INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus Campos Centro

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

PÁTRIA AMADA BRASIL
GOVERNO FEDERAL

RELATÓRIO DO LEAMAT

O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NA INTRODUÇÃO AO ESTUDO DOS LOGARITMOS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

GABRIELA BARRETO MESQUITA MOTTA
GABRIELE DA SILVEIRA FREITAS
JÚLIA NOGUEIRA MONTOVANELLI
MARIANA DE AZEVEDO DA CONCEIÇÃO
THAÍZA DA SILVA

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
2022.1

GABRIELA BARRETO MESQUITA MOTTA
GABRIELE DA SILVEIRA FREITAS
JÚLIA NOGUEIRA MONTOVANELLI
MARIANA DE AZEVEDO DA CONCEIÇÃO
THAÍZA DA SILVA

RELATÓRIO DO LEAMAT

O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NA INTRODUÇÃO AO ESTUDO DOS LOGARITMOS

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Leandro Sopeletto Carreiro

CAMPOS DOS GOYTACAZES – RJ
2022.1

SUMÁRIO

1 RELATÓRIO DO LEAMAT I

1.1 Atividades desenvolvidas

Na primeira semana letiva do semestre 2021.1, mais precisamente nos dias 16/08/21 a 21/08/21, ocorreu a VI SEMANA DAS LICENCIATURAS e II ENCONTRO DE PROGRAMAS INSTITUCIONAIS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES (PIBID[1], RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA[2] E PET[3]), onde foram ofertados minicursos, palestras e mesas redondas, visando o aperfeiçoamento de alunos e professores. As integrantes deste grupo consideram que a semana trouxe experiências enriquecedoras, na qual algumas dúvidas foram sanadas e alguns assuntos, ainda desconhecidos, foram mencionados.

No dia 25 de agosto de 2021, houve a apresentação da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática I (LEAMAT I), nas linhas de pesquisa de Álgebra e Geometria, por seus respectivos orientadores. Nessa mesma data, foi realizada a divisão da turma em três grupos, sendo dois deles compostos por cinco integrantes e apenas um grupo composto por seis. No dia 26 de agosto de 2021, durante o encontro do LEAMAT I de Geometria, foi realizada uma apresentação dos relatórios finais de alunos que já haviam concluído a disciplina de LEAMAT III nas duas linhas de pesquisa, Álgebra e Geometria, visando auxiliar no entendimento da proposta do componente curricular.

Na terceira semana de aula, no dia 1 de setembro de 2021, iniciamos a entrega dos fichamentos e as discussões sobre os textos sugeridos pelos professores orientadores. O primeiro deles, na linha de Álgebra, foi o texto “Álgebra é mais do que Algebrismo” (TINOCO et al., 2013), o qual trouxe uma reflexão sobre o ensino da Álgebra e sua importância na formação de indivíduos pensantes e autônomos. O autor alega que muitos professores acabam pulando etapas ou até mesmo supondo que os alunos tenham o conhecimento prévio necessário, deixando de fazer introduções da matéria abordada. Esse texto possui o objetivo de chamar a atenção dos docentes para o ensino que se tem oferecido na área de Álgebra básica, o qual regularmente ocasiona carências na introdução à Álgebra e ao

[1] Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
[2] Programa de Residência Pedagógica
[3] Programa de Educação Tutorial

pensamento algébrico, visto que o fato de imaginar letras que acarretam em números, muitas vezes, gera certa dificuldade.

Posteriormente, no dia 6 de setembro de 2021, foi entregue o segundo fichamento da disciplina sobre o texto “A álgebra e suas diferentes manifestações” (FERREIRA, 2011), o qual retrata as distintas manifestações da Álgebra com base nas teorias de alguns autores, visando ajudar professores a conhecerem e identificarem suas crenças e concepções sobre Álgebra, bem como seu ensino. A discussão acerca do texto e das teorias apresentadas neste foi realizada no encontro síncrono do dia 8 de setembro.

Na quinta semana letiva, no dia 15 de setembro de 2021, foi feita a entrega e apresentação do trabalho sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). O objetivo era de que cada grupo realizasse a leitura dos trechos selecionados dos PCN relativos à abordagem da Álgebra nos ensinos fundamental e médio, estabelecendo uma correlação com os textos de Tinoco et al. (2013) e Ferreira (2011). O professor orientador também disponibilizou uma lista com alguns exercícios que necessitavam do conhecimento dos PCN para sua resolução.

Durante a aula síncrona do dia 22 de setembro de 2021, ocorreu a leitura da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para a realização de um estudo sobre as habilidades e competências relativas à unidade temática de Álgebra nos anos finais dos ensinos fundamental e médio. No decorrer da leitura, alguns tópicos foram debatidos com maior profundidade com a análise a distribuição dos conteúdos ao longo dos anos escolares. O assunto perdurou até a semana seguinte, no dia 29 de setembro de 2021.

No dia 6 de outubro de 2021, o orientador criou salas virtuais separadas para cada grupo, visitando-as durante o momento síncrono a fim de esclarecer possíveis dúvidas. Estabeleceu-se o dia 11 de outubro de 2021 como data de entrega da atividade, na qual cada grupo deveria definir o tema, o objetivo geral, o público alvo e a motivação deste trabalho.

Foi definido, então, que o grupo iria abordar a introdução ao estudo de logaritmos com o auxílio de tecnologias digitais, devido a experiências pessoais que evidenciaram a visão equivocada que muitos alunos possuem dessa matéria. A finalidade deste projeto consiste em trazer para o logaritmo um olhar mais leve, tendo em vista que muitos estudantes possuem dificuldades ocasionadas pela insegurança.

Posteriormente à entrega da atividade supracitada, no dia 13 de outubro de 2021, durante o encontro síncrono, o professor levantou detalhes e questionamentos para a melhoria do projeto, visando o enriquecimento das ideias dos professores em formação. Além disso, foi solicitada a entrega parcial das atividades desenvolvidas até o dado momento, bem como justificativas da escolha do tema.

Após o dia 13 de outubro de 2021, todos os encontros síncronos foram voltados integralmente para a elaboração e revisão dos tópicos do relatório do LEAMAT I. A entrega prévia do trabalho foi estabelecida para o dia 17 de novembro de 2021.

No dia 24 de novembro de 2021, houve a apresentação dos principais tópicos do relatório do LEAMAT I na linha de Álgebra, com o tema "O uso de tecnologias digitais na introdução ao estudo dos logaritmos." O grupo 2 apresentou-se nessa mesma data, com o tema "Educação Financeira: uma abordagem de acréscimos e descontos utilizando a resolução de problemas", e o grupo 3 no dia 1 de dezembro de 2021, com o tema "A Matemática Financeira no Ensino Médio: abordando os juros compostos a partir da resolução de problemas com o auxílio de planilhas eletrônicas".

1.2 Elaboração da sequência didática

1.2.1 Tema

O uso de tecnologias digitais na introdução ao estudo dos logaritmos.

1.2.2 Justificativa

A Matemática é uma ciência que se aprimora paralelamente ao desenvolvimento da humanidade, sendo responsável por analisar e formular o raciocínio lógico e abstrato sobre as informações contidas no mundo. Indubitavelmente, ela apresenta uma gama de contribuições para a formação do mundo, tanto de uma óptica científica quanto social, pois sua presença está com ênfase no seu emprego prático na vida das pessoas, pelo fato de buscar compreender e atuar sobre a sociedade (BRASIL, 1998). A saber disso, pode-se entender a estrutura interdisciplinar da Matemática, e, nesse quesito, as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+)

sobre Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias afirmam que uma das habilidades a serem desenvolvidas nos alunos é:

> Reconhecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, percebendo sua presença nos mais variados campos de estudo e da vida humana, seja nas demais ciências, como a Física, Química e Biologia, seja nas ciências humanas e sociais, como a Geografia ou a Economia, ou ainda nos mais diversos setores da sociedade, como na agricultura, na saúde, nos transportes e na moradia. (BRASIL, 2006, p. 117).

Ademais, verifica-se que a sua identificação nos demais campos de estudo, viabilizada pela pluralidade da Matemática, propicia a percepção e execução de algumas atividades humanas. Rocha (2021) relata que o logaritmo, por exemplo, surgiu como fator de simplificação dos cálculos algébricos, e nos séculos XV e XVI foi instrumento da astronomia e das navegações marítimas. O autor considera ainda que, apesar de as evoluções tecnológicas terem provocado o seu desuso — principalmente com a evolução das calculadoras e computadores —, atualmente, o logaritmo vai além da Matemática e abarca áreas de pesquisa como na Física, Química, Geografia e Medicina.

Nesse sentido, os PCN (2000) salientam que a Matemática, em especial a do Ensino Médio, precisa ser exposta como um conjunto de técnicas e metodologias com o propósito de serem utilizadas em outras áreas do conhecimento e também em atividades profissionais. Ademais, ela deve propiciar uma gama de informações que viabilize uma aprendizagem continuada, possibilitando que os estudantes se aperfeiçoem ao longo de sua vida.

No que tange à Álgebra e ao seu ensino, ela pode ser compreendida, por meio da busca de sua definição em dicionários, como um segmento da Matemática destinado à investigação das operações e manipulações matemáticas, permitindo que letras ou outros símbolos substituam os números. Contudo, sua concepção e abordagem vão além desse conceito. Consoante a isso, os Parâmetros Curriculares Nacionais alegam que:

> O currículo do Ensino Médio deve garantir também espaço para que os alunos possam estender e aprofundar seus conhecimentos sobre números e álgebra, mas não isoladamente de outros conceitos, nem em separado dos problemas e da perspectiva sócio-histórica que está na origem desses temas. (BRASIL, 2000, p. 44).

Nesse contexto, o logaritmo se apresenta como um dos principais conteúdos do Ensino Médio, seja pelas suas inúmeras áreas de aplicação ou pela extensão de conhecimentos prévios necessários para sua compreensão. Diante disso, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) traz a importância do logaritmo em uma de suas habilidades, enfatizando o seu uso e o das funções logarítmicas na elaboração e resolução de problemas presentes em diferentes contextos reais, como abalos sísmicos, *pH*, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros (BRASIL, 2018, p. 544).

No que lhe concerne, as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) também caracterizam tal tema:

> As funções exponencial e logarítmica, por exemplo, são usadas para descrever a variação de duas grandezas em que o crescimento da variável independente é muito rápido, sendo aplicada em áreas do conhecimento como matemática financeira, crescimento de populações, intensidade sonora, pH de substâncias e outras. (BRASIL, 2006, p. 121).

Com isso, pode-se dizer que, embora o ensino do logaritmo como instrumento de cálculo não seja mais utilizado na escola, a função logarítmica e a função exponencial permanecerão sempre como uma parte importante do ensino da Matemática, pois as variações exponenciais e logarítmicas são partes vitais da natureza e da análise (EVES, 2008, p. 347).

Entretanto, ao analisar o ensino dos logaritmos e a abordagem realizada em grande parte das escolas brasileiras, Galupo (2021) e Silva (2019) percebem que existem certas deficiências, com enfoque especial na formação do conceito de logaritmo e, consequentemente, na aprendizagem desse assunto. Mediante suas análises, os autores perceberam que os logaritmos são introduzidos, muitas vezes, de forma mecânica, presa às informações descritas no material didático, e desinteressada pelo professor, que, em certos casos, também não possui afinidade para com o assunto, não há incentivos ou estímulos para que o aluno se interesse e aprofunde seus estudos. Logo, podemos entender que essa carência possui, como um de seus pilares, a ausência de uma abordagem didática diferenciada.

Em busca de modos de abordar tais conteúdos em sala de aula, o docente, com embasamento na BNCC, deve reconhecer “a importância do recurso a tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, iniciado na etapa anterior” (BRASIL, 2018).

Sobre o uso das Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC), Calil (2011) sinaliza que a aplicação da tecnologia no ensino de Matemática é relevante por promover um novo olhar sobre a Matemática tradicional, quando problemas antigos podem viabilizar novos questionamentos e novas ideias, opiniões e reflexões. Logo, é importante que o aluno tenha contato com essa abordagem mais atual, de modo a experimentar novas ferramentas que auxiliem no seu processo de aprendizagem.

Dessa forma, a adaptação de tecnologias para o contexto educacional durante o estudo dos logaritmos se apresenta como uma alternativa válida a ser explorada. Por intermédio deles, Silva (2019) considera a possibilidade do professor apresentar os conceitos de maneira mais dinâmica e produtiva, fugindo da monotonia das aulas compostas predominantemente por livros e quadro branco, e até mesmo lúdica, dependendo do objetivo proposto e dos materiais disponíveis para uso. Considerando a dificuldade apresentada pelos alunos, notada por Ferreira (2006) e Soares (2010), recorrer a uma abordagem diferenciada pode ser o fator crucial para atrair a atenção do estudante para os logaritmos, obtendo sua participação e integração nas dinâmicas estabelecidas.

Entretanto, recomenda-se que o uso da tecnologia seja incluído de forma coerente no contexto escolar. Para D’Ambrósio (2001),

> Portanto, o que se requer é uma mudança profunda sobre como pensar educação. Assim, tecnologia não é a solução, é somente um instrumento. Mas embora tecnologia não produza automaticamente uma boa educação, a falta de tecnologia garante automaticamente uma má educação. (D’AMBRÓSIO, 2001 apud RANZOLIN, 2012, p. 6).

Logo, o professor, ao optar pelo uso das ferramentas tecnológicas, precisa, de antemão, refletir e analisar tanto a sua utilização quanto o seu propósito. Mussolini (2004), por sua vez, considera importante essa busca pela coerência e equilíbrio entre os *softwares* idealizados e os objetivos a serem alcançados com o uso dos mesmos, sendo necessário mais que a habilidade para manusear computadores e afins. Diante dessa situação, é preciso maturidade e clareza acerca das atividades que serão aplicadas, do perfil dos alunos na turma em questão e da motivação para a presença dessas tecnologias em sala de aula. Dessa forma, ocorrerá a integração entre educação e tecnologia, possibilitando um enriquecimento da didática e a fuga do ensino tradicional, focado na aula expositiva com livros e o quadro.

1.2.3 Objetivo Geral

Aprimorar a compreensão dos conceitos iniciais de logaritmos por meio da manipulação de tecnologias digitais voltadas para o processo de ensino e aprendizagem.

1.2.4 Público Alvo

Estudantes do 1.° ano do Ensino Médio.

2 RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1 Atividades desenvolvidas

As aulas do LEAMAT II referentes ao período 2021.2 iniciaram-se no dia 8 de fevereiro de 2022, dia de apresentação da disciplina.

Entre os dias 8 de fevereiro e 21 de abril de 2022, as reuniões foram destinadas à elaboração da sequência didática, com o auxílio do orientador durante os encontros semanais. A elaboração do material ocorreu, excepcionalmente, de forma virtual, devido à pandemia do vírus SARS-CoV-2. A partir de 26 de abril de 2022, as aulas foram destinadas às aplicações das sequências didáticas na turma do LEAMAT II, com o intuito de testá-las e simulá-las, de modo que, por meio da colaboração dos professores e dos alunos, fosse possível realizar seu aprimoramento.

A apresentação deste grupo na linha de Álgebra foi realizada no dia 12 de maio de 2022, encerrando o ciclo de apresentações. Posteriormente, os encontros foram voltados para a elaboração e correção dos relatórios.

2.2 Elaboração da sequência didática

2.2.1 Planejamento da sequência didática

A sequência didática está estruturada para a aplicação, preferencialmente, em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio, e será dividida em três etapas, as quais foram elaboradas tendo em mente o ensino remoto, devido à pandemia do vírus SARS-CoV-2. Entretanto, vale ressaltar que a sequência didática pode ser adaptada para a aplicação presencial, caso necessário.

As etapas 1 e 2 terão como material de apoio uma apostila (Apêndice A) com o conteúdo a ser visto durante a aplicação, enquanto, na etapa 3, será necessário um celular ou *tablet* com acesso à internet, que será solicitado previamente aos alunos.

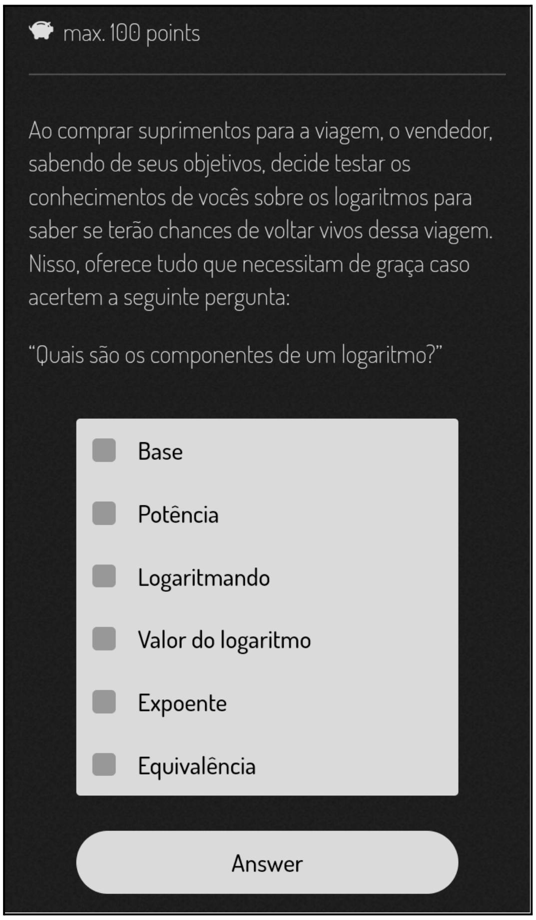
A primeira etapa da sequência didática consiste em relembrar os conteúdos de potenciação e equação exponencial. Posteriormente, na segunda etapa, ocorrerá a apresentação dos logaritmos, com sua contextualização histórica, definição e propriedades.

