INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus Campos Centro

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
PÁTRIA AMADA BRASIL
GOVERNO FEDERAL

RELATÓRIO DO LEAMAT

DE QUADRADO EM QUADRADO ATÉ "BHASKARA"

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

ANA CAROLINA PEREIRA BRAZ
ANA LÍVIA PEREIRA DE AZEREDO
ANDREYA LUIZA BATISTA DA SILVA
PAULO RENATO DA SILVA CHAVES
THAYS APARECIDA PEIXOTO DOS SANTOS

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2022.1

ANA CAROLINA PEREIRA BRAZ
ANA LÍVIA PEREIRA DE AZEREDO
ANDREYA LUIZA BATISTA DA SILVA
PAULO RENATO DA SILVA CHAVES
THAYS APARECIDA PEIXOTO DOS SANTOS

RELATÓRIO DO LEAMAT

DE QUADRADO EM QUADRADO ATÉ "BHASKARA"

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª. Ana Paula Rangel de Andrade

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2022.1

SUMÁRIO

1 RELATÓRIO DO LEAMAT I

1.1 Atividades desenvolvidas

No dia 23 de agosto, a professora orientadora Poliana Rodrigues, da linha de pesquisa de Geometria, apresentou o componente curricular: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT), explicando as duas linhas de pesquisa (Ensino e Aprendizagem de Álgebra e de Geometria), exemplificando como deveria ser feito os fichamentos dos textos a serem discutidos em momentos síncronos com a turma e como seria pensado e feito o relatório e a sequência didática. Também foi abordado nesta aula, o método de avaliação (qualitativo) da disciplina, bem como, os objetivos do LEAMAT.

O primeiro texto para fichamento, "Álgebra é mais do que algebrismo" de Tinoco *et al.* (2013), foi postado no dia 02 de setembro pela professora orientadora da linha de pesquisa de Álgebra, Ana Paula Andrade, para que pudesse ser discutido no dia 13 de setembro. Este texto aborda o ensino mecanizado de Álgebra nas escolas, com atividades repetitivas e muitas vezes sem explicação correta. Tinoco *et al.* (2013) fazem uma reflexão sobre quatro aspectos da Álgebra: o uso da igualdade, da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e à subtração, dos símbolos e linguagens algébricas, e das regularidades e generalizações. O texto evidencia que o professor pode transformar o ensino mecanizado em reflexivo e significativo para os alunos, por meio de novos métodos e novas explicações.

No dia 06 de setembro foi postado o texto "A Álgebra e suas diferentes manifestações" de Ferreira (2011), para ser estudado e discutido em sala de aula no dia 20 de setembro. Este artigo tem como objetivo "[...] procurar ajudar os professores a conhecer melhor suas próprias crenças e concepções sobre álgebra e ensino de álgebra, de modo que os mesmos tomem conhecimento das diferentes manifestações deste campo da matemática." (FERREIRA, 2011, p.2).

O conteúdo trata de diferentes teorias sobre a Álgebra e a Matemática: as quatro concepções de Álgebra segundo Usiskin (1988 apud FERREIRA, 2011), as quatro caracterizações da atividade algébrica segundo Lins e Gimenez (1997), as três concepções de educação algébrica segundo Fiorentini *et al.* (2005 apud FERREIRA, 2011) e as visões sobre a Matemática, de Ernest (1989). Ferreira

(2011) também aborda neste texto, de forma breve, como seriam as atividades desenvolvidas por ele em uma oficina.

Na aula do dia 13 de setembro, foi discutido o texto "Álgebra é mais que algebrismo" de Tinoco *et al.* (2013). Neste mesmo encontro, a professora explicou uma atividade sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL,1998, 2000) dos Ensinos Fundamental e Médio, para ser discutida na aula do dia 27 de setembro. O texto "A Álgebra e suas diferentes manifestações" de Ferreira (2011), foi discutido no dia 20 de setembro em sala de aula com a professora.

Na aula do dia 27 de setembro, foram discutidas as resoluções da atividade sobre os PCN (BRASIL, 1998, 2000). A atividade traz uma questão que abordou uma sequência de triângulos formados por meio de pontos. O objetivo era encontrar quantos pontos possuía uma determinada figura e a figura n. Em uma outra questão, foram feitas associações entre desenhos (construção geométrica) e expressões algébricas. As resoluções dessas duas atividades foram muito interessantes, pois mostrou como duas áreas da Matemática (Álgebra e Geometria), que em sua maioria são vistas separadamente, podem juntas trabalhar conceitos e questões, facilitando a compreensão e aprendizagem dos alunos. Nesta mesma aula, a professora solicitou aos alunos que pensassem e escolhessem seus temas para a sequência didática que será desenvolvida ao longo da disciplina do LEAMAT.

Em um vídeo postado no dia 28 de setembro, pela professora na plataforma de estudo, Google Classroom, o estudo dos PCN e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) foi aprofundado, com o foco na linha de Álgebra. Os PCN (BRASIL, 1998, 2000) são diretrizes que orientam os professores no sentido de promoverem uma aprendizagem mais significativa, contextualizada e interdisciplinar, formando alunos autônomos e reflexivos. Já a BNCC (BRASIL, 2018) é um documento de caráter normativo e aborda assuntos como letramento matemático, ligação entre campos matemáticos, competências e habilidades a serem alcançadas pelos alunos, dentre outros assuntos, alguns também tratados nos PCN (BRASIL, 1998, 2000).

No dia 30 de setembro, foi realizado um encontro extraordinário com cada grupo separadamente, para que pudessem ser expostas as ideias relacionadas aos temas das sequências didáticas.

A aula do dia 04 de outubro foi para discussões e orientações do grupo com a professora sobre o tema escolhido para a sequência didática. Durante a semana, foi iniciada a elaboração do relatório do LEAMAT I.

No dia 07 de outubro, foi realizado um outro encontro extraordinário com o grupo, para que o mesmo pudesse estudar e discutir sobre a demonstração que será abordada na sequência didática. A partir dessa data até o dia 08 de novembro, os encontros foram destinados a elaboração e correção do relatório e dos slides da apresentação.

No dia 22 de novembro, houve a apresentação dos trabalhos da linha de pesquisa de Álgebra. Os trabalhos dos grupos foram bem elaborados e apresentados. Além de elogios, as professoras orientadoras alertaram para alguns erros de formatação e pronúncia, verificados nos slides e na apresentação.

Um comentário feito pela professora e orientadora Poliana Rodrigues foi que, da mesma forma que sabe-se onde usar o jogo na sequência, também deve-se saber o momento certo de inserir a história da Matemática bem como, a história até chegar a demonstração do completamento de quadrado e a fórmula resolutiva do segundo grau na sequência.

A avaliação qualitativa foi realizada no dia 13 de dezembro com um encontro entre as professoras orientadoras de Álgebra e de Geometria e os integrantes de cada grupo.

1.2 Elaboração da sequência didática

1.2.1 Tema

Estudo do completamento de quadrado na resolução e na análise geométrica da equação do segundo grau, junto à demonstração da fórmula.

1.2.2 Justificativa

A motivação do tema surgiu da observação dos autores deste trabalho, enquanto alunos da Educação Básica, sobre a ausência das demonstrações nas aulas de Matemática. Muitos professores abordam os conteúdos de forma mecanizada e apresentam as fórmulas para os alunos sem demonstrá-las, além de não as vincular a outras ferramentas de ensino, como material manipulável e os conhecimentos prévios dos alunos.

Uma das formas de fazer a demonstração da fórmula de resolução da equação do segundo grau é utilizar o método do completamento de quadrados, que consiste basicamente em transformar um dos membros da equação em um quadrado perfeito. Segundo Neto e Carvalho (2021):

> Entendemos que essa técnica resolutiva de completar o quadrado proporciona uma melhor compreensão ao estudante, uma vez que até mesmo partindo de uma equação escrita sem contexto, podemos fazer associações de seus termos com figuras geométricas, tornando o processo matematicamente mais abrangente, uma vez que relaciona aspectos operatórios, algébricos, geométricos e pedagogicamente muito mais compreensível. (NETO; CARVALHO, 2021, p.202).

Ao abordar um conteúdo para os alunos sob outro ponto de vista o entendimento do mesmo pode ser facilitado, visto que abordados somente algebricamente, podem passar despercebidos (NETO; CARVALHO, 2021).

Segundo Almeida (2016), a demonstração é importante nas diversas áreas da Matemática, pois ela tem o intuito de testar a veracidade dos acontecimentos matemáticos, ou seja, é um processo argumentativo que permite concluir se as propriedades matemáticas são verdadeiras ou não. Muitos alunos encontram dificuldades com a utilização das fórmulas, pois não é construído o processo argumentativo junto com eles. A utilização de fórmulas sem uma justificativa, torna o processo de ensino mecanizado. Com isso, a demonstração se faz pertinente na construção do conhecimento dos alunos.

Corroborando com essa ideia, Abril (2016) afirma que a demonstração é importante para a ampliação do conhecimento matemático.

> A importância da demonstração vai muito além de se estabelecer uma verdade matemática. Nesse sentido, uma demonstração tem valor não só porque comprova um resultado, mas também porque pode apresentar novos métodos, ferramentas, estratégias e conceitos que tenham uma aplicabilidade mais ampla em matemática e aponta novas direções matemáticas. As demonstrações são indispensáveis para a ampliação de conhecimento matemático; o simples ato de planejar uma prova contribui para o desenvolvimento da matemática. As demonstrações produzem novas visões matemáticas, novas ligações contextualizadas, e novos métodos para resolver

> problemas, dando a elas um valor muito além de comprovar a veracidade de proposições. (ALMOULOUD, FUSCO, 2006 apud ABRIL, 2016, p.32).

Portanto, a demonstração apresenta novos métodos e produz novas visões de ensino, contribuindo para uma aprendizagem significativa, podendo ser utilizada em outras áreas além da Matemática e no dia a dia (ABRIL, 2016).

A demonstração se faz pertinente na construção da aprendizagem do aluno e contribui para uma formação mais sólida do raciocínio matemático. Segundo Boavida (2001):

> Uma boa demonstração é aquela que, para lá de convencer, explica e faz avançar na compreensão de uma ideia, problema ou resultado matemático, é aquela que clarifica porque é que uma relação funciona ou não. Mais importante do que o formato final de uma demonstração é a actividade [sic] de a produzir, é a sensibilidade ao seu interesse e necessidade, é a comunicação clara e correcta [sic] das ideias matemáticas, que estão em jogo. (BOAVIDA, 2001, p.11).

Silva (2017, p.16) afirma que "o ensino de Matemática, por algumas vezes, é realizado por meio de aulas expositivas e com resoluções de listas de exercícios", o que pode resultar em uma memorização, e consequentemente tornar a Matemática um conteúdo "cansativo" e sem vínculo com a realidade do estudante, ocasionando dificuldade na compreensão dos conteúdos. Dessa forma, a ausência de demonstração de fórmulas, segundo Silva (2017) pode acarretar em uma aprendizagem mecânica.

> Seguindo nessa linha de diferenciação das aprendizagens, quando a fórmula de Bhaskara ($\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$) é apresentada aos alunos para resolução de equação do segundo grau, sem dispor de uma justificativa conceitual e contextual como, por exemplo, uma abordagem histórica e/ou uma história em quadrinhos, para tal relação, esta será utilizada de forma mecânica. (SILVA, 2017, p.24).

Historicamente, foram muitos os caminhos e muitos matemáticos que, em épocas antigas, estudaram para explicar a resolução da equação do segundo grau. Em relação ao ensino, o uso da história da Matemática é uma grande ferramenta utilizada para auxiliar os alunos, de modo a melhorar a compreensão de forma significativa e construtiva. O autor Farias (2016) afirma:

> Alguns pesquisadores em Educação Matemática trazem como recurso metodológico a História da Matemática no sentido de proporcionar aos alunos um ensino significativo, fazendo com que reflitam sobre sua aprendizagem, além disso, promove um espírito investigador, no qual, através dessa investigação os alunos irão perceber o valor histórico de cada conteúdo. (FARIAS, 2016, p.17).

Dessa forma, percebe-se que o uso da História da Matemática desperta nos alunos questionamentos, proporcionando um maior dinamismo na forma de abordagem do conteúdo e traz mais autonomia para o aluno. Os PCN (BRASIL, 1998) afirmam que é importante utilizar a História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

> Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural. (BRASIL, 1998, p.42).

Os PCN (BRASIL, 1998, p.43) advertem, porém, que não basta o professor "situar no tempo e no espaço cada item do programa de Matemática ou contar sempre em suas aulas trechos da história da Matemática". Sugere que o docente utilize a história "como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados." (BRASIL, 1998, p.43). Ao estudar o nível de abstração das culturas antigas, o aluno poderá compreender o avanço tecnológico de hoje, algo que não seria possível sem entender as culturas passadas. (BRASIL, 1998).

Farias (2016) afirma que os conteúdos são passados para os alunos, muitas vezes sem a explicação de como surgiram, porque foram desenvolvidos e se possuem aplicação no dia a dia. Desta forma, para este autor, a história da

Matemática pode responder algumas indagações e permitir significado aos conteúdos.

Além da história da Matemática, os PCN (BRASIL, 1998) chamam atenção para o uso de jogos no processo de ensino e aprendizagem afirmando que são um recurso que auxiliam na aprendizagem. De acordo com Rodrigues (2018) os jogos são ferramentas importantes para o ensino de Matemática, pois ajudam o aluno a aprimorar e aprofundar os conceitos já estudados, além de verificar os conhecimentos adquiridos pelos alunos. No entanto, os jogos necessitam ser selecionados de maneira correta para que o objetivo da sua utilização seja alcançado com sucesso. Rodrigues (2018) afirma que:

> [...] a utilização do jogo como ferramenta de ensino em sala de aula pode estimular o espírito investigativo, a relação professor-aluno e a relação aluno-aluno, o respeito mútuo, a vontade de aprender e conhecer mais sobre algo novo, a criatividade e o prazer de estudar, desde que seja corretamente selecionado e aplicado. (RODRIGUES, 2018, p.37).

Neste trabalho, o jogo será utilizado no processo de verificação da aprendizagem e com o intuito de enriquecer a sequência didática. Pretende-se, desse modo, demonstrar a fórmula resolutiva da equação do segundo grau, por meio do completamento de quadrado e enriquecer a elaboração da sequência didática com o uso de jogos e da história da Matemática.

1.2.3 Objetivo Geral

Resolver a equação do segundo grau por meio do método de completamento de quadrado.

1.2.4 Público-alvo

Alunos da 1ª série do Ensino Médio.

2 RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1 Atividades desenvolvidas

No dia 07 de fevereiro de 2022, a orientadora Poliana Rodrigues apresentou a disciplina, bem como os objetivos para o semestre. Neste dia, os alunos puderam conversar sobre algumas dúvidas em relação à sequência didática. Os alunos ficaram ansiosos e animados para começar a sequência, pois seria a etapa principal do LEAMAT.

No dia 09 de fevereiro de 2022, a orientadora Ana Paula Andrade falou um pouco mais sobre a disciplina, bem como os objetivos para o semestre. Algumas dúvidas foram sanadas em relação a forma de se elaborar a sequência didática. No mesmo dia, a orientadora solicitou como tarefa da semana, um esboço da sequência.

No dia 16 de fevereiro de 2022, a orientadora estabeleceu um cronograma destinando cada semana para a entrega de uma parte da sequência. Desta maneira, o grupo conseguiu se organizar melhor e cumprir com as metas que foram estabelecidas.

O período de 23 de fevereiro a 20 de abril de 2022, foi destinado à elaboração da sequência didática.

Entre os dias 25 de abril até o dia 11 de maio de 2022, as aulas foram destinadas à aplicação da sequência didática na turma do Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II (LEAMAT II), com o objetivo de testar e aprimorar a proposta elaborada.

No dia 04 de maio de 2022, aconteceu a apresentação da sequência didática deste trabalho na turma do LEAMAT II e os dias seguintes foram destinados à correção dos relatórios.

O dia 03 de junho foi a data limite para entrega dos relatórios e no dia 08 de junho ocorreu a avaliação final.

2.2 Elaboração da sequência didática

Nesta seção serão apresentados o planejamento da sequência didática e a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II.

