

RELATÓRIO DO LEAMAT

O USO DO GEOGEBRA PARA ANÁLISE GRÁFICA DE FUNÇÕES DEFINIDAS POR VÁRIAS SENTENÇAS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Alexandre Gomes Barreto

Bruna Fagel Lage Fontoura

Kaylane Rodrigues Silva

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2022.2

Alexandre Gomes Barreto

Bruna Fragel Lage Fontoura

Kaylane Rodrigues Silva

RELATÓRIO DO LEAMAT

O USO DO GEOGEBRA PARA ANÁLISE GRÁFICA DE FUNÇÕES POLINOMIAIS DO PRIMEIRO GRAU DEFINIDAS POR SENTENÇAS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^o. Me. Leandro Sopeletto Carreiro

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2022.2

SUMÁRIO

1 RELATÓRIO DO LEAMAT I	4
1.1 Atividades desenvolvidas	4
1.2 Elaboração da sequência didática	6
1.2.1 Tema	6
1.2.2 Justificativa	6
1.2.3 Objetivo Geral	9
1.2.4 Público Alvo	9
2 RELATÓRIO DO LEAMAT II	9
2.1 Atividades desenvolvidas	9
2.2 Elaboração da sequência didática	10
2.2.1 Planejamento da sequência didática	10
2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II	16
3 RELATÓRIO DO LEAMAT III	18
3.1 Atividades desenvolvidas	18
3.2 Elaboração da sequência didática	18
3.2.1 Versão final da sequência didática	18
3.2.2 Experimentação da sequência didática na turma regular	21
4 CONCLUSÃO	25
REFERÊNCIAS	27
APÊNDICES	30
Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	31
Apêndice B: Material didático aplicado na turma regular	37
Apêndice C: Slides utilizados na turma regular	43

1 RELATÓRIO DO LEAMAT I

1.1 Atividades desenvolvidas

No dia 08 fev. 2022, foi feita a introdução da matéria, seguida da explicação das futuras atividades, logo adiante foi disponibilizado o texto: "ÁLGEBRA É MAIS DO QUE ALGEBRISMO (2013)" dos autores TINOCO; PORTELA; SILVA; MENDES; AGUILAR

No dia 15 fev. 2022, foi realizada a discussão sobre o artigo passado na semana anterior. Esse texto tem como objetivo propor aos professores atividades que tornem a matemática significativa e reflexiva para os alunos. Durante essa aula foram levantados pontos que mais chamaram atenção da turma e dentre eles: a pobreza educacional, especificamente no ramo da Matemática; o despreparo que muitos professores têm durante sua passagem acadêmica, tornando assim mais difícil o ensino da álgebra em sala de aula, outro ponto citado, o desinteresse do alunado perante a álgebra, o contato totalmente formal e robotizado. Em seguida, foi disponibilizado o texto: "A álgebra e suas diferentes manifestações (2011)" do autor Magno Luiz Ferreira.

No dia 22 fev. 2022, foi realizada a discussão sobre o artigo passado na semana anterior. Esse texto tem como objetivo apresentar as mudanças que devem ocorrer para o ensino da álgebra se tornar ideal a partir da revisão dos acontecimentos históricos que tornaram a álgebra o que ela é atualmente. Durante essa aula foram levantados pontos que mais chamaram atenção da turma e dentre eles: como a álgebra ainda está muito mecanizada e estagnada no tempo; que os professores sejam mais criativos ao dar suas aulas, assim gerando alunos ativos; e como um conteúdo mal explicado no ensino primário pode gerar traumas no futuro para a matéria como um todo. Em seguida, foi disponibilizado o texto: "Ensino de álgebra e formação de professores (2008)" da autora Elizabeth Adorno de Araújo

No dia 8 mar. 2022, foi realizada a discussão sobre o artigo passado na semana anterior. Esse texto tem como objetivo uma breve revisão do ensino dessa área e de resultados de pesquisa torna-se necessária para compreender o que acontece na sala de aula. Durante essa aula foram levantados pontos que mais

chamaram atenção da turma e dentre eles, o ensino da álgebra nas escolas de educação básica deve ser uma das preocupações dos cursos de licenciatura em Matemática na busca de uma melhor formação aos professores; e a escola, além do domínio de conceitos, deve desenvolver atitudes e valores através de atividades que envolvam os alunos. Em seguida, foi disponibilizado o texto: "AS DIFICULDADES DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NO ENSINO DA ÁLGEBRA: ALGUMAS REFLEXÕES (2019)" das autoras Caiane de Lima Pacheco e Renata Camacho Bezerra.

No dia 15 mar. 2022, foi realizada a discussão sobre o artigo passado na semana anterior. Esse texto tem como objetivo discutir a formação dos professores que ensinam matemática, para assim entender como a álgebra está presente na PCN e BNCC. Logo, a pesquisa resulta que há falta de disciplinas que abordem a álgebra, contribuindo na dificuldade do processo de ensino na educação básica. Durante essa aula foram levantados pontos que mais chamaram atenção da turma e dentre eles a importância de saber o que expor e como expor a álgebra para os alunos que vão entrar em contato com a matéria pela primeira vez e a preocupação que há com os professores e suas metodologias aplicadas em sala de aula, os docentes devem se formar com pensamento crítico mesmo que a Matemática esteja separada das pedagógicas. Em seguida, nos foi passado um seminário sobre as BNCC e PCN.

No dia 22 mar. 2022: apresentação dos seminários, no qual a turma foi dividida em quatro grupos, sendo dois para falarem sobre o que se diz respeito a álgebra nos anos finais do ensino fundamental e do ensino médio na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento esse que traz um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento, basicamente sendo um documento norteador para o professor. Durante a apresentação desses 2 grupos foi mostrado que é extremamente necessário desenvolver o pensamento geométrico dos alunos para que os mesmos possam investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes, para isso o documento sugere algumas abordagens como manipulação de sólidos e uso de recursos digitais como GeoGebra, porém outro tópico levantado foi a dificuldade em realizar o que o documento propõe tendo em vista que a educação atualmente não é igualitária. Os outros 2 grupos apresentaram trabalhos sobre o que se diz respeito a álgebra nos

anos finais do ensino fundamental e do ensino médio nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

Na semana do dia 29 mar. 2022, começamos a pensar no tema. Na semana do dia 5 abr. 2022 escolhemos o tema “resolução de problemas envolvendo equações do segundo grau”, por conta da ensino básico defasado e mecanizado de alguns integrantes do grupo, porém ao começar a escrever o objetivo geral, durante essa semana lemos alguns texto relacionados a maneiras de se resolver equações do segundo grau. Na semana do dia 12 de abr. 2022 estávamos com dificuldade em decidir nosso objetivo, e pensamos em talvez trocar o tema. Na semana do dia 19 de abr. 2022, trocamos o tema para “Função afim: análise de gráfico utilizando o GeoGebra”, nessa semana, escolhemos o público alvo, objetivo geral e reescrevemos a motivação, em seguida começamos a buscar textos relacionados com o tema, e a se aprofundar mais na nova ideia, por fim escrevemos o rascunho da justificativa.

No dia 17 mai. 2022 aconteceram as apresentações dos quatro grupos, com os temas: “Apresentando o plano cartesiano”, “Função afim: uma abordagem dinâmica”, “Aplicações da função seno: uma abordagem por meio do Geogebra” e “Função afim: análise de gráfico utilizando o Geogebra”.

1.2 Elaboração da sequência didática

1.2.1 Tema

Análise do gráfico da função definida por várias sentenças, com ênfase em funções afins utilizando o GeoGebra.

1.2.2 Justificativa

De acordo com a BNCC (Brasil, 2018), a função polinomial de primeiro grau deve ser abordada para resolver problemas em contextos diversos com ou sem apoio de tecnologias digitais. O intuito é proporcionar ao aluno uma visão algébrica mais dinâmica, que desperte em si o pensamento algébrico. Na habilidade (EM13MAT501), a BNCC propõe que os alunos investiguem relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano,

identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau. Santos (2005) expõem que: "Os exercícios propostos aos alunos envolvem, em geral, apenas manipulação algébrica e construção dos gráficos por meio de uma tabela de pontos que satisfazem a expressão analítica" (SANTOS, 2005, p. 9).

Em consideração a isso, Silva e Lima (2016) afirmam,

No ensino de Matemática é marcante a influência exercida pelas concepções absolutistas sobre a natureza da Matemática que priorizam a abstração e a repetição mecanizada de exercícios, podendo levar os alunos a serem passivos diante da sua aprendizagem. Questiona-se, portanto, sobre a distância que elas impõem entre as realidades vivenciadas pelos alunos e nas quais as escolas se inserem, com o ensino escolar. (SILVA e LIMA, 2016, p. 10)

A mecanização do ensino é um dos fatores que contribuem para dificuldade no ensino da matemática como um todo, porém, não é o único fator. Para Duval (2013b), a principal dificuldade na aprendizagem da Matemática decorre do fato que os objetos matemáticos não possuem existência física e, sendo assim, o acesso a esses objetos só é possível com a utilização de um sistema semiótico. Além disso, Ferreira (1998) também aponta dificuldades apresentadas por estudantes ao lidarem com o ensino de função, tais como: múltiplas relações; grande quantidade de conceitos como: variável, taxa de variação, vértice, domínio, conjunto imagem, periodicidade, dentre outros.

