

RELATÓRIO DO LEAMAT

INTRODUÇÃO AOS CONCEITOS DE VARIÁVEL E INCÓGNITA UTILIZANDO MATERIAL CONCRETO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

AMANDA CHAGAS DE OLIVEIRA
AMANDA GOMES DE ARAUJO RIBEIRO
CAROLINA ROZA VIEIRA
ERIANY MACHADO DE OLIVEIRA
FILIPE BARBOSA VOLOTÃO DE SOUZA
JÉSSICA GOMES SALES
JÉSSICA SANT'ANA MARTINS
PALOMA GOMES MONTEIRO

AMANDA CHAGAS DE OLIVEIRA
AMANDA GOMES DE ARAUJO RIBEIRO
CAROLINA ROZA VIEIRA
ERIANY MACHADO DE OLIVEIRA
FILIPE BARBOSA VOLOTÃO DE SOUZA
JÉSSICA GOMES SALES
JÉSSICA SANT'ANA MARTINS
PALOMA GOMES MONTEIRO

RELATÓRIO DO LEAMAT

INTRODUÇÃO AOS CONCEITOS DE VARIÁVEL E INCÓGNITA UTILIZANDO MATERIAL CONCRETO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Paula Eveline da Silva dos Santos

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2022.1

SUMÁRIO

1 RELATÓRIO DO LEAMAT I	4
1.1 Atividades desenvolvidas	4
1.2 Elaboração da sequência didática	7
1.2.1 Tema	7
1.2.2 Justificativa	7
1.2.3 Objetivo Geral	10
1.2.4 Público Alvo	10
2 RELATÓRIO DO LEAMAT II	11
2.1 Atividades desenvolvidas	11
2.2 Elaboração da sequência didática	11
2.2.1 Planejamento da sequência didática	11
2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II	18
3 RELATÓRIO DO LEAMAT III	23
3.1 Atividades desenvolvidas	23
3.2 Elaboração da sequência didática	23
3.2.1 Versão final da sequência didática	23
3.2.2 Aplicação da sequência didática na turma regular	31
REFERÊNCIAS	40
APÊNDICES	41
Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT III	42
Apêndice B: Material didático aplicado na turma regular	53

1 RELATÓRIO DO LEAMAT I

1.1 Atividades desenvolvidas

O início das atividades da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática I (LEAMAT I) deu-se pela apresentação da mesma, bem como das linhas de pesquisas a serem trabalhadas, por uma das professoras orientadoras, com toda a turma do semestre letivo 2022.1 presente. Nesta mesma ocasião, com o objetivo de que o acompanhamento dos trabalhos a serem desenvolvidos pudesse ocorrer de forma eficaz e com a maior qualidade possível, a turma em questão foi dividida em dois grupos, sendo estes nomeados de Grupo A e Grupo B. Por conseguinte, ambos os grupos foram subdivididos em Grupos A_1 , A_2 , A_3 e B_1 , B_2 , B_3 , respectivamente.

Estando feita a subdivisão dos grupos, no primeiro encontro com o grupo B, como forma de introdução à abordagem da linha de pesquisa em questão (álgebra), foram trazidos problemas iniciais para resolução e, posteriormente, discussão em sala de aula. Tal atividade se mostrou uma ferramenta muito eficaz para a proposta de discussão, pois muitos e ricos foram os questionamentos levantados. Entre eles, pode-se destacar a dificuldade de interpretação da linguagem algébrica, por parte dos alunos, seja no Ensino Fundamental, seja em outros níveis de ensino. Destaca-se ainda que tal questionamento foi levantado em decorrência da própria dificuldade encontrada por muitos dos alunos do grupo B na resolução dos problemas iniciais propostos. Muitas experiências foram compartilhadas, tanto pelos alunos quanto pela professora orientadora, o que enriqueceu ainda mais a discussão.