2.2.1 Planejamento da sequência didática

A sequência didática tem como público-alvo, alunos da 1ª série do Ensino Médio. Está dividida em quatro etapas (Quadro 1).

Quadro 1 - Etapas e objetivos da sequência

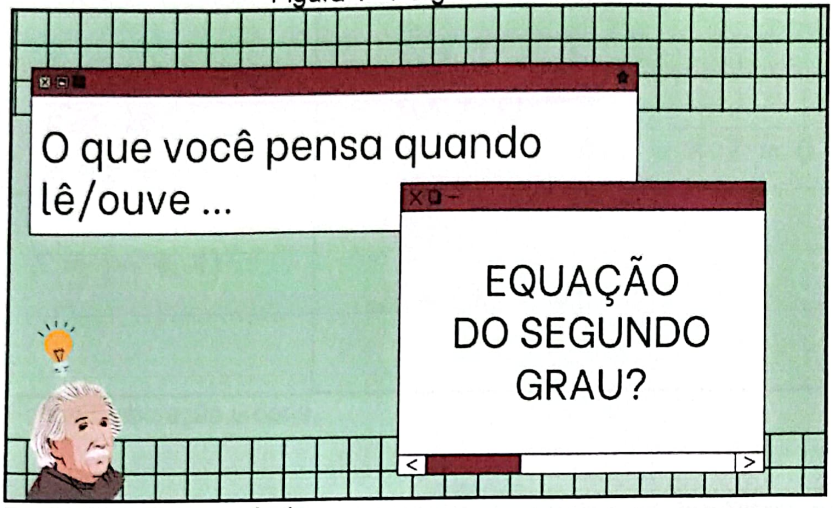
Etapas	Objetivos
Diálogo inicial com a turma	Analisar os conhecimentos prévios dos alunos sobre resoluções de equações do segundo grau.
Atividades com o completamento de quadrado	Conhecer ou rever o método de completamento de quadrado, para usá-lo na resolução e análise geométrica de algumas equações e na demonstração da fórmula resolutiva da equação do segundo grau.
História da Matemática	Conhecer relatos da história dos babilônios e quais métodos utilizavam para resolver questões associadas ao que hoje se entende por equação do segundo grau.
Jogo	Verificar a aprendizagem do conteúdo abordado.

Fonte: Elaboração própria.

Esta sequência didática foi elaborada para ser aplicada de forma remota, podendo utilizar recursos didáticos, como por exemplo, quadro branco, mesa digitalizadora, slides e softwares: Mentimeter (plataforma online que permite criar apresentações interativas) e Wordwall (plataforma online projetada para a criação de atividades personalizadas). No entanto, os recursos didáticos utilizados na aplicação desta sequência didática foram: quadro branco, slides (APÊNDICE A) e o software Wordwall.

Na primeira etapa, é realizada uma dinâmica com a turma e é feita a seguinte pergunta: "O que você pensa quando lê/ouve equação do segundo grau?" (Figura 1). Os alunos podem responder utilizando o chat ou o áudio.

Figura 1 - Pergunta inicial



Fonte: Elaboração própria.

Por meio das respostas obtidas, é feito um breve debate com a turma. É importante questionar e discutir alguns pontos que podem aparecer nas respostas como: "O que é uma incógnita?", "Qual a estrutura de uma equação do segundo grau?", "Quais os seus coeficientes?".

Por fim, é feito o questionamento chave, "Vocês conhecem a Fórmula de Bhaskara?", "Existe somente essa maneira de se resolver a equação do segundo grau?", "Se não, quais outros métodos vocês conhecem?".

A segunda etapa consiste em uma sequência de oito exemplos de equações do segundo grau. Vale ressaltar que o professor que for aplicar esta sequência didática tem total liberdade de acrescentar ou retirar exemplos, se adequando à turma em que for lecionar.

Os exemplos devem ser resolvidos sem utilizar a conhecida "Fórmula de Bhaskara[1]". Os dois primeiros exemplos são equações incompletas, ou seja, com os coeficientes b = 0 ou c = 0 (Figura 2).

[1] O professor deve estar atento pois, não é correto a utilização do termo "fórmula de Bhaskara". Segundo Roque (2012, p.242), em relação ao período em que viveu Bhaskara, "[...] não podemos dizer que já existisse uma fórmula para a resolução de equações, no sentido que a entendemos hoje, uma vez que não havia simbolismo para os coeficientes, [...]".

Figura 2 - Exemplos de equações incompletas com as resoluções

$x^2 - 16 = 0$ $x^2 = 16$ $x = \pm 4$ $S = \{-4, 4\}$	$x^2 + 2x = 0$ $x(x+2) = 0$ $x = 0$ ou $x + 2 = 0$ $x = -2$ $S = \{0, -2\}$

Fonte: Elaboração própria.

As próximas equações consistem em exemplos de trinômios quadrados perfeitos. Caso seja necessário, o professor deve relembrar o conteúdo de fatoração (Figura 3).

Figura 3 - Exemplos de trinômios quadrados perfeitos

$(x+3)^2 = 16$ $x + 3 = \pm 4$ $x = 4 - 3$ *ou* $x = -4 - 3$ $x = 1$ $x = -7$ $S = \{-7, 1\}$	$x^2 - 14x + 49 = 0$ $(x-7)^2 = 0$ $x - 7 = 0$ $x = 7$ $S = \{7\}$

Fonte: Elaboração própria.

Nos próximos exemplos, é necessário o uso do completamento de quadrado (Figura 4).

Figura 4 - Exemplo de uma equação com o completamento de quadrado na resolução

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$
$$x^2 - 3x = -2$$
$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = -2 + \frac{9}{4}$$
$$(x - \frac{3}{2})^2 = \frac{1}{4}$$
$$x - \frac{3}{2} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$$

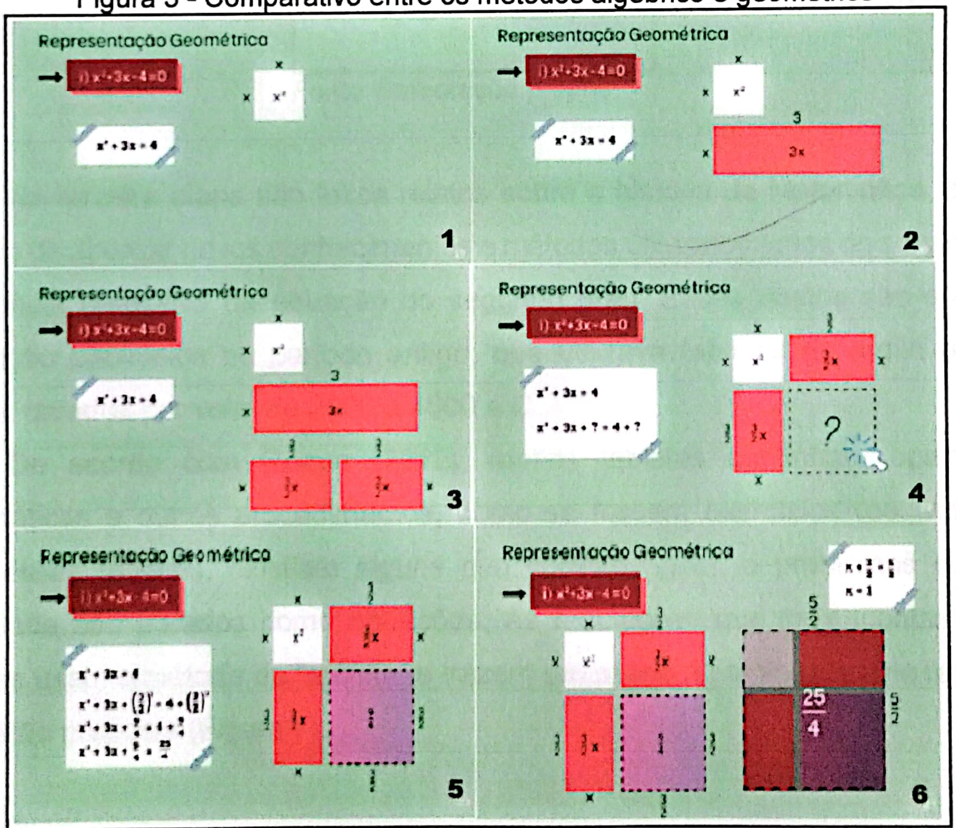
$$x - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad x - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$
$$x = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \qquad x = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}$$
$$x = \frac{4}{2} = 2 \qquad x = \frac{2}{2} = 1$$

$$S = \{1,\ 2\}$$

Fonte: Elaboração própria.

O exemplo seguinte é destinado à resolução de uma mesma equação pelos métodos algébrico e geométrico (Figura 5).

Figura 5 - Comparativo entre os métodos algébrico e geométrico



Fonte: Elaboração própria.

Com isto, os alunos terão praticado o método de completamento de quadrado, e poderão resolver o último exemplo, que é a demonstração da fórmula resolutiva da equação do segundo grau (Figura 6).

Figura 6 - Demonstração

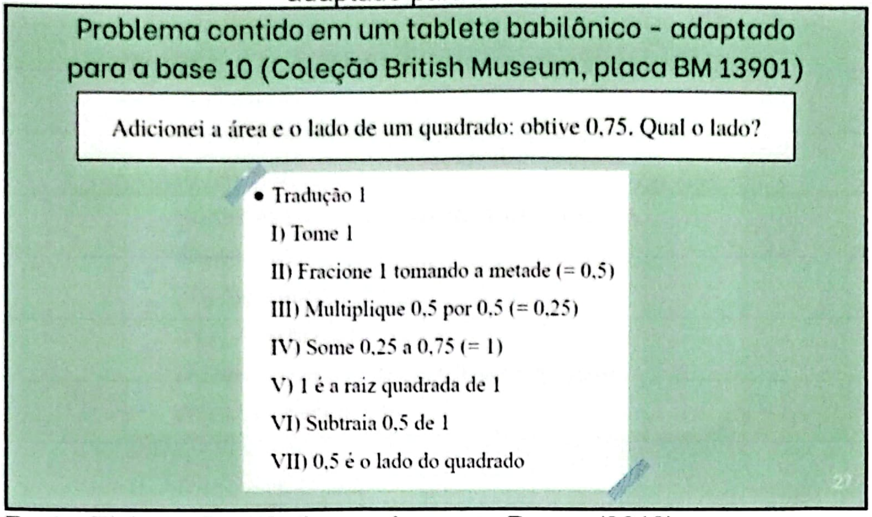
$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$$
$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a}$$
$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$
$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$
$$(x + \frac{b}{2a})^2 = -\frac{c}{a} + (\frac{b}{2a})^2$$
$$(x + \frac{b}{2a})^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$
$$(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{-4ac+b^2}{4a^2}$$
$$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{-4ac+b^2}{4a^2}}$$
$$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Fonte: Elaboração própria.

Na terceira etapa são feitos relatos sobre a história da Matemática, com o objetivo de abordar novos conhecimentos e métodos utilizados antes do surgimento da fórmula resolutiva da equação do segundo grau. Esses relatos são sobre a civilização babilônica no período antigo, que utilizava tabletes de argila para a escrita, datados por volta de 2000 a 1600 a.C..

De acordo com Roque (2012), muitos tabletes continham operações matemáticas e outros procedimentos, como se fossem exercícios resolvidos, e entre esses tabletes, existiam alguns que correspondiam a problemas que na atualidade são tratados como equações. As resoluções que se encontram nos tabletes usam o método da “receita” e trazem um passo a passo de como resolver a questão proposta (Figura 7).

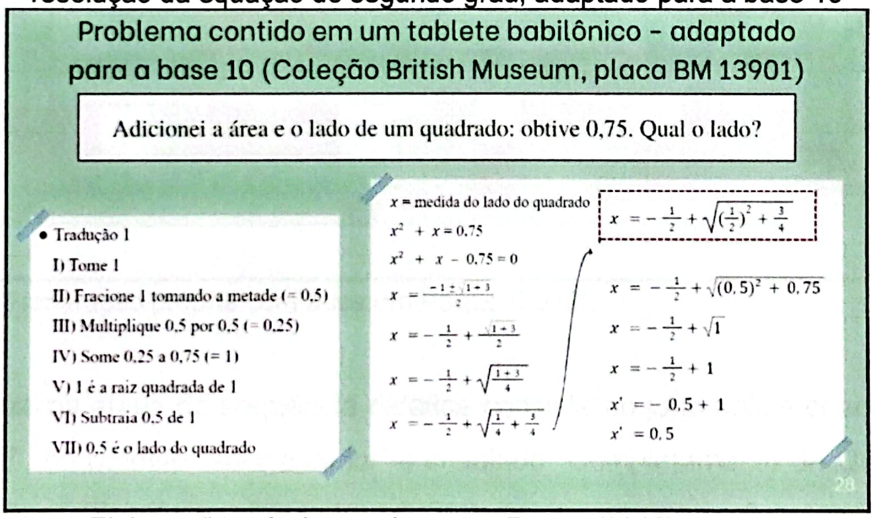
Figura 7 - Problema contido em um tablete babilônico, adaptado para a base 10



Fonte: Elaboração própria com base em Roque (2012).

O método é apresentado aos alunos em sala de aula e é comparado com a fórmula de resolução de equações do segundo grau. Na Figura 8, é possível acompanhar o receituário pelo destaque feito em vermelho.

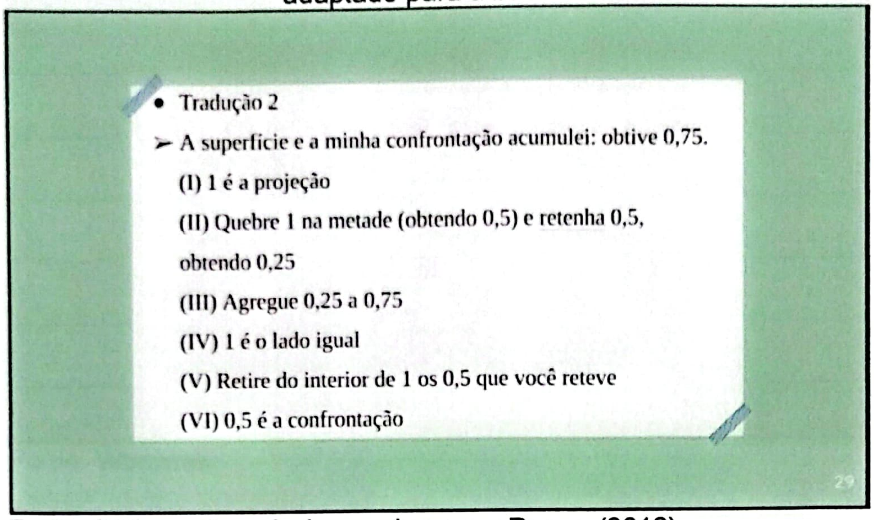
Figura 8 - Comparativo entre o receituário babilônico e a fórmula de resolução da equação do segundo grau, adaptado para a base 10



Fonte: Elaboração própria com base em Roque (2012).

Novas traduções dos tabletes foram feitas por historiadores que indicam uma lista de procedimentos com viés geométrico (ROQUE, 2012). São traduções do mesmo problema que agora é reescrito de outra forma (Figura 9).

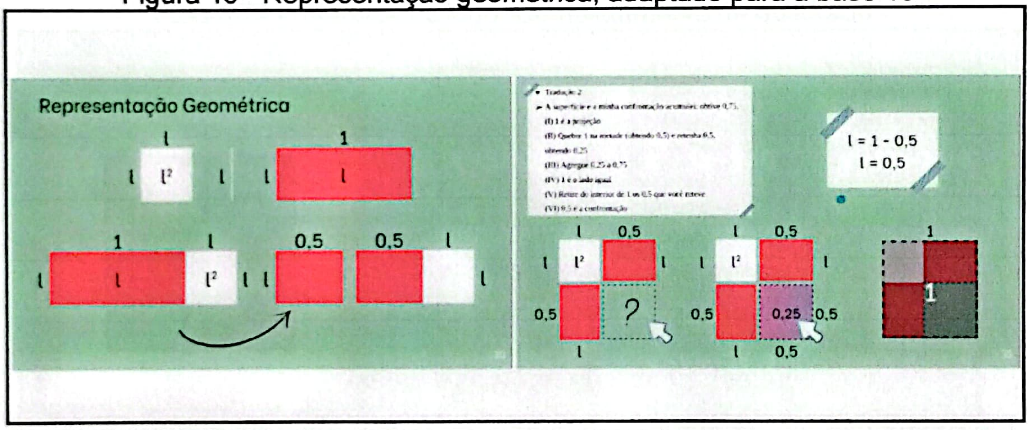
Figura 9 - Segunda tradução para o receituário babilônico, adaptado para a base 10



Fonte: Elaboração própria com base em Roque (2012).