Ainda segundo Duval (2012), as representações semióticas são basicamente, diferentes formas de descrever um mesmo objeto matemático, com o objetivo de não somente facilitar a comunicação mas também desenvolver o cognitivo do aluno, tendo em vista que por trabalhar com várias representações do mesmo objeto matemático, o aluno irá conseguir associar melhor, por exemplo, uma expressão de uma função com o gráfico dessa mesma função, contribuindo assim para o pensamento algébrico do aluno.

De acordo com Denardi (2017), a semiótica é: "um sistema que desempenha a função de comunicação uma vez que é capaz de produzir e transmitir informações". Essa afirmação é comprovada por Souza (2017), no qual, foi percebido que a maior dificuldade dos alunos no 1º ano do ensino médio ao ser

trabalhado a função definida por várias sentenças, gira principalmente em torno de compreender e relacionar funções ao estabelecimento de gráficos. Diante disso, Araújo (2008) afirma que: "Para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico, o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra". Sendo assim, Ferreira (2018) comenta,

No ensino da matemática é imprescindível para a apreensão de um determinado objeto matemático que o sujeito realize, da forma mais espontânea possível, a coordenação entre os diferentes registros de representação. Isto significa dizer que: não adianta o sujeito representar de diferentes formas um mesmo objeto matemático se não consegue realizar a coordenação entre esses diferentes registros de representação. (FERREIRA, Ana Paula, 2018, p.30)

Que é complementado por Cassarol, et al (2012),

Uma possível solução para tais problemas consistiria em uma exploração mais aprofundada do conteúdo por parte dos alunos, ou seja, os alunos precisam manipular e transitar entre as diferentes representações (analítica, tabular e gráfica) de modo a realizar suas próprias descobertas e formar convicções (CASSAROL, et al, 2012, p. 161).

Utilizar diferentes representações pode ajudar o aluno a visualizar melhor o conteúdo, contribuindo para o ensino da função definida por várias sentenças. Diante disso, Oliveira e Justo (2015) destacam,

[...] a importância do uso de softwares educacionais por oferecerem atrativos que despertam o interesse dos alunos e o fortalecimento da compreensão da matéria, pois, em geral, consegue instigar nos estudantes perspectivas de investigações e busca de resultados que são induzidos pelas construções dinâmicas (OLIVEIRA e JUSTO, 2015, p. 6).

O maior interesse por parte dos alunos contribui para uma aula mais dinâmica e divertida, em relação ao modelo tradicional, Barbosa (2009), complementa que,

Muitos conceitos e processos matemáticos podem ser visualizados através de diagramas ou gráficos. A visualização na Matemática é um processo de formação de imagens (mental ou com papel e lápis, material concreto ou com ajuda das TIC) de conceitos abstratos, para usá-las com o intuito de se obter um melhor entendimento e de estimular a descoberta matemática. É um tipo de raciocínio baseado no uso de elementos visuais e espaciais

para resolver problemas ou provar propriedades [...] (BARBOSA, 2009, p. 60).

Desse modo, o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), consegue tornar a aula mais produtiva e dinâmica. O uso do GeoGebra, por exemplo, pode colaborar no estudo de gráficos de funções definidas por mais de uma sentença, pois os elementos visuais presentes no software contribuem para melhor compreensão do discente.

1.2.3 Objetivo Geral

Mostrar aos alunos o comportamento e as transformações gráficas da função definida por várias sentenças utilizando o *software* GeoGebra, tendo como principais leis de formação as funções afim e constante.

1.2.4 Público Alvo

1º ano do Ensino Médio

2 RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1 Atividades desenvolvidas

Na semana do dia 11 de julho de 2022, foi apresentado o Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática juntamente do cronograma, nessa mesma semana começamos a repensar a sequência didática.

Na semana do dia 18 de julho de 2022, foi realizada a revisão do projeto do LEAMAT I, e o grupo decidiu mudar o tema direcionando para a função definida por várias sentenças, mantendo o Geogebra como ferramenta didática e tecnológica, com ênfase nas transformações nos gráficos. Também, foi dado início a elaboração da sequência didática, slides e apostila.

Entre os dias 05 de setembro 2022 e 25 de setembro de 2022, foram realizadas as aplicações da sequência didática para os alunos do componente curricular LEAMAT II, com a finalidade de testar os projetos e corrigi-los se necessário, com as observações dos colegas e do orientador.

A partir do dia 03 de out. 2022 as aulas foram destinadas a elaboração e correção dos relatórios.

2.2 Elaboração da sequência didática

2.2.1 Planejamento da sequência didática

A sequência didática foi elaborada com intuito de aplicação no Instituto Federal Fluminense em uma turma de 1º ano de ensino médio, porque o mesmo fornece todos os recursos tecnológicos para aplicação. O projeto foi dividido em 3 etapas: a primeira etapa (Figura 1) consiste em relembrar conceitos a respeito da função polinomial de primeiro grau: lei da função, gráfico, crescimento e decrescimento.

A presente sequência didática tem por objetivo trabalhar especificamente funções polinomiais do primeiro grau definidas por sentenças, portanto, revisar esse conteúdo é de extrema importância.

Figura 1 - Definição de função afim

Definição de Função Afim

- Toda função do tipo $f(x) = ax + b$, com $\{a, b\} \subset \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, é denominada função afim ou função polinomial do 1º grau.