Os encontros seguintes foram destinados à leitura coletiva e discussão de artigos trazidos pela professora orientadora. O artigo “*O Ensino da Álgebra*”, de Martins e Vichessi (2009), traz destaque à necessidade de se reforçar conhecimentos aritméticos e de mostrar o seu uso nas equações para que a introdução à álgebra, de fato, ocorra de forma natural. O mesmo ainda destaca o estranhamento natural das crianças do 6º e 7º ano do Ensino Fundamental, até então habituados apenas a realizar as quatro operações matemáticas básicas, com a ideia de ter que desvendar o valor de uma letra. Segundo Martins e

Vichessi (2009, p. 1) “Elas sentem a perda de sentido do que já sabem e julgam as dificuldades operatórias difíceis de serem superadas”. O texto ainda traz a abordagem de tópicos importantes, como quais conteúdos questionar e quais saberes construir, além de abordar as etapas de generalização como uma boa estratégia didática, a destacando como uma ferramenta essencial quando se fala em entendimentos dos conceitos algébricos. Discussões acerca do papel que o professor deve assumir dentro desse contexto foram levantadas pelas autoras, sendo este identificado como o responsável por apresentar a passagem da aritmética para a álgebra, mostrando que estas possuem uma relação de continuidade e não de ruptura (MARTINS; VICHESSI, 2009).

No que se refere ao artigo “*Primeiros passos na álgebra: conceitos elementares e atividades pedagógicas*”, de Possamai e Baier (2013), uma leitura e uma discussão dos seus principais tópicos foram feitas em sala de aula com a finalidade de contribuir para a futura realização, por parte dos alunos, do fichamento baseado no mesmo. O artigo tem como objetivo refletir sobre o ensino dos conceitos iniciais da álgebra, pesquisar o entendimento de estudantes de Licenciatura em Matemática sobre os conceitos elementares da álgebra e apresentar possibilidades de superação das dificuldades encontradas pelos estudantes. Além de apresentar as dificuldades existentes na compreensão da linguagem algébrica como a questão central a ser discutida, o texto evidencia a relação existente entre a álgebra e a aritmética, bem como os problemas que surgem quando esses dois eixos da matemática não são bem compreendidos pelos estudantes, como descrito em:

O foco da atividade algébrica é estabelecer relações entre grandezas e expressá-las de forma simplificada, de forma geral. Apesar de efetuarem-se alguns procedimentos para resolver problemas, que por vezes resultam em uma resposta numérica, o foco principal e imediato da álgebra é o estabelecimento da generalização. Já o foco da atividade aritmética é o de obter respostas numéricas particulares, o que faz com que muitos alunos procurem um resultado numérico para as expressões algébricas. Muitos discentes, ao enfrentarem problemas algébricos, conseguem chegar a uma expressão algébrica correta, porém não a consideram uma resposta adequada. Reagem com estranheza e perguntam ao professor se realmente acertaram, pois não se convencem de estarem diante da resposta ao problema. Outros, por sua vez, inclinam-se em juntar todos os termos da expressão algébrica obtida de qualquer maneira, pretendendo como resposta um único termo, assim como em aritmética tem-se como resposta um único número. (POSSAMAI; BAIER, 2013, p. 77).

Além das leituras e discussões de artigos em sala de aula e da realização de um fichamento, uma tarefa de sábado letivo foi proposta pela professora orientadora, tarefa esta que consistia em realizar, no Google Sala de Aula (Classroom), um comentário sobre os principais aspectos identificados dentro da *playlist*¹ de 7 vídeos que versavam sobre a Unidade Temática Álgebra e as habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em relação aos 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, disponibilizada pela então orientadora. Muitos aspectos importantes puderam ser destacados como, por exemplo, a importância que a álgebra veio ganhando ao longo dos anos, importância esta constatada na própria criação da BNCC, que traz a apresentação da mesma aos alunos já no 1º ano do Ensino Fundamental, não sendo esta mais apresentada no 7º ano do Ensino Fundamental, ano em que destaca-se que a álgebra se faz muito presente. Destaca-se ainda que a *playlist* proposta deixa evidente o quão significativo o ensino da álgebra é para os alunos quando pensamos nesta como uma poderosa ferramenta para resolver problemas e na possibilidade que a mesma dá a tais alunos de desenvolverem e exercitarem sua capacidade de abstração e generalização.