Segue a interpretação geométrica para tal receituário (Figura 10).

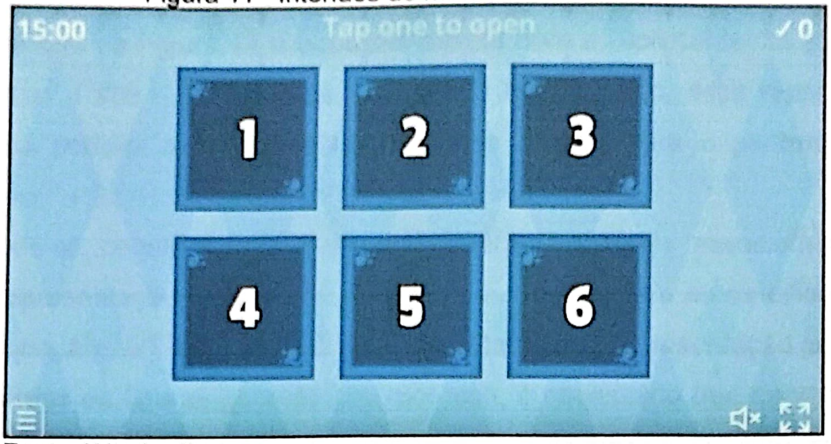
Figura 10 - Representação geométrica, adaptado para a base 10



Fonte: Elaboração própria com base em Roque (2012).

A última etapa da sequência didática consiste no jogo online criado no site "Wordwall", no modelo "abra a caixa" e intitulado "Completamento de Quadrado". Consiste em seis caixas numeradas, de um a seis, em que o aluno escolhe uma delas para abrir (Figura 11).

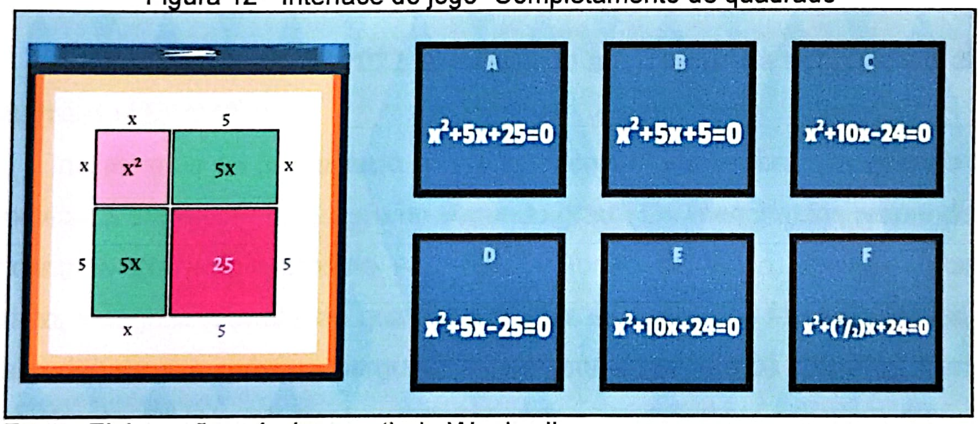
Figura 11 - Interface do modelo "Abra a caixa"



Fonte: Wordwall.

Para cada caixa numerada (de 1 a 6), existem seis equações do segundo grau, indicadas de A a F. O aluno associa uma dessas equações à representação geométrica indicada na caixa (Figura 12).

Figura 12 - Interface do jogo "Completamento de quadrado"



Fonte: Elaboração própria a partir do Wordwall.

Todas as equações (indicadas de A a F) estão associadas a uma representação geométrica diferente e somente uma opção é correta. Caso o aluno erre a resposta, a caixa é bloqueada e só é liberada quando a equação correta é acessada. O jogo possui uma tabela de classificação que é mostrada após a partida.

O intuito desse jogo é verificar se o aluno acompanhou a aula e conseguiu atingir o objetivo proposto: resolver a equação do segundo grau por meio do método de completamento de quadrado.

Neste jogo, é trabalhado apenas uma resposta correta, com isso, é percebível que na Figura 12 a equação correta para a representação geométrica dada é a $x^2 + 10x - 24 = 0$. Mas, trabalhado fora do jogo, essa representação geométrica poderia estar associada a outros valores para o parâmetro c na equação $ax^2 + bx + c = 0$ como, $x^2 + 10x - 9 = 0$.

Pode-se constatar que existem inúmeras equações associadas a uma mesma representação geométrica. Essas variações ocorrem ao modificar o valor de c na equação, $ax^2 + bx + c = 0$. Vale ressaltar que, a representação geométrica trata de áreas de figuras geométricas, por isso, é necessário que os valores das medidas associadas ao primeiro (ax^2) e ao segundo termos (bx) sejam positivos e que o valor do termo expresso no segundo membro da equação também seja positivo, como podemos observar no exemplo $x^2 + 10x = 24$.

As questões trabalhadas no jogo estão indicadas no Apêndice B.

2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

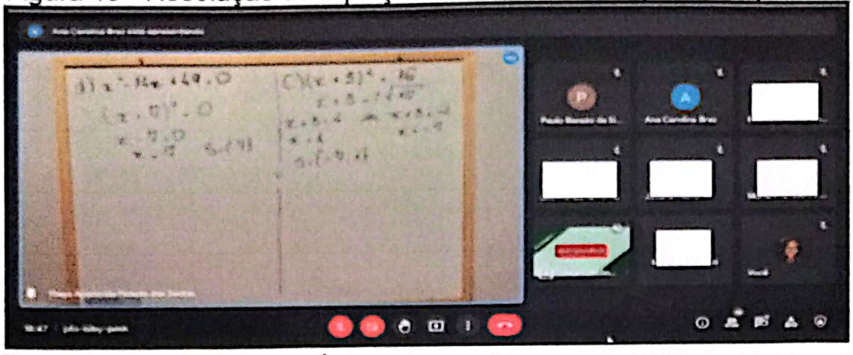
No dia 04 de maio de 2022, foi realizada a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II.

Inicialmente foi perguntado o que os licenciandos lembravam quando liam ou ouviam a expressão "equação do segundo grau". Os licenciandos responderam por meio do chat e do microfone. As respostas foram: incógnita, Bhaskara, soma e produto, incógnita elevada ao quadrado. Todas as respostas foram interessantes para o debate e a próxima pergunta foi se conheciam outros métodos além da "Fórmula de Bhaskara" para resolver uma equação do segundo grau. Eles responderam o método de completamento de quadrado e as informações referentes à soma e o produto das raízes.

O segundo passo consistia em resolver alguns exemplos utilizando qualquer outro método, diferente da "Fórmula de Bhaskara". Nos três primeiros exemplos, os licenciandos resolveram sem apresentar dúvidas.

No quarto exemplo, que consistia em um trinômio quadrado perfeito, ao questionar como a turma resolveria, uma licencianda sugeriu o completamento de quadrado e outra, as informações sobre a soma e produto de raízes. Embora as duas sugestões estivessem corretas, a professora em formação resolveu pelo completamento de quadrado, deixando claro que ambas as opções eram válidas (Figura 13).

Figura 13 - Resolução de equações com o trinômio quadrado perfeito

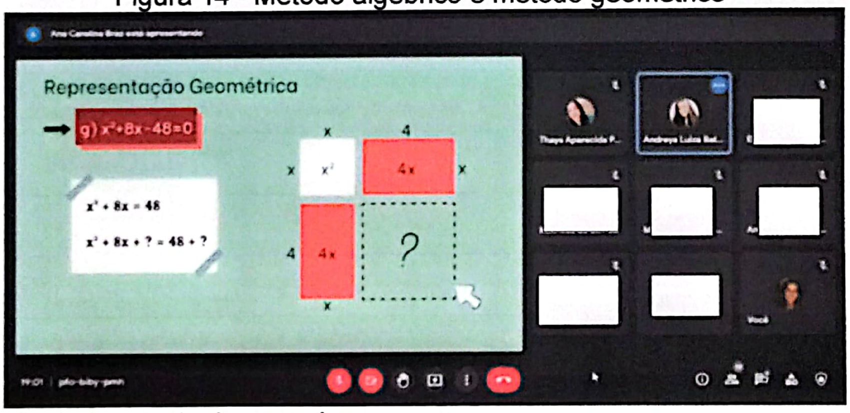


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Já nas demais questões precisou-se utilizar o conceito do completamento de quadrado. A turma conseguiu resolver com facilidade as questões por se tratar de um método já conhecido por eles.

Duas questões foram resolvidas utilizando os métodos algébrico e geométrico. Vale ressaltar que na utilização desse método não é possível ter raízes negativas, por uma limitação da própria geometria (Figura 14).

Figura 14 - Método algébrico e método geométrico

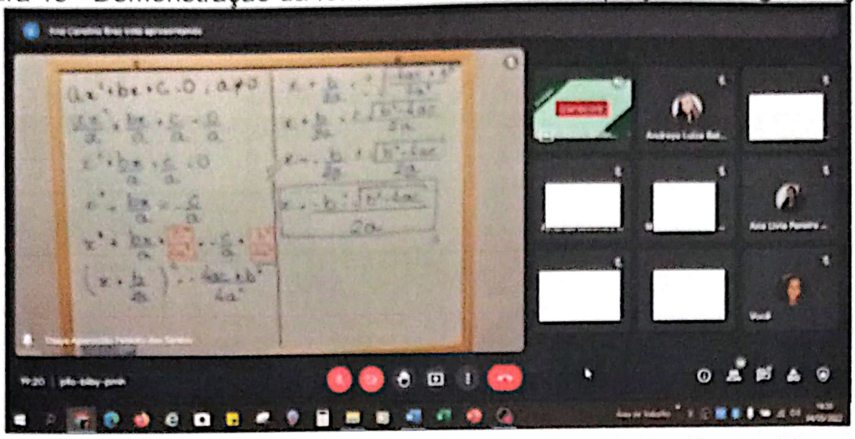


Fonte: Protocolo de pesquisa.

No decorrer da resolução das questões, os licenciandos tiveram uma participação significativa, respondendo às perguntas que eram feitas.

Por fim, o último exemplo foi a generalização, com base nos exemplos que foram resolvidos, utilizando o completamento de quadrado. A professora em formação foi anotando no quadro as sugestões dadas pelos licenciandos em cada passo da demonstração (Figura 15).

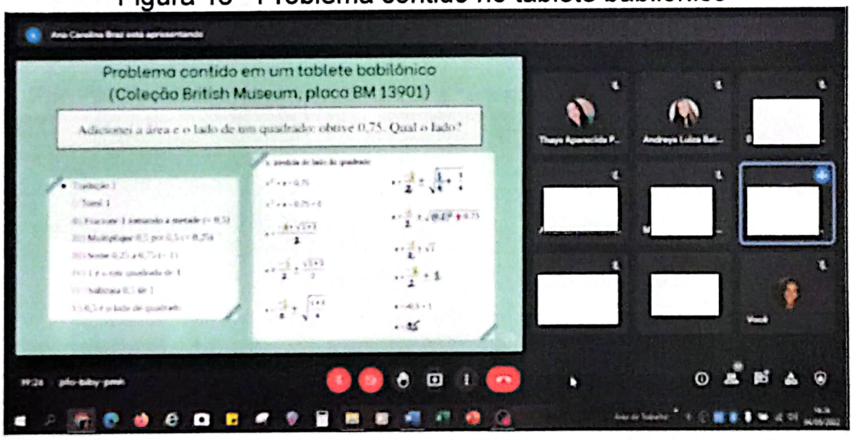
Figura 15 - Demonstração da fórmula resolutiva da equação do segundo grau



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após a demonstração, foi mostrada a forma como os babilônios resolviam questões que hoje se assemelham a equações do segundo grau. Nesta parte, a turma não emitiu questionamentos, apenas escutou o que estava sendo exposto (Figura 16).

Figura 16 - Problema contido no tablete babilônico

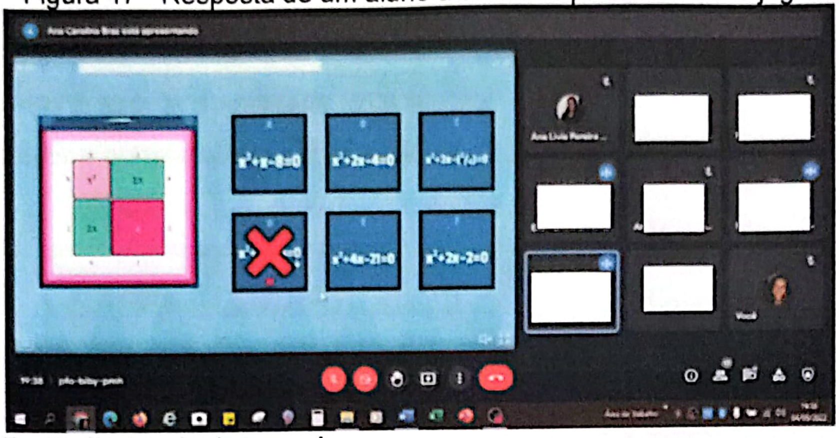


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Por fim, na quarta etapa da sequência foi aplicado o jogo. A professora em formação explicou o funcionamento do jogo e todos participaram juntos de cada jogada. O jogo deixou todos animados, mas os licenciandos erraram todas as questões, pois não tinham compreendido como associavam a parte geométrica à algébrica (Figura 17).

Um dos erros foi que eles não compreenderam que tinham que somar a área dos retângulos verdes, que estão presentes na Figura 17, para obter o coeficiente b da equação. Outro erro foi que eles tinham que reescrever a equação para $+ax^2 + bx + c = 0$, encontrando para o segundo membro, um valor positivo.

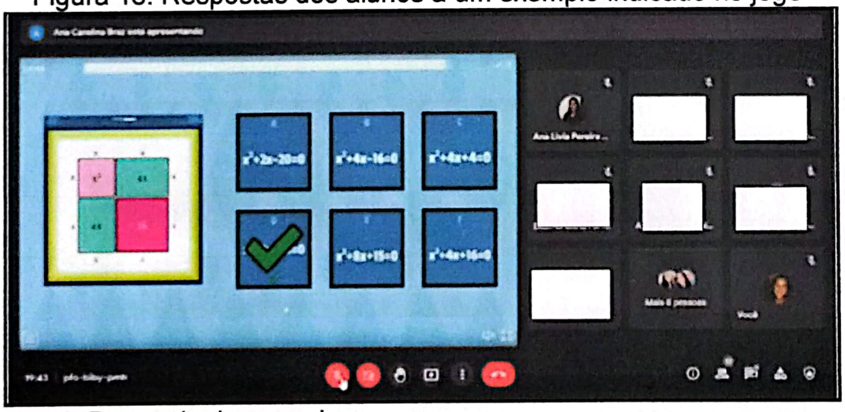
Figura 17 - Resposta de um aluno a um exemplo indicado no jogo



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após a professora em formação discutir um exemplo junto com eles, reforçando os pontos a serem percebidos, os mesmos conseguiram entender como se resolvia cada exemplo. Assim, acertaram todas as questões, ficando mais contentes (Figura 18).