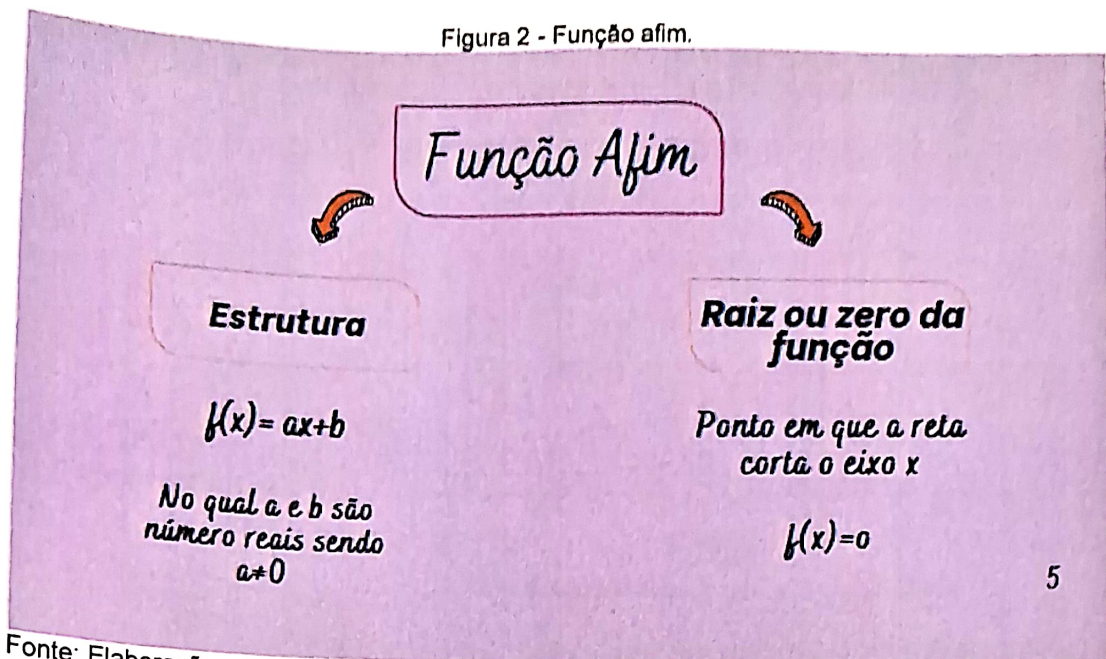
$F(x) = ax + b$

a é a taxa de variação
 x é a variável
 b é o valor inicial

4

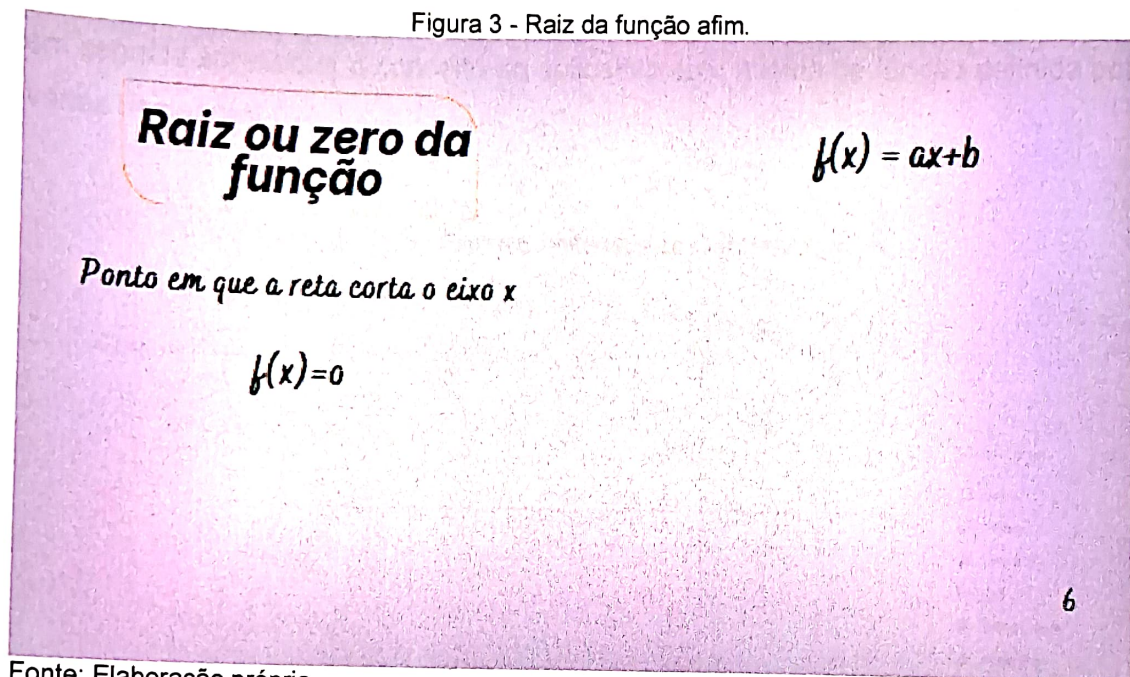
Fonte: Elaboração própria.

Figura 2 - Função afim.



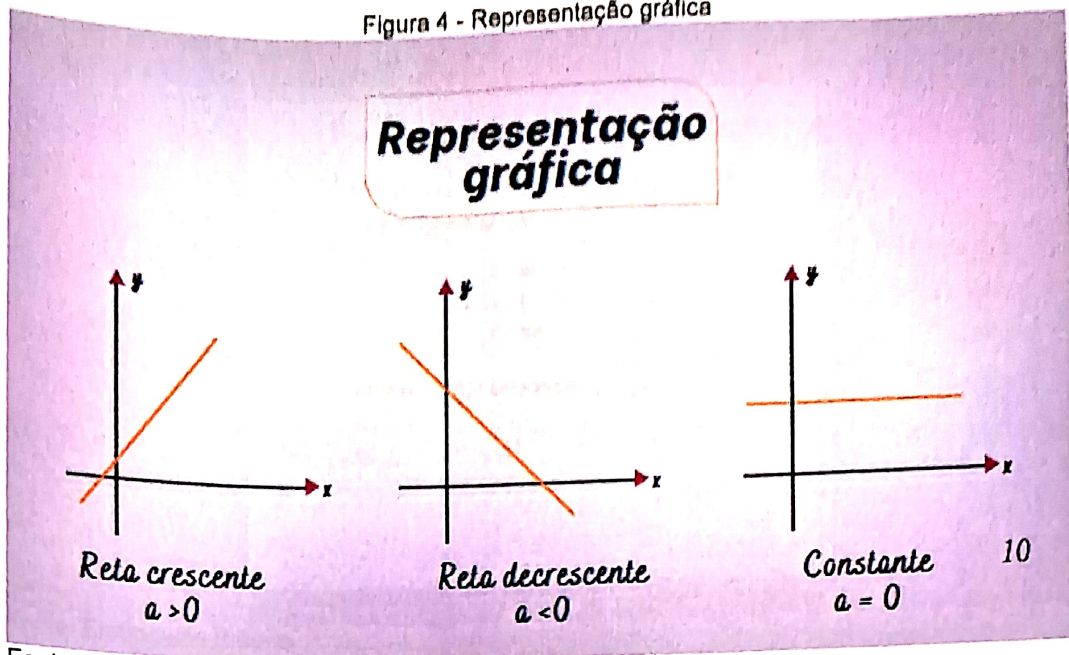
Fonte: Elaboração própria.

Figura 3 - Raiz da função afim.



Fonte: Elaboração própria

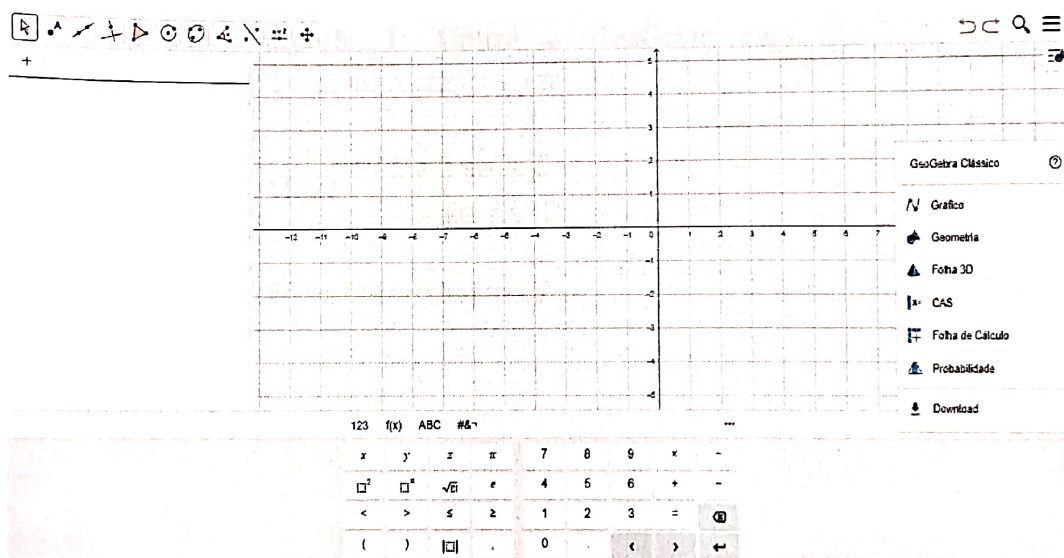
Figura 4 - Representação gráfica



Fonte: Elaboração própria

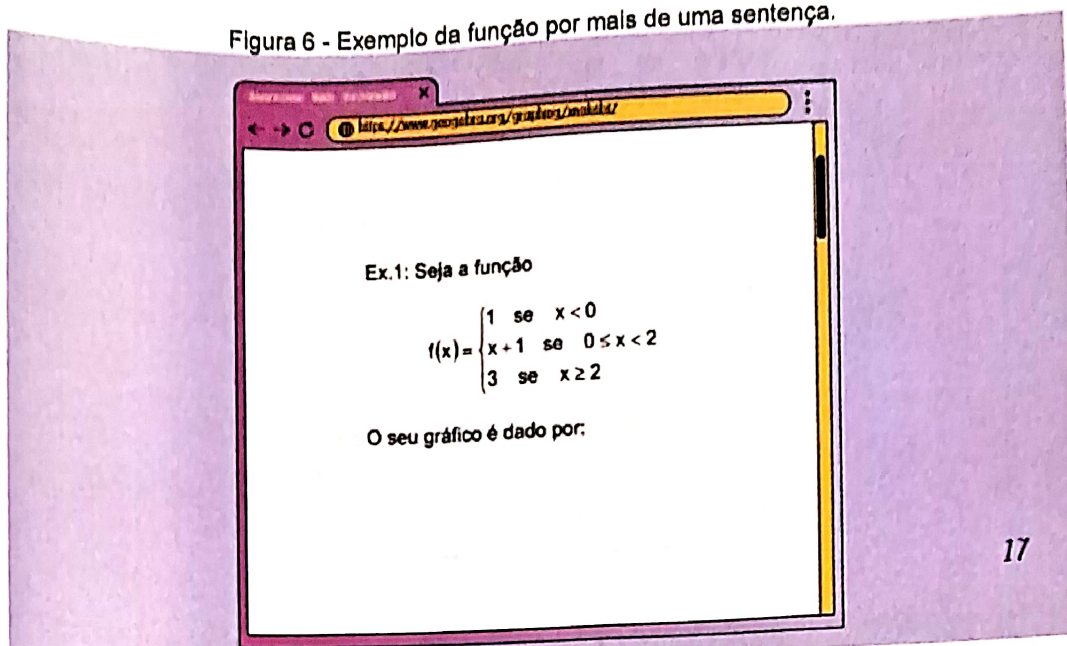
A segunda etapa consiste em apresentar o software GeoGebra e algumas ferramentas do mesmo, como a calculadora algébrica e a calculadora gráfica, e em seguida apresentar o conceito do aplicativo com a ideia de função definida por várias sentenças.

Figura 5 - Interface do GeoGebra



Fonte: Elaboração Própria.

Figura 6 - Exemplo da função por mais de uma sentença.



Fonte: Elaboração Própria.

Na terceira etapa, serão entregues os *tablets* aos alunos para construção e resolução dos exercícios propostos, visando despertar a curiosidade e propor um ensino mais dinâmico e divertido.

Na primeira tarefa (Figura 7 e 8), o aluno deve utilizar o geogebra individualmente para construir o gráfico de uma dada função definida por várias sentenças e responder as perguntas referentes ao subtópico da tarefa 1.