Para a terceira etapa, será necessário avisar previamente aos alunos para se dividirem em grupos de quatro a cinco pessoas, nos quais ao menos um integrante deverá ter um aparelho celular em mãos para compartilhar sua tela por meio do *Google Meet*, possibilitando que todos trabalhem em conjunto. Essa atividade será realizada utilizando o aplicativo *Actionbound*, cujo *QR Code* será disponibilizado na apostila e na apresentação de *slides*. Cada grupo seguirá para uma sala de aula virtual distinta acompanhado por, no mínimo, uma integrante deste projeto.

Após baixarem o aplicativo e seguirem as instruções fornecidas na apostila, os alunos terão acesso a um jogo, que consiste em um “caça ao tesouro” composto por quatro questões. Cada questão é acompanhada por uma narrativa que revela como alcançar o objetivo. Ao término da dinâmica, vencerá o grupo que conseguir chegar primeiro ao baú do tesouro.

A primeira questão (Figura 1) é básica e introdutória, na qual os alunos devem marcar quais são os componentes do logaritmo. Ao concluí-la, os alunos estão aptos a ingressar no nível dois.

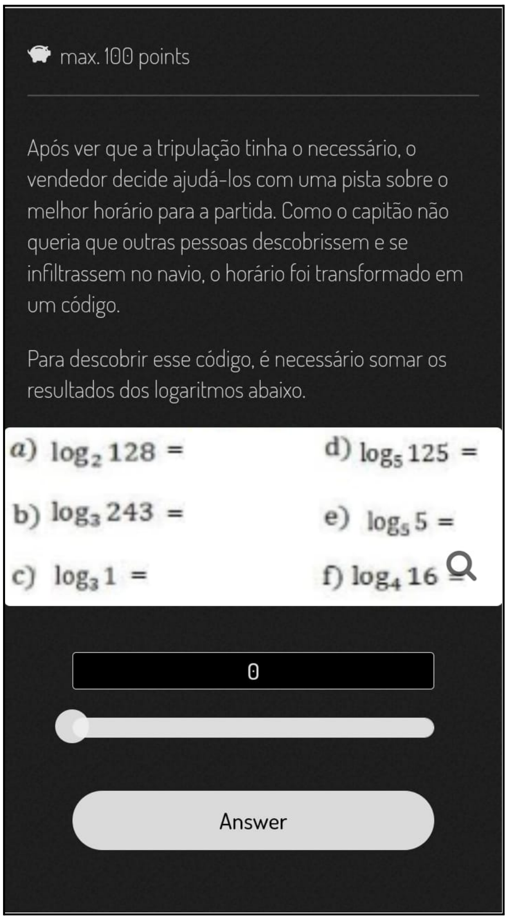
Figura 1 – Primeira questão



Fonte: Elaboração própria.

Já na segunda questão (Figura 2), os alunos deverão calcular os valores dos logaritmos para as alternativas apresentadas e somá-los para encontrar a resposta para a próxima fase.

Figura 2 ─ Segunda questão



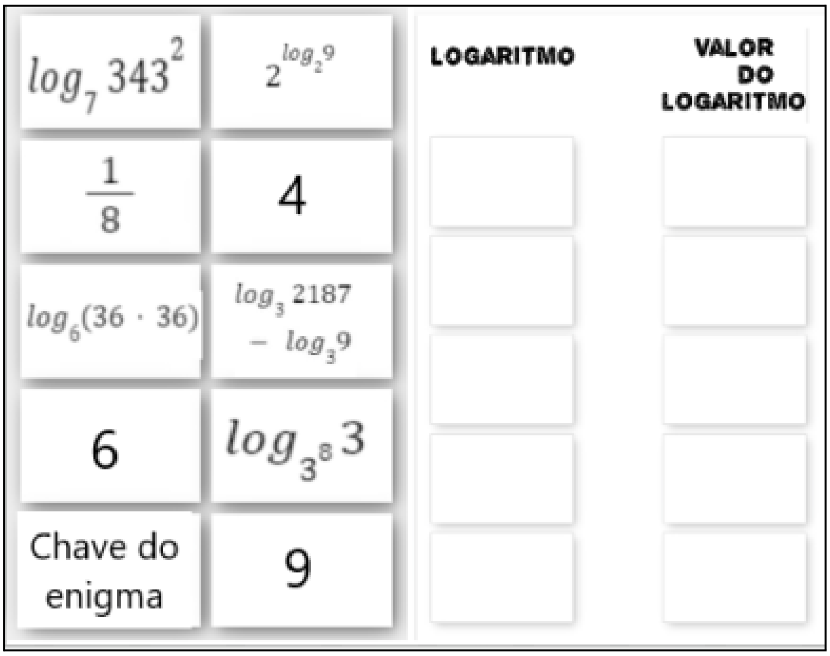
Fonte: Elaboração própria.

A terceira questão (Figura 3) traz como foco a descoberta de um enigma (Figura 4) e, para isso, os alunos deverão encontrar o logaritmo que não possui a solução dentre as cartas dadas. A resolução desse logaritmo garantirá a passagem para a próxima fase.

Figura 3 — Terceira questão

Fonte: Elaboração própria.

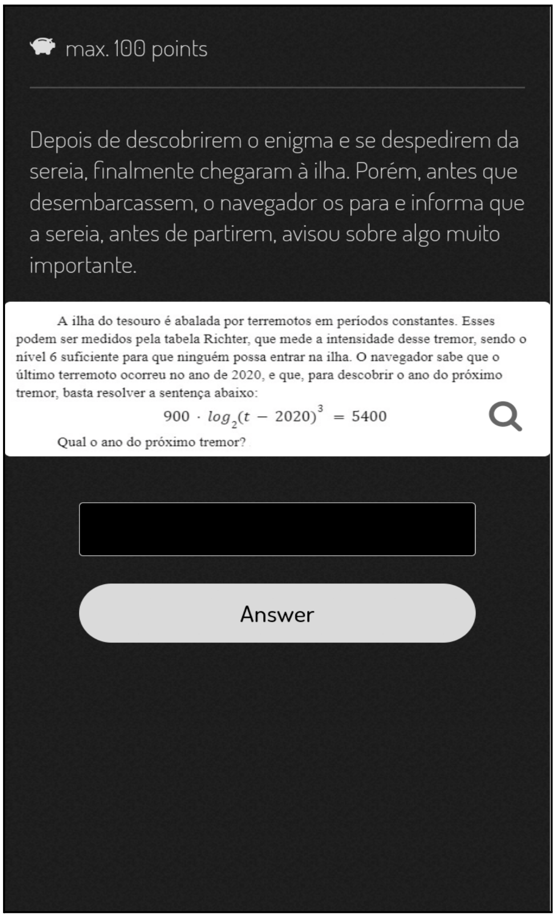
Figura 4 – Enigma da terceira questão



Fonte: Elaboração própria.

A quarta questão (Figura 5) consiste em resolver um problema contextualizado sobre terremotos utilizando os logaritmos. Ao solucionar a questão, os alunos passarão para a fase quatro.

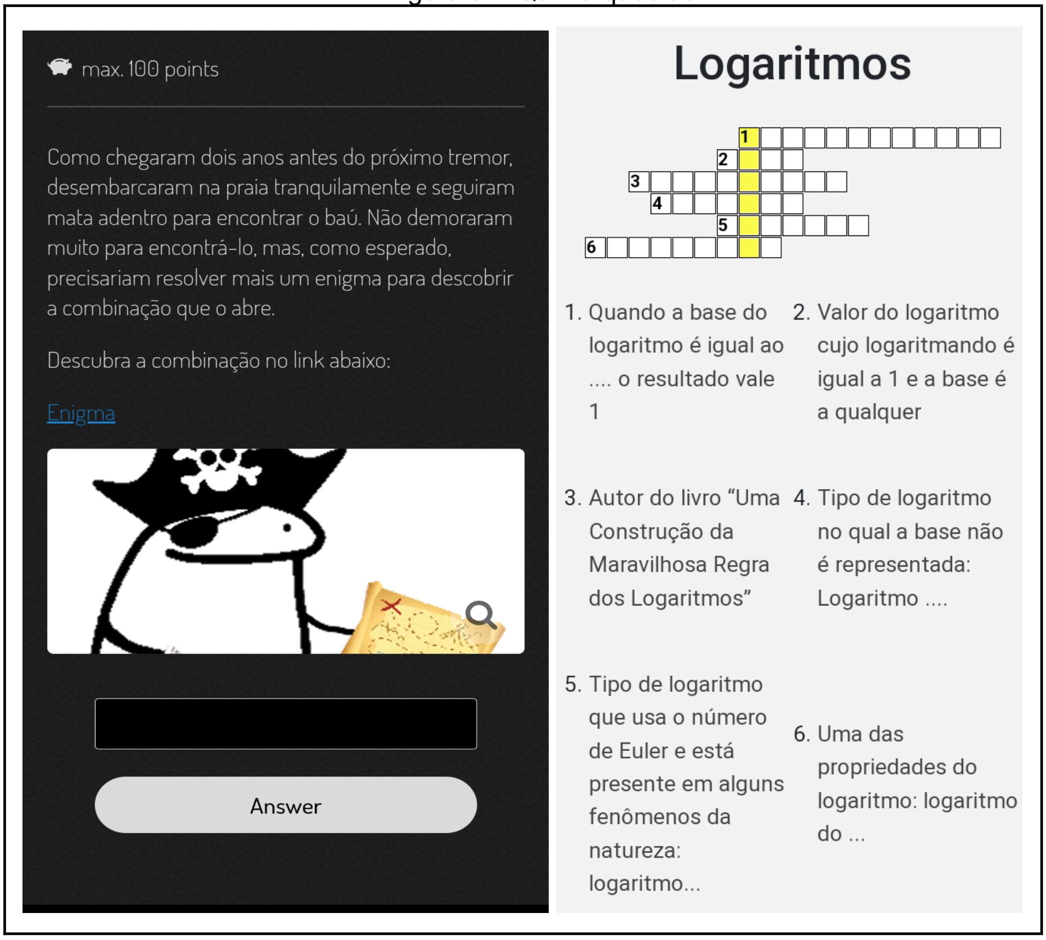
Figura 5 – Quarta questão



Fonte: Elaboração própria.

A quinta questão leva os alunos diretamente ao tesouro procurado e, para concluí-la, é necessário que os alunos completem uma cruzadinha sobre os conteúdos vistos na aula lecionada (Figura 6). Ao responder todas as perguntas, destaca-se a palavra LEAMAT como chave do enigma.

Figura 6 — Quinta questão

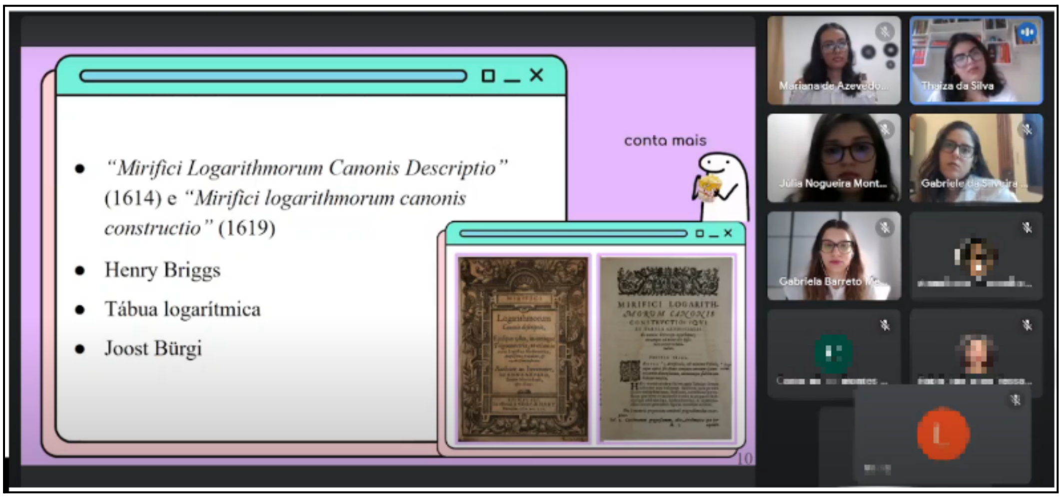


Fonte: Elaboração própria.

2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

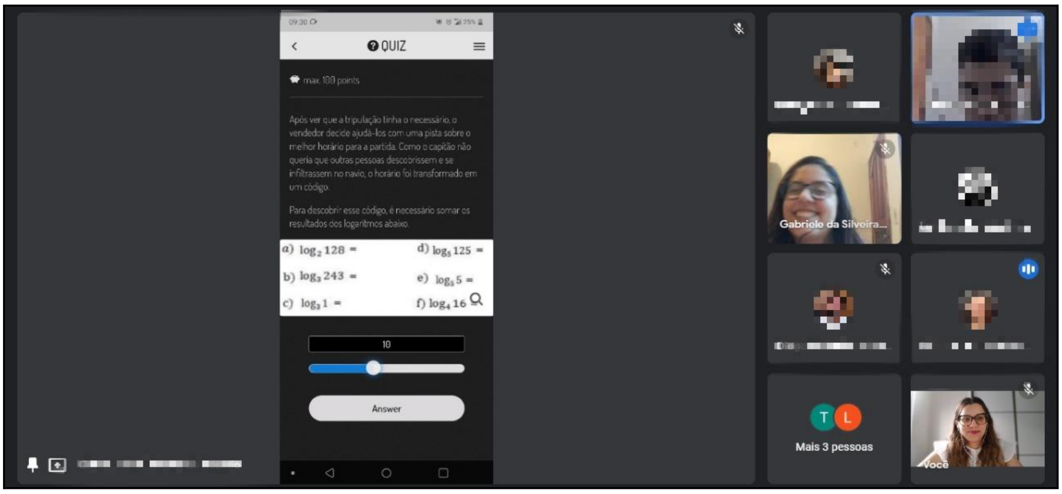
Conforme a ementa organizada pelo Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática (LEAMAT), a aplicação desta sequência didática na turma de LEAMAT II ocorreu no dia 12 de maio de 2022. Os licenciandos contribuíram durante todo o processo, interagindo no momento da aplicação e participando ativamente durante a verificação da aprendizagem. Devido às condições estabelecidas em decorrência da pandemia do vírus SARS-CoV-2, o encontro da turma foi realizado pelo ambiente virtual *Google Meet* (Figuras 7 e 8).

Figura 7 – Aplicação na turma do LEAMAT II



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Figura 8 — Verificação da Aprendizagem



Fonte: Protocolo de pesquisa.

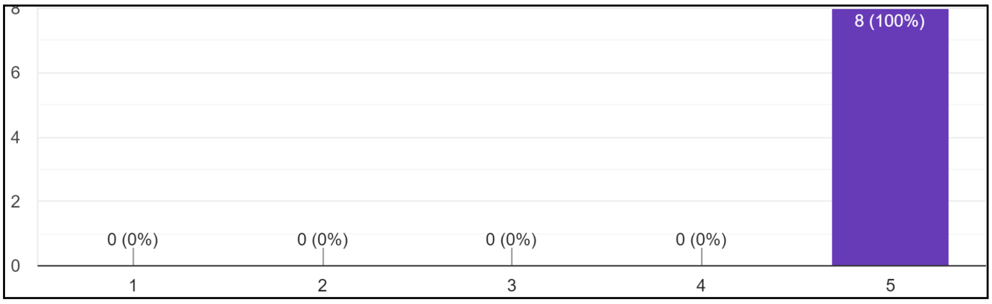
A implementação da sequência didática na turma de LEAMAT II ocorreu conforme a elaboração do projeto. No dia anterior, foi disponibilizado na plataforma *Google Classroom* um material teórico e orientações preliminares para a aula. Já durante a aplicação, por meio de uma apresentação de *slides* (Apêndice B), recordamos conceitos de potenciação e equação exponencial. Logo após, formalizamos o conteúdo dos logaritmos e finalizamos com um jogo para verificar a aprendizagem. Essa aplicação deveria transcorrer em dois tempos de aula com cinquenta minutos cada, no entanto, houve alguns imprevistos que fizeram com que excedesse o limite de tempo em alguns minutos. Como exemplo, a dificuldade que os alunos encontraram, em princípio, para manipularem o jogo e se organizarem para realizá-lo.

No decorrer da apresentação, os alunos não apontaram para alterações no trabalho, mas notamos uma dúvida geral da turma em relação ao significado da palavra logaritmos. No momento da aplicação didática, movidos pela curiosidade, os próprios licenciandos pesquisaram o significado da palavra e compartilharam com o grupo por meio do *chat*. Como essa informação não constava no trabalho, optou-se por acrescentá-la ao material didático em razão da dúvida gerada.