Figura 18: Respostas dos alunos a um exemplo indicado no jogo

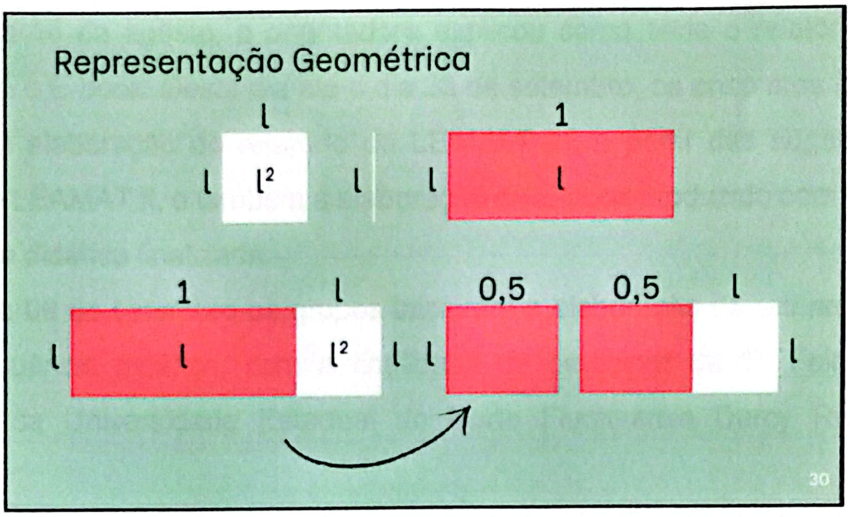


Fonte: Protocolo de pesquisa.

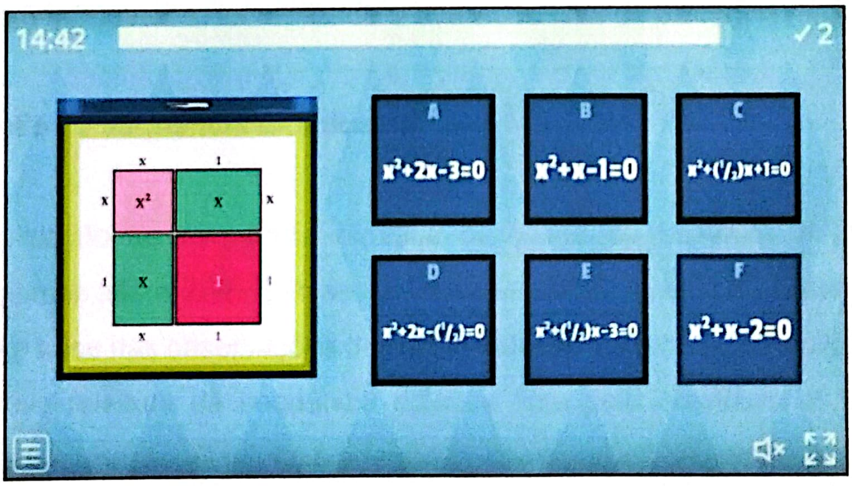
Logo em seguida, foi disponibilizado o link do jogo no chat para que todos pudessem jogar em horário extraclasse.

Após a aplicação da sequência, foram feitas algumas sugestões:

- Avisar aos alunos o momento em que é necessário fixar a tela ao trocar de apresentação na sala online, pois a aplicação foi realizada em ambiente virtual;
- Resolver as questões por meio de todas as sugestões fornecidas pelos alunos, além da resolução pelo método completamento de quadrados;
- Corrigir a escrita do sinal de uma fração;
- Reduzir a quantidade de figuras do slide 30;



- Corrigir um exemplo do jogo que continha duas respostas corretas;



3 RELATÓRIO DO LEAMAT III

3.1 Atividades desenvolvidas

No dia 14 de julho, foi explicado pela orientadora Ana Paula Andrade, como seria desenvolvida a disciplina do LEAMAT III e qual seria o cronograma das atividades a serem realizadas.

No período do dia 21 de julho até 18 de agosto, os encontros foram destinados à realização das últimas alterações necessárias no relatório do LEAMAT II, com base nas sugestões feitas pelas orientadoras e pela turma.

No dia 18 de agosto, a orientadora explicou como seria o relatório do LEAMAT III e o E-book. Deste dia até o dia 23 de setembro, os encontros foram destinados à elaboração do relatório do LEAMAT III, a partir das sugestões indicadas no LEAMAT II, e também à elaboração do E-book produzido com base na sequência didática finalizada.

No dia 09 de setembro os grupos iniciaram a elaboração de um resumo sobre a sequência didática, com a finalidade de participar da 1ª Feira de Matemática da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF).

O período do dia 24 de outubro até 28 de outubro foi destinado às apresentações finais dos grupos, em que cada grupo explicou a construção e a elaboração de toda a sequência didática.

No dia 31 de outubro foi realizada a avaliação final da disciplina.

3.2 Elaboração da sequência didática

Na aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II foram sugeridas algumas alterações. Esta seção traz a versão final, com as alterações sugeridas com base nas observações dos professores no momento da aplicação e de uma nova releitura da sequência didática feita pelo orientador e pelos professores em formação. O intuito é adequá-la aos objetivos propostos e torná-la mais clara para os professores que irão aplicá-la.

3.2.1 Versão final da sequência didática

Esta sequência foi aplicada no ensino remoto, mas pode ser empregada no presencial. Para tal, serão abordadas algumas observações ao longo do texto. A sequência didática tem como público-alvo, alunos da 1ª série do Ensino Médio, podendo ser adotada no 9º ano do Ensino Fundamental. Está dividida em quatro etapas (Quadro 1).

Quadro 1 - Etapas e objetivos da sequência

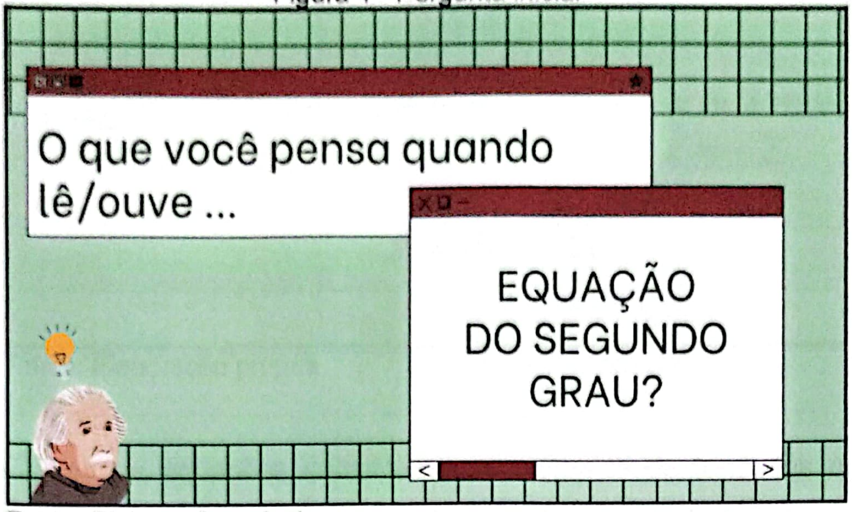
Etapas	Objetivos
Diálogo inicial com a turma	Analisar os conhecimentos prévios dos alunos sobre resoluções de equações do segundo grau.
Atividades com o completamento de quadrado	Conhecer ou rever o método de completamento de quadrado, para usá-lo na resolução e análise geométrica de algumas equações e na demonstração da fórmula resolutiva da equação do segundo grau.
História da Matemática	Conhecer relatos da história dos babilônios e quais métodos utilizavam para resolver questões associadas ao que hoje se entende por equação do segundo grau.
Jogo	Verificar a aprendizagem do conteúdo abordado.

Fonte: Elaboração própria.

Para esta sequência didática podem ser utilizados recursos didáticos, como por exemplo, quadro branco, mesa digitalizadora, slides e softwares: Mentimeter (plataforma online que permite criar apresentações interativas) e Wordwall (plataforma online projetada para a criação de atividades personalizadas). No entanto, os recursos didáticos utilizados na aplicação desta sequência didática foram: quadro branco, slides e o software Wordwall.

Na primeira etapa, é realizada uma dinâmica com a turma e é feita a seguinte pergunta: “O que você pensa quando lê/ouve equação do segundo grau?” (Figura 1). Os alunos podem responder utilizando o chat ou o áudio.

Figura 1 - Pergunta inicial



Fonte: Elaboração própria.

Por meio das respostas obtidas, é feito um breve debate com a turma. É importante questionar e discutir alguns pontos que podem aparecer nas respostas como: “O que é uma incógnita?”, “Qual a estrutura de uma equação do segundo grau?”, “Quais os seus coeficientes?".

Por fim, é feito o questionamento chave, “Vocês conhecem a Fórmula de Bhaskara?”, “Existe somente essa maneira de se resolver a equação do segundo grau?”, “Se não, quais outros métodos vocês conhecem?”. Esta proposta pode ser feita pelo professor de forma verbal e os debates devem ocorrer por conta das respostas dos alunos.

A segunda etapa consiste em uma sequência de oito exemplos de equações do segundo grau. Vale ressaltar que o professor que for aplicar esta sequência didática tem total liberdade de acrescentar ou retirar exemplos, se adequando à turma em que for lecionar.

Os exemplos devem ser resolvidos sem utilizar a conhecida “Fórmula de Bhaskara[2]”. Os dois primeiros exemplos são equações incompletas, ou seja, com os coeficientes b = 0 ou c = 0 (Figura 2).

[2] O professor deve estar atento pois, não é correto a utilização do termo "fórmula de Bhaskara". Segundo Roque (2012, p.242), em relação ao período em que viveu Bhaskara, “[...] não podemos dizer que já existisse uma fórmula para a resolução de equações, no sentido que a entendemos hoje, uma vez que não havia simbolismo para os coeficientes, [...]”.

Figura 2 - Exemplos de equações incompletas com as resoluções

$x^2 - 16 = 0$ $x^2 = 16$ $x = \pm 4$ $S = \{-4, 4\}$	$x^2 + 2x = 0$ $x(x + 2) = 0$ $x = 0$ ou $x + 2 = 0$ $x = -2$ $S = \{0, -2\}$

Fonte: Elaboração própria.

As próximas equações consistem em exemplos de trinômios quadrados perfeitos. Caso seja necessário, o professor deve relembrar o conteúdo de fatoração (Figura 3).

Figura 3 - Exemplos de trinômios quadrados perfeitos

$(x + 3)^2 = 16$ $x + 3 = \pm 4$ $x = 4 - 3$ *ou* $x = -4 - 3$ $x = 1$ $x = -7$ $S = \{-7, 1\}$	$x^2 - 14x + 49 = 0$ $(x - 7)^2 = 0$ $x - 7 = 0$ $x = 7$ $S = \{7\}$

Fonte: Elaboração própria.

Nos próximos exemplos, é necessário o uso do completamento de quadrado (Figura 4). Caso seja necessário, o professor pode fazer mais exemplos para que os alunos compreendam melhor, antes de fazer exemplos que utilizem o completamento de quadrado.

Figura 4 - Exemplo de uma equação com o completamento de quadrado na resolução

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$
$$x^2 - 3x = -2$$
$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = -2 + \frac{9}{4}$$
$$(x - \frac{3}{2})^2 = \frac{1}{4}$$
$$x - \frac{3}{2} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$$

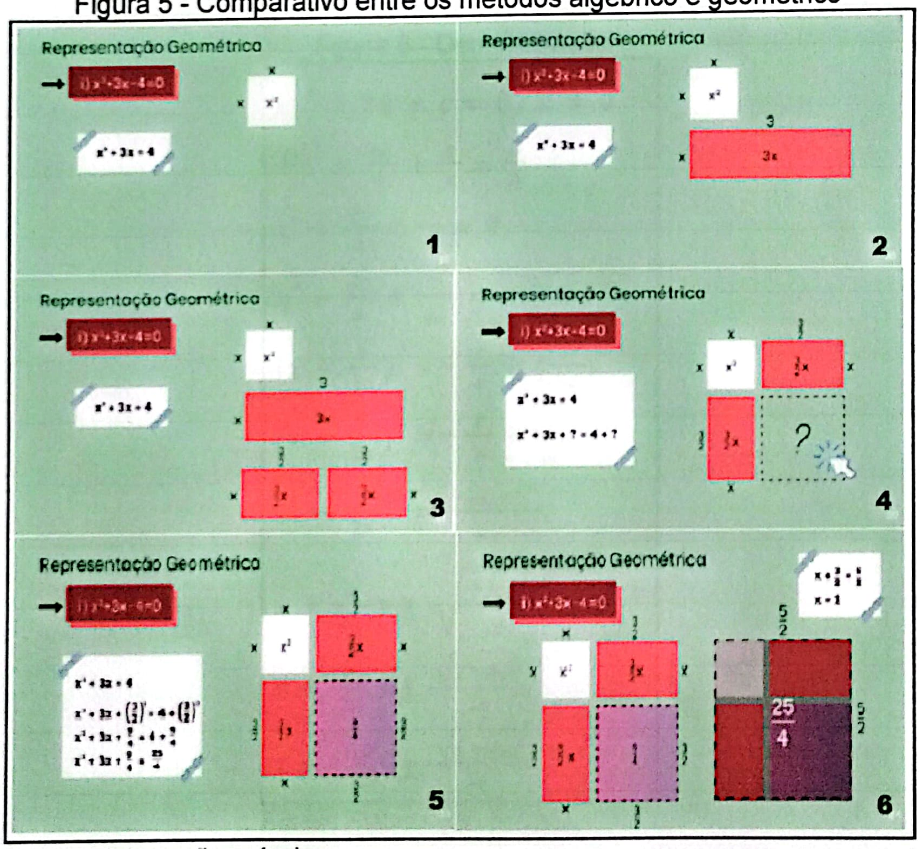
$$x - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad x - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$
$$x = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \qquad x = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}$$
$$x = \frac{4}{2} = 2 \qquad x = \frac{2}{2} = 1$$

$$S = \{1, 2\}$$

Fonte: Elaboração própria.

O exemplo seguinte é destinado à resolução de uma mesma equação pelos métodos algébrico e geométrico (Figura 5).

Figura 5 - Comparativo entre os métodos algébrico e geométrico



Fonte: Elaboração própria.

O método algébrico é utilizado durante todos os exemplos, contudo também é apresentado o método geométrico que trabalha com a medida de áreas e por isso, restringe as soluções a valores positivos.

Em uma equação genérica do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ com $a \neq 0$ e $a = 1$, o primeiro termo (x^2) representa a área de um quadrado de lado xe o segundo termo (bx), a área de um retângulo de lados x e b. Para formar o completamento de quadrado, é preciso unir as representações geométricas dos termos da equação.

No exemplo da Figura 5, se une o quadrado de lado x com o retângulo de lados 3 e x. Após, é dividido o retângulo ao meio (terceira parte da Figura 5). Posicionando as figuras, percebe-se que falta um quadrado maior (quarta parte da Figura 5). Completando-se a figura com este quadrado, é possível descobrir o valor de x (quinta e sexta partes da Figura 5).

Com isto, os alunos terão praticado o método de completamento de quadrado, e poderão resolver o último exemplo, que é a demonstração da fórmula resolutiva da equação do segundo grau (Figura 6). Antes de fazer a demonstração, caso seja necessário, o professor pode fazer mais exemplos[3].

Figura 6 - Demonstração

$$ax^2 + bx + c = 0\,,\ a \neq 0$$
$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a}$$
$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$
$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$
$$(x + \frac{b}{2a})^2 = -\frac{c}{a} + (\frac{b}{2a})^2$$
$$(x + \frac{b}{2a})^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$
$$(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{-4ac+b^2}{4a^2}$$
$$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{-4ac+b^2}{4a^2}}$$
$$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

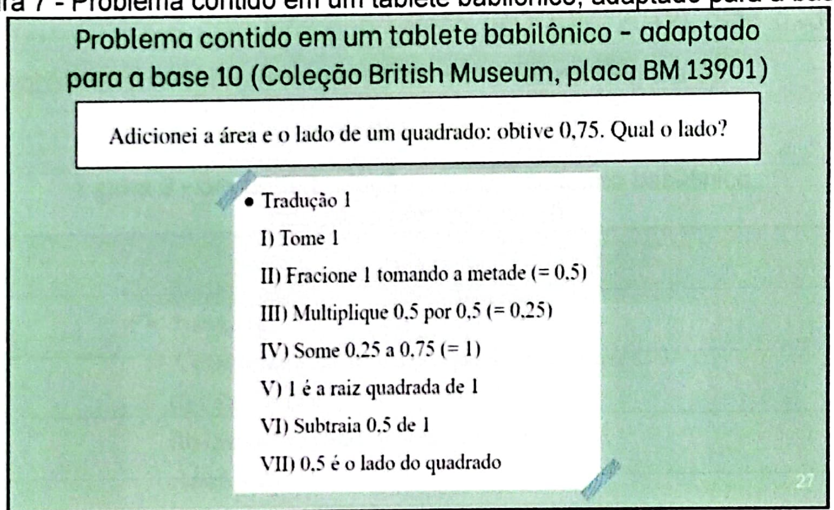
Fonte: Elaboração própria.