Figura 7 - Tarefa sobre função definida por várias sentenças

Tarefa 1: Utilize o GeoGebra para construir o gráfico da função:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Fonte: Elaboração própria

Figura 8 - Perguntas do subtópico referente à tarefa 1

Tarefa 1.1: Com base no gráfico construído, responda as perguntas abaixo.

a) Em quais intervalos a função f é crescente?

b) Em quais intervalos a função f é decrescente?

Fonte: Elaboração própria

Na segunda tarefa (figura 9), o aluno deve construir uma nova função definida por várias sentenças e assinalar a resposta correta, após analisar devidamente o gráfico construído. O principal objetivo é que o aluno, perceba os intervalos de crescimento e decrescimento da função, notando que ele muda em determinado intervalo do domínio.

Figura 9 - Questão de vestibular da UPE-SSA

Tarefa 2: (Upe-ssa 1 2018) Considere a função real g definida a seguir:

$$g(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{se } x \leq -1 \\ 1, & \text{se } -1 < x < 1 \\ -2x + 3, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Em relação a essa função, é **CORRETO** afirmar que

- a) é decrescente para $x < 1$.
- b) é crescente para $x > 1$.
- c) é uma função constante se $-1 < x < 0$.
- d) é crescente para $x > -1$.
- e) é decrescente para $x \geq 0$.

Fonte: Elaboração própria

Na terceira tarefa (Figura 10), por meio da interpretação do enunciado, o aluno deve determinar a lei da função definida por mais de uma sentença e em

seguida, construir o gráfico da mesma, assinalando o gráfico que a representa (Figura 11). Com intuito de criar no discente uma maior noção sobre lei e ao mesmo tempo, a representação gráfica da função polinomial do primeiro grau definidas por sentenças.

Figura 10 - Questão do Enem sobre função definida por mais de uma sentença

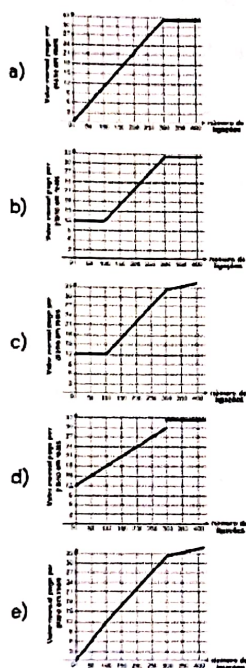
Tarefa 3: (Enem 2015 - Adaptado) Após realizar uma pesquisa de mercado, uma operadora de telefonia celular ofereceu aos clientes que utilizavam até 500 ligações ao mês o seguinte plano mensal: um valor fixo de R\$ 12,00 para os clientes que fazem até 100 ligações ao mês. Caso o cliente faça mais de 100 ligações, será cobrado um valor adicional de R\$ 0,10 por ligação, a partir da 101ª até a 300ª; e caso realize entre 300 e 500 ligações, será cobrado um valor fixo mensal de R\$ 32,00.

I) Com base nos elementos apresentados, determine as leis que definem essa função definida por mais de uma sentença.

Fonte: Elaboração própria

Figura 11- Questão do Enem sobre função definida por mais de uma sentença
Índice 2

II) Realize o estudo do gráfico da função no GeoGebra. Com base no estudo realizado, qual gráfico melhor representa a relação entre o valor mensal pago nesse plano e o número de ligações feitas é:



Fonte: Elaboração própria

A avaliação da aprendizagem será realizada por meio de um formulário, contendo algumas perguntas sobre o decorrer da sequência.

2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

No dia 19 de set. de 2022 foi realizada a aplicação da sequência didática, na turma do LEAMAT II.

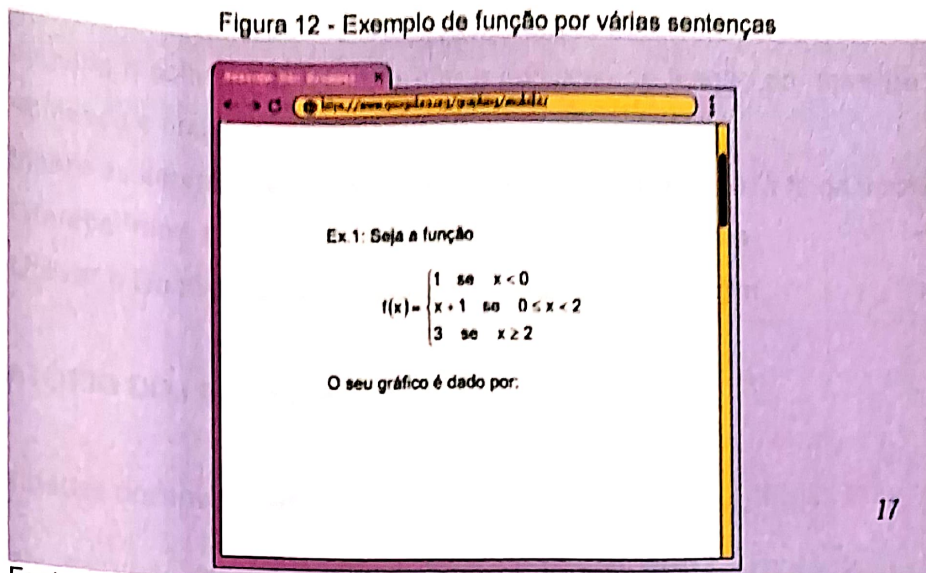
Demos início entregando as apostilas juntamente com os *tablets* para toda a turma. Em seguida, iniciou-se a aula abordando o que é o software *Geogebra*, como funciona, algumas de suas funcionalidades, sua interface e orientações de uso.

Com isso, foi realizada uma revisão sobre a função polinomial de primeiro grau apresentando a lei de formação, como por exemplo, determinar a raiz de uma equação de primeiro grau, o gráfico de uma função afim e utilizar o *Geogebra* para trabalhar a função afim.

Em sequência pedimos aos alunos que colocassem a lei de formação $f(x) = ax + b$ no aplicativo, e observassem respectivamente o que é pedido na apostila, movimentar os controles seletores a e b . O objetivo é trabalhar a percepção do aluno, isso portanto foi obtido, pois todos conseguiram executar a primeira tarefa sem dificuldades. Porém foi sugerido retirar essa parte para dar maior ênfase na função definida por várias sentenças

Em seguidas foi apresentado a definição de funções definidas por mais de uma sentença e elaborado um exemplo junto da turma (Figura 12).

Figura 12 - Exemplo de função por várias sentenças



Fonte: Elaboração Própria.

O objetivo desta etapa era construir e analisar os gráficos de uma determinada função com o Geogebra. O uso do software ajuda e torna mais dinâmico a construção do gráfico. No entanto, não teve êxito, pois alguns *tablets* possuíam diferentes versões do Geogebra, o que colaborou para a dificuldade na realização da tarefa.

As construções dos gráficos foram realizadas individualmente, e cada aluno tinha acesso ao seu próprio dispositivo móvel. As respostas das questões foram realizadas em grupos de cinco pessoas. Durante essa etapa, os alunos apresentaram grande dificuldade na manipulação do *software*.

Após a última questão foi aberto o espaço para considerações finais aos colegas e ao orientador sugerindo algumas melhorias para o projeto, que foram as seguintes:

- Aprofundamento sobre a função afim, durante a apresentação relembrar os principais aspectos da função polinomial do primeiro grau;
- Explorar mais o gráfico da função afim (crescimento, decrescimento e constante);
- Simplificar o mapa mental sobre a função afim, focando na estrutura e no zero da função;
- Explorar mais a Tarefa 1, relacionado aos coeficientes da função afim;
- Abordar mais sobre o coeficiente linear, supor valores para este;

- Mudança da ordem de apresentação: Primeiro apresentar a função afim, em seguida o software GeoGebra, dar a definição de função por mais de uma sentença e finalizar com os exercícios;
- Inserir as informações sobre que é o Geogebra e como usá-lo na apostila;
- Oferecer mais tempo para o aluno responder as questões;
- Utilizar o GeoGebra para mostrar o gráfico da função afim.

3 RELATÓRIO DO LEAMAT III

3.1 Atividades desenvolvidas

No dia 22 de novembro de 2022 foi apresentado o cronograma do semestre com as respectivas datas para a execução de tais atividades. O semestre dividiu-se em quatro etapas: a primeira seria reelaboração e correção da sequência didática; a segunda aplicação da sequência didática em uma turma regular, a terceira elaboração e correção dos relatórios e por fim a avaliação final.

Entre os dias 29 de novembro de 2022 a 20 de dezembro as aulas foram destinadas a correção da sequência didática de acordo com as sugestões dos colegas e do orientador

No dia 14 de março de 2023, foi realizada a aplicação da sequência didática em uma turma de automação industrial do primeiro ano do ensino médio, no Instituto Federal Fluminense. As próximas aulas foram destinadas à elaboração das apresentações e dos relatórios do LEAMAT III, bem como as apresentações e correção dos relatórios.

3.2 Elaboração da sequência didática

3.2.1 Versão final da sequência didática

Durante a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II foram sugeridas algumas alterações e dentre elas foram aderidas:

A troca do uso de tablets por computadores (Figura 13) no laboratório de informática.