Após a implementação da sequência didática, foi disponibilizado um formulário, elaborado no *Google Forms*, com as perguntas que serão apresentadas a seguir. Nos gráficos abaixo, foi utilizada a escala Likert, de modo que, nas Figuras 8, 9 e 10, a escala vai de 1 (Muito ruim) a 5 (Muito boa); na Figura 11, de 1 (Não é importante) a 10 (Muito importante); e, na Figura 12, de 1 (Muito ruim) a 10 (Muito boa). Dispomos, a seguir, algumas das contribuições apresentadas:

- Questionamento 1: Como você avalia a apostila desenvolvida?

Figura 9 – Gráfico gerado para o Questionamento 1

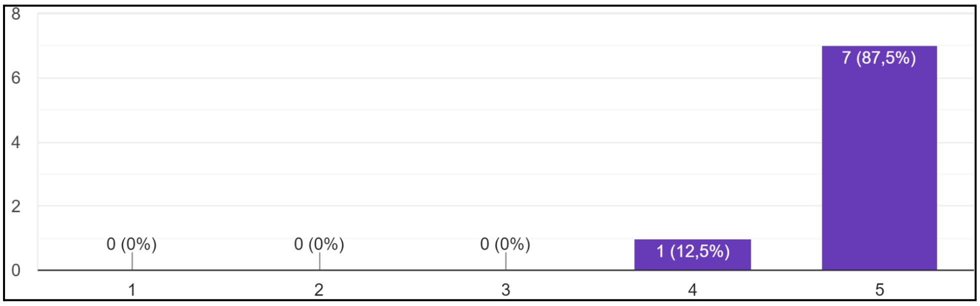


Fonte: Protocolo de pesquisa.

- Questionamento 2: Comentários sobre a apostila:
    - ↳ Licenciando 2: “A apostila ficou ótima, resume bem todo conteúdo aplicado durante a aula.”
    - ↳ Licenciando 3: “A apostila encontra-se organizada de forma clara e organizada, sem poluição na sua organização, deixando mais compreensível o conteúdo disponibilizado.”
    - ↳ Licenciando 4: “Achei completa e sucinta ao mesmo tempo. Ótimo pra revisão. O mais interessante que na apostila vocês também abordaram a parte histórica.”

- Questionamento 3: Como você avalia a didática e os exemplos apresentados?

Figura 10 — Gráfico gerado para o Questionamento 3

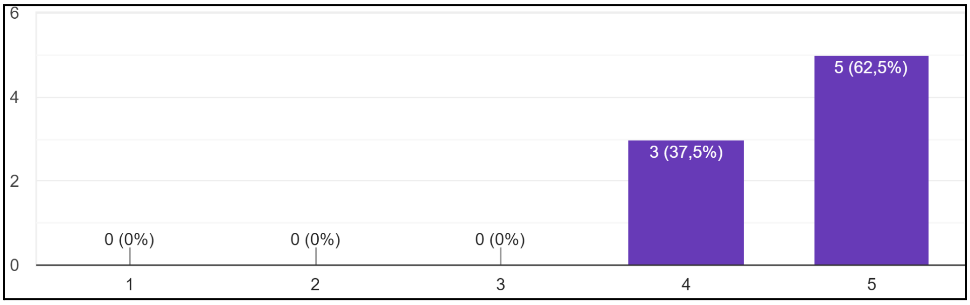


Fonte: Protocolo de pesquisa.

- Questionamento 4: Comentários
  - ↳ Licenciando 1: “Achei que os exemplos ajudaram bastante na compreenção [sic] da matéria”
  - ↳ Licenciando 4: “Eu comentei ao final da apresentação e repito: achei a didática excelente, de fácil entendimento para o público alvo”

- Questionamento 5: Como você avalia o uso e aplicação das tecnologias e dos jogos digitais?

Figura 11 — Gráfico gerado para o Questionamento 5



Fonte: Protocolo de pesquisa.

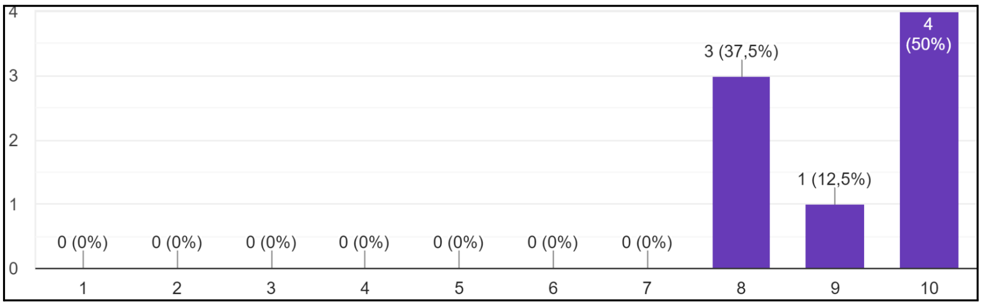
- Questionamento 6: Comentários sobre o uso e aplicação das tecnologias e dos jogos digitais
  - ↳ Licenciando 3: “O jogo foi um fator complementar para a compreensão do conteúdo utilizado.”
  - ↳ Licenciando 4: “Mais um ponto super positivo que vocês tiveram. Conseguiram trabalhar log de uma forma branda, sem gerar

inquietação apesar de nos fazer pensar. Foi um log divertido *rsrs*. Acho que as tecnologias, os jogos colaboraram muito com isso.”

↳ Licenciando 8: “Muito bom. Apenas ouve um problema é [sic] uma das tarefas em que o *site* apresentou problema e foi necessário atualizar a página precisando assim refazer a questão. Foi naquela em tinha que relacionar os itens.”

- Questionamento 7: Você considera o tema abordado como:

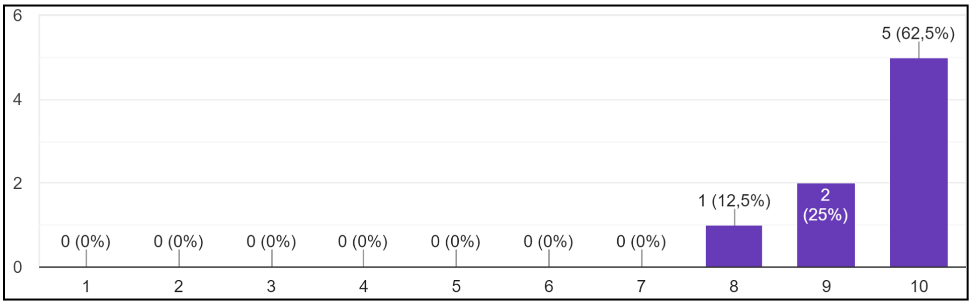
Figura 12 – Gráfico gerado para o Questionamento 7



Fonte: Protocolo de pesquisa.

- Questionamento 8: Como você avalia a sequência didática no geral?

Figura 13 – Gráfico gerado para o Questionamento 8



Fonte: Protocolo de pesquisa.

- Questionamento 9: Sugestões, críticas, elogios e opiniões sobre o trabalho em geral e/ou as integrantes.

↳ Licenciando 3: “Acredito que se fosse possível, seria importante disponibilizar mais tempo para execução da atividade proposta do jogo.”

↳ Licenciando 5: “Muito boa toda sequência, vocês conseguiram atingir todos os objetivos do inicio a o fim.”

↳ Licenciando 6: “Gostei muito do trabalho

O intuito com esse formulário foi sistematizar uma forma de obter recomendações para aperfeiçoamento da sequência didática, porém, apenas oito dos dez alunos que participaram da sequência didática responderam à pesquisa. Ademais, poucas respostas apontaram para melhorias no trabalho. Dentre as contribuições feitas, o Licenciando 3, no Questionamento 9, ressaltou a importância de disponibilizarmos mais tempo para a atividade de verificação da aprendizagem. Já o Licenciando 8, no Questionamento 6, afirmou apresentar problemas técnicos com o jogo, os quais investigaremos.

De forma geral, a aplicação da sequência didática seguiu conforme o planejado, sem grandes intercorrências ou questionamentos e com um retorno positivo da turma.

3 RELATÓRIO DO LEAMAT III

3.1 Atividades Desenvolvidas

As atividades do LEAMAT III tiveram início no dia 11 de julho de 2022, assim como o retorno das atividades presenciais. No primeiro encontro, ocorreu uma breve explanação feita pelo professor orientador de como seria o planejamento da disciplina no semestre e a apresentação do modelo de *e-book* que deveria ser seguido, visto que, mesmo com as atividades presenciais, o planejamento da disciplina adaptado para o ensino remoto foi mantido.

Do dia 14 de julho ao dia 31 de outubro de 2022, as aulas foram voltadas para a realização de alterações e correções no relatório do LEAMAT II e para a elaboração do *e-book* e do relatório do LEAMAT III nas duas linhas de pesquisa.

No dia 3 de novembro de 2022, ocorreu a apresentação dos grupos do LEAMAT III para mostrar o que foi realizado durante os três semestres.

No dia 16 de novembro de 2022, foram entregues os e-books das duas linhas de pesquisa, para a criação do ISBN (Padrão Internacional de Numeração de Livro) e posterior publicação.

3.2 Elaboração da Sequência Didática

3.2.1 Versão final da Sequência Didática

A sequência didática a seguir, estruturada na linha de pesquisa de Álgebra, possui como tema *O uso de tecnologias digitais na introdução ao estudo dos logaritmos*, tendo como público alvo o primeiro ano do Ensino Médio e um tempo proposto de três aulas com cinquenta minutos cada. Sua aplicação será dividida em três etapas, as quais foram elaboradas considerando o ensino remoto devido à pandemia do vírus SARS-CoV-2. Entretanto, vale ressaltar que a sequência didática pode ser adaptada para a aplicação presencial, caso necessário.

Inicialmente, para a compreensão do tema estabelecido, propõe-se retomar conceitos de potenciação e equação exponencial. Posteriormente, será abordada a parte inicial dos logaritmos, de modo a estruturar uma base teórica sólida. Por fim, o aplicativo *Actionbound* será utilizado como ferramenta para a aplicação de um jogo digital que simula uma caça ao tesouro, a fim de verificar a aprendizagem dos conteúdos propostos.

A sequência didática é estruturada pelas seguintes etapas:

I. Retomada de conteúdos anteriores
- Potenciação;
- Equação exponencial.

II. Conceituação inicial dos logaritmos
- Abordagem histórica;
- Definição;
- Propriedades;
- Aplicações.

III. Apresentação e aplicação da “caça ao tesouro”.

As etapas I e II terão, como material de apoio para o aluno, uma apostila (Apêndice A) com o conteúdo a ser visto durante a aplicação. Na etapa III, a turma será dividida em grupos, fazendo-se necessário um celular ou *tablet* com acesso à internet, de modo que ao menos um dos integrantes de cada equipe possa transmitir a tela de seu dispositivo para os demais. Assim, para a realização da aula, essas últimas condições deverão ser solicitadas previamente aos alunos. Todas as etapas estão contempladas na apresentação de *slides* (Apêndice B) que norteará a sequência didática.

➔ **Etapa I**

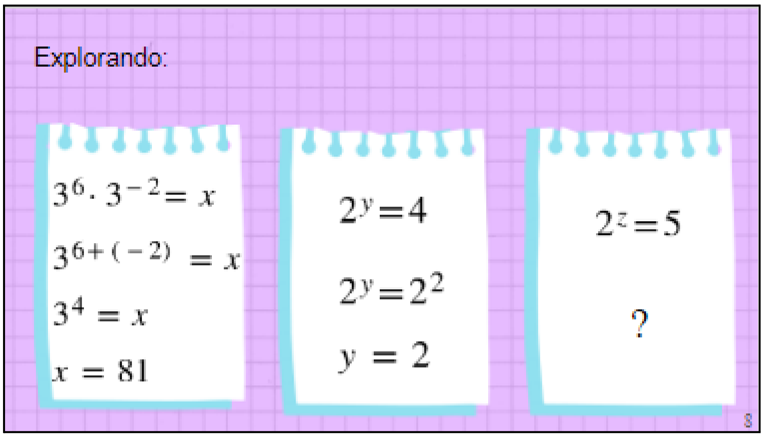
Esta etapa consiste na retomada dos conteúdos de potenciação e equações exponenciais. Inicialmente, por meio da definição, serão relembradas as propriedades de potenciação, recorrendo a uma tabela (Figura 15). Em seguida, ocorrerá a apresentação e resolução de alguns exemplos de equações exponenciais, assim como a aplicação dos conceitos vistos até então por meio de exercícios (Figura 16). Como exemplo final, será utilizada uma equação que demanda o uso dos logaritmos como método de simplificação de sua resolução, trazendo uma visualização do tema da aula antes de iniciar o estudo formal deste. Ao fim da etapa II essa equação será retomada para efetuação de sua resolução.

Figura 15 – Tabela de propriedades de potenciação

Se $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$, **então:**
$a^m \cdot a^n = a^{n+m}$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, com $a \neq 0$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$, com $a \neq 0$ e $b \neq 0$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, com $a \neq 0$ e $b \neq 0$
$\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, com $a \neq 0$ e $n \in \mathbb{N}$

Fonte: Elaboração própria.

Figura 16 – Exercícios sobre os assuntos retomados

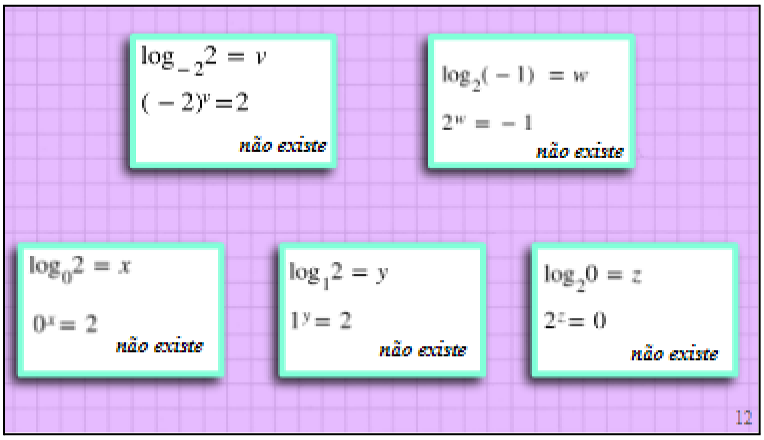


Fonte: Elaboração própria.

➔ **Etapa II**

Inicialmente, os alunos serão introduzidos ao estudo dos logaritmos, apresentando o contexto histórico envolvido na construção desse conceito. Em seguida, será apresentada a definição de logaritmos e exemplos não contemplados pelas restrições da definição (Figura 17), a fim de que eles compreendam o porquê de sua existência na definição de logaritmos.

Figura 17 – Exemplos não contemplados pelas restrições da definição

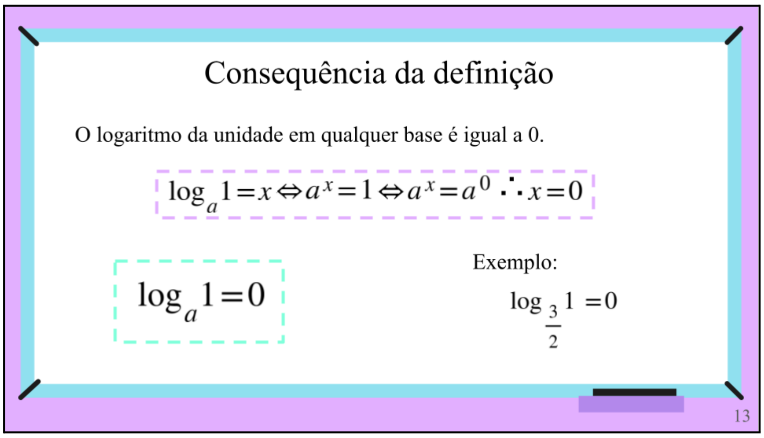


Fonte: Elaboração própria.

Após esse momento, serão apresentadas consequências da definição, trazendo demonstrações breves a partir da própria definição e das propriedades de potenciação vistas anteriormente para explicá-las, sendo elas:

- O logaritmo da unidade em qualquer base é igual a 0 (Figura 18);

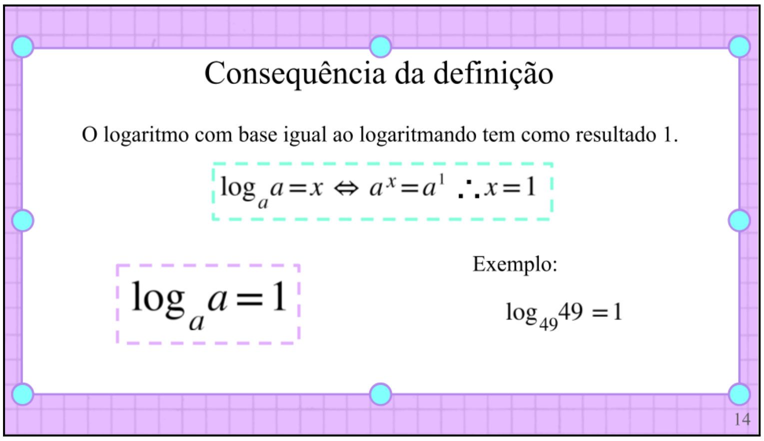
Figura 18 — Consequência 1 da definição



Fonte: Elaboração própria.