[3] Alguns exemplos auxiliares para o professor: $x^2 + 6x - 7 = 0$; $x^2 + 3x - 70 = 0$; $x^2 + 7x - 8 = 0$.

Na terceira etapa são feitos relatos sobre a história da Matemática, com o objetivo de abordar novos conhecimentos e os métodos utilizados antes do surgimento da fórmula resolutiva da equação do segundo grau. Esses relatos são sobre a civilização babilônica no período antigo, que utilizava tabletes de argila para a escrita, datados por volta de 2000 a 1600 a.C..

De acordo com Roque (2012), muitos tabletes continham operações matemáticas e outros procedimentos, como se fossem exercícios resolvidos, e entre esses tabletes, existiam alguns que correspondiam a problemas que na atualidade são tratados como equações. As resoluções que se encontram nos tabletes usam o método da "receita" e trazem um passo a passo de como resolver a questão proposta (Figura 7).

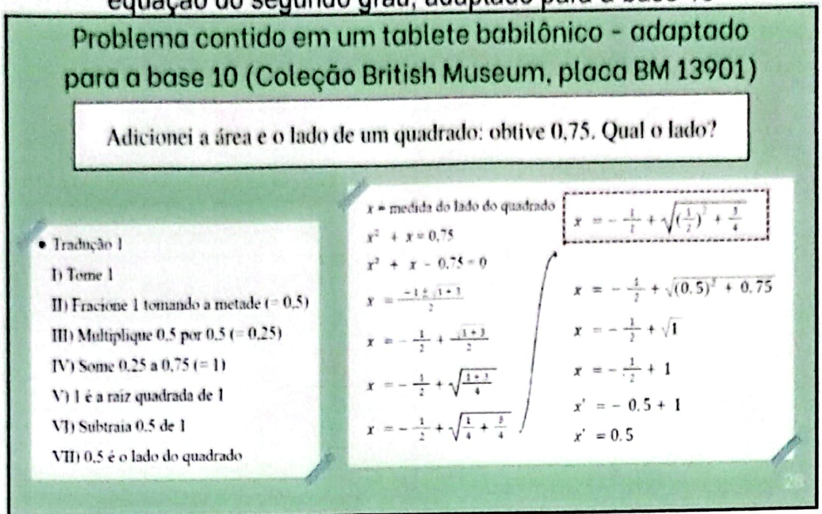
Figura 7 - Problema contido em um tablete babilônico, adaptado para a base 10



Fonte: Elaboração própria com base em Roque (2012).

O método é apresentado aos alunos em sala de aula e é comparado com a fórmula de resolução de equações do segundo grau. Na Figura 8, é possível acompanhar o receituário pelo destaque feito em vermelho.

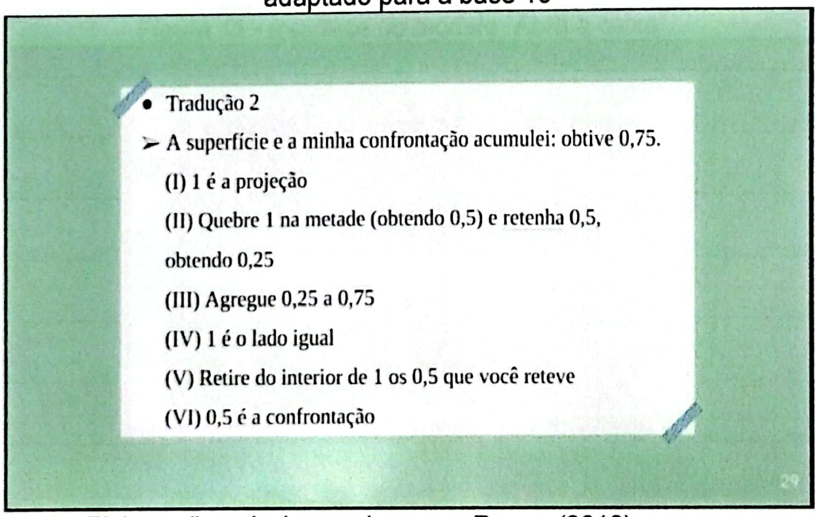
Figura 8 - Comparativo entre o receituário babilônico e a fórmula de resolução da equação do segundo grau, adaptado para a base 10



Fonte: Elaboração própria com base em Roque (2012).

Novas traduções dos tabletes foram feitas por historiadores que indicam uma lista de procedimentos com viés geométrico (ROQUE, 2012). São traduções do mesmo problema que agora é reescrito de outra forma (Figura 9).

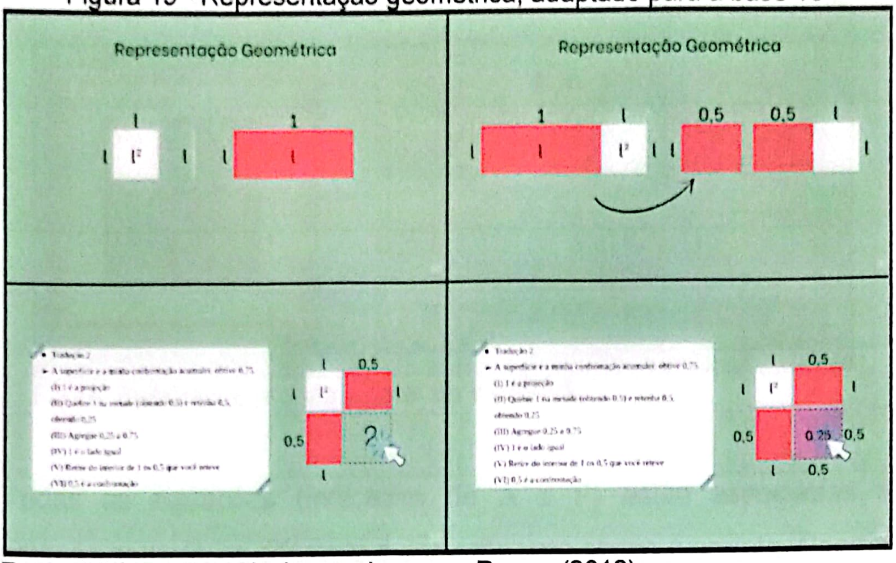
Figura 9 - Segunda tradução para o receituário babilônico, adaptado para a base 10



Fonte: Elaboração própria com base em Roque (2012).

Segue a interpretação geométrica para tal receituário (Figura 19).

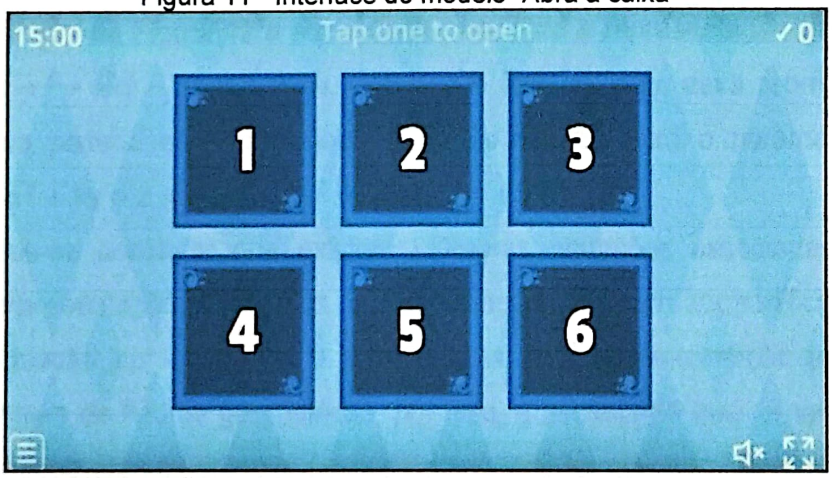
Figura 19 - Representação geométrica, adaptado para a base 10



Fonte: Elaboração própria com base em Roque (2012).

A última etapa da sequência didática consiste no jogo online criado no site "Wordwall", no modelo "abra a caixa" e intitulado "Completamento de Quadrado". Consiste em seis caixas numeradas, de um a seis, em que o aluno escolhe uma delas para abrir (Figura 11).

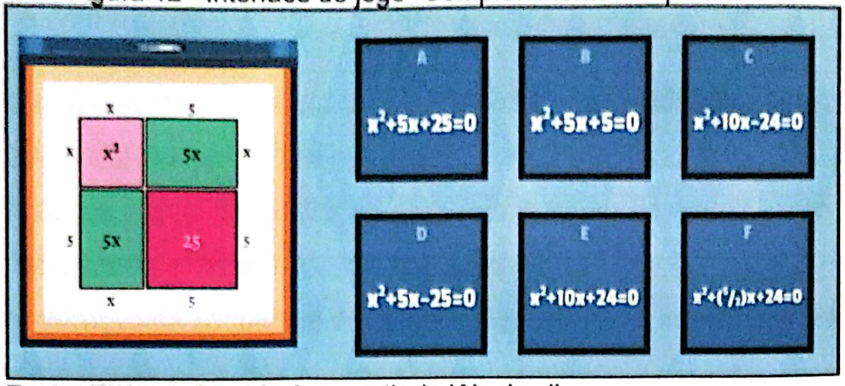
Figura 11 - Interface do modelo "Abra a caixa"



Fonte: Wordwall.

Para cada caixa numerada (de 1 a 6), existem seis equações do segundo grau, indicadas de A a F. O aluno associa uma dessas equações à representação geométrica indicada na caixa (Figura 12).

Figura 12 - Interface do jogo "Completamento de quadrado"



Fonte: Elaboração própria a partir do Wordwall.

Todas as equações (indicadas de A a F) estão associadas a uma representação geométrica diferente e somente uma opção é correta. Caso o aluno erre a resposta, a caixa é bloqueada e só é liberada quando a equação correta é acessada. O jogo possui uma tabela de classificação que é mostrada após a partida.

O intuito desse jogo é verificar se o aluno acompanhou a aula e conseguiu atingir o objetivo proposto: resolver a equação do segundo grau por meio do método de completamento de quadrado.

Neste jogo, é trabalhado apenas uma resposta correta, com isso, é percebível que na Figura 12 a equação correta para a representação geométrica dada é a $x^2 + 10x - 24 = 0$. Mas, trabalhado fora do jogo, essa representação geométrica poderia estar associada a outros valores para o parâmetro c na equação $x^2 + bx + c = 0$ como, $x^2 + 10x - 9 = 0$.

Pode-se constatar que existem inúmeras equações associadas a uma mesma representação geométrica. Essas variações ocorrem ao modificar o valor de c na equação, $ax^2 + bx + c = 0$. Vale ressaltar que, a representação geométrica trata de áreas de figuras geométricas, por isso, é necessário que os valores das medidas associadas ao primeiro (ax^2) e ao segundo termos (bx) sejam positivos e que o valor do termo expresso no segundo membro da equação também seja positivo, como podemos observar no exemplo $x^2 + 10x = 24$.

As questões trabalhadas no jogo estão disponíveis no Apêndice B, e o professor que desejar utilizá-las, poderá alterá-las, caso considere necessário.

4 CONCLUSÃO

O objetivo desta sequência didática se encontra envolto do completamento de quadrado e da chamada "Fórmula de Bhaskara". É importante que os alunos conheçam outros meios de resolução para que possam descobrir como chegar à fórmula resolutiva da equação do segundo grau.

A construção da sequência didática se deu com uma introdução para sondar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o conteúdo trabalhado. Em seguida, foram abordados exemplos com viés algébrico e geométrico com a intenção dos alunos compreenderem melhor o completamento de quadrado, a ser usado na demonstração da fórmula resolutiva da equação do segundo grau. Após a demonstração, foram introduzidos relatos históricos da civilização babilônica relacionando os procedimentos matemáticos usados naquela época com a resolução que usamos atualmente. A sequência foi concluída com o jogo online de complemento de quadrados para verificar a aprendizagem adquirida durante a aula.

A aplicação ocorreu de forma remota para a turma do LEAMAT III, usando slides, quadro branco e software (jogo). O objetivo foi alcançado com sucesso, trazendo um novo conhecimento de como resolver a equação do segundo grau e de como chegar em sua fórmula de resolução. Foi mostrado também, a importância dos relatos históricos e da tecnologia dentro da sala de aula.

Foi importante para o grupo de autores desta sequência didática a elaboração da própria, fazendo com que se enxergasse a importância de diferentes métodos de resolução a serem apresentados e os diferentes recursos a serem usados para uma aprendizagem mais significativa.

A falta de artigos que ajudassem a ter o embasamento teórico sobre o completamento de quadrado usado na equação do segundo grau, foi um grande desafio enfrentado pelo grupo. Outro desafio, e talvez o maior que o grupo enfrentou, foi de programar a sequência didática totalmente para o ensino remoto, o que exigiu criatividade e inovação, além da adaptação para que o futuro professor possam usá-la no ensino presencial.

Acredita-se que a partir desta sequência didática voltada para o remoto, possa se obter estudos e artigos que tratem da importância do completamento de quadrado no ensino das equações quadráticas e que aplicações com o uso deste material sejam feitas no ensino presencial.

REFERÊNCIAS

ABRIL, R.H. **Demonstração de fórmulas matemáticas no Ensino Médio**. 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016. Disponível em: http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/1700. Acesso em: 5 out. 2021.

ALMEIDA, T.A.S. **A demonstração no ensino de geometria**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016. Disponível em: http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/9027/2/CT_COMAT_2016_2_3.pdf. Acesso em: 5 out. 2021.

BOAVIDA, A.M. Um olhar sobre o ensino da demonstração em matemática. **Educação e Matemática**. Portugal: ESE de Setúbal, n.63, p.11-15, maio/junho 2001. Disponível em: https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1006/1049. Acesso em: 9 out. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 28 set. 2021

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/busca-geral/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12657-parametros-curriculares-nacionais-5o-a-8o-series. Acesso em: 28 set. 2021.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEF, 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf. Acesso em: 28 set. 2021.

FARIAS, B.D.S.R. **Métodos utilizados ao longo da história para resolver equações quadráticas:** para além da fórmula de Bháskara. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2016. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/3295/1/BSRF09122016.pdf. Acesso em: 11 out. 2021.

FERREIRA, M.L. A álgebra e suas diferentes manifestações. *In*: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. **Anais eletrônicos** [...]. Recife: UFPE, 2011. p.1-8. Disponível em: http://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1503/818. Acesso em: 7 set. 2021.

NETO, A.M.; CARVALHO, T. O. O tema de equações do segundo grau como espaço para a generalização. **Revista ENSIN@ UFMS**. Três Lagoas, v.2, número especial, p.186-209, 2021. Disponível em: https://doi.org/10.55028/revens.v2iEsp..14370. Acesso em: 19 ago. 2022.

RODRIGUES, G.S. **Uma proposta de aplicação de jogos matemáticos no Ensino Básico**. 2018. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade de Brasília, Brasília, 2018. Disponível em: https://repositorio.unb.br/handle/10482/34149. Acesso em: 6 out. 2021.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SILVA, T.F.F. **"Nem tudo é por Bhaskara":** a aprendizagem significativa por meio da história em quadrinhos para o ensino da equação do segundo grau. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) - Universidade do Grande Rio, Duque de Caxias, 2017. Disponível em: https://tede.unigranrio.edu.br/bitstream/tede/300/5/Telma%20Fidelis%20Fragoso%20da%20Silva.pdf . Acesso em: 12 out. 2021.

TINOCO, L.A.A. *et al*. Álgebra é mais do que algebrismo. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais eletrônicos** [...]. Curitiba: PUC Paraná, 2013. p.1-8. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/1429_422_ID.pdf. Acesso em: 4 set. 2021.

Campos dos Goytacazes (RJ), 31 de outubro de 2022.