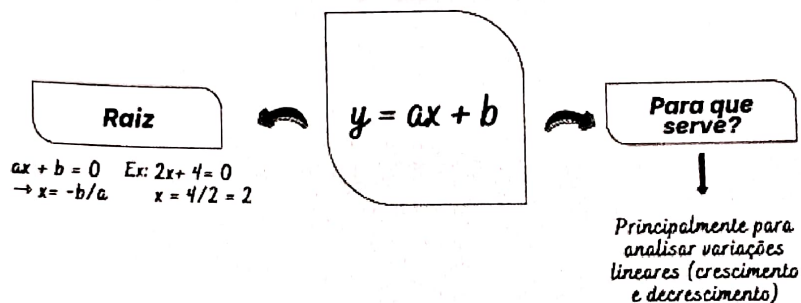
Figura 13 - laboratório de Informática.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A melhoria e simplificação do mapa mental (Figura 14) sobre a função afim, retirando informações desnecessárias e organizando melhor o *design*.

Figura 14 - Mapa mental novo



Fonte: Elaboração Própria.

Inserir as informações sobre o que é o GeoGebra (Figura 15) e como usá-lo na apostila, a fim de reduzir o conteúdo do slide e tornar a apresentação mais dinâmica.

Figura 15 - Informações sobre o GeoGebra

GEOGEBRA - INFORMAÇÕES

◆ O que é?

O GeoGebra é um software livre e gratuito de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar.

◆ Como usar?

No computador, é possível baixar e se registrar no site oficial do GeoGebra de forma gratuita ou usar diretamente no próprio navegador. Porém, para baixar o arquivo da construção será necessário realizar o registro ou login. Também é possível baixar o GeoGebra em celulares, dentro da loja de aplicativos do aparelho.

Fonte: Elaboração Própria.

Mudança da ordem de apresentação (Figura 16): Primeiro apresentar a função afim, em seguida o software GeoGebra, dar a definição de função por mais de uma sentença e finalizar com os exercícios. Pois dessa forma seria possível realizar a sequência de forma mais fluida, sem ter que voltar alguma definição ou conceito.

Figura 16 - Ordem da sequência didática



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Por fim, foi possível observar uma melhora significativa da sequência como um todo. Diferente da aplicação na turma de LEAMAT II a troca dos tablets pelos

computadores somado a mudança na ordem de apresentação e as demais sugestões, colaboraram positivamente para tornar a aula mais atrativa e dinâmica.

3.2.2) Experimentação da sequência didática na turma regular

A aplicação da sequência didática na turma regular foi realizada no dia 14 de março de 2023 das 8h50min às 10h30min, no Instituto Federal Fluminense, do município de Campos dos Goytacazes – RJ, em uma turma do primeiro ano do ensino médio integrado ao ensino técnico do curso automação industrial.

Inicialmente, os alunos foram encaminhados para o laboratório de informática e dada uma tolerância de alguns minutos, foi iniciada a sequência didática.

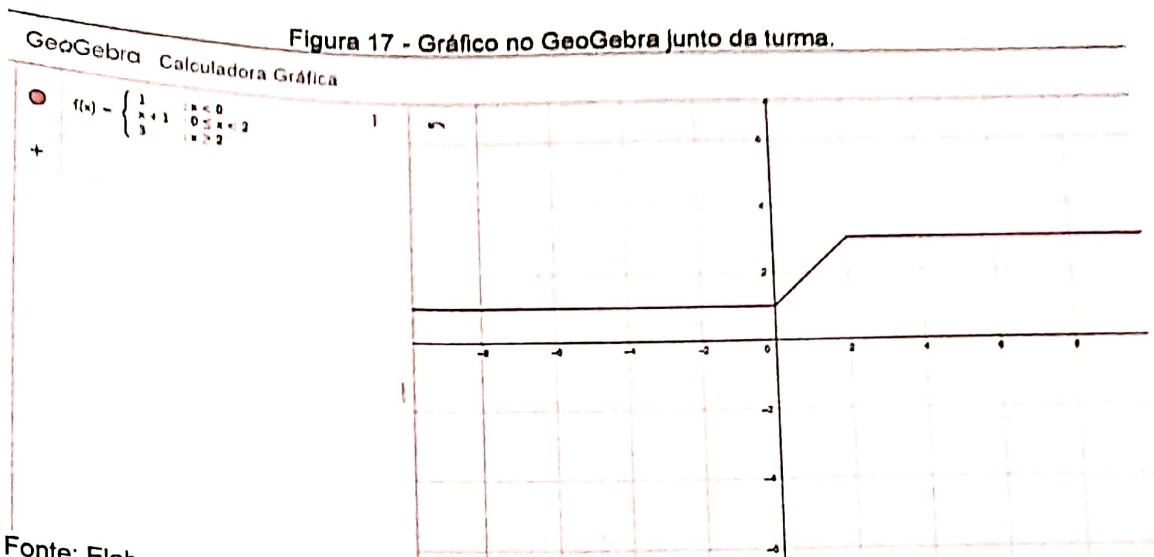
Inicialmente, foram entregues as apostilas e comentado que o tema a ser abordado seria função definida por mais de uma sentença, porém só seriam utilizadas funções constantes e de primeiro grau. Em seguida, iniciou-se a revisão de alguns conceitos sobre a função afim e constante, dentre eles a definição e a representação gráfica no GeoGebra.

Posteriormente, foi apresentado o *software* GeoGebra e dadas orientações básicas de como utilizá-lo, tais como: a janela de álgebra, no qual devem os comandos, o plano cartesiano onde será plotado o gráfico, entre outros comandos simples. Logo após foi abordado o assunto função definida por mais de uma sentença, sendo construído um gráfico (Figura 17) no programa junto da turma.

Em seguida, iniciaram-se os exercícios. Durante a realização das primeiras questões (Figuras 18 e 19), foram lidos os enunciados e as atividades realizadas junto aos discentes, mostrando no GeoGebra o que acontece com a função em determinadas leis. O penúltimo exercício (Figura 19), foi realizado de forma individual pelos alunos, sem o auxílio dos licenciandos.

Ao final da sequência devido a falta de tempo, o último exercício da apostila (Figura 20) não pode ser realizado em aula, com isso, foram recolhidas as apostilas com nomes e respostas dos alunos. Diante disso, nessa mesma semana após corrigidas, o material foi novamente entregue aos discentes.

Figura 17 - Gráfico no GeoGebra junto da turma.



Fonte: Elaboração Própria.

Figura 18 - Questão 1.

Tarefa 1: Utilize o GeoGebra para construir o gráfico da função:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

13

Fonte: Elaboração Própria.

Figura 19 - Questão 2.

Tarefa 2: (Upe-ssa 1 2018) Considere a função real definida a seguir:

$$g(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{se } x \leq -1 \\ 1, & \text{se } -1 < x < 1 \\ -2x + 3, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Em relação a essa função, é **CORRETO** afirmar que

- a) é decrescente para $x < 1$.
- b) é crescente para $x > 1$.
- c) é uma função constante se $-1 < x < 0$.
- d) é crescente para $x > -1$.
- e) é decrescente para $x \geq 0$.

14

Fonte: Elaboração Própria.

Figura 20 - Questão 3.

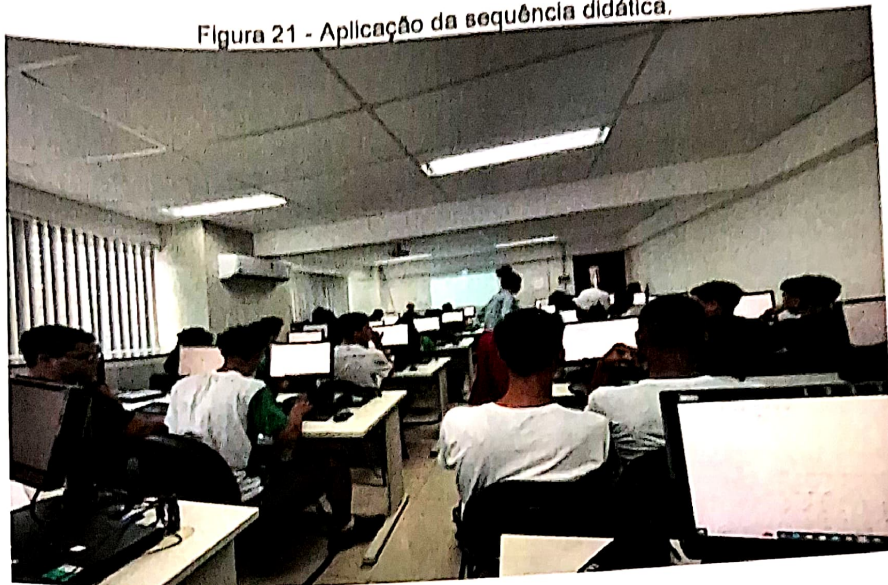
Tarefa 3: (Enem 2015 - Adaptado) Após realizar uma pesquisa de mercado, uma operadora de telefonia celular ofereceu aos clientes que utilizavam até 500 ligações ao mês o seguinte plano mensal: um valor fixo de R\$ 12,00 para os clientes que fazem até 100 ligações ao mês. Caso o cliente faça mais de 100 ligações, será cobrado um valor adicional de R\$ 0,10 por ligação, a partir da 101ª até a 300ª; e caso realize entre 300 e 500 ligações, será cobrado um valor fixo mensal de R\$ 32,00.

