

# **RELATÓRIO DO LEAMAT**

## **APLICAÇÕES DA FUNÇÃO SENO: UMA ABORDAGEM SIGNIFICATIVA POR MEIO DO GEOGEBRA.**

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

ANA LAURA BARRETO DE ALMEIDA  
DANÚSIA DE SALES SEBASTIÃO MARQUES  
KATHELYN CODEÇO FIDELIS CORDEIRO  
MICHELLE DA SILVA NUNES RIBEIRO  
MICKAELLA DOS SANTOS PESSANHA

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ  
2022.2

ANA LAURA BARRETO DE ALMEIDA  
DANÚSIA DE SALES SEBASTIÃO MARQUES  
KATHELYN CODEÇO FIDELIS CORDEIRO  
MICHELLE DA SILVA NUNES RIBEIRO  
MICKAELLA DOS SANTOS PESSANHA

## **RELATÓRIO DO LEAMAT**

### **APLICAÇÕES DA FUNÇÃO SENO: UMA ABORDAGEM SIGNIFICATIVA POR MEIO DO GEOGEBRA.**

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof<sup>o</sup>. Me. Leandro Sopeletto Carreiro.

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ  
2022.2

## SUMÁRIO

<b>1 RELATÓRIO DO LEAMAT I</b>	<b>4</b>
1.1 Atividades desenvolvidas	4
1.2 Elaboração da sequência didática	6
1.2.1 Tema	6
1.2.2 Justificativa	6
1.2.3 Objetivo Geral	8
1.2.4 Público Alvo	8
<b>2 RELATÓRIO DO LEAMAT II</b>	<b>9</b>
2.1 Atividades desenvolvidas	9
2.2 Elaboração da sequência didática	9
2.2.1 Planejamento da sequência didática	9
2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II	14
<b>3 RELATÓRIO DO LEAMAT III</b>	<b>16</b>
3.1 Atividades desenvolvidas	16
3.2 Elaboração da sequência didática	16
3.2.1 Versão final da sequência didática	16
3.2.2 Experimentação da sequência didática na turma regular	18
<b>4 CONCLUSÃO</b>	<b>21</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>22</b>
<b>APÊNDICES</b>	<b>25</b>
Apêndice A: Slides utilizados na turma do LEAMAT II	26
Apêndice B: Apostila aplicada na turma do LEAMAT II	33
Apêndice C: Slides utilizados na turma do LEAMAT III	40
Apêndice D: Apostila aplicada na turma do LEAMAT III	47

# 1 RELATÓRIO DO LEAMAT I

## 1.1 Atividades desenvolvidas

No dia 08/02/2022 foram iniciadas as aulas da disciplina LEAMAT I - Álgebra, na qual foi apresentado aos alunos o seu objetivo e o cronograma que será seguido durante o curso até o fim do período.

No dia 15/02/2022 sucedeu a aula para discussão do fichamento referente ao texto "Álgebra é mais do que algebrismo" (TINOCO, 2021). O texto traz o relato de uma pesquisa realizada pela equipe do Projeto Fundação do Rio de Janeiro. É apresentado, por parte dos pesquisadores, uma certa preocupação em relação ao ensino da Álgebra, principalmente nas escolas básicas. Em aula, os alunos relataram suas experiências com base na leitura do texto proposto. Alguns apresentaram dificuldades ao realizar a referência do artigo conforme as normas da ABNT, que logo foram esclarecidas pelo professor.

No dia 22/02/2022 foi realizada uma discussão sobre o texto "A álgebra e suas diferentes manifestações" (FERREIRA, 2011), que tinha como objetivo principal mostrar as diferentes manifestações da álgebra. Foi discutido em sala a dificuldade dos alunos de interpretar questões e utilizar os objetos matemáticos, além do ensino baseado na repetição mecanizada e que existe uma crença a respeito de que a matemática é uma "receita de bolo" a ser seguida, sem que haja uma reflexão.

No dia 08/03 trabalhamos em aula o fichamento do artigo "Ensino de álgebra e formação de professores" (ARAUJO, 2008) em que a autora nos traz o quão mecânico se tornou o ensino da álgebra separada da vivência e problematizações de âmbito real. Além disso, o texto relata a dificuldade dos alunos de desenvolver o pensamento algébrico e como o PCN busca incentivar a introdução da álgebra de maneira informal já nas primeiras fases do aprendizado.

Os licenciandos expuseram questionamentos e percepções a respeito do texto para serem debatidos em aula, e chegaram ao impasse de que não há garantias de um poder real de mudanças, não havendo um controle sobre a introdução do aluno a álgebra, nos anos iniciais, no modelo escolar atual.

Na aula do dia 15/03/2022 foi feita a discussão do artigo "As dificuldades do professor de matemática no ensino da álgebra: algumas reflexões", das autoras

Caiane de Lima Pacheco e Renata Camacho Bezerra (2019), em que as autoras levantam a problematização do ensino desde as orientações da PCN e do BNCC e suas divergências.

Foi falado também sobre as defasagens acadêmicas da formação dos professores e acerca de alunos com defasagem em seu ensino ao longo dos anos, o que acaba sendo mais um dificultador do processo de ensino e aprendizagem, o autor ao final levanta pontos para amenizar tais situações.

Foram levantadas questões para discussão em grupo sobre referido texto em que os alunos compararam suas experiências educacionais até o ensino médio reafirmando que os problemas abordados no texto são legítimos e foram vivenciados por uma parcela dos alunos da turma do Leamat I.

Quanto à defasagem na licenciatura, percebemos nas indagações e esclarecimentos que no Instituto Federal Fluminense os professores têm esse cuidado de ensinar com uma didática voltada para que os licenciandos aprendam a lecionar de maneira que o aluno possa compreender, preparando-os para a profissão de educador.

No dia 22/03/2022 foram realizadas as apresentações dos trabalhos pelos quatro grupos formados anteriormente referentes aos Parâmetros Curriculares Nacionais dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, apresentados, respectivamente, pelos grupos 3 e 2. Em seguida, foi apresentado seminário sobre a Base Nacional Comum Curricular dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, realizados pelos grupos 4 e 1, respectivamente.

Os dois documentos foram apresentados com enfoque em como a álgebra deve ser lecionada. Após o seminário, foi levantada a percepção de que os PCN apresentam mais orientações em relação à forma de ensinar em comparação com a BNCC. Ademais, foi relatado uma dificuldade de encontrar diretrizes para o trabalho sobre a BNCC do Ensino Médio devido a sua abordagem mais ampla.

Entre os dias 28/03/2022 e 25/04/2022 ocorreram as discussões para a elaboração do relatório do LEAMAT I. Nesses encontros foram definidos o tema, o objetivo geral e o público-alvo. Além disso, foram desenvolvidos tópicos sobre a justificativa do tema, a motivação e a escrita das atividades desenvolvidas em aula.

Nos dias 17/05/2022 e 24/05/2022 foram feitas as apresentações acerca dos relatórios, que incluíram tema, objetivo geral, justificativa e público alvo, da disciplina LEAMAT I.

## 1.2 Elaboração da sequência didática

### 1.2.1 Tema

Função Seno

### 1.2.2 Justificativa

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular, a trigonometria é comumente apresentada desconectada das aplicações, dando ênfase no cálculo algébrico e nas equações em detrimento a outros aspectos importantes que poderiam ser aprofundados, tais como a análise de seus gráficos e suas aplicações (BRASIL, 2018).

Nessa vertente, a escolha do tema função seno surgiu a partir da preocupação com a forma que tem sido trabalhada em sala de aula, de maneira abstrata e sem aplicações no cotidiano, para que os alunos possam atribuir significado ao tema.

Em conformidade com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), é necessário estabelecer conexões entre os temas matemáticos com diferentes áreas do conhecimento. Nessa perspectiva, Almeida aponta que: “[...] há a necessidade de se buscar novas ferramentas que possam sanar as dificuldades e reduzir a abstração, pois percebe-se que a aprendizagem se dá de maneira mecanizada.” (ALMEIDA, 2019, p. 4).

Em contrapartida, segundo Moreira (1999), baseado na teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, quando o aluno adquire uma nova informação e a assimila com outras já estabelecidas anteriormente, esse conhecimento base, denominado subsunçores, poderá ser ampliado proporcionando a compreensão de níveis de dificuldade cada vez maiores, sendo estabelecida a aprendizagem significativa.

Ou seja, o crescimento intelectual do aluno ocorre através de acréscimos de informações mediante a um conhecimento anterior, servindo de âncora, fixando essas novas informações de maneira mais significativa.

Visando proporcionar aos alunos uma aprendizagem significativa sobre a função seno, tendo em vista as ideias de Moreira (2011), com base nos conceitos apresentados por Ausubel, é necessário que o aluno seja potencialmente estimulado a conectar os conhecimentos prévios especificamente relevantes sobre a função seno com outras informações sobre o tema e que se relacionam com outras áreas do conhecimento.

Desse modo é possível que esses conhecimentos sejam incorporados à estrutura cognitiva do aluno, podendo ser representada por diferentes signos a partir de informações prévias, permitindo uma maior compreensão do conteúdo.

A função seno está presente em diversas áreas de conhecimento, como a física e a biologia, dessa forma pode ser aplicada e contextualizada em diferentes situações. De acordo com Ledur e Molon (2016):

A importância atribuída ao estudo das funções trigonométricas dá-se não apenas no corpo próprio da Matemática como também em outros campos do conhecimento por serem capazes de descrever fenômenos de natureza periódica, oscilatória ou vibratória, tais como: movimento dos planetas, som, corrente elétrica alternada, circulação do sangue, batimentos cardíacos, movimentos das marés, entre outros. (LEDUR, MOLON, 2016, p. 2)

Visando um melhor aprendizado para o aluno, as Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) podem servir de auxílio para o ensino da função seno. De acordo com Santos, Homa e Groenwald:

[...] o uso de tecnologias digitais com estudantes, além de motivar e despertar o interesse deles, também permite explorar diversas formas de registro de representação, possibilitando, assim, a investigação de ideias e de objetos de matemática por meio da exploração e da experimentação, atividades que favorecem a interpretação dos problemas e a compreensão dos conceitos. (KRIPKA; *et al*, 2017 *apud* SANTOS; HOMA; GROENWALD, 2018, p. 3).

Nesse sentido, uma tecnologia que se destaca no processo de ensino e aprendizagem de Matemática é o GeoGebra, que, segundo Faria e Maltempo (2019), permite a representação algébrica, aritmética e geométrica dos objetos

matemáticos de forma conectada, com alterações simultâneas e instantâneas, possibilitando a experimentação, exploração e dedução de propriedades matemáticas.