Para o último encontro destinado à leitura e discussão de materiais sobre a álgebra, a professora orientadora trouxe, para a sala de aula, o capítulo V do livro “*Álgebra: pensar, calcular, comunicar,...*”, de Tinoco (2011), que versa sobre a simbologia e linguagem algébrica a partir da abordagem da evolução histórica da linguagem algébrica, destacando que esta última é um importante subsídio quando se pensa na reflexão sobre as dificuldades que os alunos possuem em relação à aprendizagem da álgebra e, especificamente, ao uso da linguagem simbólica. Foram trazidas ainda as três primeiras atividades do capítulo em questão, bem como os comentários sobre as mesmas, onde pôde-se observar a dificuldade do desenvolvimento da linguagem algébrica por parte dos alunos.

Ao que tange aos encontros seguintes, estes foram destinados à definição do tema a ser trabalhado por cada grupo e seguidamente à construção do

¹ *Playlist* disponível em: https://www.youtube.com/playlist?list=PLpBj4hR_ZLSENNIRemWLnM29aeWU1VW0L. Acesso em: 11 out. 2022.

relatório referente ao mesmo, este último devendo ser apresentado pelos membros de cada grupo, ao restante da turma, no dia 13 de outubro de 2022.

1.2 Elaboração da sequência didática

1.2.1 Tema

Utilização de material concreto no ensino de variável e incógnita para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

1.2.2 Justificativa

A matemática ocupa um lugar fundamental quando se fala em desenvolvimento integral de habilidades e capacidades humanas. Seu estudo é importante para o desenvolvimento da criatividade, do raciocínio lógico e da capacidade de investigação. Carmo (2019) esclarece que a aplicação da matemática se dá na escola, mas também na vida, no exercício da cidadania, onde o seu papel vai muito além de uma técnica de efetuar operações e medidas. Diante de uma sociedade contemporânea em constante transformação e cada vez mais exigente, a matemática tem exercido um papel fundamental nos processos de escolhas e tomadas de decisões.

Nas salas de aula, ensinar e aprender matemática tem sido um grande desafio para professores e alunos, principalmente a partir do sétimo ano do Ensino Fundamental, quando a matemática ensinada passa a ser carregada de símbolos, as etapas de construção são, por diversas vezes, ignoradas nos livros didáticos e os alunos precisam ser capazes de dominar regras e aplicá-las a situações concretas. (TINOCO, 2011, p. 33). O que ocorre é que, por consequência de um ensino tradicional e mecanizado na transição da aritmética para a álgebra, carregada de símbolos, os alunos apresentam dificuldades em assimilar a álgebra, pois se deparam com a necessidade de possuírem pensamento lógico e capacidade de abstração desenvolvidos, o que é apontado por Tinoco (2011, p. 33) em:

Entre os alunos iniciantes no ensino da Álgebra, observamos muitas vezes dificuldade em admitir que números podem ser representados por símbolos. Os resultados dos testes por nós aplicados [...] evidenciam isso. Também é difícil para eles lidar com desafios não convencionais, para cuja solução seja necessário interpretar informações apresentadas em diversas linguagens e estabelecer uma estratégia.

Sendo assim, entende-se que o aprendizado matemático exige esforço de abstração e não apenas memorização e que:

O desenvolvimento do pensamento algébrico por meio do estudo da álgebra é de extrema importância para a efetiva aprendizagem dos estudantes, pois amplia sua capacidade de organizar e resolver problemas em diversas áreas do conhecimento. (CARMO, 2019, p. 49)

A própria BNCC explicita que:

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (BRASIL, 2018, p.270)

Considerando a importância da álgebra no processo de ensino e aprendizagem e as dificuldades existentes na sua introdução, expressas e identificadas anteriormente, e considerando as palavras de Tinoco (2011) sobre a importância de não introduzi-la de forma rápida e precoce, no presente trabalho destaca-se o ensino da álgebra visando a compreensão dos conceitos de incógnita e variável, bem como a diferença entre ambos, objeto de conhecimento do 7º ano do Ensino Fundamental trazido pela BNCC (BRASIL, 2018, p. 306-307), expresso na habilidade EF07MA13, que consiste em “compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita”.

Pensando nos conceitos de variável e incógnita, destaca-se ainda que:

[...] É fundamental explicar o que significam os tais “a”, “b” e “c” que aparecem nas operações. Não basta dizer que são “números desconhecidos”: dependendo do contexto matemático, as letras podem se comportar como incógnitas (valores fixos) ou variáveis (que podem assumir diversos valores). (MARTINS; VICHESSI, 2009, p. 3)

Para May e Van Engen (1959, p. 70 apud Usiskin, 1995 apud Carmo, 2019):

Uma variável, a grosso modo, é um símbolo pelo qual se substituem os nomes de alguns objetos, comumente números, em álgebra. Uma variável está sempre associada a um conjunto de objetos cujos nomes podem ser substituídos por ela. Esses objetos chamam-se valores da variável.