- l) Com base nos elementos apresentados, determine as leis que definem essa função definida por mais de uma sentença.

15

Fonte: Elaboração Própria.

Figura 21 - Aplicação da sequência didática.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

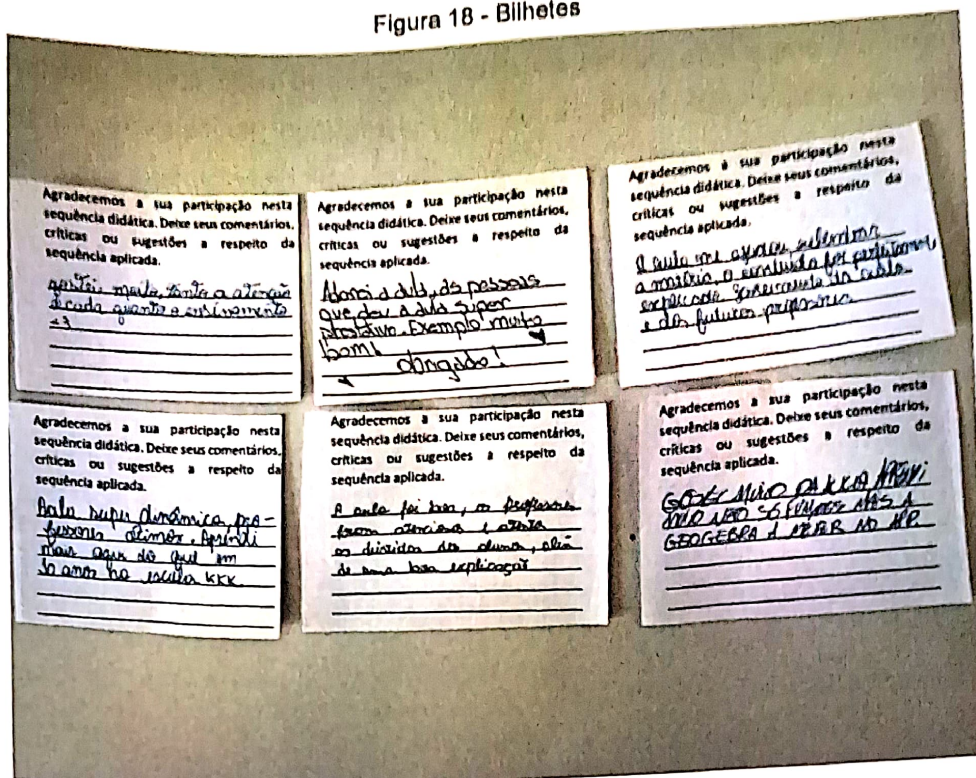
Durante a aplicação, foi perceptível a dificuldade dos alunos em representar e interpretar os intervalos de função definida por mais de uma sentença e algumas dúvidas quanto ao uso de alguns comandos durante a utilização do GeoGebra.

O comando a ser utilizado era “se, então”, no qual primeiro deveria ser colocado a condição de existência da função e em seguida a lei de formação, porém alguns alunos inverteram a ordem, fazendo com que o *software* não conseguisse realizar o comando com êxito.

O objetivo dessa atividade investigativa era proporcionar autonomia ao aluno por meio do uso do GeoGebra e da construção dos gráficos, para que os mesmos conseguissem visualizar geometricamente o comportamento do gráfico da função definida por várias sentenças.

Ao fim da aplicação, foi solicitado aos alunos que registrassem comentários sobre a aula com sugestão e/ou críticas. Destacamos alguns comentários que sinalizam positivamente para as estratégias e métodos que foram utilizados durante a aplicação da sequência didática. Tais comentários corroboram com os autores Oliveira e Justo (2015), que comentam a importância do uso de softwares para melhor compreensão e interesses dos alunos.

Figura 18 - Bilhetes



Fonte: Protocolo de pesquisa.

4 CONCLUSÃO

Consideramos que o objetivo da sequência didática foi alcançado, tendo em vista que os alunos demonstraram alto nível de engajamento e interesse, contribuindo para formação de todos os membros do presente LEAMAT. Foi notório para os membros deste grupo que a implementação de tecnologias digitais em sala de aula é de grande valia para o aumento do interesse e participação dos alunos, bem como a redução do nível de dispersão, facilitando a assimilação, e compreensão do conteúdo abordado.

Nesse contexto, percebe-se que a utilização do software GeoGebra se mostra como uma ferramenta valiosa para o estudo de transformações gráficas, dado que todos os alunos demonstraram grande interesse ao manusearem o aplicativo e conseguiram compreender o conteúdo de forma satisfatória. Desse modo, fica evidenciado que o uso do software GeoGebra contribui para um aprendizado significativo.

A experimentação da sequência didática proporcionou ao grupo uma experiência nova e um contato com a realidade da sala de aula, tal qual os desafios que ocorreram durante o planejamento, a execução e exposição do conteúdo.

Para outras pessoas que desejam abordar esse tema no futuro, recomenda-se trabalhar outros tipos de funções, além da função afim como por exemplo: quadrática, exponencial, logarítmica, entre outras. Além disso, realizar a avaliação por meio dos exercícios no final da apostila.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, E. A. Ensino de álgebra e formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 331-346, 2008. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1740/1130>. Acesso em: 5 mar. 2022.
- BARBOSA, S. M. **Tecnologias da informação e comunicação, função composta e regra da cadeia**. 2009. 199 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2009.
- CASSOL, *et al.* O Ensino de Funções com Recursos do Software Geogebra como Facilitador de Transformações Semióticas. **Unión (San Cristobal de La Laguna)**, 2012. Disponível em: <https://repositorio.pucrs.br/dspace/handle/10923/12170?mode=full>. Acesso em: 20 de abr. 2022
- DENARDI, Vânia Bolzan. Teoria dos Registros de Representação Semiótica: contribuições para a formação de professores de matemática. In: Encontro Brasileiro de Estudante de Pós-Graduação em Educação Matemática, 21, 2017, Pelotas. **Anais eletrônicos [...]**. Pelotas: UNIFRA, 2017. p. 1-13. Disponível em: https://wp.ufpel.edu.br/xxiebrapem/files/2018/10/gd04_vania_denardi.pdf. Acesso em: 25 de abr. 2022.
- DUVAL, Raymond; MORETTI, Trad Méricles Thadeu. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento Registes de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.
- FERREIRA, Ana Paula et al. **O estudo da função afim e a teoria de registros de representação semiótica: uma revisão de literatura**. 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/194158>. Acesso em: 4 mai. 2022.
- LOPES, *et al.* Estudo de função afim utilizando o software Geogebra como ferramenta interativa. **Revista Tecnologias na Educação**, v. 8, n. 17, p. 1-16, 2016. Disponível em: <http://tecedu.pro.br/wp-content/uploads/2016/09/REL4-an-o8-vol17-dez2016-.pdf>. Acesso em: 19 de abr. 2022
- OLIVEIRA, D. S.; JUSTO, D. A. R. **GeoGebra: facilitando o aprendizado da função afim e função quadrática**. Matemática, Mídia Digitais e Didáticas. Porto Alegre, p. 1-30. 22 jul, 2014. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/134081>. Acesso em: 19 de abr. 2022.
- Santos, Antonio dos. **Revisando as funções do 1º grau e do 2º grau com a interatividade de um hiperdocumento**. 2005. 117 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/handle/handle/11488>. Acesso em: 02 de mai. 2023
- SOUZA, Franciele. **A utilização do material concreto para o ensino da função afim**. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso) - Centro de Estudos

Superiores de Parintins, Amazonas, 2018. Disponível em:
<http://repositorioinstitucional.uea.edu.br/handle/riuea/1808>, Acesso em: 6 mai.
2022.

Campos dos Goytacazes (RJ), ____ de ____ de 2020.

Alexandre Gomes Barreto

Alexandre Gomes Barreto

Bruna Fragel Lage Fontoura

Bruna Fragel Lage Fontoura

Kaylane Rodrigues Silva

Kaylane Rodrigues Silva

APÊNDICES

Apêndice A Material de apoio
aplicado

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Linha de Pesquisa: Álgebra

Licenciandos: Alexandre Gomes, Bruna Lage, Kaylane Rodrigues

Orientador: Prof. Me. Leandro Sopeletto

Nome: _____

Data: ____/____/____

RESUMO DE FUNÇÃO AFIM

Toda função do tipo $f(x) = ax + b$, com $\{a, b\} \subset \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, é denominada **função afim** ou **função polinomial do 1º grau**.

Figura. 1: Lei de formação

$$F(x) = ax + b$$

a é a taxa de variação

x é a variável independente

b é o valor inicial

Fonte: Imagens próprias.