Ana Carolina Pereira Braz

Ana Lívia Pereira de Azeredo

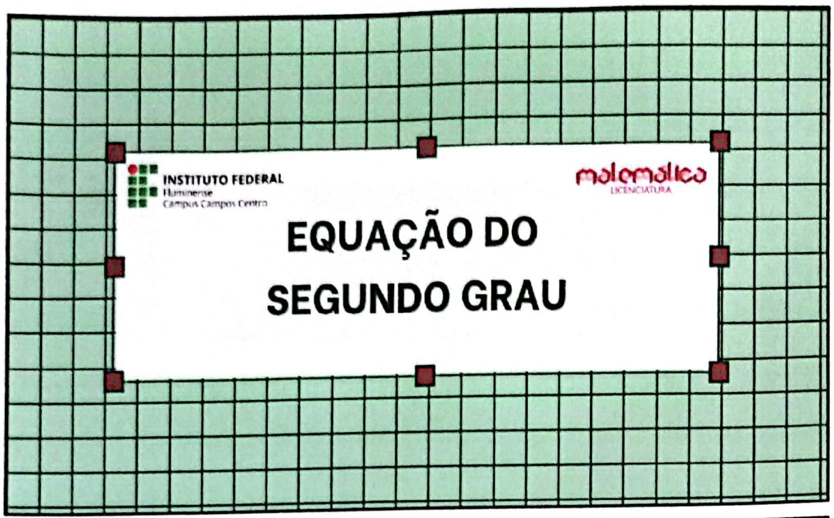
Andreza Luiza Batista da Silva

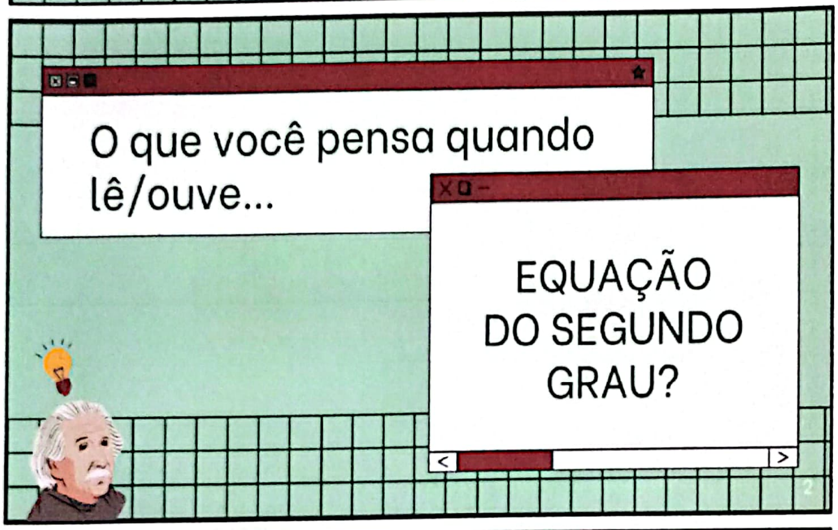
Paulo Renato da Silva Chaves

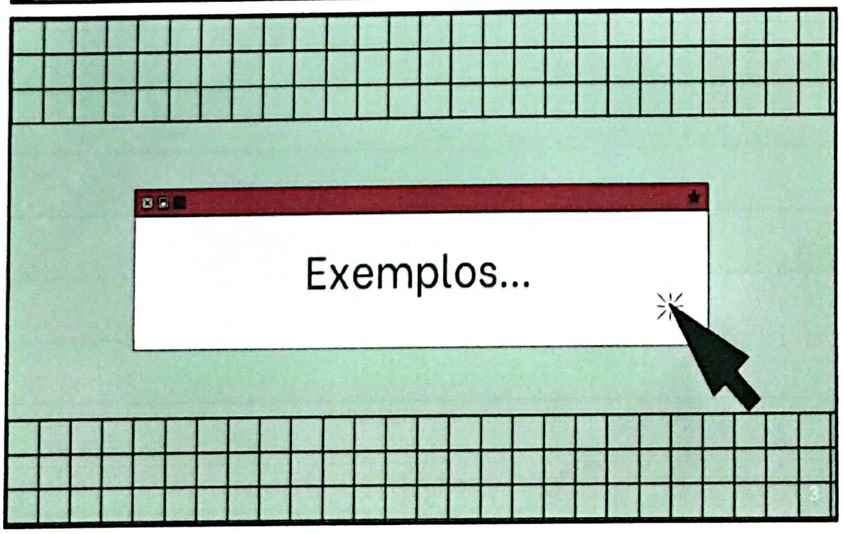
Thaís Aparecida Peixoto dos Santos

APÊNDICES

Apêndice A: Slides utilizados na sequência didática


INSTITUTO FEDERAL
EQUAÇÃO DO
SEGUNDO GRAU


O que você pensa quando lê/ouve...
EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU?


Exemplos...

Exemplo...

a) $x^2-16=0$

4

Exemplo...

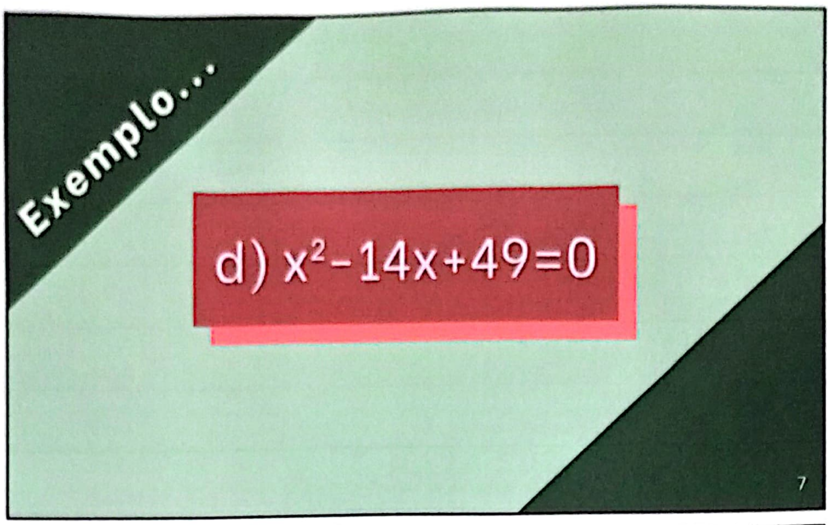
b) $x^2+2x=0$

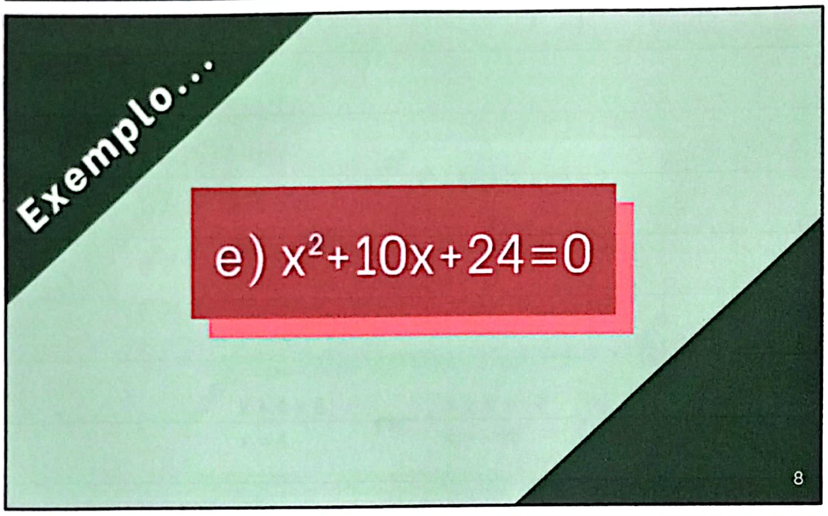
5

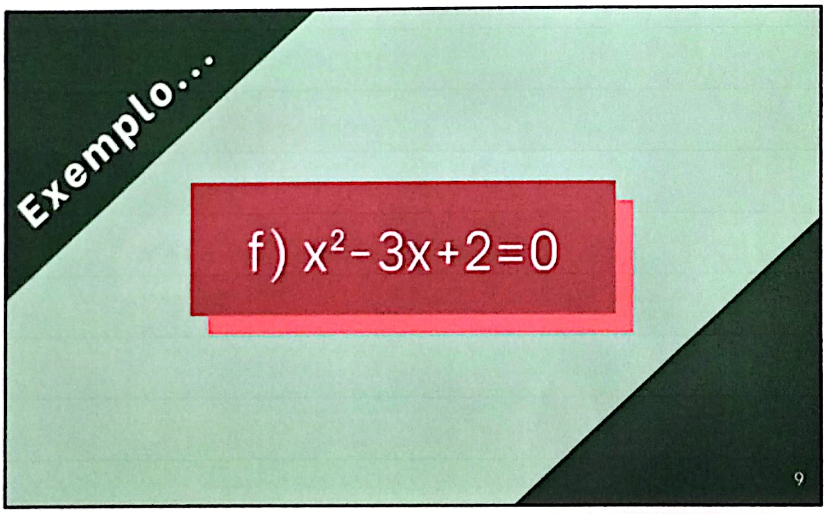
Exemplo...