- O logaritmo com base igual ao logaritmando tem como resultado 1 (Figura 19);

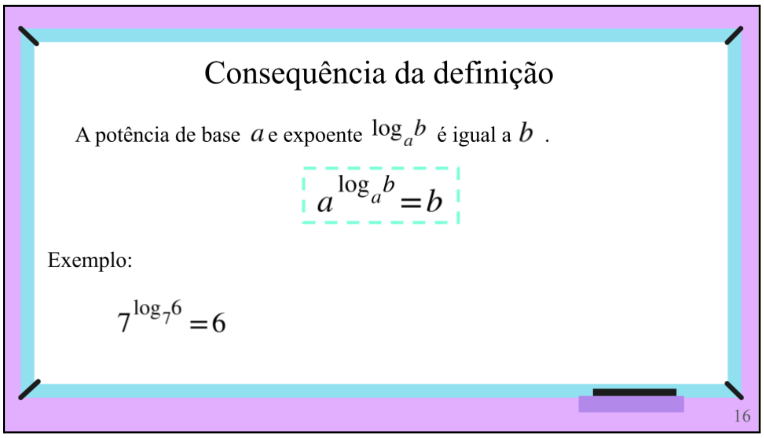
Figura 19 — Consequência 2 da definição



Fonte: Elaboração própria.

- A potência de base a e expoente $log_a b$ é igual a b (Figura 20);

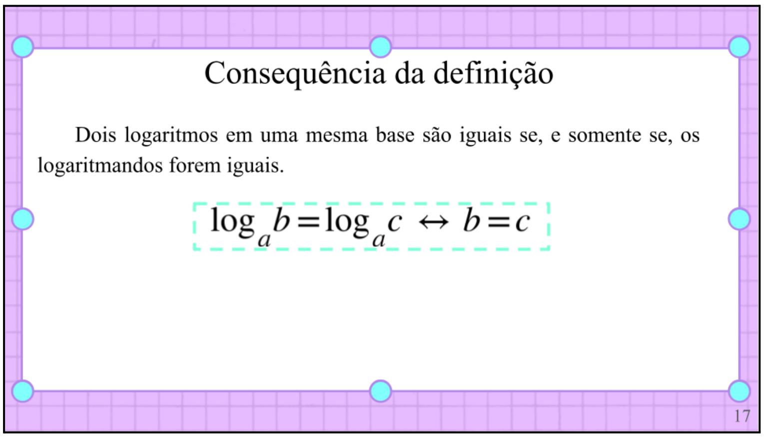
Figura 20 — Consequência 3 da definição



Fonte: Elaboração própria.

- Dois logaritmos em uma mesma base são iguais se, e somente se, os logaritmandos forem iguais (Figura 21).

Figura 21 — Consequência 4 da definição

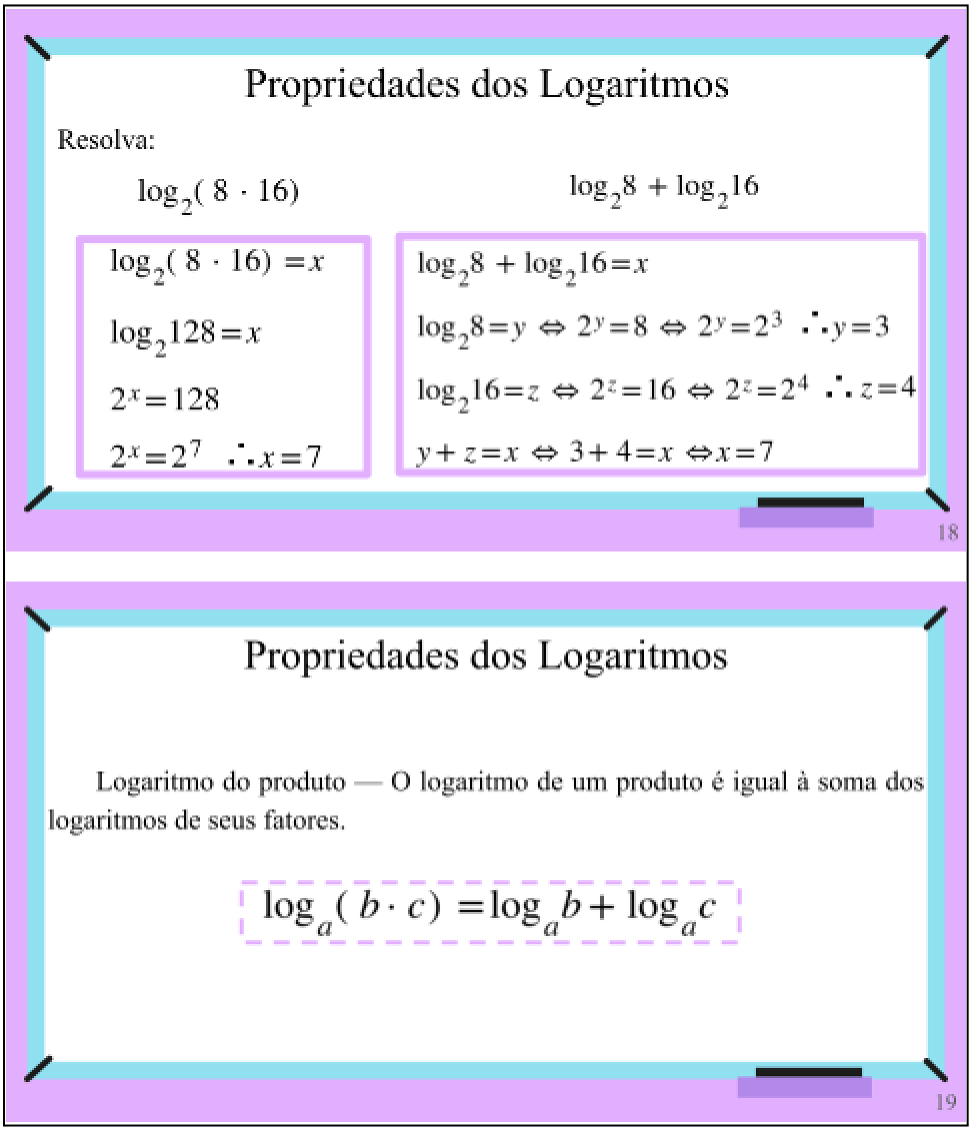


Fonte: Elaboração própria.

Posteriormente, serão abordadas as propriedades dos logaritmos fazendo uso de exemplos numéricos antes de introduzi-las, com o objetivo de primeiramente mostrar como estas podem auxiliar na simplificação e resolução de exercícios para, logo após, as apresentar formalmente. São elas:

- Logaritmo do produto (Figura 22);

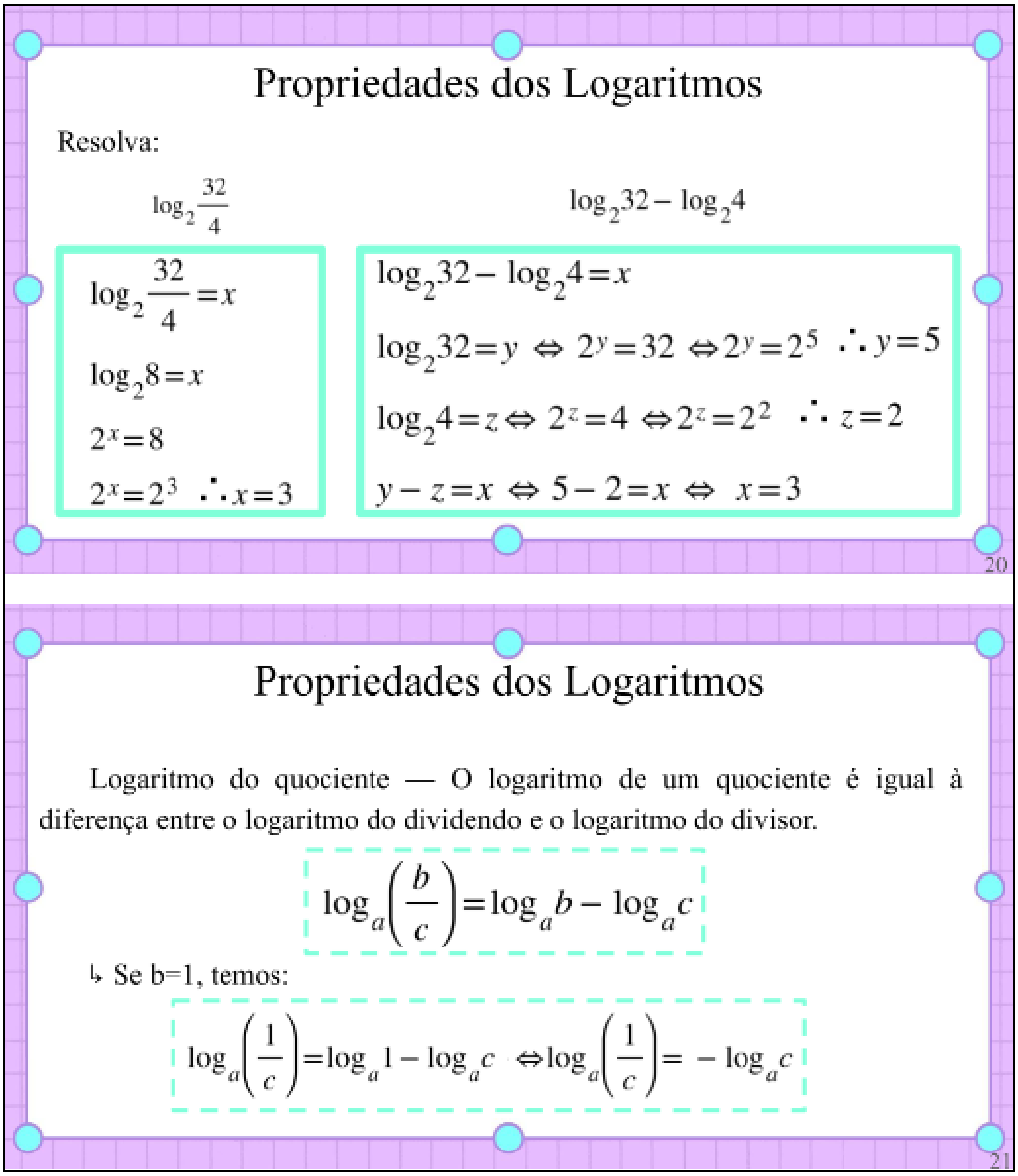
Figura 22 – Propriedades dos logaritmos 1



Fonte: Elaboração própria.

- Logaritmo do quociente (Figura 23);

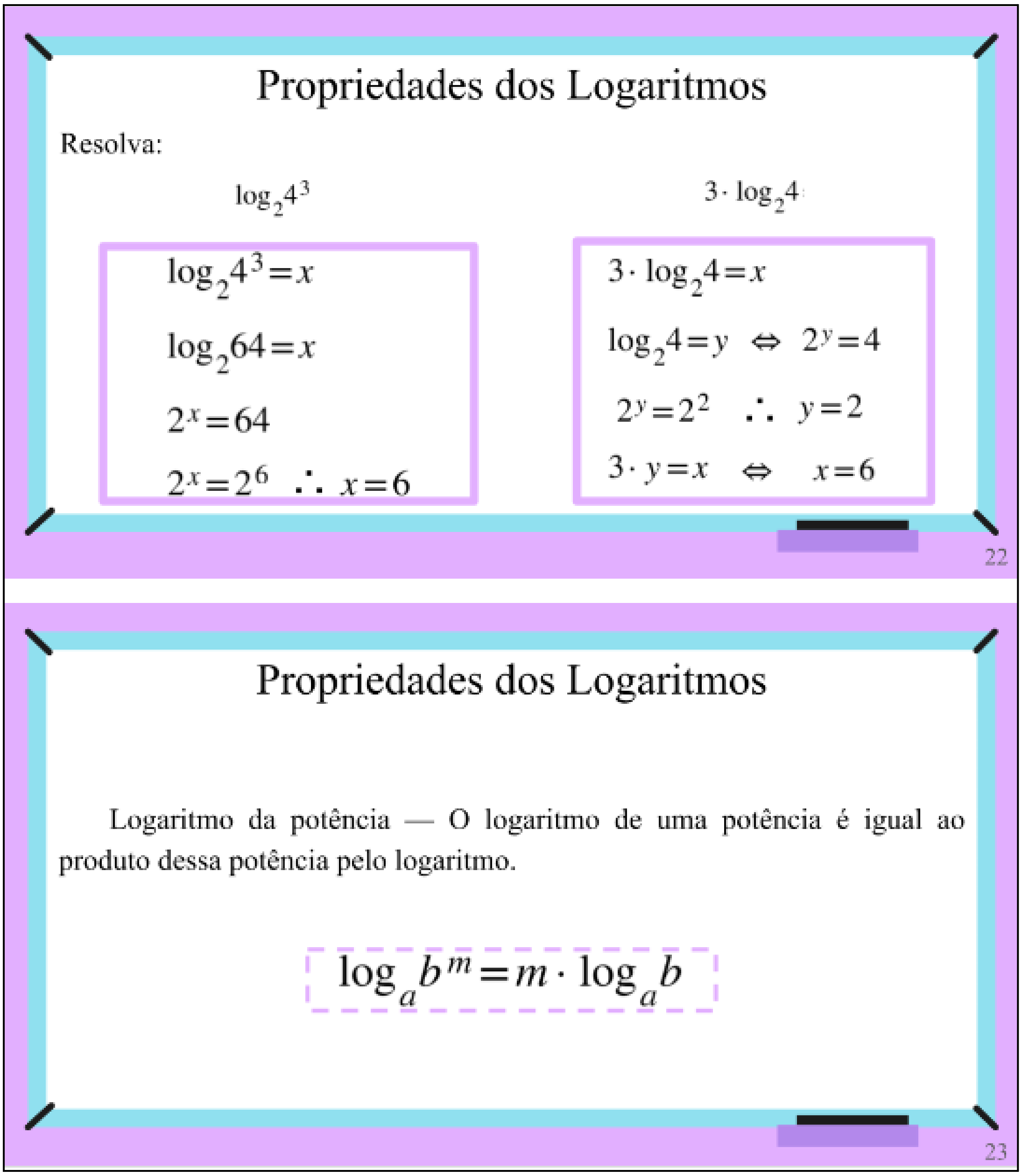
Figura 23 – Propriedades dos logaritmos 2



Fonte: Elaboração própria.

- Logaritmo da potência (Figura 24);

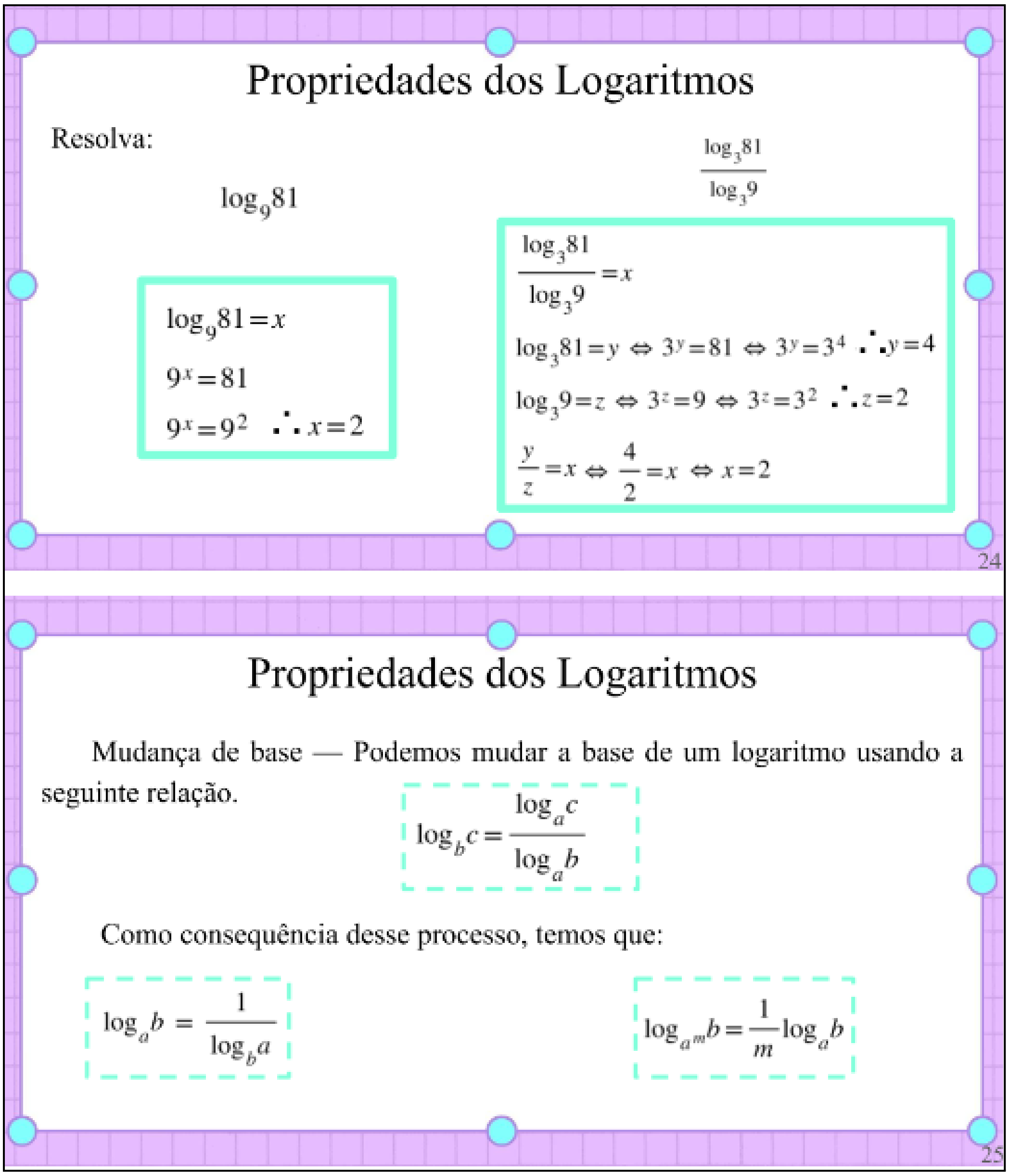
Figura 24 – Propriedades dos logaritmos 3



Fonte: Elaboração própria.