Além disso, segundo Denardi, baseada nas ideias de Duval, principalmente na matemática é fundamental a diversidade de sistemas semióticos para a aprendizagem:

[...] a principal dificuldade na aprendizagem da Matemática decorre do fato que os objetos matemáticos não possuem existência física e, sendo assim, o acesso a esses objetos só é possível com a utilização de um sistema semiótico. Desta forma, na Matemática, muito mais do que em qualquer outra área do conhecimento, a diversidade dos sistemas semióticos é fundamental para a aprendizagem e para a construção de novos conceitos. (DUVAL, 2013 *apud* DENARDI 2017)

Um sistema semiótico é, segundo Duval (2011), um sistema que tem como objetivo a comunicação já que possibilita a construção e transmissão de informações. Conforme Denardi, os diversos sistemas semióticos possibilitam variadas representações de um mesmo objeto, melhorando a capacidade cognitiva dos indivíduos. Com isso, a utilização de tecnologias que permitam diferentes maneiras de representar irá proporcionar ao aluno a melhor construção do conhecimento, favorecendo o seu processo de aprendizagem.

### 1.2.3 Objetivo Geral

Abordar a função seno de modo a compreender sua relação com ondas sonoras utilizando o software Geogebra.

### 1.2.4 Público Alvo

Alunos do 2º. ano do Ensino Médio



## **2 RELATÓRIO DO LEAMAT II**

### **2.1 Atividades desenvolvidas**

No dia 11/07/2022 foi feita a apresentação da disciplina, com a exposição do cronograma de atividades do LEAMAT II.

A partir do dia 18/07/2022 até o dia 29/08/2022 ocorreram as pesquisas e a elaboração da sequência didática. No dia 05/09/2022 iniciaram as apresentações das aplicações da sequência didática. As aplicações foram concluídas no dia 28/09/2022 e, a partir desta data, as aulas foram voltadas para a elaboração e correção do relatório.

### **2.2 Elaboração da sequência didática**

#### **2.2.1 Planejamento da sequência didática**

Com o intuito de atingir o objetivo geral, que consiste em abordar a função seno de modo a compreender alguns fenômenos periódicos utilizando o software GeoGebra, foi estabelecido os seguintes objetivos específicos:

- A definição da função seno;
- Abordar os senos notáveis;
- Utilizar um applet do gráfico da função seno;
- Apresentar exemplos de fenômenos periódicos;
- Definir período, amplitude e frequência;
- Resolver questões de vestibular;
- Propor atividades investigativas sobre as transformações do gráfico.

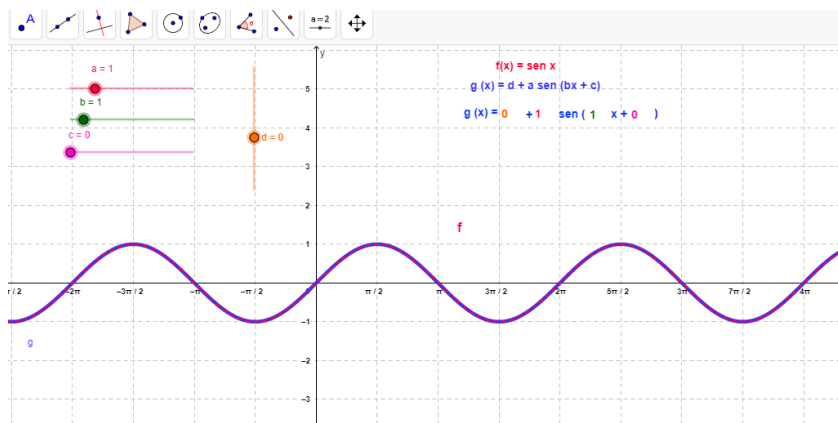
A presente sequência didática está dividida em quatro etapas e foi elaborada para aplicação em uma turma do terceiro ano do ensino médio.

A primeira etapa consiste em apresentar, por meio de slides (Apêndice A), conceitos e definições acerca das razões trigonométricas no triângulo retângulo e ciclo trigonométrico.

Na segunda etapa será feita a introdução da função seno e seu gráfico, apresentando a sua definição e os conceitos de domínio, imagem, período, frequência e amplitude por meio de slides e apostila.

Na terceira etapa será realizada uma atividade investigativa individual, presente na apostila (Apêndice B), de forma que os alunos observem e descrevam as transformações gráficas a partir das variações dos parâmetros da função  $g(x) = d + a \operatorname{sen}(bx + c)$  no applet do GeoGebra projetado no quadro.

Figura 1 – Transformações gráficas no GeoGebra



Fonte: <https://www.geogebra.org/classic/pknpqrbb>

Na primeira questão da atividade 1, por meio da variação do parâmetro  $a$ , o aluno deverá identificar e descrever a mudança na amplitude e na imagem do gráfico em relação ao gráfico da função  $f(x) = \operatorname{sen}(x)$ .

Figura 2 – Questão 1 da atividade de transformações gráficas

**Questão 1.** Movimente o controle deslizante de forma que  $a$  assuma apenas valores positivos e responda as questões.

I. Compare os gráficos  $f(x)$  e  $g(x)$  e escreva o que foi observado.

---



---



---

II. Qual a imagem do gráfico  $g(x)$  quando:

a)  $a = 2$ ? \_\_\_\_\_

b)  $a = 5$ ? \_\_\_\_\_

III. Quais destes elementos foram alterados com a variação do parâmetro  $a$ ?

- ( ) Período
- ( ) Amplitude
- ( ) Imagem
- ( ) Frequência

Fonte: Elaboração própria

Na segunda questão, por meio da variação do parâmetro  $b$ , o aluno deverá identificar e descrever a mudança do período e observar que a frequência varia em relação ao gráfico da função  $f(x)$ .

Figura 3 – Questão 2 da atividade de transformações gráficas

**Questão 2.** Movimente o controle deslizante de forma que  $b$  assumam apenas valores positivos e responda as questões.

I. Compare os gráficos  $f(x)$  e  $g(x)$  e escreva o que foi observado.

---

---

---

II. Qual o período da função  $g(x)$  quando:

a)  $b = 2$ ? \_\_\_\_\_

b)  $b = 4$ ? \_\_\_\_\_

III. Quais destes elementos foram alterados com a variação do parâmetro  $b$ ?

Período

Amplitude

Imagem

Frequência

Fonte: Elaboração própria

Na terceira questão, por meio da variação do parâmetro  $c$ , o aluno deverá identificar e descrever a translação horizontal do gráfico em relação ao gráfico da função  $f(x)$ .

Figura 4 – Questão 3 da atividade de transformações gráficas

**Questão 3.** Movimente o controle deslizante de forma que  $c$  assumam apenas valores positivos e responda as questões.

I. Compare os gráficos  $f(x)$  e  $g(x)$  e escreva o que foi observado.

---

---

II. Qual a imagem do gráfico  $g(x)$  quando

a)  $c = 1$ ? \_\_\_\_\_

b)  $c = 2$ ? \_\_\_\_\_

Fonte: Elaboração própria

Na quarta questão, por meio da variação do parâmetro  $d$ , o aluno deverá identificar e descrever a translação vertical e a mudança da imagem do gráfico em relação ao gráfico da função originária.

Figura 5 – Questão 4 da atividade de transformações gráficas

**Questão 4.** Movimente o controle deslizante de forma que  $d$  assumam apenas valores positivos e responda as questões.

I. Compare os gráficos  $f(x)$  e  $g(x)$  e escreva o que foi observado.

---

---

II. Qual a imagem do gráfico  $g(x)$  quando:

a)  $d = 2$ ? \_\_\_\_\_

b)  $d = 4$ ? \_\_\_\_\_

III. O que ocorre com a imagem da função  $g(x)$  quando o parâmetro  $d$  é alterado?

---

---

IV. Qual a amplitude de  $g(x)$  quando:

a)  $d = 1$ ? \_\_\_\_\_

b)  $d = 2$ ? \_\_\_\_\_

Fonte: Elaboração própria

Na quarta etapa, será apresentada as definições de ondas sonoras, considerando a altura, a intensidade e o timbre, associando esses conceitos com a função seno. Essa etapa será realizada por meio do GeoGebra, visando uma melhor compreensão da relação do som com a função seno. Para melhor fixação do conteúdo, serão propostas duas questões de vestibular com o tema ondas sonoras.

A primeira questão foi adaptada do Enem e aborda as notas musicais, com destaque na escala diatônica. O objetivo com esse exercício é fixar o conceito de altura de ondas sonoras.

Figura 6 – Questão ENEM sobre notas musicais

01- (Enem – Adaptado) As notas musicais podem ser agrupadas de modo a formar um conjunto. Esse conjunto pode formar uma escala musical. Dentre as diversas escalas existentes, a mais difundida é a escala diatônica, que utiliza as notas denominadas dó, ré, mi, fá, sol, lá e si. Essas notas estão organizadas em ordem crescente de alturas sendo a nota dó a mais baixa e a nota si a mais alta.

Considerando uma mesma oitava, a nota si é a que tem menor

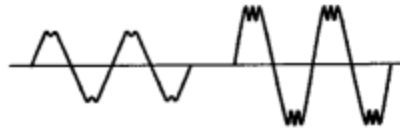
- a) amplitude
- b) frequência
- c) domínio
- d) intensidade
- e) período

Fonte: ENEM 2016

A segunda questão foi selecionada do vestibular da FCMMG que indaga a semelhança entre a forma da onda sonora de dois instrumentos.

Figura 7 – Questão de vestibular sobre onda sonora

02- (FCMMG) A figura mostra a forma da onda sonora de dois instrumentos. As ondas dos dois instrumentos têm em comum

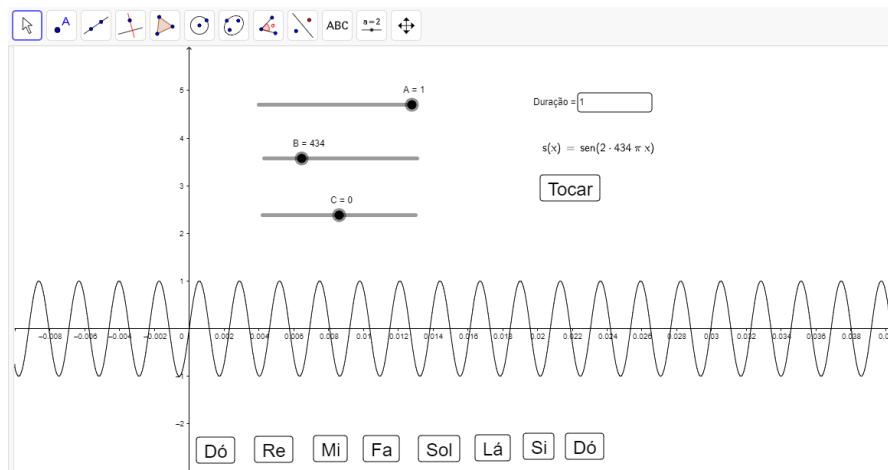


- a) a mesma intensidade
- b) a mesma amplitude
- c) a mesma frequência
- d) o mesmo timbre

Fonte: FCMMG

A aula será finalizada com a apresentação de parte da música Anunciação de Alceu Valença utilizando um applet do GeoGebra, com o objetivo de demonstrar a aplicação de senoides presentes em melodias.