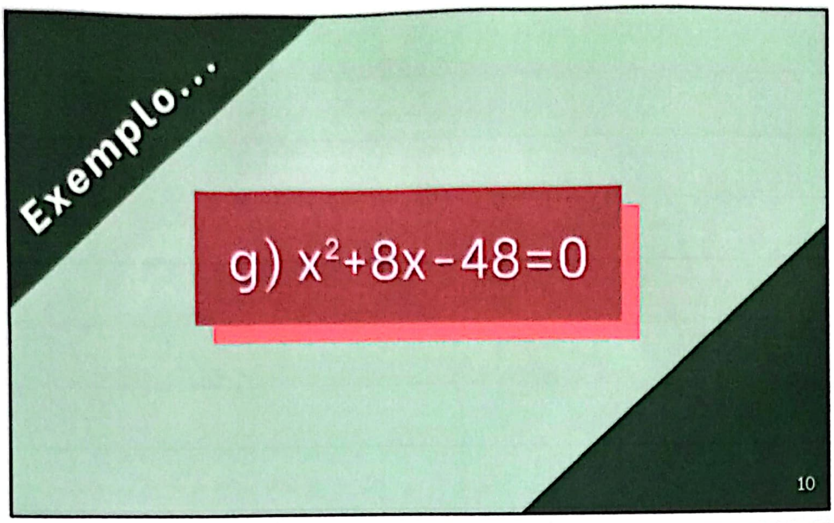
c) $(x+3)^2=16$

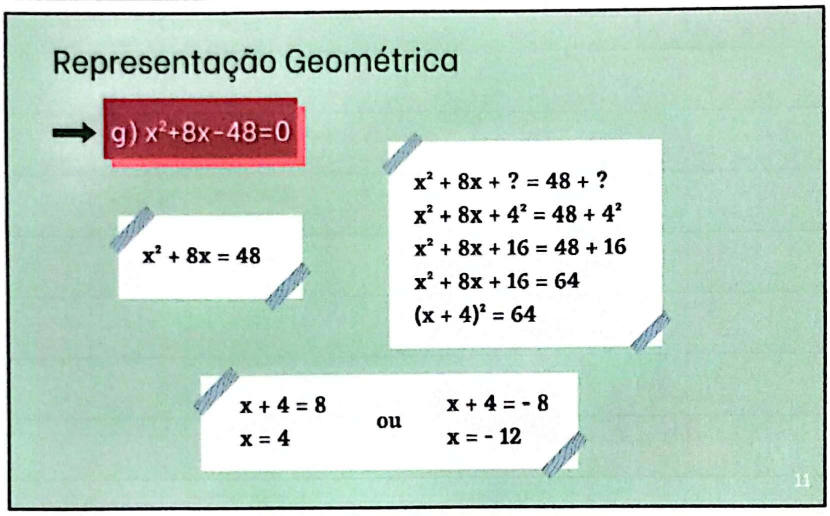
6

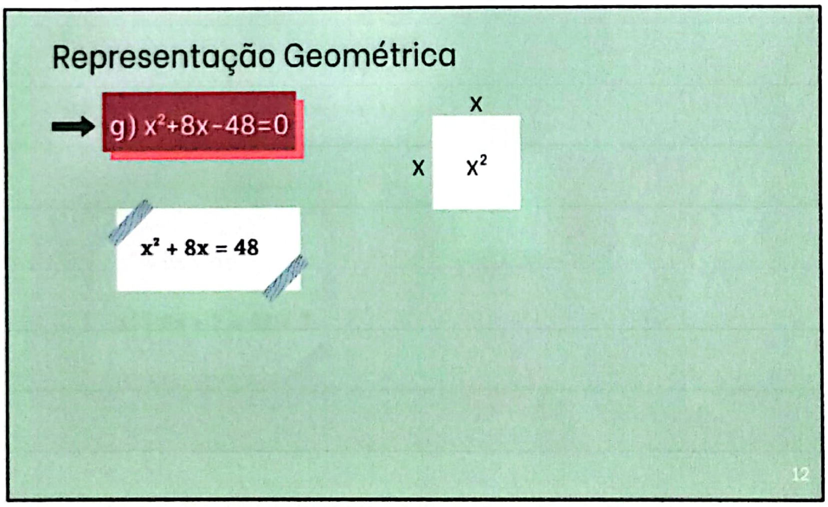

Exemplo...
d) x²-14x+49=0
7

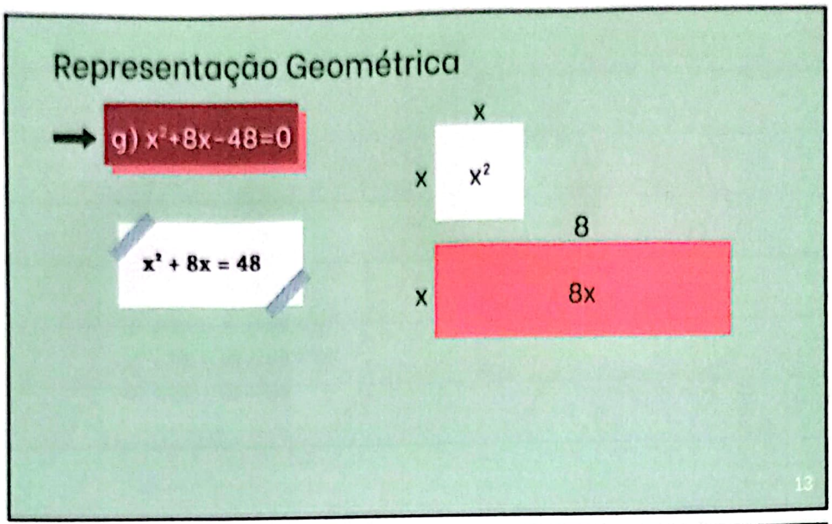

Exemplo...
e) x²+10x+24=0
8

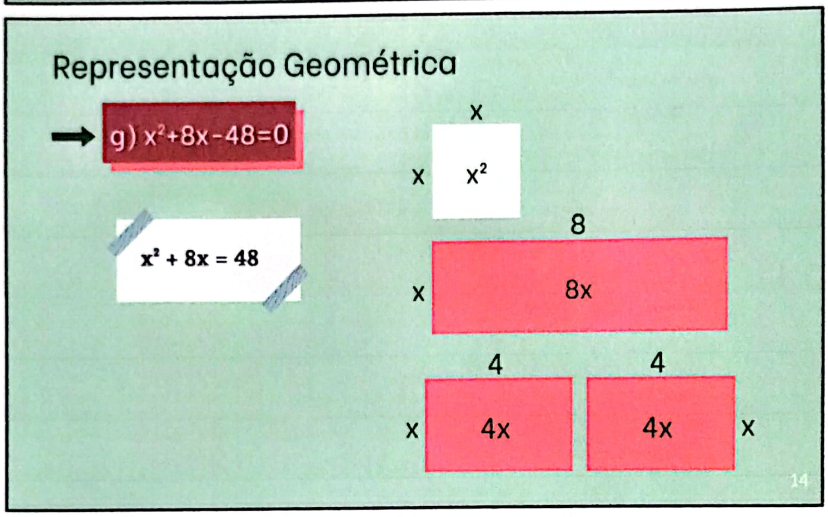

Exemplo...
f) x²-3x+2=0
9

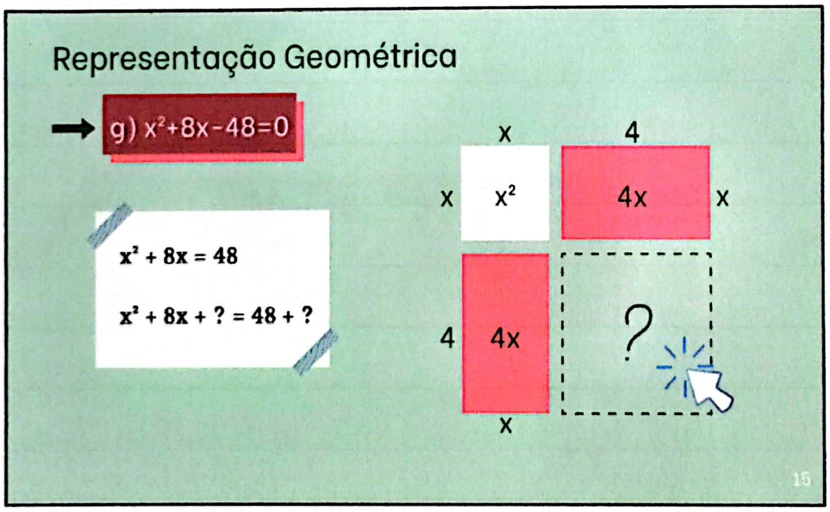

Exemplo...
g) x²+8x-48=0
10

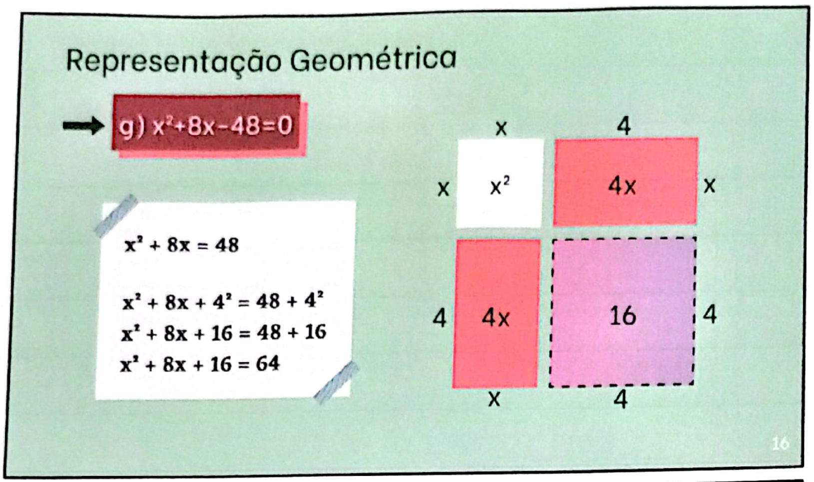

Representação Geométrica
g) x²+8x-48=0
x² + 8x = 48
x² + 8x + ? = 48 + ?
x² + 8x + 4² = 48 + 4²
x² + 8x + 16 = 48 + 16
x² + 8x + 16 = 64
(x + 4)² = 64
x + 4 = 8
x = 4
ou
x + 4 = - 8
x = - 12
11

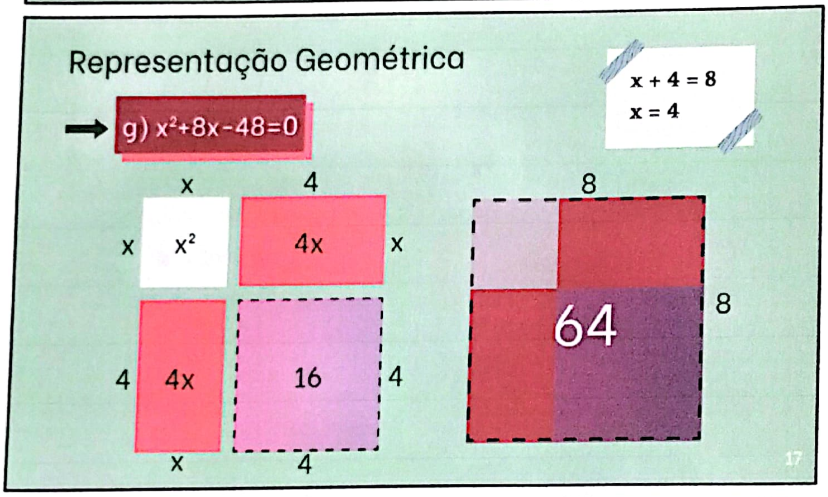

Representação Geométrica
g) x²+8x-48=0
x² + 8x = 48
x
x
x²
12

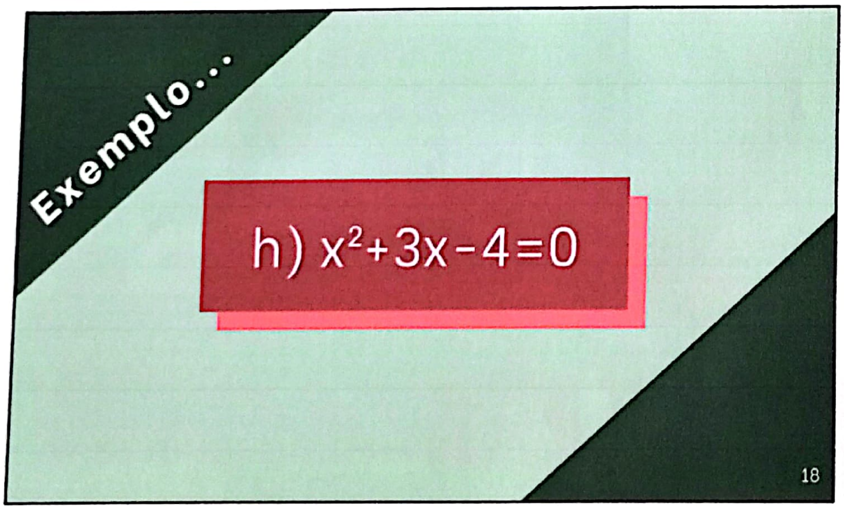

Representação Geométrica
g) x²+8x-48=0
x² + 8x = 48
x
x
x²
8
x
8x
13

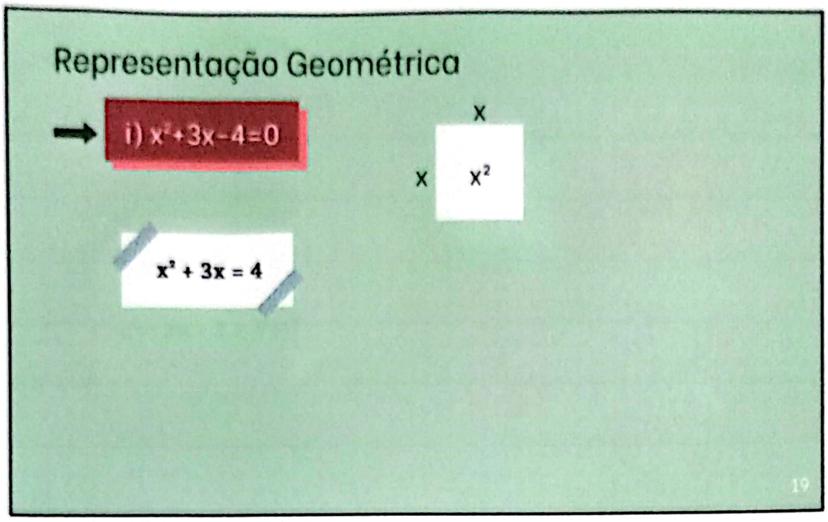

Representação Geométrica
g) x²+8x-48=0
x² + 8x = 48
x
x
x²
8
x
8x
4
4
x
4x
4x
x
14

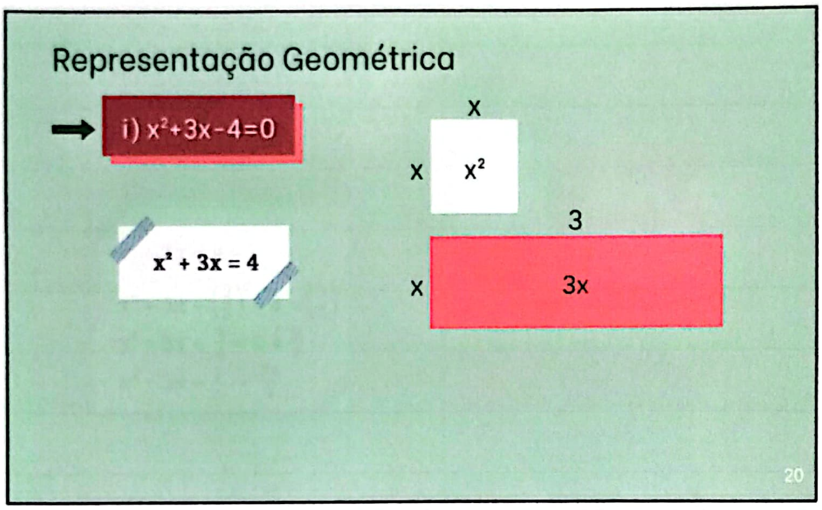

Representação Geométrica
g) x²+8x-48=0
x² + 8x = 48
x² + 8x + ? = 48 + ?
x
4
x
x²
4x
x
4
4x
?
x
15

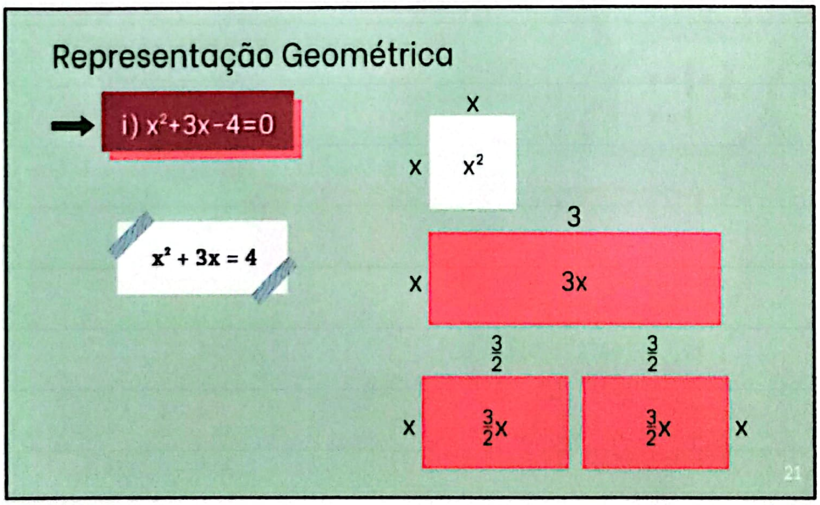

Representação Geométrica
g) x²+8x-48=0
x² + 8x = 48
x² + 8x + 4² = 48 + 4²
x² + 8x + 16 = 48 + 16
x² + 8x + 16 = 64
x
4
x
x²
4x
x
4
4x
16
4
x
4
16

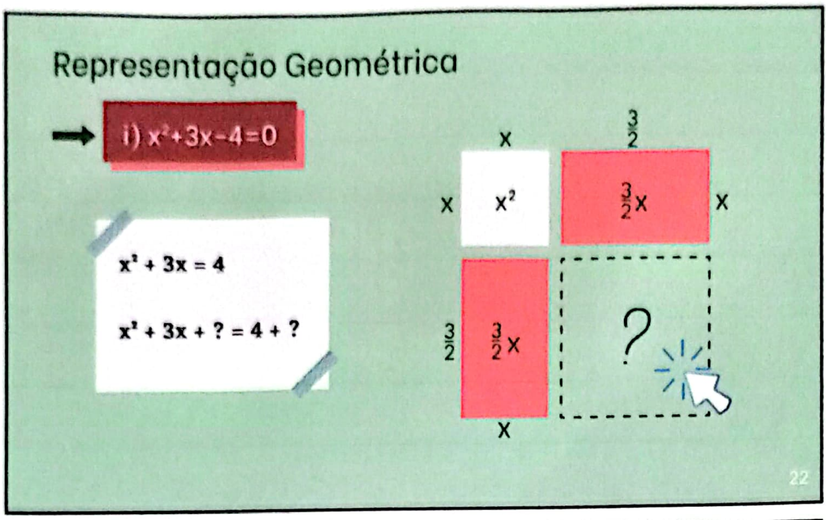

Representação Geométrica
g) x²+8x-48=0
x + 4 = 8
x = 4
x
4
x
x²
4x
x
4
4x
16
4
x
4
8
8
64
17

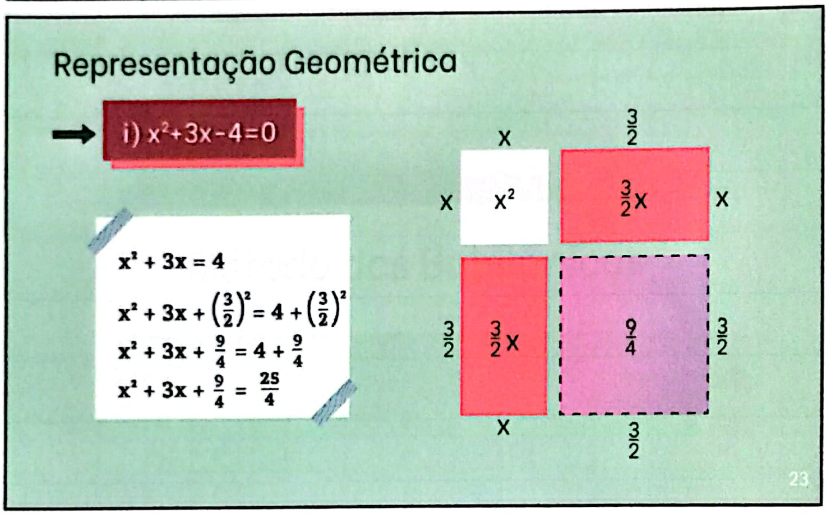

Exemplo...
h) x²+3x-4=0
18

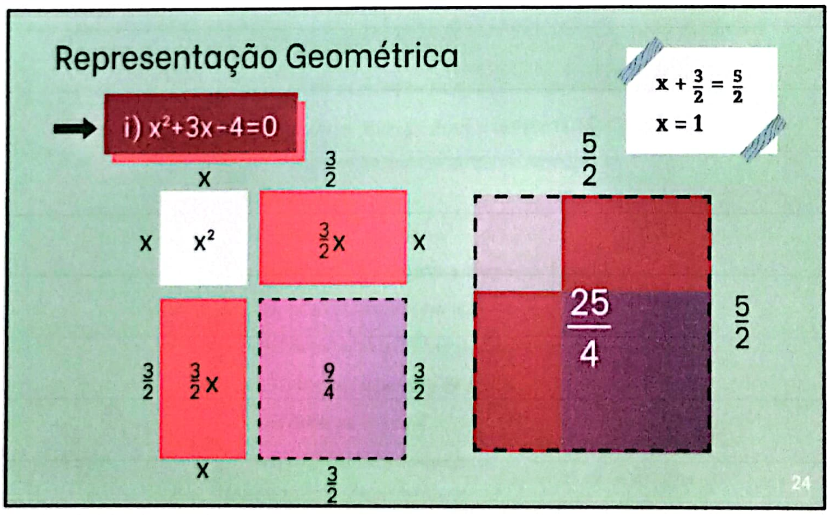

Representação Geométrica
i) $x^2+3x-4=0$
$x^2 + 3x = 4$
x
x
x^2
19

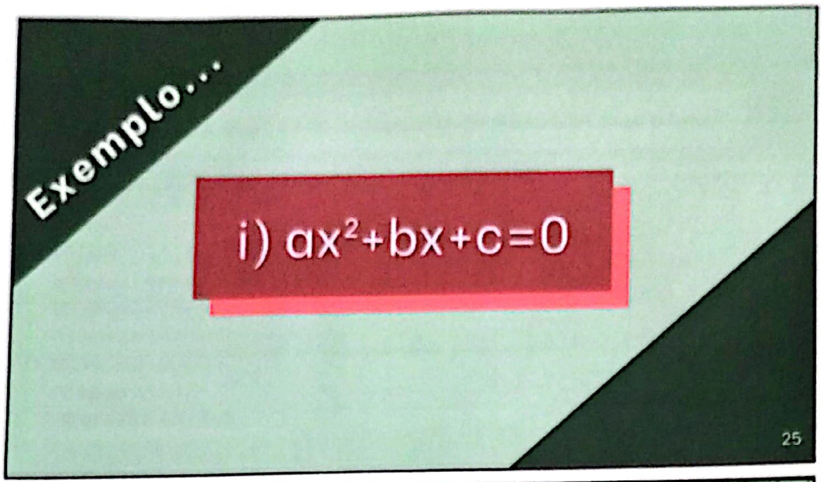

Representação Geométrica
i) $x^2+3x-4=0$
$x^2 + 3x = 4$
x
x
x^2
3
x
3x
20

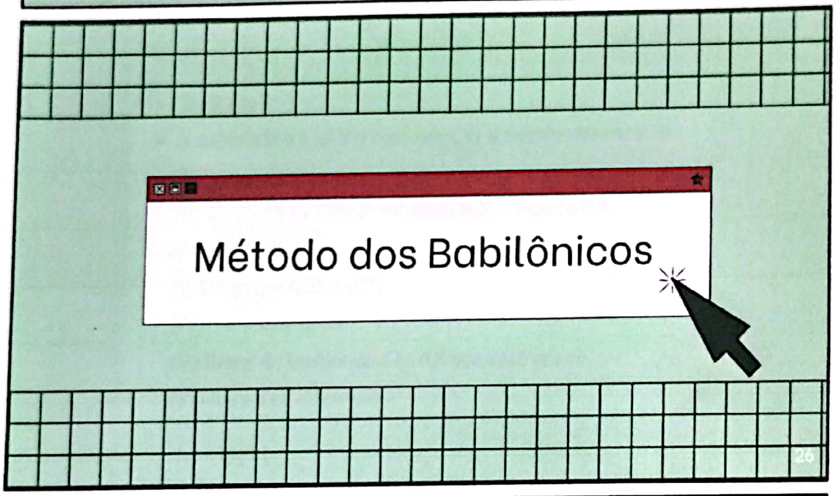

Representação Geométrica
i) $x^2+3x-4=0$
$x^2 + 3x = 4$
x
x
x^2
3
x
3x
$\frac{3}{2}$
$\frac{3}{2}$
x
$\frac{3}{2}x$
$\frac{3}{2}x$
x
21