- Mudança de base (Figura 25).

Figura 25 – Propriedades dos logaritmos 4



Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, serão apresentados os conceitos de logaritmo decimal e natural, trazendo a discordância dos autores em relação à diferenciação entre logaritmo natural e logaritmo neperiano, de forma que os alunos compreendam as diferentes representações e as divergências existentes nos estudos desse tema (Figura 26).

Figura 26 — Representações especiais

É importante lembrar que existem alguns logaritmos com nomes e representações especiais:

- **Logaritmo na base 10:** também conhecido como logaritmo comum, decádico ou decimal. Quando a base do logaritmo for 10, não é necessário representá-la na equação:

$$log_{10}c = log\, c$$

- **Logaritmo Neperiano:** definido originalmente por John Napier, possuem como base o número $a = \left(1 - 10^{-7}\right)^{7}$. O verdadeiro logaritmo neperiano de x é escrito como:

$$10^{7}.\, log_{a}\left(\frac{x}{10^{7}}\right)$$

- **Logaritmo Natural:** o logaritmo natural apresenta como base o número de Euler ($e = 2,71828...$), sendo este um número irracional. Ele é chamado de logaritmo natural, visto que, no estudo dos fenômenos naturais, ele geralmente aparece como uma lei exponencial de base e.

Fonte: Elaboração própria.

Após a apresentação acerca do conteúdo de logaritmos, será possível retornar ao exemplo deixado incompleto ao fim da etapa I, resolvendo-o em conjunto com a turma recorrendo às propriedades ensinadas (Figura 27).

Figura 27 — Resolução do exemplo deixado ao fim da etapa I

➔ Resolução $2^z = 5$ Considere $\log 2 = 0,3$

$$\boxed{\log 2^z} = \log 5$$

logaritmo da potência

$$z \cdot \log 2 = \log 5$$

$$z \cdot \log 2 = \boxed{\log\left(\frac{10}{2}\right)}$$

logaritmo do quociente

$$z \cdot \log 2 = \log 10 - \log 2$$

$$z \cdot \log 2 = 1 - \log 2$$

$$z \cdot 0,3 = 1 - 0,3$$

$$0,3z = 0,7$$

$$z = \frac{0,7}{0,3}$$

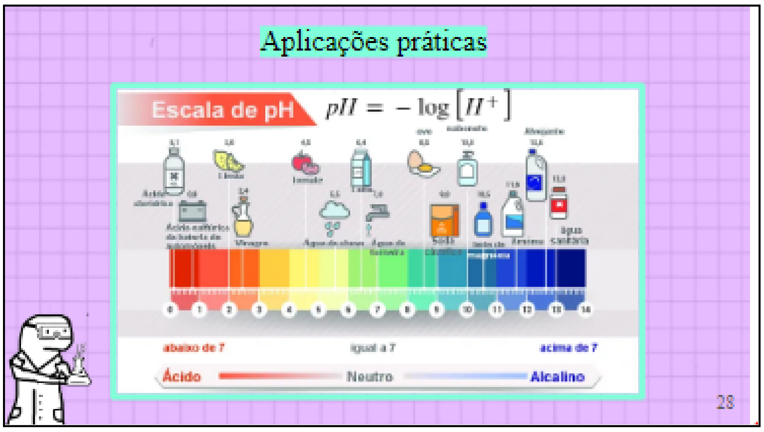
$$z = \frac{7}{3}$$

27

Fonte: Elaboração própria.

Para finalizar esta etapa, será apresentada aos alunos uma aplicação prática do conteúdo estudado, como uso dos logaritmos para encontrar o valor do *pH* de substâncias, a fim de trazer situações reais nas quais os logaritmos sejam utilizados (Figura 28).

Figura 28 — Aplicações práticas



Fonte: Elaboração própria.

→ **Etapa III**

Para a verificação da aprendizagem, será realizada uma competição entre equipes utilizando o *Actionbound*, um aplicativo para a criação digital interativa de caças ao tesouro. Os alunos irão se dividir em grupos de quatro a cinco pessoas, que serão direcionados para diferentes salas de chamada em vídeo, recorrendo a serviços de comunicação como *Google Meet*, *Zoom*, entre outros. Com o celular ou *tablet*, os alunos deverão fazer o *download* do aplicativo *Actionbound* (Figura 15) na loja de aplicativos do dispositivo, de modo que um deles transmita a tela do aplicativo para que todos visualizem a atividade e manipulem o jogo de maneira conjunta.

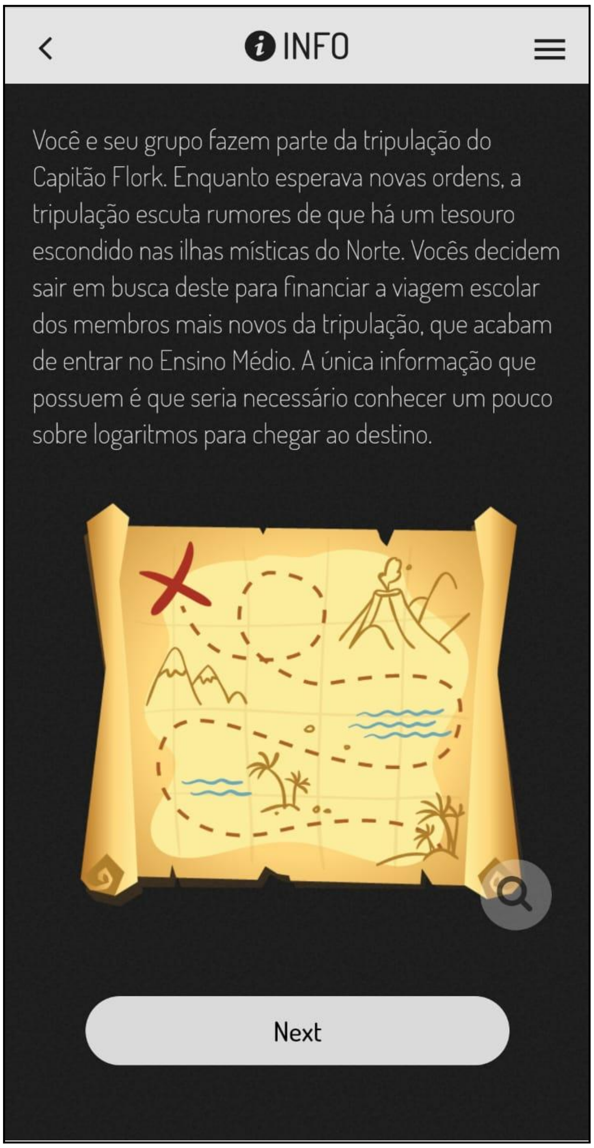
Figura 29 — Aplicativo *Actionbound*

Fonte: *Actionbound.*

Após o sinal do professor, os grupos terão cerca de 30 minutos para buscar o jogo "Logaritmos", ou escanear o *QR Code*, e realizar a "caça ao tesouro". O grupo que chegar primeiro ao baú será o vencedor da competição.

Ao iniciar o jogo, os alunos se depararão com a narrativa informativa sobre a "caça ao tesouro", ingressando em uma aventura com o capitão Flork e seus tripulantes (Figura 30).

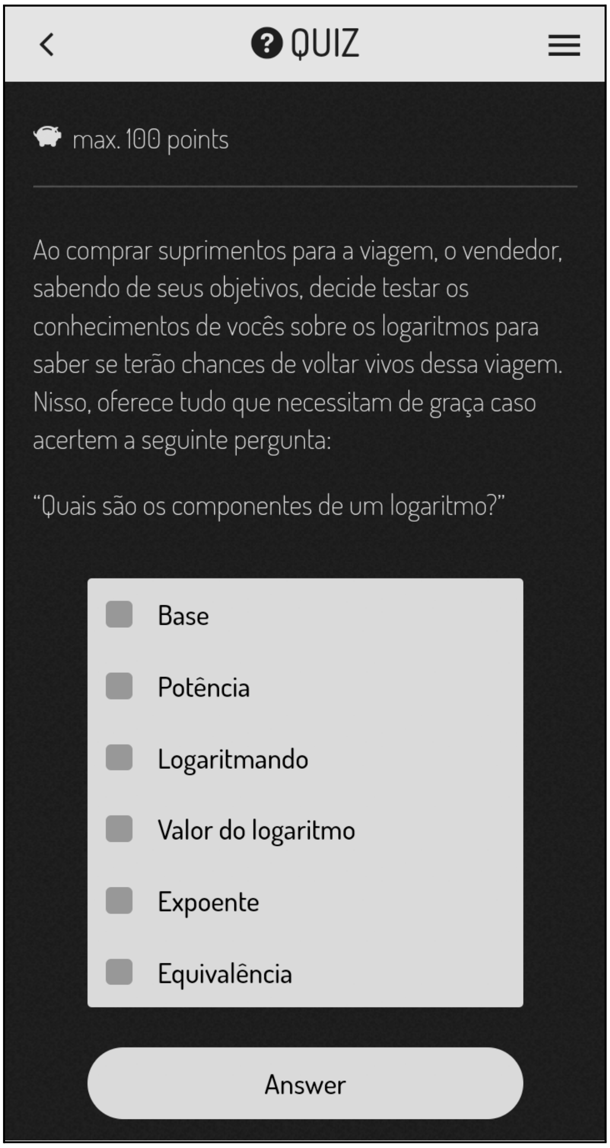
Figura 30 – Introdução do jogo



Fonte: Elaboração própria.

Passada a introdução, os alunos irão para a primeira atividade do jogo (Figura 31), que consiste em identificar os componentes de um logaritmo, aplicando os conceitos iniciais da definição.

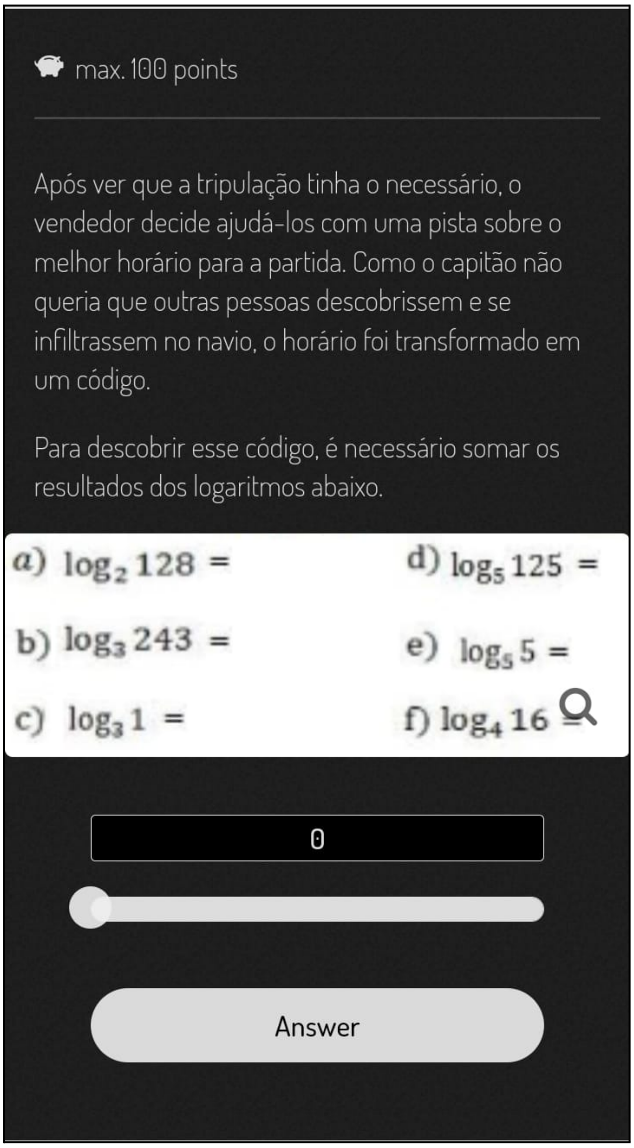
Figura 31 — Primeira questão



Fonte: Elaboração própria.

Na segunda questão (Figura 32), os alunos deverão utilizar a definição de logaritmos e suas consequências para resolver os logaritmos apresentados, fazendo uso, por exemplo, da reescrita destes como equações exponenciais. Para prosseguir, será necessário somar o valor dos logaritmos encontrados e utilizar o controle deslizante para inserir o resultado da somatória.

Figura 32 – Segunda questão



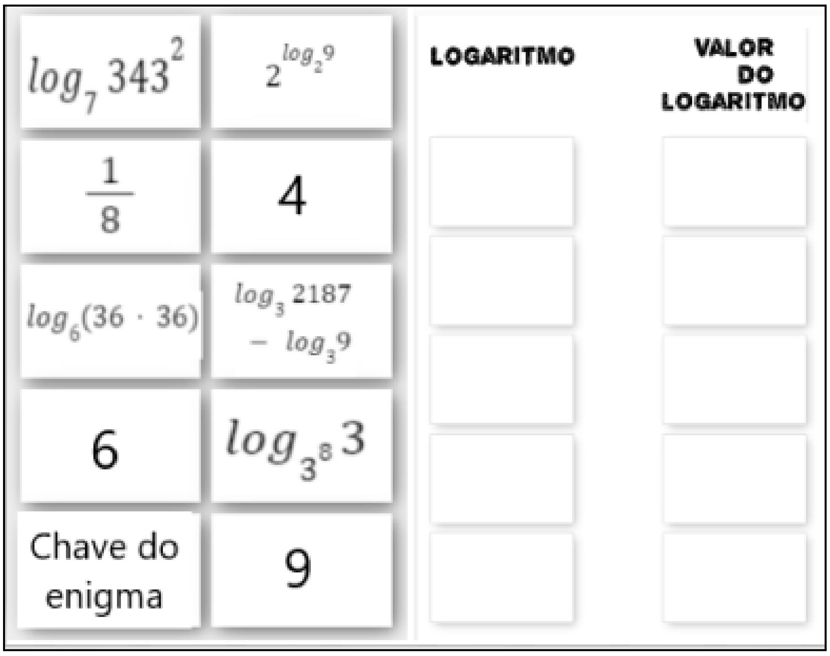
Fonte: Elaboração própria.

A terceira questão (Figura 33) trará como foco a descoberta de um enigma (Figura 34) que será acessado ao clicar na palavra “Enigma”. Com a finalidade de verificar a compreensão dos alunos acerca das propriedades dos logaritmos, eles deverão resolver os logaritmos apresentados e os relacionar com as respostas corretas. O resultado do logaritmo que apresenta como resposta a expressão “Chave do enigma” garantirá o avanço para a próxima fase.

Figura 33 – Terceira questão

Fonte: Elaboração própria.

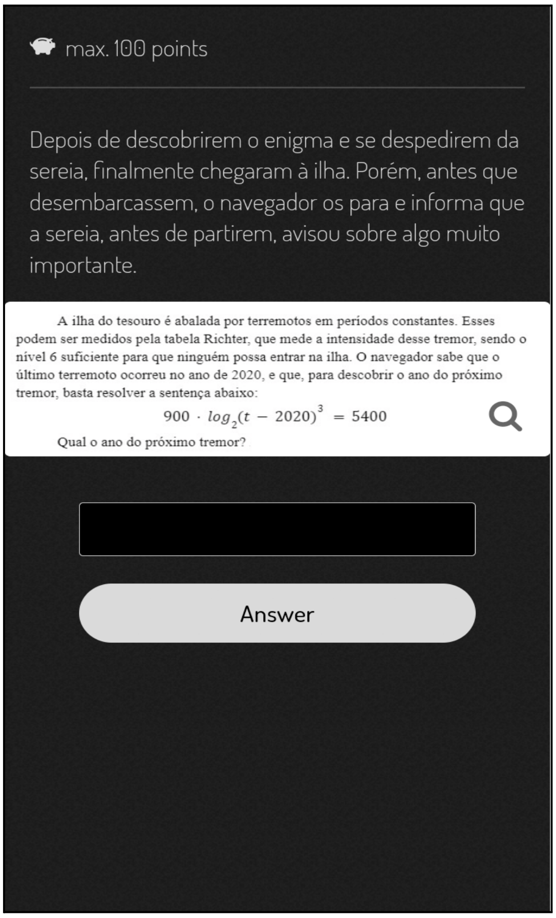
Figura 34 – Enigma da terceira questão



Fonte: Elaboração própria.