Figura 8 – Applet do GeoGebra de ondas sonoras



Fonte: <https://www.geogebra.org/classic/gmmemymm>

A avaliação da aprendizagem será feita a partir da correção dos exercícios em aula e da identificação de dificuldades durante a realização de toda a sequência didática.

### 2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

No dia 12/09/2022, foi realizada a apresentação da sequência didática sobre a Função Seno e sua aplicação na turma do LEAMAT II. No início da aula, foram entregues aos alunos apostilas, como material de apoio. O desenvolvimento da aula foi guiado por meio de slides seguindo a sequência presente na apostila.

Iniciamos a apresentação a partir dos conceitos de seno e ciclo trigonométrico, com objetivo de recordar esses conteúdos. Em seguida foi abordada a função seno e seu gráfico propondo, após a explicação, uma atividade investigativa referente às transformações gráficas dessa função, utilizando o GeoGebra.

Na atividade investigativa foi observado que, dentre as questões propostas envolvendo os conceitos de imagem, frequência, período e amplitude, os alunos apresentaram dificuldades apenas na identificação da amplitude. Com isso foi necessário retomar a definição de linha de equilíbrio, por meio de exemplos.

Posteriormente, foi apresentado o conteúdo de ondas sonoras e das definições de altura, intensidade e timbre, relacionando com a função seno, utilizando um applet do GeoGebra capaz de emitir som.

Para finalizar a sequência foram propostas duas questões de vestibular sobre ondas sonoras que foram resolvidas juntamente com a turma.

Ao finalizarmos a apresentação da sequência foram sugeridas algumas alterações:

- Na introdução foi recomendado uma mudança na abordagem, visto que os alunos consideraram que foi apresentado de forma acelerada e superficial.
- Foi sugerido uma justificativa mais aprofundada dos sinais do seno nos quadrantes do ciclo trigonométrico.
- Na apresentação do gráfico da função seno, foi sugerido a utilização de exemplos sobre o domínio, a imagem, o período, a frequência e a amplitude. Além disso, foi aconselhado o aprimoramento da explicação acerca do eixo de equilíbrio, o que causou muitas dúvidas.
- Foi proposto usar mais os recursos do GeoGebra, a fim de gerenciar melhor o tempo de aula.

### **3 RELATÓRIO DO LEAMAT III**

#### **3.1 Atividades desenvolvidas**

No dia 22 de novembro de 2022 começaram as aulas do LEAMAT III na linha de pesquisa de álgebra, no qual foi orientado a aplicação do trabalho em uma turma regular. A partir desse dia, foram iniciadas as alterações recomendadas no relatório, nos slides e na apostila após a experimentação na turma do LEAMAT II.

#### **3.2 Elaboração da sequência didática**

##### **3.2.1 Versão final da sequência didática**

A sequência didática apresentada foi elaborada para aplicação presencial, tendo como público-alvo os alunos do Ensino Médio que previamente já tenham estudado função seno e ciclo trigonométrico. Os materiais necessários são os slides (APÊNDICE C), a apostila (APÊNDICE D) e o software GeoGebra como material exploratório. Esses materiais sofreram alterações diante das sugestões dadas durante a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II.

Na apostila, foi extraída uma parte do detalhamento do ciclo trigonométrico (Figura 9), visto que, durante a experimentação na turma, os alunos consideraram que o assunto foi apresentado de forma rápida, com isso, foi sugerido a retirada dessa parte ou o maior detalhamento. Como o objetivo do trabalho é dar ênfase ao estudo da função seno, optou-se por retirar a parte referente ao detalhamento do ciclo trigonométrico.

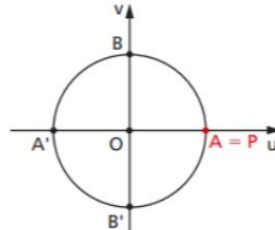


Figura 9 – Detalhamento do ciclo trigonométrico retirado da apostila

Vamos agora associar a cada número real  $x$ , com  $0 \leq x < 2\pi$ , um único ponto  $P$  da circunferência do seguinte modo:

1. se  $x = 0$ , então  $P$  coincide com  $A$

Figura 4 – Arco com  $x = 0$



Fonte: IEZZI, 2013

Fonte: Elaboração própria

Além disso, foi sugerido a utilização de exemplos sobre o domínio, imagem, período, frequência e amplitude.

Figura 10 - Mudança nos slides

**Gráfico da função seno**

- Domínio
- Imagem
- Período
- Frequência
- Amplitude

**Gráfico da função**

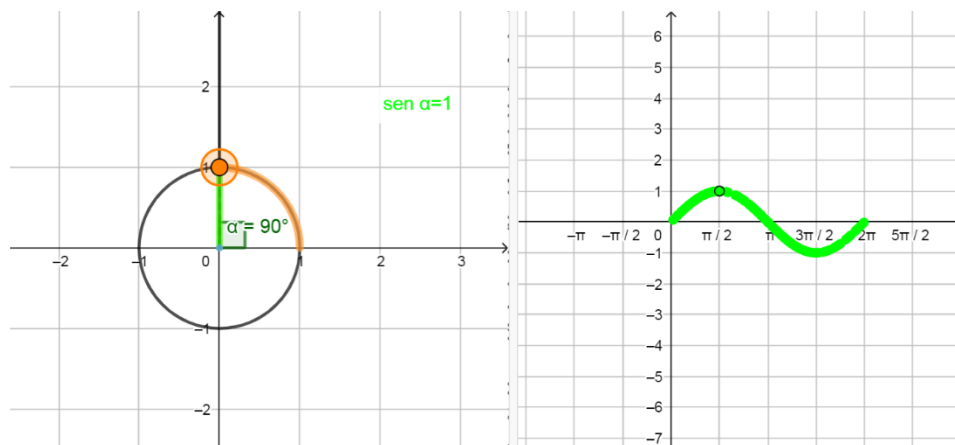
**DOMÍNIO**  
O domínio da função seno é  $\mathbb{R}$ .

**IMAGEM**  
A imagem da função seno dada por  $f(x) = \text{sen } x$  é o intervalo  $[-1, 1]$ .

Fonte: Elaboração própria

Outra mudança sugerida no LEAMAT II foi explorar mais recursos do GeoGebra (Figura 11), a fim de auxiliar na visualização dos alunos.

Figura 11 – Recurso do GeoGebra utilizado



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/cpvym2mk>

O restante da sequência didática não foi alterado, seguindo o planejamento anterior, como aplicado no LEAMAT II.

### 3.2.2 Experimentação da sequência didática na turma regular

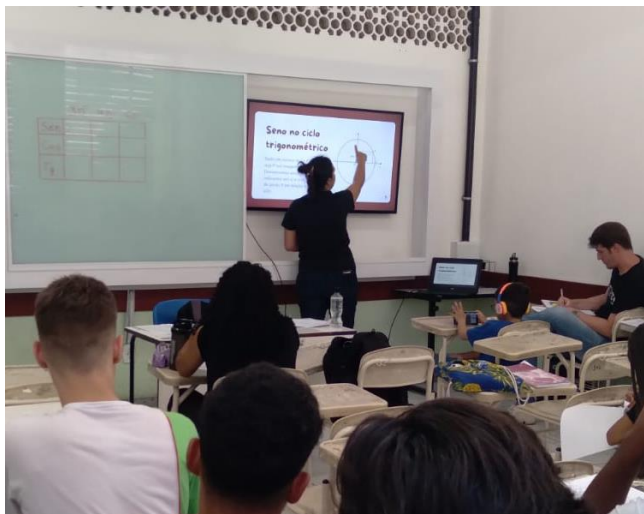
A sequência foi aplicada no dia 03 de março de 2023 em uma turma de segundo ano do Ensino Médio, do Instituto Federal Fluminense, do curso de eletrotécnica, durante dois tempos de 50 minutos da aula de matemática.

Ao chegar na sala de aula, ocorreram problemas técnicos e foi necessário a intervenção do orientador para conseguir projetar os slides. Foi preciso adaptar a aula para a utilização de uma televisão ao invés do projetor, pois havia expectativa de escrever em cima do slide projetado no quadro.

O grupo foi apresentado pelo orientador para a turma e logo foi iniciada a aplicação do trabalho, a partir da explicação dos conceitos de seno e ciclo trigonométrico, realizado no quadro com o objetivo de relembrar essas noções básicas para dar prosseguimento ao conteúdo.

Durante a apresentação, foi realizada uma dinâmica para relembrar o seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis por meio de uma música (Figura 12). Nessa etapa, a turma estava interagindo de forma moderada.

Figura 12 – Apresentação do seno no ciclo trigonométrico

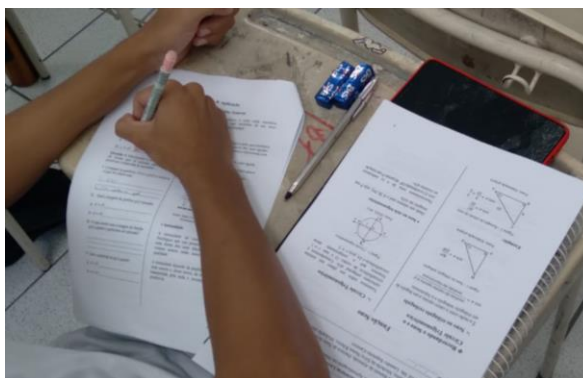


Fonte: Protocolo de pesquisa

Em seguida, foi iniciada uma atividade investigativa para que os alunos exercitassem o que foi trabalhado anteriormente. As perguntas foram feitas oralmente para que eles respondessem. Foi orientado pelo professor responsável anotar no quadro a lei da função e a mudança dos parâmetros, com o objetivo de facilitar a visualização dos alunos.

No início da atividade, os alunos ainda estavam um pouco retraídos, então, como forma de incentivá-los, a cada resposta correta, o aluno que respondesse primeiro era recompensado com um chocolate, o que despertou o entusiasmo e um espírito de competitividade entre eles.

Figura 13 – Atividade investigativa



Fonte: Protocolo de pesquisa

Os estudantes apresentaram dificuldade no conceito de amplitude, considerando a altura entre o ponto máximo e o ponto mínimo da função, sendo necessário retomar esse tópico, semelhante ao ocorrido na aplicação do LEAMAT II.

Além disso, o barulho externo atrapalhou a aula, desconcentrando a turma e dificultando o andamento da apresentação.

Após a atividade, a classe ficou muito agitada e foi necessário a intervenção da professora regular para a continuação da aplicação. A aula foi finalizada com a explicação de ondas sonoras e a relação desse fenômeno com a função seno, por meio das alterações no som a partir das transformações gráficas. Logo em seguida, foram realizados exercícios de vestibular sobre o tema a fim de fixar o conteúdo abordado. Por fim, todos foram recompensados com chocolate.