Figura. 2: Mapa Mental

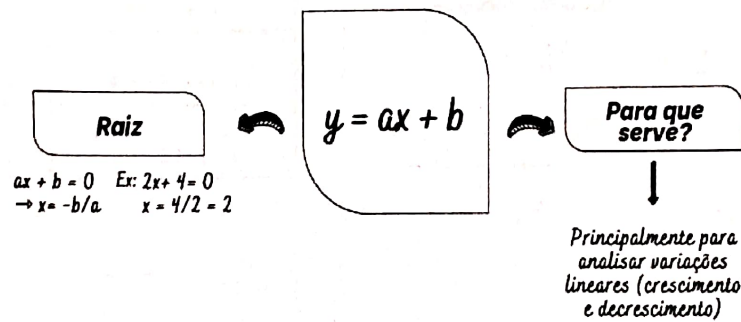
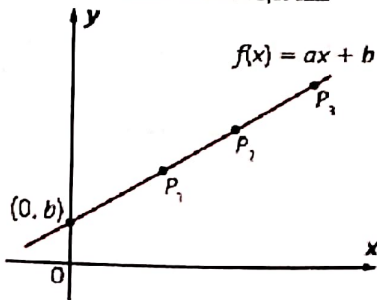


GRÁFICO DA FUNÇÃO AFIM

Geometricamente, b é a ordenada do ponto onde a reta, que é gráfico da função $f(x) = ax + b$, intersecta o eixo Oy , pois para $x = 0$ temos $f(0) = a \cdot 0 + b = b$.

O número a chama-se taxa de variação da função f , mas também é conhecido como declividade ou coeficiente angular dessa reta em relação ao eixo horizontal Ox . O número b chama-se valor inicial da função f ou coeficiente linear dessa reta.

Figura 3: Gráfico de uma função afim

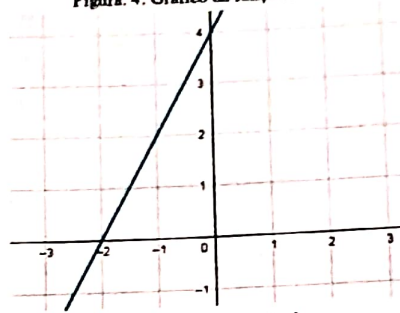


(DANTE, 2016 p. 79)

Exemplo 1: $f(x) = 2x + 4$

x	$f(x) = 2x + 4$
1	$f(1) = 2 \cdot 1 + 4 = 6$
2	$f(2) = 2 \cdot 2 + 4 = 8$

Figura 4: Gráfico da função afim



Fonte: Elaboração própria

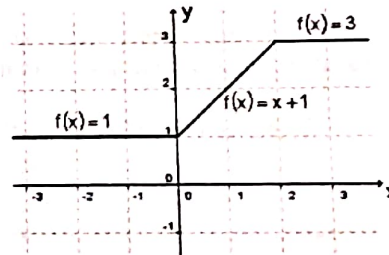
FUNÇÃO DEFINIDA POR MAIS DE UMA SENTENÇA

Definição: Uma função é definida por mais de uma sentença quando cada uma das sentenças está associada a um subdomínio D_1, D_2, D_3, \dots e a união destes n -subconjuntos forma o domínio da função original, ou seja, cada domínio é um subconjunto de D .

Ex. 1: Seja a função

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x < 0 \\ x+1 & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ 3 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

O seu gráfico é dado por:



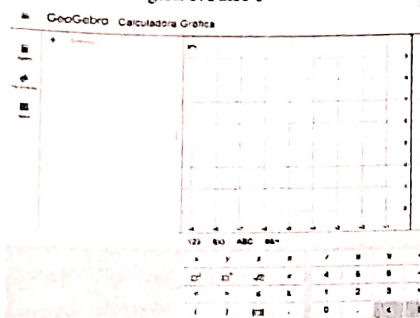
Realizada a leitura da apostila, se reúna em grupos de "x" alunos e resolva a tarefa 1.

Tarefa 1: Utilize o GeoGebra para construir o gráfico da função:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Passo 1: Abra o software do GeoGebra no seu tablet;

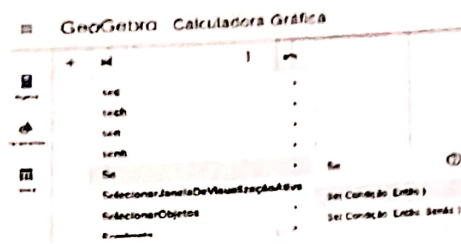
Figura. 5: Passo 1



Fonte: Elaboração própria.

Passo 2: Em seguida, clique na janela de álgebra, digite a palavra "se";

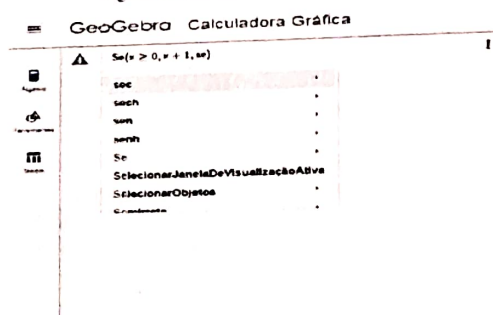
Figura. 6: Passo 2



Fonte: Elaboração própria.

Passo 3: Utilize o comando "se, então" para inserir a função com duas sentenças, primeiro, digite a condição "x ≥ 0", logo após digite a lei da função: "x+1", e em seguida adicione uma vírgula, e escreva novamente o comando "se", digite a condição "x < 0", depois insira a lei da função: "-x". Obtenha o gráfico da função f(x).

Figura. 7: Passo 3



Fonte: Elaboração própria.

Tarefa 1.1: Com base no gráfico construído, responda as perguntas abaixo.

a) Em quais intervalos a função f é crescente?

b) Em quais intervalos a função f é decrescente?

Tarefa 2: (Upe-ssa 1 2018) Considere a função real g definida a seguir:

$$g(x) = \begin{cases} 2+x, & \text{se } x \leq -1 \\ 1, & \text{se } -1 < x < 1 \\ -2x+3, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Em relação a essa função, é **CORRETO** afirmar que

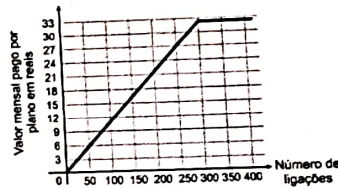
- a) é decrescente para $x < 1$.
- b) é crescente para $x > 1$.
- c) é uma função constante se $-1 < x < 0$.
- d) é crescente para $x > -1$.
- e) é decrescente para $x \geq 0$.

Tarefa 3: (Enem 2015 - Adaptado) Após realizar uma pesquisa de mercado, uma operadora de telefonia celular ofereceu aos clientes que utilizavam até 500 ligações ao mês o seguinte plano mensal: um valor fixo de R\$ 12,00 para os clientes que fazem até 100 ligações ao mês. Caso o cliente faça mais de 100 ligações, será cobrado um valor adicional de R\$ 0,10 por ligação, a partir da 101ª até a 300ª; e caso realize entre 300 e 500 ligações, será cobrado um valor fixo mensal de R\$ 32,00.

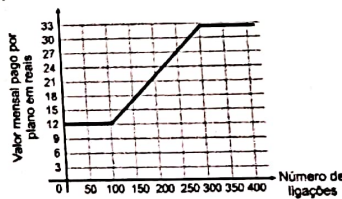
I) Com base nos elementos apresentados, determine as leis que definem essa função definida por mais de uma sentença.

II) Realize o estudo do gráfico da função no GeoGebra. Com base no estudo realizado, qual gráfico melhor representa a relação entre o valor mensal pago nesse plano e o número de ligações feitas é:

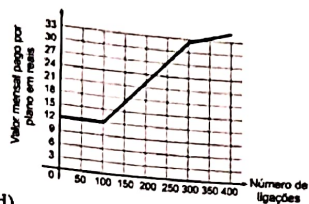
a)



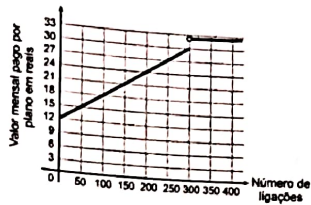
b)



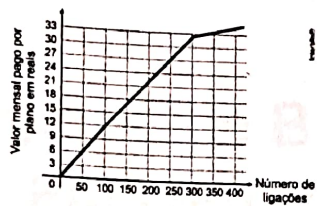
c)



d)



e)



Referências

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto e aplicações*. São Paulo: Ática, v. 3, 2013.

PAIVA, Manoel; *Matemática; Volume 1*. São Paulo, Moderna, 2010.