A quarta questão (Figura 35) consiste em resolver um problema contextualizado, nesse caso sobre terremotos, utilizando os logaritmos. Novamente, será necessário que os alunos se recordem de algumas das propriedades dos logaritmos, como o logaritmo da potência e do quociente. Ao solucionar a questão, os alunos passarão para a fase cinco.

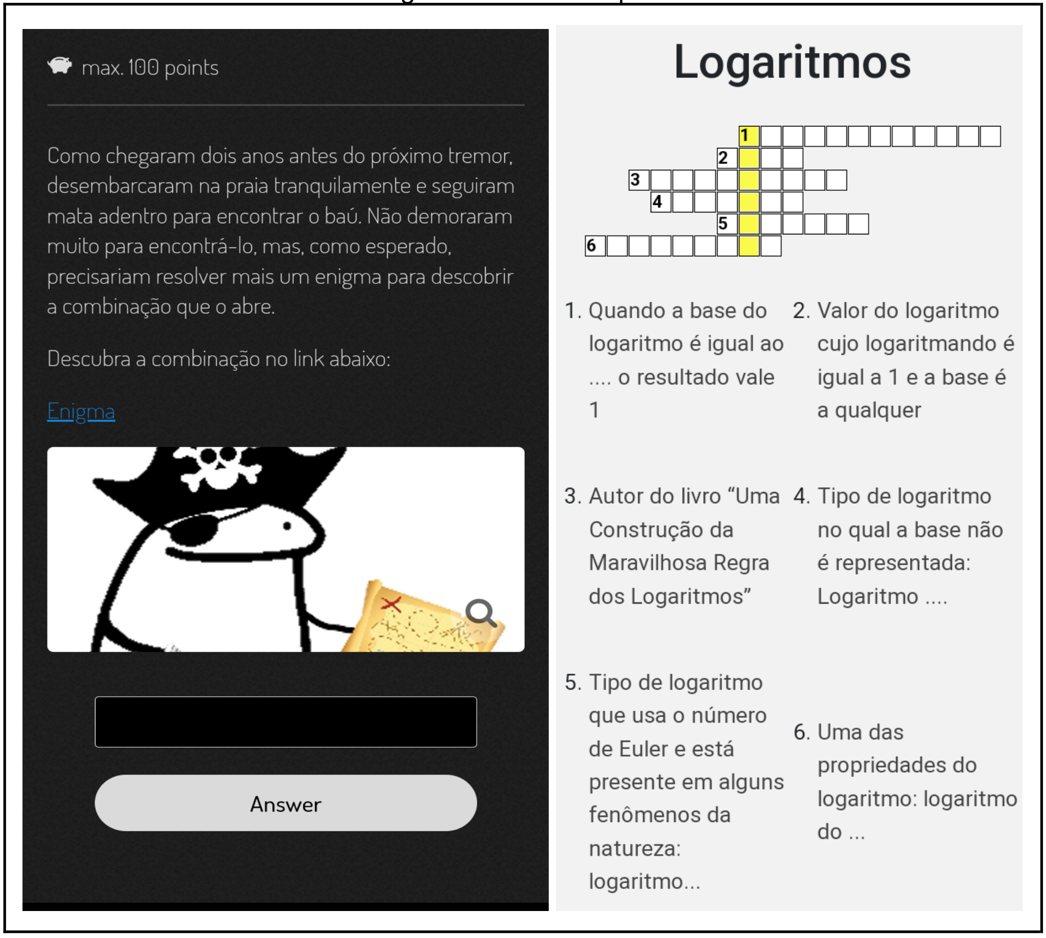
Figura 35 — Quarta questão



Fonte: Elaboração própria.

A quinta questão (Figura 36) levará os alunos diretamente ao tesouro procurado e, para concluí-la, será necessário que os alunos cliquem na palavra “Enigma” e completem uma cruzadinha sobre os conteúdos vistos durante toda a aula. Ao responder todas as perguntas, a palavra LEAMAT ficará destacada, sendo esta a chave do enigma que permitirá o avanço para a tela seguinte.

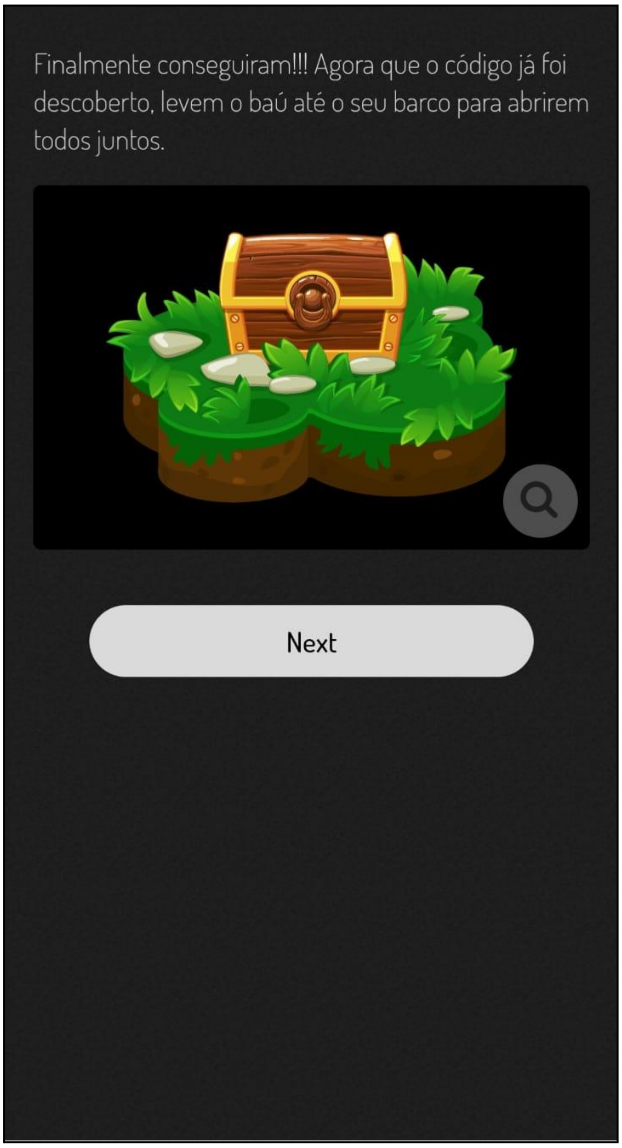
Figura 36 — Quinta questão



Fonte: Elaboração própria.

Por fim, ao concluírem todas as etapas, os alunos encontrarão o baú do tesouro (Figura 37). Fica a critério do professor se haverá alguma premiação ou bonificação conforme o *ranking* dos grupos.

Figura 37 — Baú do tesouro



Fonte: Elaboração própria.

Após o término da atividade, os alunos retornarão à sala de aula virtual inicial para que a equipe vencedora seja revelada e as considerações finais da aula sejam feitas.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em caráter excepcional, devido à pandemia do vírus SARS-CoV-2, a estrutura do LEAMAT foi modificada para aplicação educacional remota. Assim, foram desenvolvidas atividades pensadas para o ensino *on-line* que explorem diversos aspectos e auxiliem na aprendizagem de propostas didáticas nesse contexto, visando introduzir o estudo dos logaritmos e verificar essa aprendizagem por meio de tecnologias digitais.

Uma vez que, no transcorrer da aula, a temática proposta foi desenvolvida sem muita dificuldade e os alunos da turma de LEAMAT II relataram compreender o conteúdo, conclui-se que o objetivo da sequência didática se sucedeu com êxito. Entretanto, vale ressaltar que, apesar de o público alvo da sequência didática serem alunos do primeiro ano do Ensino Médio, esta foi aplicada em uma turma de licenciandos em Matemática. Logo, alguns ajustes podem ser necessários para a aplicação em uma turma com o público alvo desejado.

Com base nas respostas do questionário disponibilizado, foi possível observar que o jogo de “caça ao tesouro” criado contribuiu para a assimilação do conteúdo aplicado, além de atuar como um fator motivacional e atrativo para o aluno, conferindo leveza para o desenvolvimento da temática. Ademais, os recursos utilizados e o modo como o conteúdo foi apresentado nos *slides* e na apostila colaboraram para a dinâmica e clareza da aula.

Desse modo, percebe-se que um dos fatores positivos do trabalho foi justamente a criação do “caça ao tesouro” e como este complementou a sequência didática, bem como o encadeamento lógico delimitado para a abordagem da temática. Entretanto, tendo em vista que o primeiro contato das integrantes deste trabalho com a organização e aplicação de uma sequência didática se deu na disciplina do LEAMAT de forma remota, considera-se que a retórica das integrantes é um dos pontos a serem aperfeiçoados.

Esta sequência didática pode ser adaptada para ministração na modalidade presencial de ensino, com a adição de outros aparatos facilitadores ou o acréscimo de novas propostas e atividades. Assim, sugere-se que futuras pesquisas e projetos abordem os conteúdos que dão continuidade ao tópico de logaritmos, como funções logarítmicas, equações logarítmicas e o gráfico das funções logarítmicas. Outra sugestão é trabalhar a construção histórica dos logaritmos, dado que o conceito de logaritmos foi estruturado a partir de suas propriedades.

A disciplina do LEAMAT e a confecção deste projeto proporcionaram uma visão ampla acerca do processo de elaboração e aplicação de uma aula, contribuindo para a vida acadêmica e profissional das professoras em formação que o elaboraram, graças aos desafios e aprendizados experienciados durante a criação da sequência didática. Além disso, as integrantes foram introduzidas ao contexto de pesquisa e produção acadêmica, experiência esta que as auxiliará em futuros projetos. Toda a experiência vivenciada nesta disciplina foi essencial para o amadurecimento e crescimento profissional e pessoal das integrantes do grupo, resultado do trabalho em grupo e das discussões realizadas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias.** Brasília: MEC. 2000.

______, **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+). Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias.** Brasília: MEC. 2006.

______, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo, SP: Editora Edgard Blücher, 1974.

CALIL, A. M. **Caracterização da utilização das TICs pelos professores de matemática e diretrizes para ampliação do uso.** Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, 2011.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em contextos: função exponencial, função logarítmica e sequências**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

DOLCE, O.; IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de matemática elementar: logaritmos**. 9.ed., v. 2. São Paulo: Atual, 2013.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática,** tradução: Hygino H. Domingues. 3.ª reimpressão. Campinas, SP: UNICAMP, 2008.

FERREIRA, M. L. A álgebra e suas diferentes manifestações. In: XII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2011, Recife. **Anais eletrônicos** [...] Recife: UFPE, 2011. p.1-8. Disponível em: http://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1503/818. Acesso em: 04 set. 2021

FERREIRA, R.L. **Uma sequência de ensino para o estudo de Logaritmos usando a Engenharia Didática.** 2006. 149f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática) — Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2006.

GALUPO, A. S. **A Construção do Conceito de Logaritmo.** Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal Fronteira Sul, Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática em Rede Nacional, Chapecó, SC. 2021.

GUIDORIZZI, H. L. **UM CURSO DE CÁLCULO**. 5.ed., v. 1. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

LIMA, E. L. **Logaritmos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira De Matemática, 1999. (Coleção do Professor de Matemática)

LIMA, E. L. et al. **A matemática do Ensino Médio**. 8. ed. Rio De Janeiro: Sociedade Brasileira De Matemática, 1996. v. 1.(Coleção do Professor de Matemática)

MAOR, E. e: **A história de um Número.** 5. ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.

MUSSOLINI, A. F. **Reflexões de Futuros Professores de Matemática sobre uma Prática Educativa Utilizando Planilhas Eletrônicas.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2004

PEREIRA, M. C. **Logaritmos : uma abordagem interdisciplinar.** Dissertação (Mestrado em Matemática) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro: Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes, RJ, 2016.

RANZOLIN, E. M. C. **A utilização de recursos tecnológicos, como alternativa no aprendizado dos logaritmos.** Artigo final (Programa de Desenvolvimento Educacional) (PDE) — DIRETORIA DE POLÍTICAS E PROGRAMAS EDUCACIONAIS. Paraná, 2012.

ROCHA, L. L. **LOGARITMOS: CONCEITO, HISTÓRIA, APLICAÇÕES E ENSINO**. Especialização em ensino de Matemática — Instituto Federal da Paraíba. IFPB. Campina Grande, PB. 2021.

SILVA, L. L. **Logaritmos: uma abordagem didática**. In: XIII SESEMAT — SEMINÁRIO SUL-MATO-GROSSENSE DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, v.13, n.º 1, p. 102–111. 2019.

SOARES, E. C. A história dos logaritmos como contribuição à Matemática do Ensino Médio. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, X, 2010, Salvador. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Disponível em:<http://docplayer.com.br/40883121-A-historia-dos-logaritmos-como-contribuicao-a-matematica-do-ensino-medio.html>. Acesso em: 05 jul. 2021.

SOARES, I. L. **HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DE LOGARITMOS.** Dissertação (Monografia) — Instituto Federal Fluminense *Campus* Campos Centro (IFF Centro). Campos dos Goytacazes, RJ, 2017.

SOPHIA RARE BOOKS; WESTERNGAARD, C. **Mirifici logarithmorum canonis constructio; et eorum ad naturales ipsorum numeros habitudines; una cum appendice, de aliâ eâque præstantiore logarithmorum specie contenda**. s.d. Disponível em: <https://www.sophiararebooks.com/pages/books/4638/john-napier/mirifici-logarithmorum-canonis-constructio-et-eorum-ad-naturales-ipsorum-numeros-habitudines>. Acesso em: 2 maio. 2022.

TINOCO, L. A. de A. et. al. ÁLGEBRA É MAIS DO QUE ALGEBRISMO. **XI ENEM, Curitiba/PR**, p. 1-8, Ago. 2013. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/1429_422_ID.pdf. Acesso em: 28 ago. 2021.

APÊNDICES

APÊNDICE A: MATERIAL DIDÁTICO ELABORADO

Diretoria de Ensino Superior das Licenciaturas
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Álgebra
Licenciandos: Gabriela Mesquita, Gabriele Freitas, Júlia Montovanelli, Mariana de Azevedo e Thaíza da Silva
Orientador: Prof. Me. Leandro Sopeletto Carreiro
Nome: ____
Data: ____/____/____

Logaritmos

❖ Recordando Potenciação e Equação Exponencial

↪ Potenciação

Partindo de um número real a e de um número natural n, chamamos de **potência de base** a **e expoente** n o número a^n, igual ao produto de n fatores iguais a a.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots}_{\textbf{n fatores}}$$

Exemplo:

$a^0 = 1$, para $a \neq 0$

$a^1 = a$

$a^2 = a \cdot a$

Tabela 1 – Propriedades de Potência

Se $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$, **então:**
$a^m \cdot a^n = a^{n+m}$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, com $a \neq 0$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$, com $a \neq 0$ e $b \neq 0$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, com $a \neq 0$ e $b \neq 0$
$\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, com $a \neq 0$ e $n \in \mathbb{N}$

✱ **Potência de expoente fracionário**

Dados $a \in \mathbb{R}^*_+, \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ $(p \in \mathbb{Z}$ e $q \in \mathbb{N}^*)$, temos que:

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

↪ **Equação exponencial**

São equações com incógnitas no expoente.

Exemplos:

- $4^x = 16 \Leftrightarrow 4^x = 4^2 \therefore x = 2$
- $8^x = 32 \Leftrightarrow (2^3)^x = 2^5 \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^5 \therefore 3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{3}{5}$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 2,25 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{225}{100} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow$
  $\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \therefore x = -2$

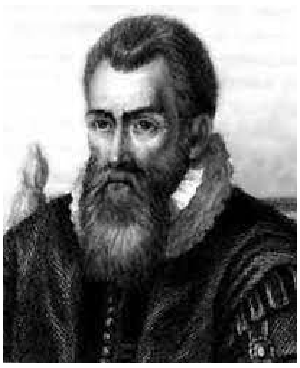
Usamos o sinal $\Leftrightarrow$ para indicar que duas afirmações são equivalentes.

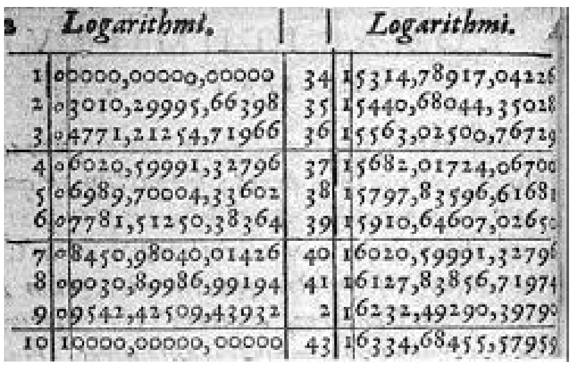
❖ Logaritmos

O século XV foi caracterizado como o período em que os europeus se envolveram com as expansões territoriais e as grandes navegações, conjuntura esta que favoreceu o surgimento dos logaritmos. As atividades comerciais desse período fizeram emergir a necessidade de cálculos com números muito grandes ou muito pequenos, o que demandava um longo tempo para resolução, além de possibilitar brechas para imprecisões nos resultados. Desse modo, foi preciso encontrar maneiras de simplificar e agilizar esses cálculos.