#### **4 CONCLUSÃO**

O trabalho cumpriu seu objetivo proporcionando aos alunos a compreensão da função seno relacionada a fenômenos periódicos. A aplicação permitiu ao grupo de professores em formação a experiência do primeiro contato com a sala de aula, além da elaboração aprofundada de uma sequência didática.

A aula proporcionou aos alunos uma visão mais ampla da função seno. A experiência foi gratificante pois os alunos compreenderam o conteúdo como planejado. A participação dos alunos favoreceu na aprendizagem e permitiu que a aula tivesse um bom aproveitamento. O grupo observou que o domínio da turma e a postura em frente ao quadro poderiam ser melhorados, visto que essa foi a primeira experiência das licenciandas em sala de aula como professoras.

Em futuras atividades relacionadas ao tema, seria interessante levar os alunos para um laboratório de informática para que eles possam analisar a função e suas transformações por meio das tecnologias digitais, sendo avaliado por meio da participação dos estudantes. Além disso, seria proveitoso ampliar a sequência para outras aplicações da função seno.

A disciplina do LEAMAT permite aos licenciandos uma experiência de elaborar uma aula mais aprofundada, além de proporcionar aos alunos um contato maior com textos acadêmicos, servindo para um amadurecimento profissional.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Andressa Araújo de. As principais dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio no ensino das funções trigonométricas seno e cosseno. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 6. 2019, Fortaleza. **Anais eletrônicos** [...] Fortaleza: CEC, 2019. p. 1-6. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/59269>. Acesso em: 23 abr. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília. MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 23 abr. 2022.

Coleção 6V: - Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2020. 436 p.: il.  
Coleção Ensino Médio 2a série: - Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2021. 534 p.: il.

Dante, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

DENARDI, Vânia Bolzan. Teoria dos Registros de Representação Semiótica: contribuições para a formação de professores de matemática. *In*: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 21., 2017, Pelotas. **Anais eletrônicos** [...]. Pelotas, 2017. p. 1-13. Disponível em: [https://wp.ufpel.edu.br/xxiebrapem/files/2018/10/gd04\\_vania\\_denardi.pdf](https://wp.ufpel.edu.br/xxiebrapem/files/2018/10/gd04_vania_denardi.pdf). Acesso em: 5 maio 2022.

FARIA, Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho; MALTEMPI, Marcus Vinicius. Intradisciplinaridade matemática com GeoGebra na matemática escolar. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 33, p. 348-367, 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/4wqhNhpXpjtVT5jKNhXwNLN/?lang=pt>. Acesso em: 5 maio 2022.

IEZZI, Gelson. C. **Fundamentos da Matemática Elementar: Trigonometria**. 9.ed. v. 3. São Paulo: Atual, 2013.

LEDUR, J. R.; MOLON, G. Aprendizagem significativa da função seno. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 1, n. 2, 2016. DOI: 10.35819/remat2015v1i2id1199. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/1199>. Acesso em: 24 abr. 2022.

MOREIRA, Marco Antonio. Aprendizagem significativa: um conceito subjacente. Aprendizagem Significativa em **Revista/Meaningful Learning Review**, Porto Alegre: UFRGS, v. 1, n. 3, p. 25-46, 2011. Disponível em: [http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo\\_ID16/v1\\_n3\\_a2011.pdf](http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID16/v1_n3_a2011.pdf). Acesso em: 22 abr. 2022.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

NETTO, Scipione Di Pierro; FILHO, Sérgio Orsi. **Quanta: Matemática em Fasciculares para o Ensino Médio**. São Paulo, 2000.

SANTOS, Jonata Souza dos; HOMA, Agostinho Iaquan Ryokit; GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. **Trigonometria no Ensino Médio com a utilização das tecnologias digitais**. In: JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7. 2018, Passo Fundo. **Anais eletrônicos** [...] Passo Fundo: UPF, 2018. p. 1-12. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/326304585\\_TRIGONOMETRIA\\_NO\\_ENSINO\\_MEDIO\\_COM\\_A\\_UTILIZACAO\\_DAS\\_TECNOLOGIAS\\_DIGITAIS](https://www.researchgate.net/publication/326304585_TRIGONOMETRIA_NO_ENSINO_MEDIO_COM_A_UTILIZACAO_DAS_TECNOLOGIAS_DIGITAIS). Acesso em: 25 abr. 2022.

Campos dos Goytacazes (RJ), \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2021.

---

---

---

---

---



# APÊNDICES

# **Apêndice A: Slides utilizados na turma do LEAMAT II**

# Aplicações da Função Seno

Grupo: Ana Laura Barreto, Danúcia Sales, Kathelyn Codeço, Michelle da Silva, Mickaella dos Santos



## Sumário

1 Relembrando o Seno e o Círculo Trigonométrico.....	03
1.1 Seno no triângulo retângulo.....	03
1.2 Círculo Trigonométrico.....	05
1.2.1 Seno no ciclo trigonométrico.....	07
1.2.2 Senos notáveis.....	08
1.2.3 Sinais do seno em um arco trigonométrico.....	09
2 Função seno.....	10
2.1 Definição.....	10
2.2 Gráfico da função.....	11
2.3 Transformações gráficas da função seno.....	12
3 Aplicação.....	13
3.1 Ondas Sonoras.....	13
3.2 Exercícios.....	15
Referências.....	17

## 1. Relembrando o Seno e o Círculo Trigonométrico

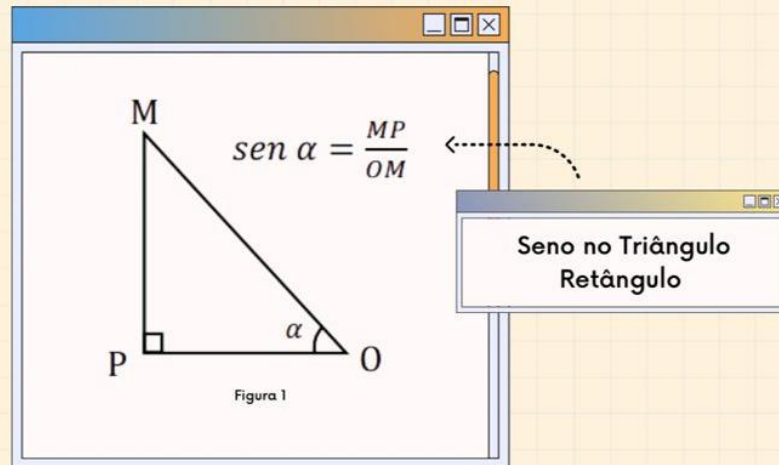
### Seno no Triângulo Retângulo

É a razão entre o cateto oposto a um ângulo de um triângulo retângulo e a hipotenusa.

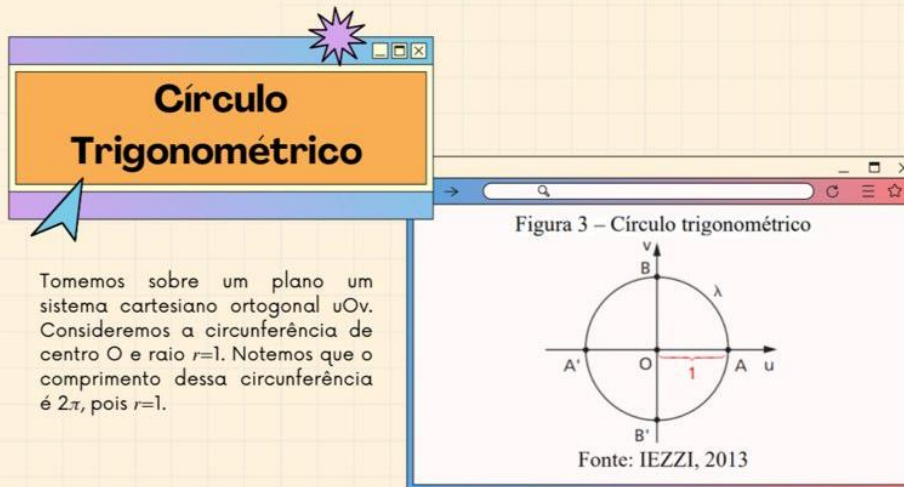
É calculado usando:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$$

Observando a imagem:



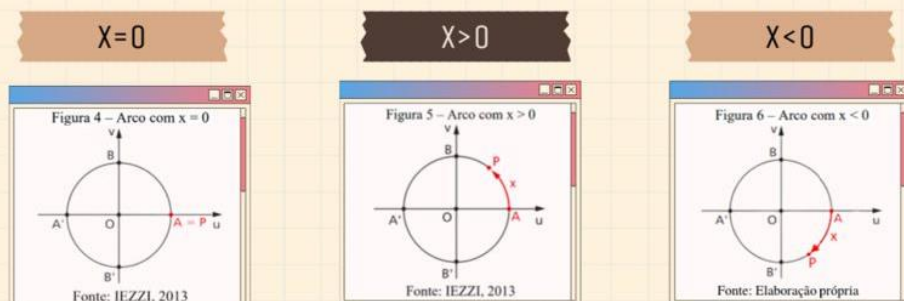
4



5

## Círculo trigonométrico

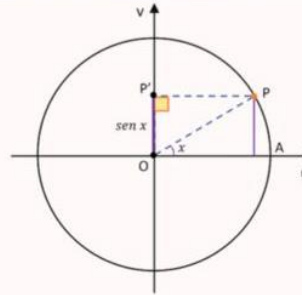
Vamos agora associar a cada número real  $x$ , com  $0 \leq x < 2\pi$ , um único ponto  $P$  da circunferência do seguinte modo:



6

## Seno no Ciclo Trigonométrico

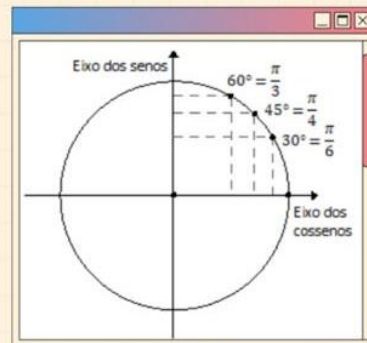
Dado um número real  $x$ , seja  $P$  sua imagem no ciclo. Denominamos seno de  $x$  (e indicamos  $\text{sen } x$ ) a ordenada  $OP'$  do ponto  $P$  em relação ao sistema  $uOv$ .



7

## Senos Notáveis

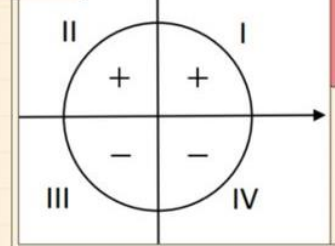
Ângulo	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$



8

Levando em consideração o plano cartesiano com o centro da circunferência no ponto  $(0,0)$ , temos que o seno é positivo no 1º e 2º quadrantes e negativo no 3º e 4º quadrantes.