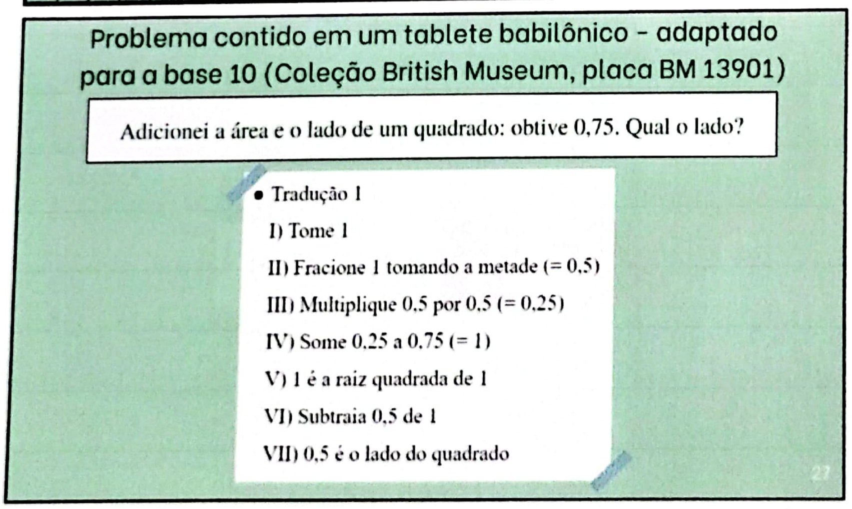

Representação Geométrica
i) $x^2+3x-4=0$
$x^2 + 3x = 4$
$x^2 + 3x + ? = 4 + ?$
x
$\frac{3}{2}$
x
x^2
$\frac{3}{2}x$
x
$\frac{3}{2}$
$\frac{3}{2}x$
?
x
22


Representação Geométrica
i) $x^2+3x-4=0$
$x^2 + 3x = 4$
$x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 4 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$
$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 4 + \frac{9}{4}$
$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = \frac{25}{4}$
x
$\frac{3}{2}$
x
x^2
$\frac{3}{2}x$
x
$\frac{3}{2}$
$\frac{3}{2}x$
$\frac{9}{4}$
$\frac{3}{2}$
x
$\frac{3}{2}$
23


Representação Geométrica
i) $x^2+3x-4=0$
$x + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$
$x = 1$
x
$\frac{3}{2}$
x
x^2
$\frac{3}{2}x$
x
$\frac{3}{2}$
$\frac{3}{2}x$
$\frac{9}{4}$
$\frac{3}{2}$
x
$\frac{3}{2}$
$\frac{5}{2}$
$\frac{25}{4}$
$\frac{5}{2}$
24


Exemplo...
i) $ax^2+bx+c=0$
25


Método dos Babilônicos


Problema contido em um tablete babilônico - adaptado para a base 10 (Coleção British Museum, placa BM 13901)
Adicionei a área e o lado de um quadrado: obtive 0,75. Qual o lado?
• Tradução 1
I) Tome 1
II) Fracione 1 tomando a metade (= 0,5)
III) Multiplique 0,5 por 0,5 (= 0,25)
IV) Some 0,25 a 0,75 (= 1)
V) 1 é a raiz quadrada de 1
VI) Subtraia 0,5 de 1
VII) 0,5 é o lado do quadrado

Problema contido em um tablete babilônico - adaptado para a base 10 (Coleção British Museum, placa BM 13901)

Adicionei a área e o lado de um quadrado: obtive 0.75. Qual o lado?

- Tradução 1

I) Tome 1

II) Fracione 1 tomando a metade (= 0.5)

III) Multiplique 0.5 por 0.5 (= 0.25)

IV) Some 0.25 a 0.75 (= 1)

V) 1 é a raiz quadrada de 1

VI) Subtraia 0.5 de 1

VII) 0.5 é o lado do quadrado

x = medida do lado do quadrado

$$\boxed{x = -\frac{1}{2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}}$$

$$x^2 + x = 0.75$$

$$x^2 + x - 0.75 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+3}}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1+3}}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1+3}{4}}$$

$$x = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}$$

$$x = -\frac{1}{2} + \sqrt{(0.5)^2 + 0.75}$$

$$x = -\frac{1}{2} + \sqrt{1}$$

$$x = -\frac{1}{2} + 1$$

$$x' = -0.5 + 1$$

$$x' = 0.5$$

28

- Tradução 2

➢ A superfície e a minha confrontação acumulei: obtive 0,75.

(I) 1 é a projeção

(II) Quebre 1 na metade (obtendo 0,5) e retenha 0,5, obtendo 0,25

(III) Agregue 0,25 a 0,75

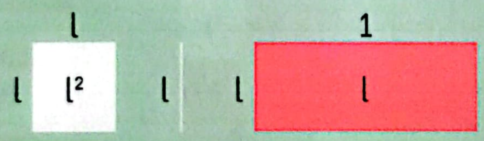
(IV) 1 é o lado igual

(V) Retire do interior de 1 os 0,5 que você reteve

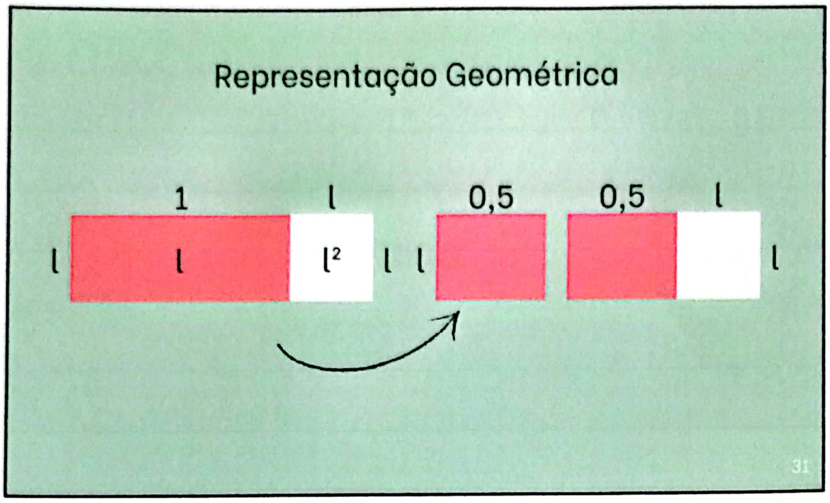
(VI) 0,5 é a confrontação

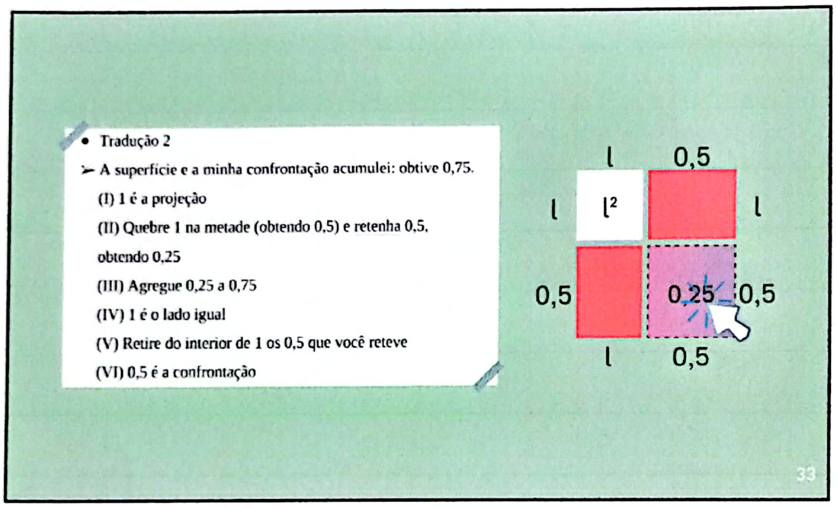
29

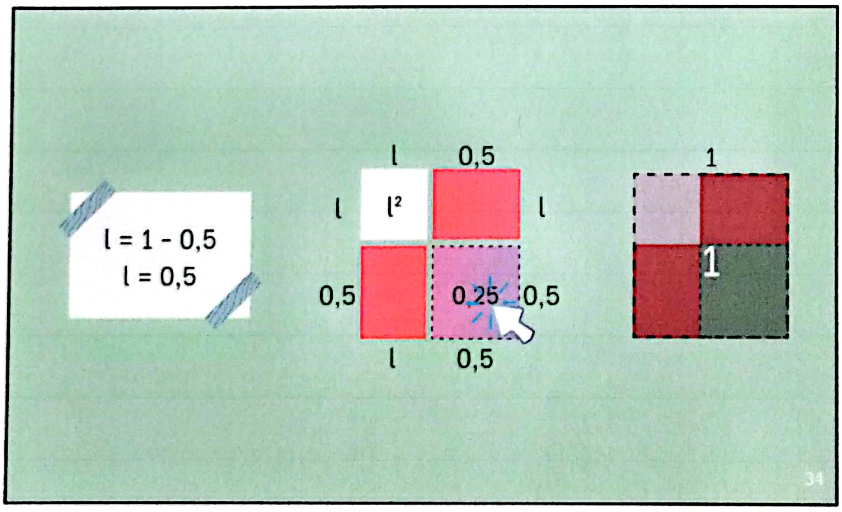
Representação Geométrica

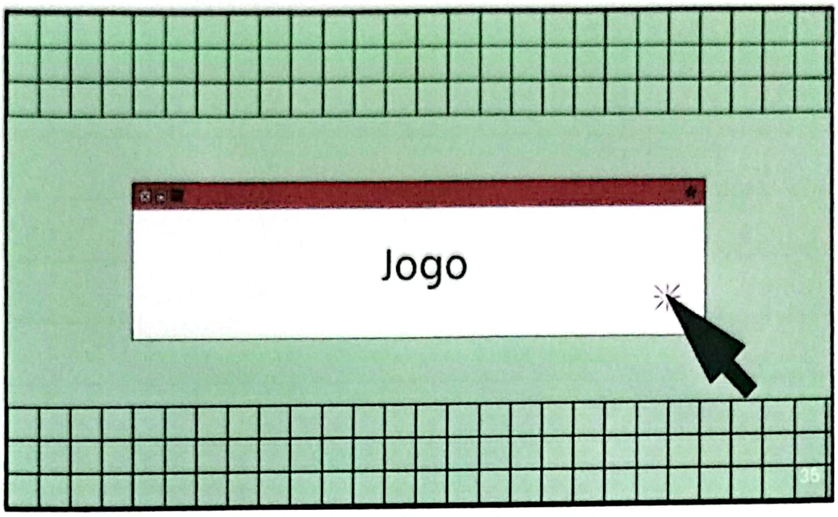


30


Representação Geométrica
1
l
l
l
l²
l
l
0,5
0,5
l
l
31


• Tradução 2
➢ A superfície e a minha confrontação acumulei: obtive 0,75.
(I) 1 é a projeção
(II) Quebre 1 na metade (obtendo 0,5) e retenha 0,5,
obtendo 0,25
(III) Agregue 0,25 a 0,75
(IV) 1 é o lado igual
(V) Retire do interior de 1 os 0,5 que você reteve
(VI) 0,5 é a confrontação
l
0,5
l
l²
l
0,5
0,25
0,5
l
0,5
33

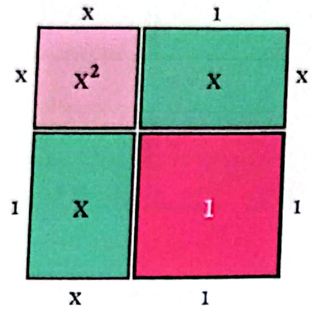

l = 1 - 0,5
l = 0,5
l
0,5
l
l²
l
0,5
0,25
0,5
l
0,5
1
1
34


Jogo

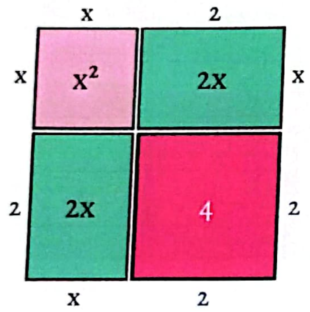
Apêndice B: Questões trabalhadas no jogo

Figuras geométricas e suas respectivas equações algébricas referentes ao jogo.

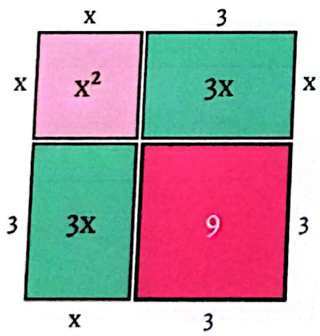
- $x^2 + 2x - 3 = 0$



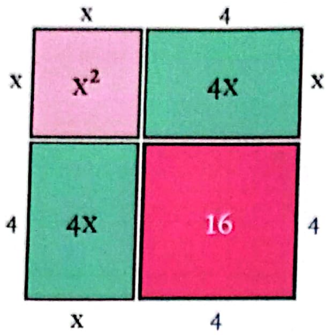
- $x^2 + 4x - 21 = 0$



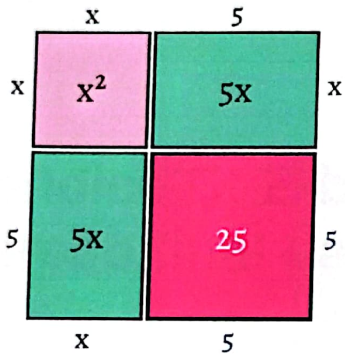
- $x^2 + 6x - 7 = 0$



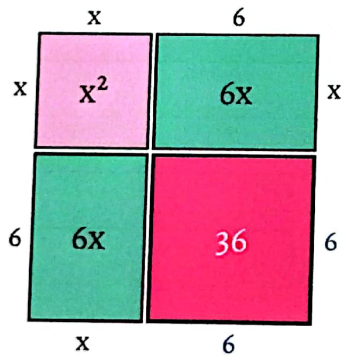
- $x^2 + 8x - 20 = 0$



- $x^2 + 10x - 24 = 0$



- $x^2 + 12x - 13 = 0$



Apêndice C: E-book publicado com a versão final da sequência didática

Disponível em: https://www.amazon.com.br/