Segundo alguns autores, uma das formas de simplificação dos cálculos algébricos usadas no século XVI era o método de prostaférese, o qual transformava divisões e multiplicações em subtrações e somas, utilizando a tabela trigonométrica e as fórmulas de Werner para produto dos senos e cossenos. Eles acreditam que esse modo de simplificação foi apresentado ao escocês John Napier (1550–1617) por John Craig, médico de James VI (rei da Escócia), a quem conheceu por meio de Tycho Brahe em uma viagem realizada para a Dinamarca em 1590. Assim, Napier se interessou pelo desenvolvimento de um método para resolução de cálculos, dedicando 20 anos de sua vida a esse estudo e, em 1614, publicou sua obra "*Uma descrição da maravilhosa regra dos logaritmos*". Nesta, era apresentada a essência da formulação dos logaritmos, por meio da observação da tabela de sequências de potências inteiras sucessivas de um mesmo número.

Embora seja atribuída a John Napier a primeira publicação acerca dos logaritmos, paralelamente ao estudo dele ocorrem os estudos do suíço Joost Bürgi (1552–1632), com ideias semelhantes à fundamentação dos logaritmos. Apesar de essas produções terem sido confeccionadas de forma independente, há evidências que sinalizam que Bürgi iniciou a ideia de logaritmos, visto que seu trabalho já estava em andamento desde 1588, mas foi publicado apenas no ano de 1620.





	Logarithmi.		Logarithmi.
1	00000,00000,00000	34	15314,78917,0422
2	03010,29995,66398	35	15440,68044,35028
3	04771,21254,71966	36	15563,02500,76729
4	06020,59991,32796	37	15682,01724,06700
5	06989,70004,33602	38	15797,83596,61681
6	07781,51250,38364	39	15910,64607,0265
7	08450,98040,01426	40	16020,59991,3279
8	09030,89986,99194	41	16127,83856,71974
9	09542,42509,43932	2	16232,49290,3979
10	10000,00000,00000	43	16334,68455,57959

Sob conhecimento dos estudiosos da época, o método de John Napier teve ampla aceitação devido à sua simplificação de resolução de divisões e multiplicações. Com o passar dos anos, a estrutura do logaritmo sofreu mudanças e acréscimos, uma delas feita pelo professor londrino, Henry Briggs (1561–1630). Este sugeriu a Napier acrescentar a ideia de base, além de formular as tábuas de logaritmos de base 10, já que, na época, Napier estava desanimado de elaborar mais tábuas por sua idade avançada. A forma de logaritmos que conhecemos hoje foi exposta por Leonhard Euler em 1728.

Atualmente, o uso de logaritmos como instrumento de simplificação algébrica se encontra em desuso graças às evoluções tecnológicas, em especial, a invenção das calculadoras e dos computadores. Contudo, o logaritmo vai além da Matemática e abarca áreas de pesquisa como a Física, Química, Geografia e Medicina. Ademais, ele continua com forte presença devido à função logarítmica e suas aplicações estarem ligadas a um grande número de fenômenos e situações naturais, além de ser a inversa da função exponencial.

↪ Definição e Propriedades

Dados os números reais positivos a e b, com $a \neq 1$, consideramos o **valor do logaritmo de b na base a** o expoente ao qual se deve elevar a base a para que o resultado seja b. Em outras palavras, podemos escrever da seguinte forma:

Se $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, $a > 0, a \neq 1$ e $b > 0$, então

$$log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

No logaritmo, temos que:

- a = base do logaritmo;
- b = logaritmando;
- x = valor do logaritmo.

Dessa definição decorrem, imediatamente, as seguintes propriedades:

- O logaritmo da unidade em qualquer base maior que zero e diferente de 1 é igual a 0.

$$log_a 1 = 0$$

Exemplo: $log_2 1 = 0 \Leftrightarrow 2^0 = 1$

- O logaritmo no qual a base é igual ao logaritmando tem como resultado 1.

$$log_a a = 1$$

Exemplo: $log_2 2 = 1 \Leftrightarrow 2^1 = 2$

$log_2 2 = x \Leftrightarrow 2^1 = 2^x \therefore x = 1$

- A potência de base a e expoente $log_a b$ é igual a b.

$$a^{log_a b} = b$$

Exemplo: $2^{log_2 4} = 4$

Como $log_2 4 = 2$: $2^2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4$

- O logaritmo de base a e expoente a^n é igual a n

$$log_a a^n = n$$

Exemplo: $log_2 2^3 = 3 \Leftrightarrow 2^3 = 2^3$

$log_2 2^3 = x \Leftrightarrow 2^3 = 2^x \therefore x = 3$

- Dois logaritmos de mesma base são iguais se, e somente se, os logaritmandos forem iguais.

$$log_a b = log_a c \Leftrightarrow b = c$$

Exemplo: $log_2 b = 2 \Leftrightarrow 2^2 = b \Leftrightarrow b = 4$ $Logo,$

$log_2 c = 2 \Leftrightarrow 2^2 = b \Leftrightarrow c = 4$ $b = c = 4$

Além das propriedades derivadas da definição, temos também outras propriedades, como:

✱ Logaritmo do produto: O logaritmo de um produto é igual à soma dos logaritmos de seus fatores.

$$log_a (b \cdot c) = log_a b + log_a c$$

Exemplo: $log_2 (8 \cdot 4) = log_2 32 = 5$

$log_2 8 + log_2 4 = 3 + 2 = 5$

✱ Logaritmo do quociente: O logaritmo de um quociente é igual à diferença entre o logaritmo do dividendo e o logaritmo do divisor.

$$log_a\left(\frac{b}{c}\right) = log_a b - log_a c$$

Exemplo: $log_2\left(\frac{8}{4}\right) = log_2 2 = 1$

$log_2 8 - log_2 4 = 3 - 2 = 1$

↳ Se $b = 1$, temos:

$$log_a\left(\frac{1}{c}\right) = log_a 1 - log_a c \Leftrightarrow log_a\left(\frac{1}{c}\right) = 0 - log_a c \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow log_a\left(\frac{1}{c}\right) = -\, log_a c$$

✱ Logaritmo da potência: o logaritmo de uma potência é igual ao produto dessa potência pelo logaritmo.

$$log_a b^m = m \cdot log_a b$$

Exemplo: $log_2 4^3 = log_2 64 = 6$

$3 \cdot log_2 4 = 3 \cdot 2 = 6$

✱ Mudança de base: podemos mudar a base de um logaritmo usando a seguinte relação:

$$log_b c = \frac{log_a c}{log_a b}$$

Exemplo: $log_{16} 4096 = 3$

$$\frac{log_4 4096}{log_4 16} = \frac{6}{2} = 3$$

Como consequência desse processo, temos que:

↳ $log_a b = \frac{1}{log_b a}$

Exemplo: $log_{16} 49 = \frac{log_{49} 49}{log_{49} 16} = \frac{1}{log_{49} 16}$

↳ $log_{a^m} c = \frac{1}{m} \cdot log_a c$

Exemplo:

$$log_{16^3} 49 = \frac{log_{49} 49}{log_{49} 16^3} = \frac{1}{log_{49} 16^3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{log_{49} 16} = \frac{1}{3} \cdot log_{16} 49$$

É importante lembrar que existem alguns logaritmos com nomes e representações especiais:

↪ **Logaritmo na base 10:** também conhecido como logaritmo comum, decádico ou decimal. Quando a base do logaritmo for 10, não é necessário representá-la na equação:

$$log_{10} c = log\, c$$

↪ **Logaritmo Neperiano:** definido originalmente por John Napier, possuem como base o número $a = (1 - 10^{-7})^7$. O verdadeiro logaritmo neperiano de x é escrito como:

$$10^7 . log_a \left(\frac{x}{10^7} \right)$$

↪ **Logaritmo Natural:** impropriamente associado ao logaritmo neperiano, o logaritmo natural apresenta como base o número de Euler ($e = 2,71828$...), sendo este um número irracional. Ele é chamado de logaritmo natural, visto que, no estudo dos fenômenos naturais, ele geralmente aparece como uma lei exponencial de base e .

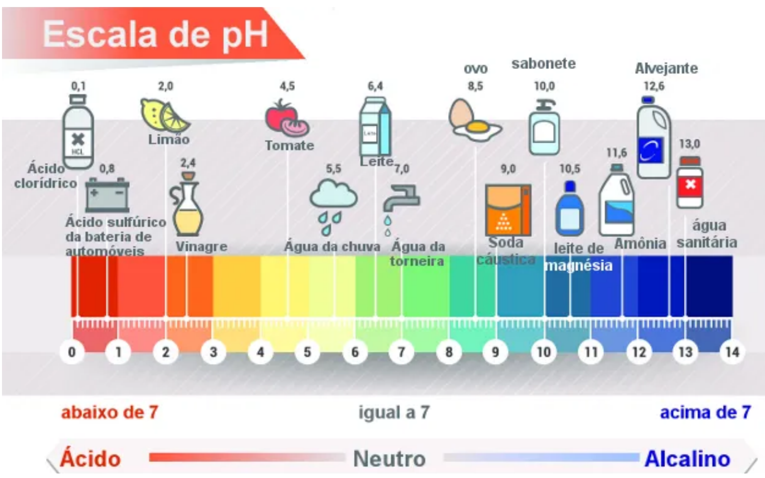
Representações:

↳ $log_e x$ ↳ $ln\ x$

AGORA VOCÊ DEVE ESTAR SE PERGUNTANDO QUAL A UTILIDADE DO LOGARITMO, NÃO É MESMO?

O logaritmo está mais presente no nosso cotidiano do que podemos imaginar. Uma das principais aplicações dos logaritmos está relacionada ao pH. Sendo esta a abreviação de **potencial (ou potência) hidrogeniônico,** refere-se à concentração de $\left[H^{+}\right]$ (ou de $\left[H_{3}O^{+}\right]$) em uma solução, tomando como base uma escala logarítmica para trabalhar com as concentrações desses íons nessas soluções. A indústria alimentícia e a farmacêutica são alguns exemplos de setores que realizam testes para pH.

Esses testes são responsáveis por medir a acidez ou a alcalinidade de uma solução, de acordo com seus componentes e sua função. Cada produto tem um nível de pH, que pode ser encontrado nos rótulos e bulas fornecidas. A escala de pH vai de 0 a 14, sendo 7 o valor neutro. Quanto mais próximo do 0, mais ácida será a substância, enquanto, ao se aproximar do 14, ficará mais básica/alcalina.



O sangue humano, por exemplo, possui pH neutro, próximo a 7,40. Contudo, o suco pancreático é levemente básico, com pH entre 7,8 e 8,2, e o suco gástrico, presente no estômago, possui pH entre 1,5 e 2, ou seja, é ácido. Doenças como a gastrite aumentam a acidez no estômago, podendo provocar úlceras gástricas. Nesses casos, remédios como o leite de magnésia são recomendados, uma vez que possuem pH mais alto (alcalino) e reagirão com a solução presente no estômago, aumentando o pH da mistura, diminuindo sua acidez e aliviando os sintomas.

Então, qual a relação entre o pH e os logaritmos? Para encontrar o valor do pH, é necessário resolver a seguinte fórmula:

$$pH =- log^{[H^{+}]}$$

ATIVIDADE COM RECURSO TECNOLÓGICO: CAÇA AO TESOURO

Aplicativos necessários: *Actionbound* (é necessário o aplicativo em apenas um dos celulares do grupo, uma vez que a tela do mesmo deve ser transmitida para o restante do grupo na própria chamada de vídeo).

Instruções da atividade:

- Após se dividirem em grupos, cada equipe deverá se encaminhar para uma sala do *Google Meet* diferente com a presença de um professor;
- Após ler o *QR Code*, preencher a tela inicial com o nome de todos os integrantes do grupo e o nome da equipe;
- Os alunos deverão interagir com as questões e resolvê-las para avançar na caça ao tesouro;
- A equipe que conseguir resolver todas as fases e chegar primeiro até o tesouro será a vencedora e poderá abrir o baú do tesouro;

Download do jogo:

Play Store

App Store

Tabela 2 – SIMBOLOGIA E SIGNIFICADOS

Símbolos	**Significados**
$\mathbb{N}$	Conjuntos dos Números Naturais
$\mathbb{N}^*$	Conjunto dos Números Naturais não nulos
$\mathbb{Z}$	Conjunto dos Números Inteiros
$\mathbb{R}$	Conjuntos dos Números Reais
$\mathbb{R}_+$	Conjunto dos Números Reais Não Negativos
$\mathbb{R}_+^*$	Conjunto dos Números Reais Positivos
$\in$	Pertence
$\forall$	Para todo
$a \leq b$	a é menor ou igual a b
$a \geq b$	a é maior ou igual a b
$\neq$	Diferente

APÊNDICE B: APRESENTAÇÃO DE *SLIDES*

INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus Campos Centro

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

PÁTRIA AMADA BRASIL
GOVERNO FEDERAL

Introdução ao estudo dos LOGARITMOS

Professoras em formação:
Gabriela Mesquita
Gabriele da Silveira
Júlia Montovanelli
Mariana de Azevedo
Thaíza da Silva

Orientador:
Prof.Me.: Leandro Sopeletto Carreiro

Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática II - Álgebra

SUMÁRIO

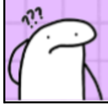
Relembrando

Potenciação

↪ Definição

Partindo de um número real a e de um número natural n , chamamos de **potência de base** a **e expoente** n o número a^n, igual ao produto de n fatores iguais a a.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots}_{\text{n fatores}}$$



3

➔ Propriedades de Potência

Se $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$, **então:**
$a^m \cdot a^n = a^{n+m}$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, com $a \neq 0$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$, com $a \neq 0$ e $b \neq 0$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, com $a \neq 0$ e $b \neq 0$

4

➔ Propriedades de Potência

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, com $a \neq 0$ e $n \in \mathbb{N}$

Para bases negativas:

- ↪ Expoente par = inverte o sinal

$$(-2)^2 = +4$$

- ↪ Expoente ímpar = mantém o sinal

$$(-2)^3 = -8$$

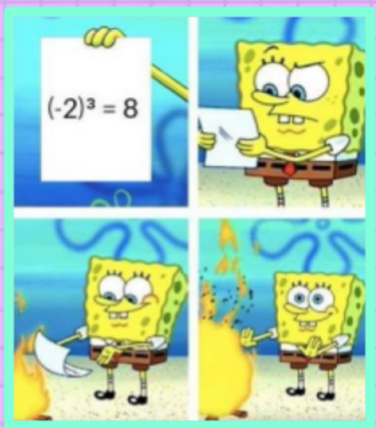
✱ Expoente fracionário

Dados $a \in \mathbb{R}^*_+$, $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ $(p \in \mathbb{Z}$ e $q \in \mathbb{N}^*)$, temos que:

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

Relembrando

➔ Erros comuns



Relembrando

Equação exponencial

↪ Definição

São equações com incógnitas no expoente.

$$9^{x}=27$$
$$\left(3^{2}\right)^{x}=3^{3}$$
$$3^{2x}=3^{3}$$
$$2x=3 \Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$$

$$125^{x}=0,04$$
$$\left(5^{3}\right)^{x}=\frac{4}{100} \Leftrightarrow 5^{3x}=\frac{1}{25}$$
$$5^{3x}=\left(5^{2}\right)^{-1} \Leftrightarrow 5^{3x}=5^{-2}$$
$$3x=-2 \Leftrightarrow x=-\frac{2}{3}$$

7

Explorando:

$$3^{6}\cdot 3^{-2}=x$$
$$3^{6+(-2)}=x$$
$$3^{4}=x$$
$$x=81$$

$$2^{y}=4$$
$$2^{y}=2^{2}$$
$$y=2$$

$$2^{z}=5$$

?

8

Logaritmos

- Grandes Navegações
- John Napier
- Prostaférese
- Ossos de Napier

9

- *"Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio"* (1614) e *"Mirifici logarithmorum canonis constructio"* (1619)
- Henry Briggs
- Tábua logarítmica
- Joost Bürgi

conta mais

10

Logaritmos

a = base do logaritmo

b = logaritmando

x = valor do logaritmo

↪ Definição

$$Se\ a \in \mathbb{R},\ b \in \mathbb{R},\ a > 0,\ a \neq 1\ e\ b > 0,\ então$$

$$\log_a b = x \quad \Leftrightarrow \quad a^x = b$$

11

$\log_{-2} 2 = v$

$(-2)^v = 2$

não existe

$\log_2(-1) = w$

$2^w = -1$

não existe

$\log_0 2 = x$

$0^x = 2$

não existe

$\log_1 2 = y$

$1^y = 2$

não existe

$\log_2 0 = z$

$2^z = 0$

não existe

12

Consequência da definição

O logaritmo da unidade em qualquer base é igual a 0.

$$\log_a 1 = x \Leftrightarrow a^x = 1 \Leftrightarrow a^x = a^0 \therefore x = 0$$

$$\log_a 1 = 0$$

Exemplo:

$$\log_{\frac{3}{2}} 1 = 0$$

13

Consequência da definição

O logaritmo com base igual ao logaritmando tem como resultado 1.

$$\log_a a = x \Leftrightarrow a^x = a^1 \therefore x = 1$$

$$\log_a a = 1$$

Exemplo:

$$\log_{49} 49 = 1$$

14

Consequência da definição

A potência de base a e expoente $\log_a b$ é igual a b .

$$a^{\log_a b} = y$$

Considerando $\log_a b = x$, *temos*:

$a^{\log_a b} = y \Leftrightarrow a^x = y$

$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$

Por transitividade, $y = b$.