## Sinais do seno em um arco trigonométrico



9

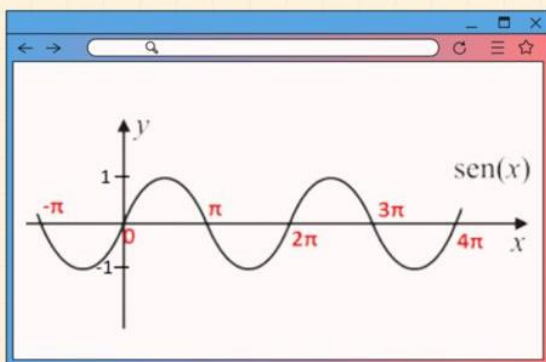
## Função Seno

**Definição:** A função trigonométrica seno é a função real de variável real que associa a cada real  $x$  o valor  $\text{sen } x$ , ou seja

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \rightarrow f(x) = \text{sen } x \text{ ou } y = \text{sen } x$$

10

## Gráfico da função seno

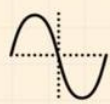


- Domínio
- Imagem
- Período
- Frequência
- Amplitude

11

GeoGebra

12



### 3. Aplicação Ondas Sonoras

É uma onda mecânica e longitudinal.

#### ALCURA



Som baixo (grave)



Som alto (agudo)

#### INTENSIDADE

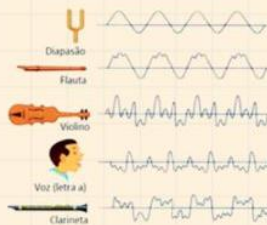


Som forte



Som fraco

#### TIMBRE



13



14

## Exercícios

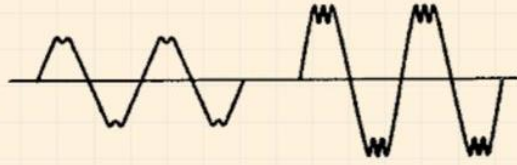
(Enem – Adaptado) As notas musicais podem ser agrupadas de modo a formar um conjunto. Esse conjunto pode formar uma escala musical. Dentre as diversas escalas existentes, a mais difundida é a escala diatônica, que utiliza as notas denominadas dó, ré, mi, fá, sol, lá e si. Essas notas estão organizadas em ordem crescente de alturas sendo a nota dó a mais baixa e a nota si a mais alta.

Considerando uma mesma oitava, a nota si é a que tem menor

- a) amplitude
- b) frequência
- c) domínio
- d) intensidade
- e) período

## Exercícios

(FCMMG) A figura mostra a forma da onda sonora de dois instrumentos. As ondas dos dois instrumentos têm em comum



- a) a mesma intensidade      c) a mesma frequência  
b) a mesma amplitude      d) o mesmo timbre

## Referências

- Coleção 6V: - Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2020. 436 p.: il.  
Coleção Ensino Médio 2ª série: - Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2021. 534 p.: il.  
Dante, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações: Ensino Médio. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.  
IEZZI, Gelson. C. Fundamentos da Matemática Elementar: Trigonometria. 9.ed. v. 3. São Paulo: Atual, 2013.  
NETTO, Scipione Di Pierro; FILHO, Sérgio Orsi. Quanta: Matemática em Fasciculares para o Ensino Médio. São Paulo, 2000.



## **Apêndice B: Apostila aplicada na turma do LEAMAT II**

**Diretoria de Ensino Superior das Licenciaturas Licenciatura em Matemática**

**Disciplina:** Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

**Linha de Pesquisa:** Álgebra

**Licenciandos:** Ana Laura Barreto de Almeida, Danúsia de Sales Sebastião Marques, Kathelyn Codeço Fidelis Cordeiro, Michelle da Silva Nunes Ribeiro, Mickaella dos Santos Pessanha.

**Orientador:** Prof. Me. Leandro Sopeletto Carreiro

**Aluno:** \_\_\_\_\_

**Data:** \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

## Função Seno

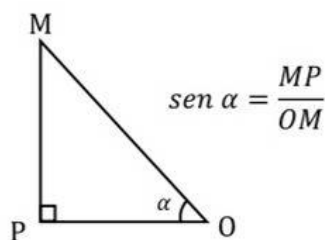
### ❖ Recordando o Seno e o Círculo Trigonométrico

#### ↳ Seno no triângulo retângulo

É a razão entre o cateto oposto a um ângulo de um triângulo retângulo e a hipotenusa.

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$$

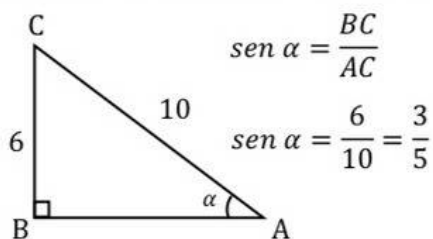
Figura 1 – Seno no triângulo retângulo



Fonte: Elaboração própria

#### Exemplo:

Figura 2 – Exemplo de cálculo do seno

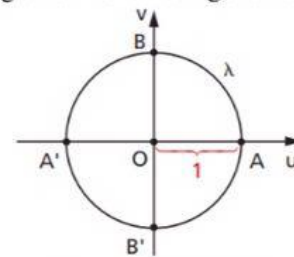


Fonte: Elaboração própria

#### ↳ Círculo Trigonométrico

Tomemos sobre um plano um sistema cartesiano ortogonal uOv. Consideremos a circunferência de centro O e raio  $r = 1$ . Notemos que o comprimento dessa circunferência é  $2\pi$ , pois  $r = 1$ .

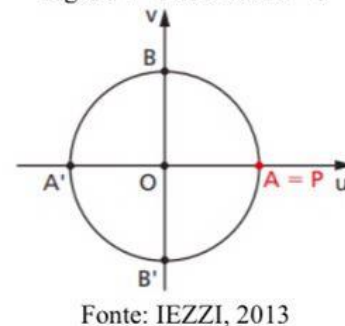
Figura 3 – Círculo trigonométrico



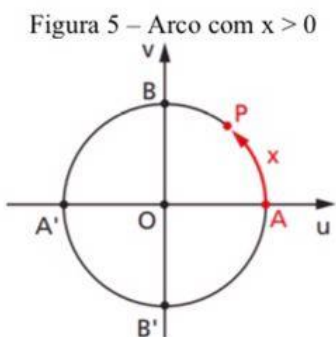
Vamos agora associar a cada número real  $x$ , com  $0 \leq x < 2\pi$ , um único ponto P da circunferência do seguinte modo:

1. se  $x = 0$ , então P coincide com A

Figura 4 – Arco com  $x = 0$

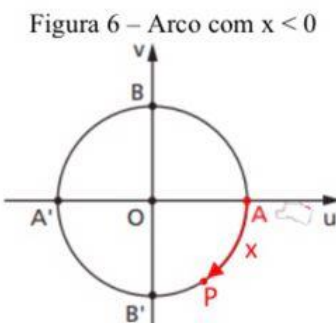


2. se  $x > 0$ , então realizamos a partir de A um percurso de comprimento  $x$ , no sentido anti-horário, e marcamos P como ponto final do percurso.



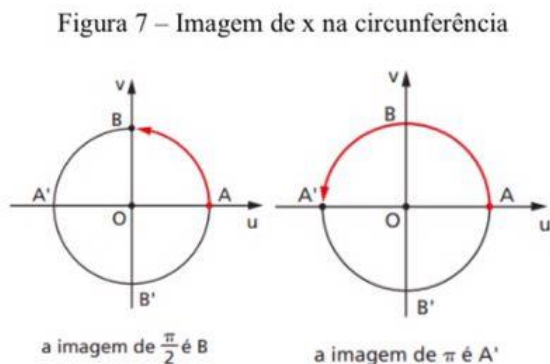
Fonte: IEZZI, 2013

3. se  $x < 0$ , então realizamos a partir de A um percurso de comprimento  $x$ , no sentido horário, e marcamos P como ponto final do percurso.



Fonte: Elaboração própria

Se o ponto P está associado ao número  $x$ , dizemos que P é a imagem de  $x$  na circunferência. Assim, por exemplo, temos:



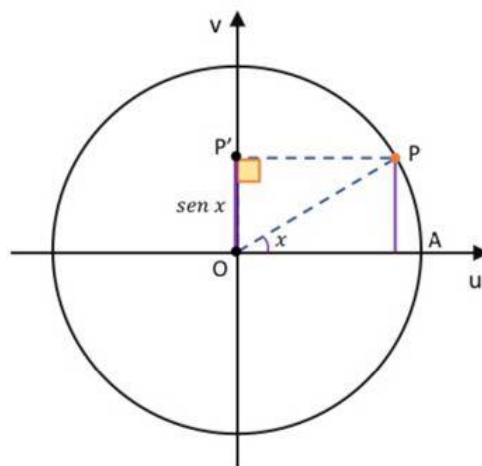
Fonte: IEZZY, 2013

### • Seno no ciclo trigonométrico

Dado um número real  $x \in [0, 2\pi]$ , seja P sua imagem no ciclo.

Denominamos seno de  $x$  (e indicamos  $\text{sen } x$ ) a ordenada  $OP'$  do ponto P em relação ao sistema  $uOv$ .

Figura 5 – Seno no ciclo trigonométrico



Fonte: Elaboração própria

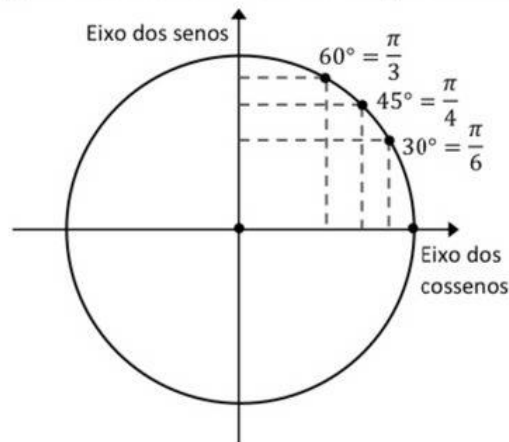
### • Senos notáveis

Tabela 1 – Senos notáveis

Ângulo	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Fonte: Elaboração própria

Figura 6 – Senos notáveis no arco trigonométrico

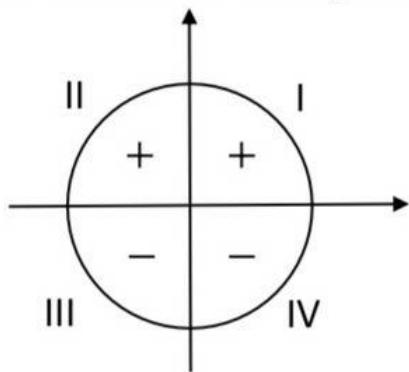


Fonte: Elaboração própria

• **Sinais do seno em um arco trigonométrico**

Levando em consideração o plano cartesiano com o centro da circunferência no ponto (0,0), temos que o seno é positivo no 1º e 2º quadrantes e negativo no 3º e 4º quadrantes.