IEZZI, Gelson; *et al. Fundamentos da Matemática Elementar, Volume 1*. São Paulo, Atual, 9ª edição, 2013

B: Material didático
a) forma regular

Apêndice B: Material didático aplicado na turma regular

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática

Linha de Pesquisa: Álgebra

Licenciandos: Alexandre Gomes, Bruna Lage, Kaylane Rodrigues

Orientador: Prof. Me. Leandro Sopeletto

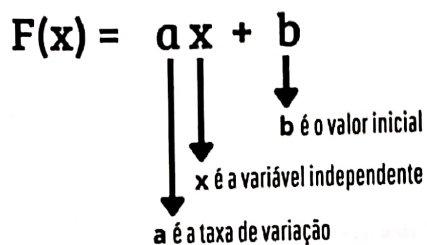
Nome: _____

Data: ___/___/___

RESUMO DE FUNÇÃO AFIM

Toda função do tipo $f(x) = ax + b$, com $(a, b) \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, é denominada **função afim** ou **função polinomial do 1º grau**.

Figura. 1: Lei de formação

$$F(x) = ax + b$$


a é a taxa de variação

x é a variável independente

b é o valor inicial

Fonte: Elaboração própria

Figura. 2: Mapa Mental



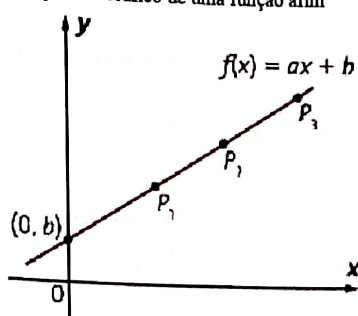
Fonte: Elaboração própria

GRÁFICO DA FUNÇÃO AFIM

Geometricamente, b é a ordenada do ponto onde a reta, que é gráfico da função $f(x) = ax + b$, intersecta o eixo Oy , pois para $x = 0$ temos $f(0) = a \cdot 0 + b = b$.

O número a é denominado taxa de variação da função f , mas também é conhecido como declividade ou coeficiente angular dessa reta em relação ao eixo horizontal Ox . O número b chama-se valor inicial da função f ou coeficiente linear dessa reta.

Figura 3: Gráfico de uma função afim

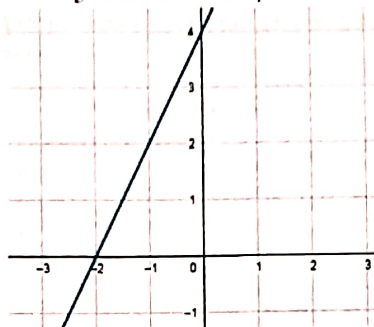


(DANTE, 2016 p. 79)

Exemplo 1: $f(x) = 2x + 4$

x	$f(x) = 2x + 4$
1	$f(1) = 2 \cdot 1 + 4 = 6$
2	$f(2) = 2 \cdot 2 + 4 = 8$

Figura 4: Gráfico da função afim



Fonte: Elaboração própria

GEOGEBRA - INFORMAÇÕES

❖ O que é?

O GeoGebra é um software livre e gratuito de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar.

❖ Como usar?

No computador, é possível baixar e se registrar no site oficial do GeoGebra de forma gratuita ou usar diretamente no próprio navegador. Porém, para baixar o arquivo da construção será necessário realizar o registro ou login. Também é possível baixar o GeoGebra em celulares, dentro da loja de aplicativos do aparelho.

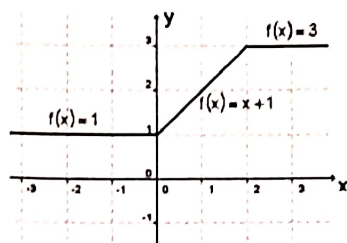
FUNÇÃO DEFINIDA POR MAIS DE UMA SENTENÇA

Definição: Uma função é definida por mais de uma sentença quando cada uma das sentenças está associada a um subdomínio D_1, D_2, D_3, \dots e a união destes n -subconjuntos forma o domínio da função original, ou seja, cada domínio é um subconjunto de D .

Ex.1: Seja a função

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x < 0 \\ x+1 & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ 3 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

O seu gráfico é dado por:



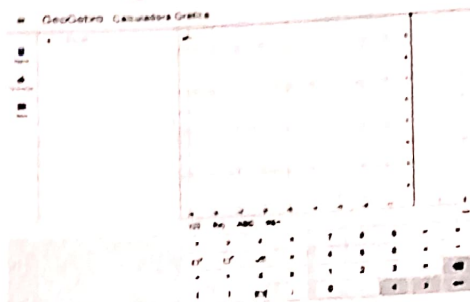
Realizada a leitura da apostila, se reúna em grupos de "x" alunos e resolva a tarefa 1.

Tarefa 1: Utilize o GeoGebra para construir o gráfico da função:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Passo 1: Abra o software do GeoGebra no seu tablet;

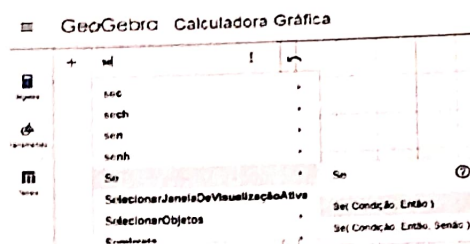
Figura. 5: Passo 1



Fonte: Elaboração própria

Passo 2: Em seguida, clique na janela de álgebra, digite a palavra "se";

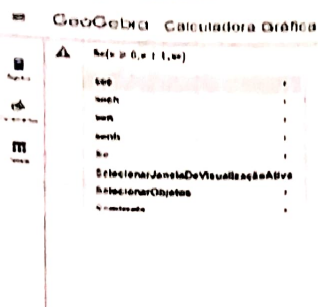
Figura. 6: Passo 2



Fonte: Elaboração própria.

Passo 3: Utilize o comando "se, então" para inserir a função com duas sentenças, primeiro, digite a condição " $x \geq 0$ ", logo após digite a lei da função: " $x+1$ ", e em seguida adicione uma vírgula, e escreva novamente o comando "se", digite a condição " $x < 0$ ", depois insira a lei da função: " $-x$ ". Obtenha o gráfico da função $f(x)$.

Figura 7: Plano 3



Fonte: Elaboração própria.

Tarefa 1.1: Com base no gráfico construído, responda as perguntas abaixo.

a) Em qual(is) intervalo(s) a função f é crescente?

b) Em qual(is) intervalo(s) a função f é decrescente?

Tarefa 2: (Upe-ssa 1 2018) Considere a função real g definida a seguir:

$$g(x) = \begin{cases} 2+x, & \text{se } x \leq -1 \\ 1, & \text{se } -1 < x < 1 \\ -2x+3, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Em relação a essa função, é CORRETO afirmar que

- a) é decrescente para $x < 1$.
- b) é crescente para $x > 1$.
- c) é uma função constante se $-1 < x < 0$.
- d) é crescente para $x > -1$.

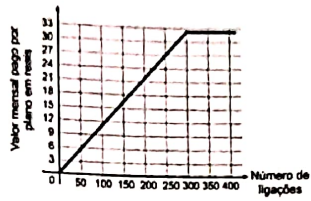
e) é decrescente para $x \geq 0$.

Tarefa 3: (Enem 2015 - Adaptado) Após realizar uma pesquisa de mercado, uma operadora de telefonia celular ofereceu aos clientes que utilizavam até 500 ligações no mês o seguinte plano mensal: um valor fixo de R\$ 12,00 para os clientes que fazem até 100 ligações no mês. Caso o cliente faça mais de 100 ligações, será cobrado um valor adicional de R\$ 0,10 por ligação, a partir da 101ª até a 300ª; e caso realize entre 300 e 500 ligações, será cobrado um valor fixo mensal de R\$ 32,00.

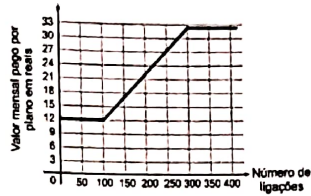
I) Com base nos elementos apresentados, determine as leis que definem essa função definida por mais de uma sentença.

II) Realize o estudo do gráfico da função no GeoGebra. Com base no estudo realizado, qual gráfico melhor representa a relação entre o valor mensal pago nesse plano e o número de ligações feitas é:

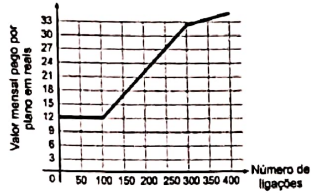
a)



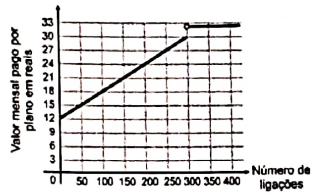
b)



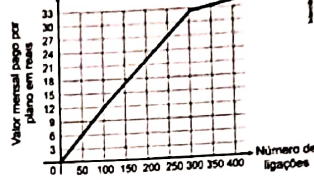
c)



d)



e)



Referências

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto e aplicações*. São Paulo: Ática, v. 3, 2013.

PAIVA, Manoel; *Matemática; Volume 1*. São Paulo, Moderna, 2010.

IEZZI, Gelson; *et al. Fundamentos da Matemática Elementar, Volume 1*. São Paulo, Atual, 9ª edição, 2013

Apêndice C: Slides utilizados na turma regular



FEDERAL

do Centro

FUNÇÃO DEFINIDA POR MAIS DE UMA

CONTENÇA UTILIZANDO O GEOGEBRA

Alexandre Gomes

Bru
Key