Portanto,

$a^{\log_a b} = b$.

Consequência da definição

A potência de base a e expoente $\log_a b$ é igual a b .

$$\boxed{a^{\log_a b} = b}$$

Exemplo:

$$7^{\log_7 6} = 6$$

Consequência da definição

Dois logaritmos em uma mesma base são iguais se, e somente se, os logaritmandos forem iguais.

$$\log_a b = \log_a c \leftrightarrow b = c$$

17

Propriedades dos Logaritmos

Resolva:

$\log_2(8 \cdot 16)$

$\log_2 8 + \log_2 16$

$\log_2(8 \cdot 16) = x$

$\log_2 128 = x$

$2^x = 128$

$2^x = 2^7 \therefore x = 7$

$\log_2 8 + \log_2 16 = x$

$\log_2 8 = y \Leftrightarrow 2^y = 8 \Leftrightarrow 2^y = 2^3 \therefore y = 3$

$\log_2 16 = z \Leftrightarrow 2^z = 16 \Leftrightarrow 2^z = 2^4 \therefore z = 4$

$y + z = x \Leftrightarrow 3 + 4 = x \Leftrightarrow x = 7$

18

Propriedades dos Logaritmos

Logaritmo do produto — O logaritmo de um produto é igual à soma dos logaritmos de seus fatores.

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

19

Propriedades dos Logaritmos

Resolva:

$$\log_2 \frac{32}{4}$$

$$\log_2 \frac{32}{4} = x$$

$$\log_2 8 = x$$

$$2^x = 8$$

$$2^x = 2^3 \quad \therefore x = 3$$

$$\log_2 32 - \log_2 4$$

$$\log_2 32 - \log_2 4 = x$$

$$\log_2 32 = y \Leftrightarrow 2^y = 32 \Leftrightarrow 2^y = 2^5 \quad \therefore y = 5$$

$$\log_2 4 = z \Leftrightarrow 2^z = 4 \Leftrightarrow 2^z = 2^2 \quad \therefore z = 2$$

$$y - z = x \Leftrightarrow 5 - 2 = x \Leftrightarrow x = 3$$

20

Propriedades dos Logaritmos

Logaritmo do quociente — O logaritmo de um quociente é igual à diferença entre o logaritmo do dividendo e o logaritmo do divisor.

$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right)=\log_a b-\log_a c$$

↳ Se b=1, temos:

$$\log_a\left(\frac{1}{c}\right)=\log_a 1-\log_a c \Leftrightarrow \log_a\left(\frac{1}{c}\right)=-\log_a c$$

Propriedades dos Logaritmos

Resolva:

$\log_2 4^3$

$$\log_2 4^3=x$$
$$\log_2 64=x$$
$$2^x=64$$
$$2^x=2^6 \quad \therefore \quad x=6$$

$3\cdot\log_2 4$

$$3\cdot\log_2 4=x$$
$$\log_2 4=y \quad \Leftrightarrow \quad 2^y=4$$
$$2^y=2^2 \quad \therefore \quad y=2$$
$$3\cdot y=x \quad \Leftrightarrow \quad x=6$$

Propriedades dos Logaritmos

Logaritmo da potência — O logaritmo de uma potência é igual ao produto dessa potência pelo logaritmo.

$$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

Propriedades dos Logaritmos

Resolva:

$$\log_9 81$$

$$\log_9 81 = x$$

$$9^x = 81$$

$$9^x = 9^2 \quad \therefore x = 2$$

$$\frac{\log_3 81}{\log_3 9}$$

$$\frac{\log_3 81}{\log_3 9} = x$$

$$\log_3 81 = y \Leftrightarrow 3^y = 81 \Leftrightarrow 3^y = 3^4 \therefore y = 4$$

$$\log_3 9 = z \Leftrightarrow 3^z = 9 \Leftrightarrow 3^z = 3^2 \therefore z = 2$$

$$\frac{y}{z} = x \Leftrightarrow \frac{4}{2} = x \Leftrightarrow x = 2$$

Propriedades dos Logaritmos

Mudança de base — Podemos mudar a base de um logaritmo usando a seguinte relação:

$$\boxed{\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}}$$

Como consequência desse processo, temos que:

$$\boxed{\log_a b = \frac{1}{\log_b a}}$$

$$\boxed{\log_{a^m} b = \frac{1}{m}\log_a b}$$

Outras notações

↪ **Logaritmo decimal**

$$\log_{10} c = \log c$$

↪ **Logaritmo natural**

Número de Euler (e) $\cong$ 2,71828…

$$\log_e c \qquad \ln c$$

→ Resolução $2^z = 5$ Considere $\log 2 = 0,3$

$\log_a b = \log_a c \leftrightarrow b = c$

$\boxed{\log 2^z} = \log 5$

logaritmo da potência

$z \cdot \log 2 = \log 5$

$z \cdot \log 2 = \boxed{\log \left(\dfrac{10}{2} \right)}$ logaritmo do quociente

$z \cdot \log 2 = \boxed{\log 10} - \log 2$

consequência da definição

$z \cdot \log 2 = 1 - \log 2$

$z \cdot 0,3 = 1 - 0,3$

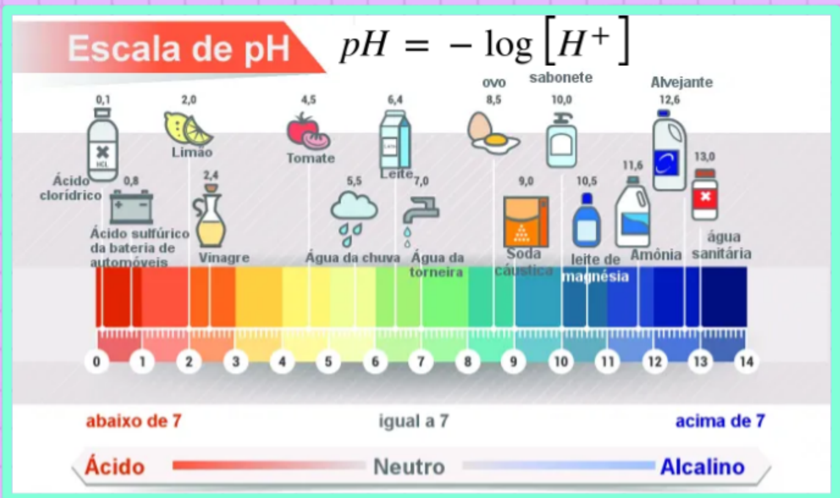
$0,3z = 0,7$

$z = \dfrac{0,7}{0,3}$

$z = \dfrac{7}{3}$

27

Aplicações práticas



28

Atividade com Recurso Tecnológico

Instruções:

1. Dividir a turma em grupos;
2. Instalar o aplicativo Actionbound;

App Store

Play Store

29

Atividade com Recurso Tecnológico

3. Após ler o QR Code, preencher a tela inicial com o nome de todos os integrantes do grupo e o nome da equipe;

4. Os alunos deverão interagir com as questões e as resolver para avançar na caça ao tesouro;

30

Atividade com Recurso Tecnológico

5. A equipe que conseguir resolver todas as fases e chegar primeiro até o tesouro será a vencedora e poderá abrir o baú do tesouro.

31

32

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo, SP: Editora Edgard Blücher, 1974.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em contextos: função exponencial, função logarítmica e sequências**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

DOLCE, O.; IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de matemática elementar: logaritmos**. 9.ed., v. 2. São Paulo: Atual, 2013.

FERREIRA, R. L. **Uma sequência de ensino para o estudo de logaritmos usando a sequência didática.** Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) — Centro Universitário Franciscano (UNIFRA), Santa Maria, RS, 2006.

GUIDORIZZI, H. L. **UM CURSO DE CÁLCULO**. 5.ed., v. 1. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

LIMA, E. L. **Logaritmos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira De Matemática, 1999. (Coleção do Professor de Matemática)

LIMA, E. L. et al. **A matemática do Ensino Médio**. 8. ed. Rio De Janeiro: Sociedade Brasileira De Matemática, 1996. v. 1.(Coleção do Professor de Matemática)

REFERÊNCIAS

MAOR, E. e: **A história de um Número.** 5. ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.

PEREIRA, M. C. **Logaritmos : uma abordagem interdisciplinar.** Dissertação (Mestrado em Matemática) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro: Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes, RJ, 2016.

ROCHA, L. L. **LOGARITMOS: CONCEITO, HISTÓRIA, APLICAÇÕES E ENSINO**. Especialização em ensino de Matemática — Instituto Federal da Paraíba. IFPB. Campina Grande, PB. 2021.

SOARES, I. L. **HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DE LOGARITMOS.** Dissertação (Monografia) — Instituto Federal Fluminense *Campus* Campos Centro (IFF Centro). Campos dos Goytacazes, RJ, 2017.

SOPHIA RARE BOOKS; WESTERNGAARD, C. **Mirifici logarithmorum canonis constructio; et eorum ad naturales ipsorum numeros habitudines; una cum appendice, de aliâ eâque præstantiore logarithmorum specie contenda**. s.d. Disponível em: <https://www.sophiararebooks.com/pages/books/4638/john-napier/mirifici-logarithmorum-canonis-constructio-et-eorum-ad-naturales-ipsorum-numeros-habitudines>. Acesso em: 2 maio. 2022.

APÊNDICE C: APOSTILA DE RESOLUÇÕES DO JOGO

INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus Campos Centro

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

PÁTRIA AMADA BRASIL
GOVERNO FEDERAL

Diretoria de Ensino Superior das Licenciaturas
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática
Linha de Pesquisa: Álgebra
Licenciandos: Gabriela Mesquita, Gabriele Freitas, Júlia Montovanelli, Mariana de Azevedo e Thaíza da Silva
Orientador: Prof. Me. Leandro Sopeletto Carreiro
Nome: ____
Data: ____/____/____

Resolução dos exercícios do jogo

Questão 1

Base, logaritmando e valor do logaritmo.

Questão 2* (Aplicação/consequências da definição)

a) $log_2 128 = g$

$2^g = 128$

$2^g = 2^7 \therefore g = 7$

b) $log_3 243 = h$

$3^h = 243$

$3^h = 3^5 \therefore h = 5$

c) $log_3 1 = i \therefore i = 0$

d) $log_5 125 = j$

$5^j = 125$

$5^j = 5^3 \therefore j = 3$

e) $log_5 5 = k \therefore k = 1$

f) $log_4 16 = l$

$4^l = 16$

$4^l = 4^2 \therefore l = 2$

O horário (H) de saída do navio é obtido por: $H = g + h + i + j + k + l$
Então: $H = 7 + 5 + 0 + 3 + 1 + 2$
$H = 18$
Assim, o navio sairá às 18h.

* As soluções apresentadas são apenas uma maneira de resolver essas questões, assim, fica evidente que há outros modos de resolução.

Questão 3 * **(Propriedades, aplicações/consequências da definição)**

a) $log_{3^8} 3 = u$

$\frac{1}{8} \cdot log_3\, 3 = u \quad \therefore \quad u = \frac{1}{8}$

b) $2^{log_2 9} = v \quad \therefore \quad v = 9$

c) $log_7 343^2 = w$

$2 \cdot log_7 343 = w$

$2 \cdot log_7 7^3 = w$

$2 \cdot 3 \cdot log_7 7 = w \quad \therefore \quad w = 6$

d) $log_6 (36 \cdot 36) = x$

$log_6 36 + log_6 36 = x$

$log_6 6^2 + log_6 6^2 = x$

$2 \cdot log_6 6 + 2 \cdot log_6 6 = x \quad \therefore \quad x = 4$

e) $log_3 2187 - log_3 9 = y$

$log_3 \frac{2187}{9} = y$

$log_3 243 = y$

$log_3 3^5 = y$

$5 \cdot log_3 3 = y \quad \therefore \quad y = 5$

LOGARITMO	VALOR DO LOGARITMO
$log_{3^8} 3$	$\frac{1}{8}$
$2^{log_2 9}$	9
$log_7 343^2$	6
$log_6 (36 \cdot 36)$	4
$log_3 2187 - log_3 9$	Chave do enigma

* As soluções apresentadas são apenas uma maneira de resolver essas questões, assim, fica evidente que há outros modos de resolução.

Questão 4 *

$$900 \cdot log_2 (t - 2020)^3 = 5400$$

$$\frac{900 \cdot log_2 (t-2020)^3}{900} = \frac{5400}{900}$$

$$log_2 (t - 2020)^3 = 6$$

$$3 \cdot log_2 (t - 2020) = 6$$

$$\frac{3 \cdot log_2 (t-2020)}{3} = \frac{6}{3}$$

$$log_2(t - 2020) = 2$$

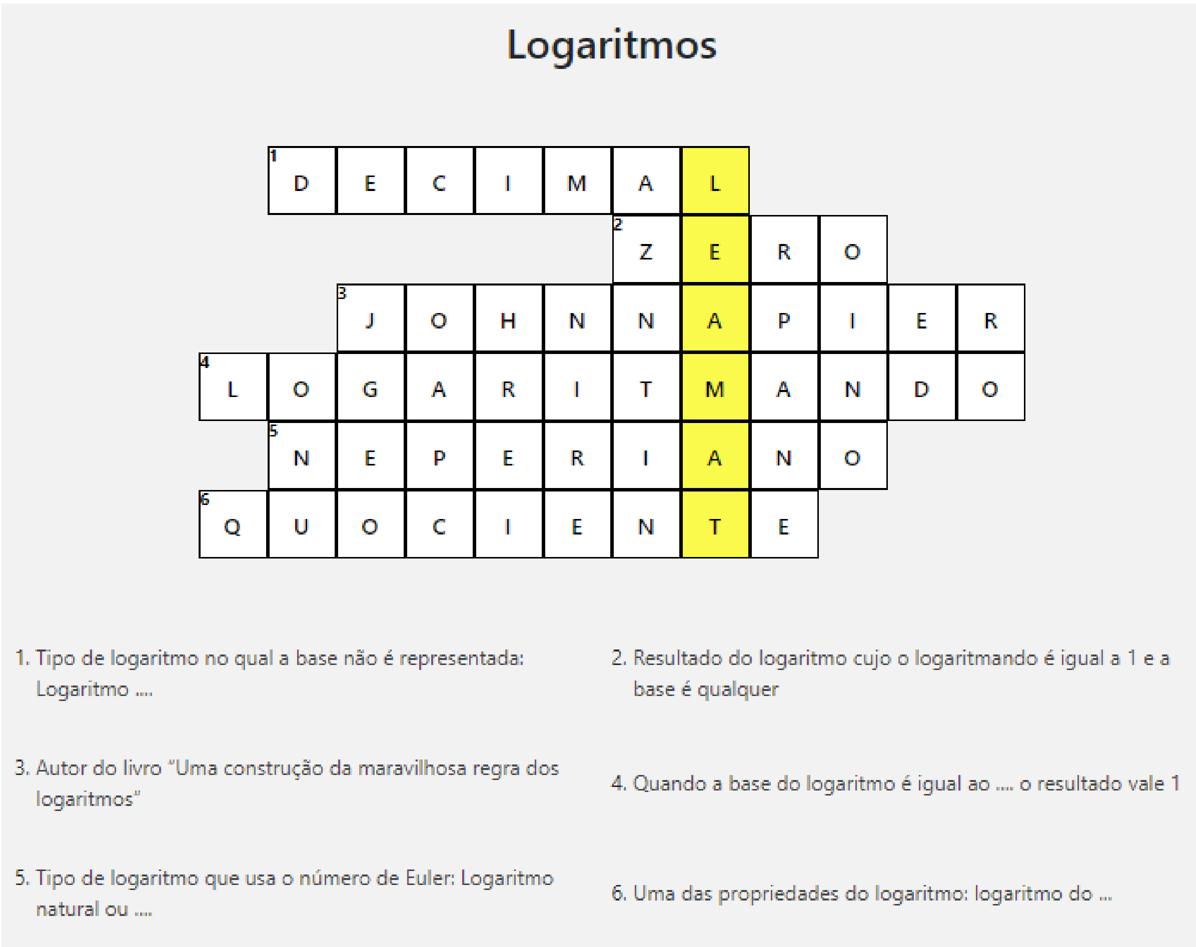
$$2^2 = t - 2020$$

$$4 = t - 2020$$

$$t = 2024$$

Então, o próximo tremor ocorrerá no ano de 2024.

Questão 5



* As soluções apresentadas são apenas uma maneira de resolver essas questões, assim, fica evidente que há outros modos de resolução.