Figura 7 – Sinais do seno no arco trigonométrico



Fonte: Elaboração própria

❖ **Função Seno**

↳ **Definição**

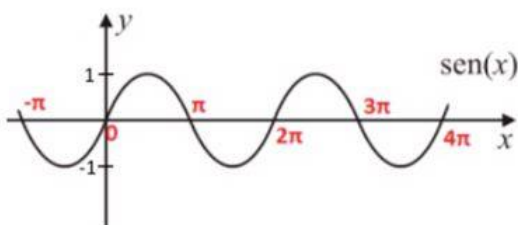
A função trigonométrica seno é a função real de variável real que associa a cada real  $x$  o valor  $\text{sen } x$ , ou seja

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow f(x) = \text{sen } x \text{ ou } y = \text{sen } x$$

↳ **Gráfico da função**

Gráfico 1 – Gráfico da função seno



Fonte: <https://xdocs.com.br/doc/matematica-volumes-2-ano-ensino-medio-xn4k7q9p7eoj>

• **Domínio**

O domínio da função seno é  $\mathbb{R}$ .

• **Imagem**

A imagem da função seno dada por  $f(x) = \text{sen } x$  é o intervalo  $[-1, 1]$ , isto é,  $-1 \leq \text{sen } x \leq 1$ , para todo  $x$  real.

• **Período**

Uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  chama-se periódica quando existe um número  $p \neq 0$  tal que  $f(x + p) = f(x)$  para todo  $t \in \mathbb{R}$ .

Observando o gráfico da função seno, nota-se que a função repete periodicamente seus valores nos intervalos  $\dots, [-2\pi, 0], [0, 2\pi], [2\pi, 4\pi], \dots$ . Dessa forma, conclui-se que o período da função seno é  $2\pi$ .

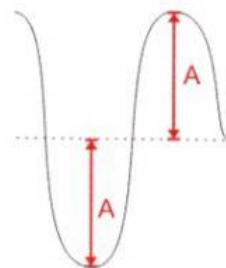
• **Frequência**

A frequência da onda caracteriza o número de oscilações completas do sistema numa determinada unidade de tempo.

• **Amplitude**

É a distância que vai da linha de equilíbrio até o ponto máximo ou mínimo da função seno, ou seja, corresponde ao afastamento máximo de cada ponto do meio em relação à posição de equilíbrio.

Figura 8 – Amplitude



Fonte:

<https://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatoria/Ondas/classificacao2.php>

↳ **Transformações gráficas da função seno**

### Atividade 1 – Usando o GeoGebra

Considerando  $f(x) = \text{sen } x$ , gráfico em vermelho, e  $g(x) = d + a \text{sen}(bx + c)$ , gráfico em azul.

**Questão 1.** Movimente o controle deslizante de forma que  $a$  assumam apenas valores positivos e responda as questões.

I. Compare os gráficos  $f(x)$  e  $g(x)$  e escreva o que foi observado.

---

---

---

II. Qual a imagem do gráfico  $g(x)$  quando:

a)  $a = 2$ ? \_\_\_\_\_

b)  $a = 5$ ? \_\_\_\_\_

III. Quais destes elementos foram alterados com a variação do parâmetro  $a$ ?

( ) Período

( ) Amplitude

( ) Imagem

( ) Frequência

**Questão 2.** Movimente o controle deslizante de forma que  $b$  assumam apenas valores positivos e responda as questões.

I. Compare os gráficos  $f(x)$  e  $g(x)$  e escreva o que foi observado.

---

---

---

II. Qual o período da função  $g(x)$  quando:

a)  $b = 2$ ? \_\_\_\_\_

b)  $b = 4$ ? \_\_\_\_\_

III. Quais destes elementos foram alterados com a variação do parâmetro  $b$ ?

( ) Período

( ) Amplitude

( ) Imagem

( ) Frequência

**Questão 3.** Movimente o controle deslizante de forma que  $c$  assumam apenas valores positivos e responda as questões.

I. Compare os gráficos  $f(x)$  e  $g(x)$  e escreva o que foi observado.

---

---

---

II. Qual a imagem do gráfico  $g(x)$  quando

a)  $c = 1$ ? \_\_\_\_\_

b)  $c = 2$ ? \_\_\_\_\_

**Questão 4.** Movimente o controle deslizante de forma que  $d$  assumam apenas valores positivos e responda as questões.

I. Compare os gráficos  $f(x)$  e  $g(x)$  e escreva o que foi observado.

---

---

---

II. Qual a imagem do gráfico  $g(x)$  quando:

a)  $d = 2$ ? \_\_\_\_\_

b)  $d = 4$ ? \_\_\_\_\_

III. O que ocorre com a imagem da função  $g(x)$  quando o parâmetro  $d$  é alterado?

---

---

---

IV. Qual a amplitude de  $g(x)$  quando:

a)  $d = 1$ ? \_\_\_\_\_

b)  $d = 2$ ? \_\_\_\_\_

## ❖ Aplicação

### ↳ Ondas Sonoras

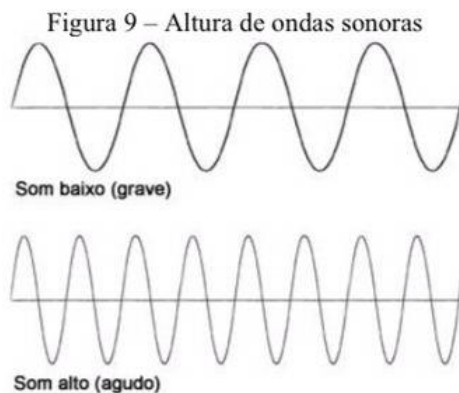
A onda sonora é uma onda mecânica, longitudinal, que necessita de um meio material para se propagar.

#### • Altura

É a qualidade fisiológica pela qual podemos diferenciar os sons graves dos sons agudos. A altura é uma característica relacionada com a frequência ( $f$ ).

Som mais alto  $\Rightarrow f$  maior  $\Rightarrow$  mais agudo.

Som mais baixo  $\Rightarrow f$  menor  $\Rightarrow$  mais grave.



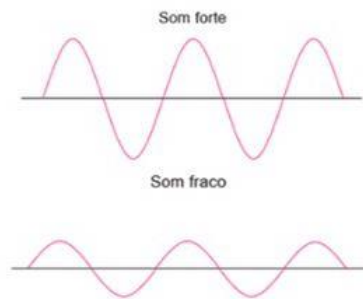
Fonte: <https://www.explicatorium.com/cfq-8/caracteristicas-do-som.html>

#### • Intensidade

A intensidade do som é a qualidade fisiológica que nos permite diferenciar os sons fortes dos sons fracos. O nível ou volume sonoro estão associados a essa qualidade.

A intensidade depende da amplitude ( $A$ ) da onda sonora e, dessa forma, da energia ( $E$ ) transportada pela onda e necessária para produzi-la.

Figura 9 – Intensidade de ondas sonoras

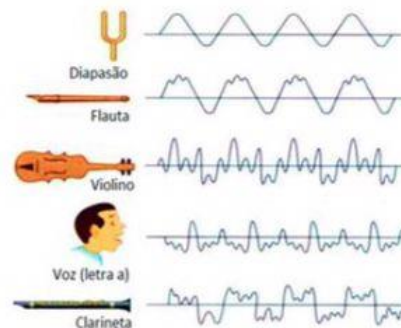


Fonte:  
<https://querobolsa.com.br/enem/fisica/ondas-sonoras>

#### • Timbre

O timbre do som é a qualidade fisiológica que nos permite distinguir sons provenientes de diferentes fontes sonoras. Ele está relacionado a forma da onda sonora resultante.

Figura 10 – Timbre



Fonte:  
<https://www.institutoclaro.org.br/educacao/para-ensinar/planos-de-aula/ondas-sonoras/>

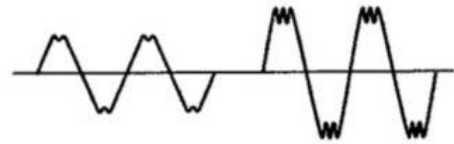
### Atividade 2 – Utilizando o GeoGebra

01- (Enem – Adaptado) As notas musicais podem ser agrupadas de modo a formar um conjunto. Esse conjunto pode formar uma escala musical. Dentre as diversas escalas existentes, a mais difundida é a escala diatônica, que utiliza as notas denominadas dó, ré, mi, fá, sol, lá e si. Essas notas estão organizadas em ordem crescente de alturas sendo a nota dó a mais baixa e a nota si a mais alta.

Considerando uma mesma oitava, a nota si é a que tem menor

- a) amplitude
- b) frequência
- c) domínio
- d) intensidade
- e) período

02- (FCMMG) A figura mostra a forma da onda sonora de dois instrumentos. As ondas dos dois instrumentos têm em comum



- a) a mesma intensidade
- b) a mesma amplitude
- c) a mesma frequência
- d) o mesmo timbre

## REFERÊNCIAS

Coleção 6V: - Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2020. 436 p.: il.

Coleção Ensino Médio 2ª série: - Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2021. 534 p.: il.

Dante, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações: Ensino Médio. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

IEZZI, Gelson. C. Fundamentos da Matemática Elementar: Trigonometria. 9.ed. v. 3. São Paulo: Atual, 2013.

NETTO, Scipione Di Pierro; FILHO, Sérgio Orsi. Quanta: Matemática em Fasciculares para o Ensino Médio. São Paulo, 2000.

## **Apêndice C: Slides utilizados na turma do LEAMAT III**





# Aplicações da função seno

Grupo: Ana Laura Barreto, Danúsia Sales, Kathelyn Codeço,  
Michelle da Silva, Mickaella dos Santos.

## Sumário

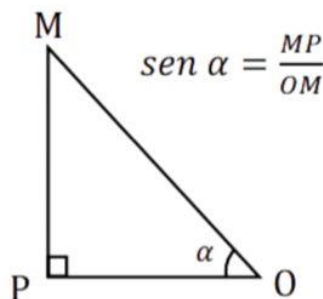


Relembrando o Seno e o Círculo Trigonométrico	
Seno no triângulo retângulo.....	03
Círculo Trigonométrico.....	04
Seno no ciclo trigonométrico.....	05
Senos notáveis.....	06
Sinais do seno em um arco trigonométrico.....	07
Função seno.....	08
Definição.....	08
Gráfico da função.....	09
Transformações gráficas da função seno.....	12
Aplicação.....	13
Ondas Sonoras.....	13
Exercícios.....	14
Referências.....	16

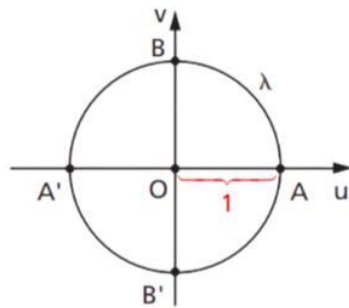
## Seno no triângulo retângulo

É a razão entre o cateto oposto a um ângulo de um triângulo retângulo e a hipotenusa.

