os espaços para que as igualdades abaixo sejam verdadeiras.

a) $22 + \underline{\quad} = 10 + 15$	d) $20 + \underline{\quad} = 4 + 17$
b) $17 + 33 = 68 - \underline{\quad}$	e) $100 - 56 = 38 - \underline{\quad}$
c) $25 + 29 = \underline{\quad} + 24$	f) $25 - 22 = \underline{\quad} + 3$

3. Explique o que ocorre em cada alternativa de acordo com os princípios de equivalência:

- Adicionarmos 5 em cada membro da igualdade  $15 + 3 = 3 + 15$ ?
- Subtraímos 3 em cada membro da igualdade  $15 + 15 = 23 + 7$ ?
- Multiplicamos 10 em cada termo da igualdade  $2 \times 8 = 4 \times 4$ ?
- Dividimos 2 em cada termo da igualdade  $28 \div 4 = 14 \div 2$ ?

4. Marque a(s) alternativa(s) a seguir que representa(m) **corretamente** uma igualdade:

( )  $5 - 2 = 10 - 7$

( )  $36 - 4 = 10 + 7$

( )  $6 + 3 = 7 + 2$

( )  $19 + 3 = 40 - 18$

( )  $9 + 2 = 12 - 1$

( )  $27 - 9 = 10 + 5$

Vimos até aqui as operações de equivalência serem realizadas por meio da aritmética. Agora veremos alguns exemplos em que ao invés de utilizarmos os “espaços” utilizaremos símbolos na operação de multiplicação.

$$\begin{aligned} \text{a) } \star + 4 &= 3 + 2 \\ \star + 4 &= 5 \\ \star + 4 - 4 &= 5 - 4 \\ \star &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2\star + 9 &= 7 + 4 \\ 2\star + 9 &= 11 \\ 2\star + 9 - 9 &= 11 - 9 \\ 2\star &= 2 \\ \star &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 2\star - \star &= 10 + 8 \\ 2\star - \star &= 18 \\ \star &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 4\star - 6 &= 2\star + 2 \\ 4\star - 6 + 6 &= 2\star + 2 + 6 \\ 4\star - 2\star &= 2\star + 8 - 2\star \\ 2\star &= 8 \\ \star &= 4 \end{aligned}$$

1. Com base nos exemplos acima, encontre o valor representado por “★” nos itens a seguir:

$$\text{a) } 5 + \star = 25 - 10$$

$$\text{b) } 3\star + 7 = 11 + 5$$

$$\text{c) } 5\star - 2\star = 65 - 35$$

$$\text{d) } 6\star + 8 = 5\star + 20$$

Agora vamos praticar o que aprendemos acima com o jogo “Encontre o valor desconhecido” que está disponível no *link* a seguir:

<https://scratch.mit.edu/projects/565083124>

## Referências

CAVALCANTI, José Dilson Beserra; CÂMARA, DOS SANTOS. Noção Operacional e Equivalência: um estudo sobre a compreensão do sinal de igualdade. **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, v. 9, 2007.

**Matemática**. Disponível em:

<<https://avamec.mec.gov.br/ava-mec-ws/instituicao/capes/conteudo/modulo/2681/mod8/uni1/slide1.html>>

## Formulário Situação-Problema:

### Situação-Problema

---

Olá, tudo bem?

Somos licenciandas do curso de Licenciatura em Matemática do IFFluminense campus Campos Centro e gostaríamos que você respondesse este questionário com o intuito de contribuir para o nosso trabalho do Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT) II.

---

E-mail \*

E-mail válido

---

Nome completo

\*

Texto de resposta curta

---

Considere uma calculadora em que suas funções estão desreguladas. Quando digita-se um número, ela soma a ele o número 2 e multiplica o resultado por 4 (é indicado o uso de parênteses para maior precisão do cálculo). Observe abaixo o que acontece: (Especifique sua resposta para facilitar a correção. Ex.: 1. a) sua resposta) \*



Digito 1...

e aparece 12.

1. Ao digitar 🌟 aparece o número 16 como resultado final no visor.
  - a) Escreva a sentença matemática que descreve o que a calculadora fez.
  - b) Descubra que número é 🌟.

Sua resposta

---

2. Agora ao digitar 🌞 aparece o número 24 como resultado final no visor.
  - a) Escreva a sentença matemática que descreve o que a calculadora fez.
  - b) Descubra que número é 🌞.

Sua resposta

---

## Formulário dos exercícios da apostila:

# Exercícios

Olá, tudo bem?

Somos licenciandas do curso de Licenciatura em Matemática do IFFluminense campus Campos Centro e gostaríamos que você respondesse este questionário com os exercícios abaixo com o intuito de contribuir para o nosso trabalho do Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT) II.

**\*Obrigatório**

E-mail \*

Não é possível preencher automaticamente o e-mail.

Nome completo \*

Sua resposta

1. No quadro de adições e subtrações abaixo se encontram oito pares de igualdade que representam uma relação de equivalência. Siga o exemplo abaixo e encontre os sete pares restantes.

\*

$15 - 9$	$42 - 11$	$6 + 12$	$7 + 24$
$16 + 64$	$36 - 9$	$12 + 15$	$38 - 13$
$9 + 7$	$22 + 58$	$5 + 1$	$27 - 9$
$36 - 20$	$13 + 12$	$37 - 23$	$8 + 6$

$$\begin{array}{c} \boxed{27} \quad \boxed{27} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ 36 - 9 = 12 + 15 \end{array}$$

Sua resposta

2. De acordo com o conteúdo que vimos até agora, calcule o valor que preenche os espaços para que as igualdades abaixo sejam verdadeiras.

a) $22 + \underline{\quad} = 10 + 15$	d) $20 + \underline{\quad} = 4 + 17$
b) $17 + 33 = 68 - \underline{\quad}$	e) $100 - 56 = 38 - \underline{\quad}$
c) $25 + 29 = \underline{\quad} + 24$	f) $25 - 22 = \underline{\quad} + 3$

Sua resposta

---

3. Explique o que ocorre em cada alternativa de acordo com os princípios de equivalência:

a) Adicionarmos 5 em cada membro da igualdade  $15 + 3 = 3 + 15$ ? \*

Sua resposta

---

b) Subtraímos 3 em cada membro da igualdade  $15 + 15 = 23 + 7$ ?

Sua resposta

---

c) Multiplicamos 10 em cada termo da igualdade  $2 \times 8 = 4 \times 4$ ? \*

Sua resposta

---

d) Dividimos 2 em cada termo da igualdade  $28 \div 4 = 14 \div 2$ ? \*

Sua resposta

---

4. Marque a(s) alternativa(s) a seguir que representa(m) corretamente uma igualdade:

$6 + 3 = 7 + 2$

$9 + 2 = 12 - 1$

$5 - 2 = 10 - 7$

$36 - 4 = 10 + 7$

$19 + 3 = 40 - 18$

$27 - 9 = 10 + 5$

5. Encontre o valor representado por “★” nos itens a seguir:

a)  $5 + \star = 25 - 10$  \*

Sua resposta

---

b)  $3\star + 7 = 11 + 5$  \*

Sua resposta

---

c)  $5\star - 2\star = 65 - 35$  \*

Sua resposta

---

d)  $6\star + 8 = 5\star + 20$  \*

Sua resposta

---