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$$



## Círculo Trigonométrico



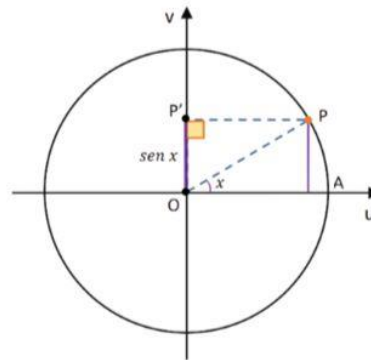
Tomemos sobre um plano um sistema cartesiano ortogonal  $uOv$ . Consideremos a circunferência de centro  $O$  e raio  $r=1$ . Notemos que o comprimento dessa circunferência é  $2\pi$ , pois  $r=1$ .

4

## Seno no ciclo trigonométrico

Dado um número real  $x$ , seja  $P$  sua imagem no ciclo.

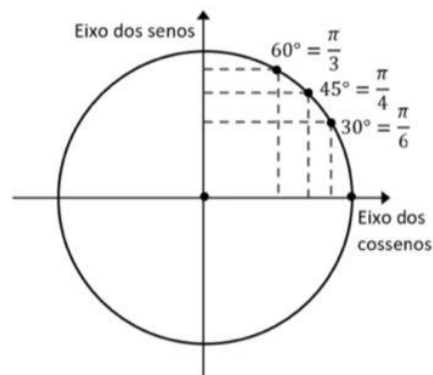
Denominamos seno de  $x$  (e indicamos  $\text{sen } x$ ) a ordenada  $OP'$  do ponto  $P$  em relação ao sistema  $uOv$ .



5

## Senos Notáveis

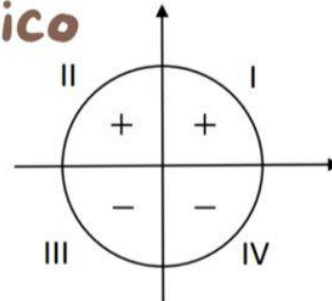
Ângulo	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$



6

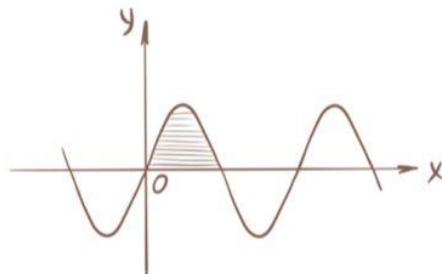
## Sinais do seno em um arco trigonométrico

Levando em consideração o plano cartesiano com o centro da circunferência no ponto  $(0,0)$ , temos que o seno é positivo no 1° e 2° quadrantes e negativo no 3° e 4° quadrantes.



7

## Função seno



**Definição:** A função trigonométrica seno é a função real de variável real que associa a cada real  $x$  o valor  $\text{sen } x$ , ou seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow f(x) = \text{sen } x \text{ ou } y = \text{sen } x$$

8

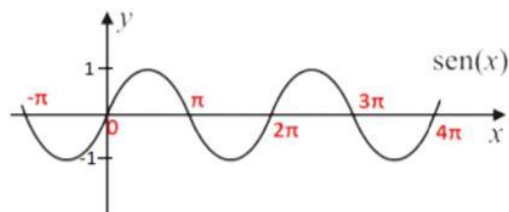
## Gráfico da função

### DOMÍNIO

O domínio da função seno é  $\mathbb{R}$ .

### IMAGEM

A imagem da função seno dada por  $f(x) = \text{sen } x$  é o intervalo  $[-1, 1]$ .



9

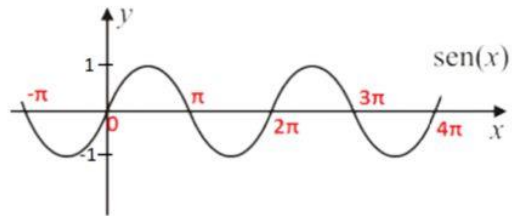
## Gráfico da função

### PERÍODO

O período da função seno é  $2\pi$ .

### FREQUÊNCIA

A frequência da onda caracteriza o número de oscilações completas do sistema numa determinada unidade de tempo.

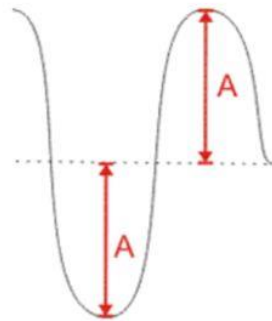


10

## Gráfico da função

### AMPLITUDE

É a distância que vai da linha de equilíbrio até o ponto máximo ou mínimo da função seno, ou seja, corresponde ao afastamento máximo de cada ponto do meio em relação à posição de equilíbrio.



11

## Transformações gráficas

Considerando  $f(x) = \text{sen } x$ , gráfico em vermelho, e  $g(x) = d + a \text{sen}(bx + c)$ , gráfico em azul.

GeoGebra

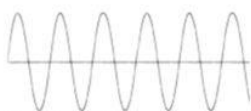
12

# Ondas Sonoras

## ALTURA



Som baixo (grave)



Som alto (agudo)

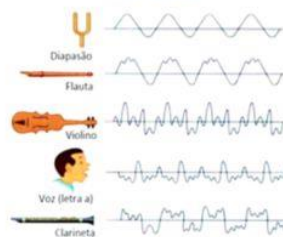
## INTENSIDADE



Som forte

Som fraco

## TIMBRE



Diapasão

Flauta

Violino

Voz (letra a)

Clarineta

13

## Exercícios

(Enem – Adaptado) As notas musicais podem ser agrupadas de modo a formar um conjunto. Esse conjunto pode formar uma escala musical. Dentre as diversas escalas existentes, a mais difundida é a escala diatônica, que utiliza as notas denominadas dó, ré, mi, fá, sol, lá e si. Essas notas estão organizadas em ordem crescente de alturas sendo a nota dó a mais baixa e a nota si a mais alta.

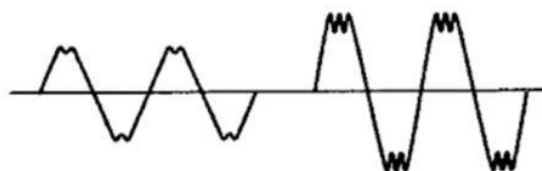
Considerando uma mesma oitava, a nota si é a que tem menor

- a) amplitude
- b) frequência
- c) domínio
- d) intensidade
- e) período

14

## Exercícios

(FCMMG) A figura mostra a forma da onda sonora de dois instrumentos. As ondas dos dois instrumentos têm em comum



- a) a mesma intensidade
- b) a mesma amplitude
- c) a mesma frequência
- d) o mesmo timbre

15

# Referências

Coleção 6V: - Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2020. 436 p.: il.

Coleção Ensino Médio 2ª série: - Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2021. 534 p.: il.

Dante, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações: Ensino Médio. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

IEZZI, Gelson. C. Fundamentos da Matemática Elementar: Trigonometria. 9.ed. v. 3. São Paulo: Atual, 2013.

NETTO, Scipione Di Piero; FILHO, Sérgio Orsi. Quanta: Matemática em Fasciculares para o Ensino Médio. São Paulo, 2000.

## **Apêndice D: Apostila aplicada na turma do LEAMAT III**

**Diretoria de Ensino Superior das Licenciaturas Licenciatura em Matemática**

**Disciplina:** Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

**Linha de Pesquisa:** Álgebra

**Licenciandos:** Ana Laura Barreto de Almeida, Danúsia de Sales Sebastião Marques, Kathelyn Codeço Fidelis Cordeiro, Michelle da Silva Nunes Ribeiro, Mickaella dos Santos Pessanha.

**Orientador:** Prof. Me. Leandro Sopoletto Carreiro

**Aluno:** \_\_\_\_\_

**Data:** \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

## Função Seno

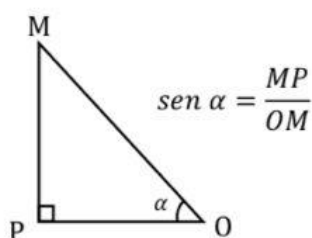
### ❖ Recordando o Seno e o Círculo Trigonométrico

#### ↳ Seno no triângulo retângulo

É a razão entre o cateto oposto a um ângulo de um triângulo retângulo e a hipotenusa.

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$$

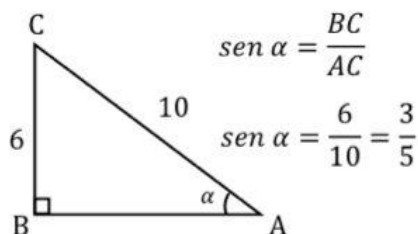
Figura 1 – Seno no triângulo retângulo



Fonte: Elaboração própria

#### Exemplo:

Figura 2 – Exemplo de cálculo do seno

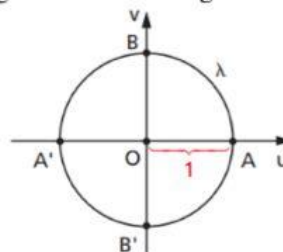


Fonte: Elaboração própria

#### ↳ Círculo Trigonométrico

Tomemos sobre um plano um sistema cartesiano ortogonal  $uOv$ . Consideremos a circunferência de centro  $O$  e raio  $r = 1$ . Notemos que o comprimento dessa circunferência é  $2\pi$ , pois  $r = 1$ .

Figura 3 – Círculo trigonométrico



Fonte: IEZZI, 2013

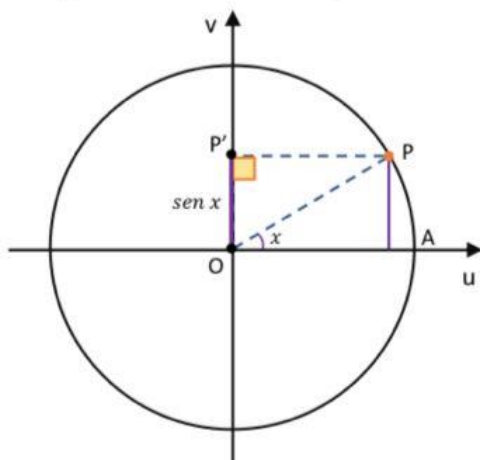
#### • Seno no ciclo trigonométrico

Dado um número real  $x \in [0, 2\pi]$ , seja  $P$  sua imagem no ciclo.

Denominamos seno de  $x$  (e indicamos  $\text{sen } x$ ) a ordenada  $OP'$  do ponto  $P$  em relação ao sistema  $uOv$ .



Figura 5 – Seno no ciclo trigonométrico



Fonte: Elaboração própria

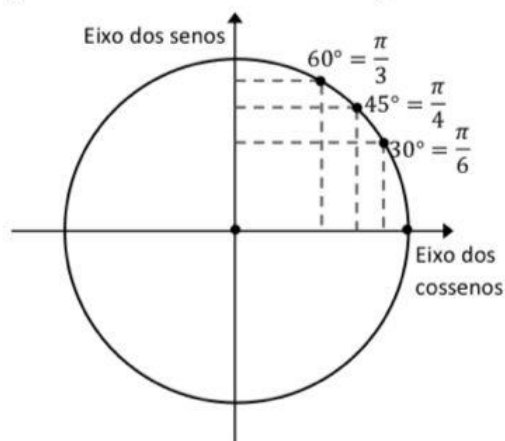
• **Senos notáveis**

Tabela 1 – Senos notáveis

Ângulo	30°	45°	60°
Senos	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Fonte: Elaboração própria

Figura 6 – Senos notáveis no arco trigonométrico

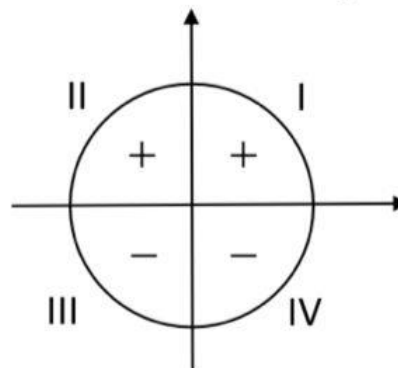


Fonte: Elaboração própria

• **Sinais do seno em um arco trigonométrico**

Levando em consideração o plano cartesiano com o centro da circunferência no ponto (0,0), temos que o seno é positivo no 1º e 2º quadrantes e negativo no 3º e 4º quadrantes.

Figura 7 – Sinais do seno no arco trigonométrico



Fonte: Elaboração própria

❖ **Função Seno**

↳ **Definição**

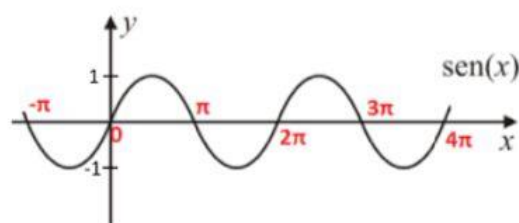
A função trigonométrica seno é a função real de variável real que associa a cada real  $x$  o valor  $sen x$ , ou seja

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow f(x) = sen x \text{ ou } y = sen x$$

↳ **Gráfico da função**

Gráfico 1 – Gráfico da função seno



Fonte: <https://xdocs.com.br/doc/matematica-volumes-2-ano-ensino-medio-xn4k7q9p7eoj>

• **Domínio**

O domínio da função seno é  $\mathbb{R}$ .

• **Imagem**

A imagem da função seno dada por  $f(x) = sen x$  é o intervalo  $[-1, 1]$ , isto é,  $-1 \leq sen x \leq 1$ , para todo  $x$  real.

### • Período

Uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  chama-se periódica quando existe um número  $p \neq 0$  tal que  $f(x + p) = f(x)$  para todo  $t \in \mathbb{R}$ .

Observando o gráfico da função seno, nota-se que a função repete periodicamente seus valores nos intervalos  $\dots, [-2\pi, 0], [0, 2\pi], [2\pi, 4\pi], \dots$ . Dessa forma, conclui-se que o período da função seno é  $2\pi$ .

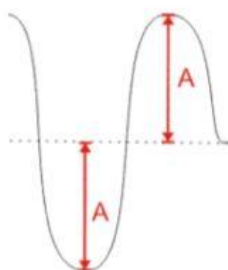
### • Frequência

A frequência da onda caracteriza o número de oscilações completas do sistema numa determinada unidade de tempo.

### • Amplitude

É a distância que vai da linha de equilíbrio até o ponto máximo ou mínimo da função seno, ou seja, corresponde ao afastamento máximo de cada ponto do meio em relação à posição de equilíbrio.

Figura 8 – Amplitude



Fonte:

<https://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatoria/Ondas/classificacao2.php>

## ↳ Transformações gráficas da função seno

### Atividade 1 – Usando o GeoGebra

Considerando  $f(x) = \text{sen } x$ , gráfico em vermelho, e  $g(x) = d + a \text{sen}(bx + c)$ , gráfico em azul.

**Questão 1.** Movimente o controle deslizante de forma que  $a$  assumia apenas valores positivos e responda as questões.

I. Compare os gráficos  $f(x)$  e  $g(x)$  e escreva o que foi observado.

---

---

---

II. Qual a imagem do gráfico  $g(x)$  quando:

a)  $a = 2$ ? \_\_\_\_\_

b)  $a = 5$ ? \_\_\_\_\_

III. Quais destes elementos foram alterados com a variação do parâmetro  $a$ ?

( ) Período

( ) Amplitude

( ) Imagem

( ) Frequência

**Questão 2.** Movimente o controle deslizante de forma que  $b$  assumia apenas valores positivos e responda as questões.

I. Compare os gráficos  $f(x)$  e  $g(x)$  e escreva o que foi observado.

---

---

---

II. Qual o período da função  $g(x)$  quando:

a)  $b = 2$ ? \_\_\_\_\_

b)  $b = 4$ ? \_\_\_\_\_

III. Quais destes elementos foram alterados com a variação do parâmetro  $b$ ?

( ) Período

( ) Amplitude

( ) Imagem

( ) Frequência

**Questão 3.** Movimente o controle deslizante de forma que  $c$  assuma apenas valores positivos e responda as questões.

I. Compare os gráficos  $f(x)$  e  $g(x)$  e escreva o que foi observado.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

II. Qual a imagem do gráfico  $g(x)$  quando

a)  $c = 1$ ? \_\_\_\_\_

b)  $c = 2$ ? \_\_\_\_\_

**Questão 4.** Movimente o controle deslizante de forma que  $d$  assuma apenas valores positivos e responda as questões.

I. Compare os gráficos  $f(x)$  e  $g(x)$  e escreva o que foi observado.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

II. Qual a imagem do gráfico  $g(x)$  quando:

a)  $d = 2$ ? \_\_\_\_\_

b)  $d = 4$ ? \_\_\_\_\_

III. O que ocorre com a imagem da função  $g(x)$  quando o parâmetro  $d$  é alterado?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

IV. Qual a amplitude de  $g(x)$  quando:

a)  $d = 1$ ? \_\_\_\_\_

b)  $d = 2$ ? \_\_\_\_\_

## ❖ Aplicação

### ↳ Ondas Sonoras

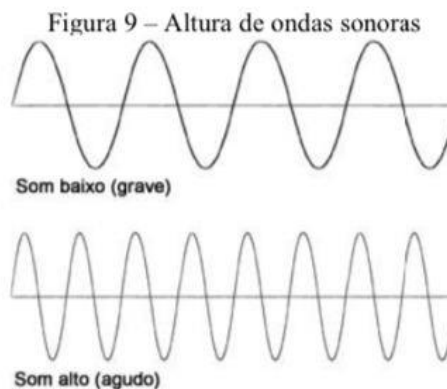
A onda sonora é uma onda mecânica, longitudinal, que necessita de um meio material para se propagar.

#### • Altura

É a qualidade fisiológica pela qual podemos diferenciar os sons graves dos sons agudos. A altura é uma característica relacionada com a frequência ( $f$ ).

Som mais alto  $\Rightarrow f$  maior  $\Rightarrow$  mais agudo.

Som mais baixo  $\Rightarrow f$  menor  $\Rightarrow$  mais grave.



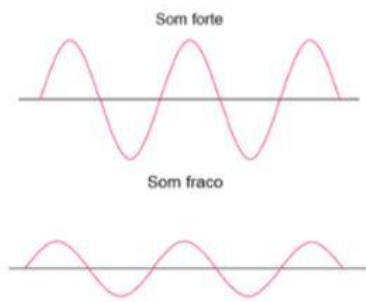
Fonte: <https://www.explicatorium.com/cfq-8/caracteristicas-do-som.html>

#### • Intensidade

A intensidade do som é a qualidade fisiológica que nos permite diferenciar os sons fortes dos sons fracos. O nível ou volume sonoro estão associados a essa qualidade.

A intensidade depende da amplitude ( $A$ ) da onda sonora e, dessa forma, da energia ( $E$ ) transportada pela onda e necessária para produzi-la.

Figura 9 – Intensidade de ondas sonoras

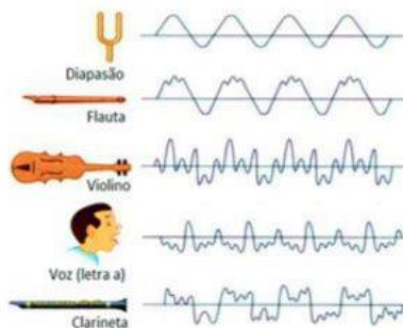


Fonte:  
<https://querobolsa.com.br/enem/fisica/ondas-sonoras>

### • Timbre

O timbre do som é a qualidade fisiológica que nos permite distinguir sons provenientes de diferentes fontes sonoras. Ele está relacionado a forma da onda sonora resultante.

Figura 10 – Timbre



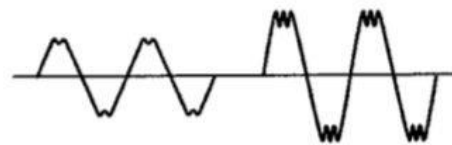
Fonte:  
<https://www.institutoclaro.org.br/educacao/para-ensinar/planos-de-aula/ondas-sonoras/>

### Atividade 2 – Utilizando o GeoGebra

01- (Enem – Adaptado) As notas musicais podem ser agrupadas de modo a formar um conjunto. Esse conjunto pode formar uma escala musical. Dentre as diversas escalas existentes, a mais difundida é a escala diatônica, que utiliza as notas denominadas dó, ré, mi, fá, sol, lá e si. Essas notas estão organizadas em ordem crescente de alturas sendo a nota dó a mais baixa e a nota si a mais alta. Considerando uma mesma oitava, a nota si é a que tem menor

- a) amplitude
- b) frequência
- c) domínio
- d) intensidade
- e) período

02- (FCMMG) A figura mostra a forma da onda sonora de dois instrumentos. As ondas dos dois instrumentos têm em comum



- a) a mesma intensidade
- b) a mesma amplitude
- c) a mesma frequência
- d) o mesmo timbre

### REFERÊNCIAS

Coleção 6V: - Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2020. 436 p.: il.

Coleção Ensino Médio 2ª série: - Belo Horizonte: Bernoulli Sistema de Ensino, 2021. 534 p.: il.

Dante, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações: Ensino Médio. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

IEZZI, Gelson. C. Fundamentos da Matemática Elementar: Trigonometria. 9.ed. v. 3. São Paulo: Atual, 2013.

NETTO, Scipione Di Pierro; FILHO, Sérgio Orsi. Quanta: Matemática em Fasciculares para o Ensino Médio. São Paulo, 2000.