Mas vale ressaltar, que alguns autores dissertam que a concepção de variável não é única. Possamai e Baier (2013, p.76), por exemplo, versam que a concepção de variável muda com o tempo. Estes ainda apontam que a concepção de variável como um símbolo que representa indistintamente os elementos de um conjunto é raramente questionada na atualidade e destacam que

Em um mundo que sofre constantes modificações, o entendimento do conceito de variável é importante para a busca da solução de situações que demandam escolhas. Assim, tanto no cotidiano das massas populares como nas diversas áreas da ciência, a compreensão do conceito de variável é fundamental. (POSSAMAI; BAIER, 2013, p. 74)

No que se refere à incógnita, há autores que trazem a concepção da mesma como um uso da variável. Entre eles estão Trigueiros *et al.* (1996, p. 352 apud Possamai e Baier, 2013, p. 75), que apresentam e caracterizam três maneiras pelas quais a variável é utilizada, sendo elas:

[...] a variável como incógnita, cujo valor pode ser determinado com precisão tendo em consideração as restrições do problema; a variável como número geral, ou seja, o que aparece em generalizações e métodos em geral; e variáveis em uma relação de variação conjunta com outras variáveis que denominamos variável em relação funcional.

Silva (2009 apud Possamai e Baier, 2013, p. 75), ao analisar a pesquisa de Küchemann, pesquisa esta que caracteriza seis tipos de interpretações sobre o uso da letra na álgebra, descreve que

Na categoria *letra como incógnita*, ela é considerada como número desconhecido específico, como o qual se pode operar diretamente. A letra é usada como incógnita no exemplo *O que se pode dizer sobre r, se $r = s + t$ e $r + s + t = 30$?* Neste exemplo, opera-se de maneira a substituir $s + t$ por r na segunda expressão.

Entende-se, portanto, que os conceitos de variável e incógnita se relacionam intimamente. Considerando este fator, as dificuldades dos alunos em assimilar a álgebra e a necessidade de buscar alternativas para o ensino tradicional e mecanizado que ocorre na transição da aritmética para a álgebra, descritos anteriormente, entende-se que se faz necessário que os professores revejam as suas práticas pedagógicas, se mostrando dispostos a aprender e modernizar a sua forma de ministrar aulas. Uma alternativa que se apresenta a esta necessidade é o uso do material concreto, que está entre os métodos utilizados para a aprendizagem que colocam os alunos na posição de protagonistas, os tornando mais participativos e atraídos pela aprendizagem.

Nesse contexto, trabalhar com a visualização, a manipulação e o raciocínio é uma possibilidade. Costa e Da Silva (2022, p.10) disserta que:

O fato de o aluno “ver”, “tocar”, “manipular” o objeto faz com que o mesmo desenvolva habilidades matemáticas essenciais, como concentração, dimensão e volume, por exemplo. Assim, com a utilização de materiais manipulativos no ensino de Álgebra e matemática, em geral, podemos aumentar ainda mais a capacidade de aprendizagem.

No que se refere ao tema do presente trabalho, este foi definido a partir dos artigos apresentados e discutidos em sala de aula que abordam as concepções de incógnita e variável, em que todos os membros do grupo observaram a importância que o tema tem no ensino da álgebra. Outro aspecto que serviu como motivação para o grupo, foi a dificuldade de compreensão da linguagem algébrica identificada e trazida no artigo “*Primeiros passos na álgebra: conceitos elementares e atividades pedagógicas*”, de Possamai e Baier (2013), especificamente na pesquisa aplicada aos alunos do Ensino Superior, em que alguns membros do grupo relataram que, ao realizarem a leitura das perguntas feitas na pesquisa, assim como o público pesquisado, tiveram dificuldades em respondê-la, o que trouxe a percepção de que não tiveram uma abordagem consolidada dos conceitos de variável e incógnita no Ensino Fundamental.

1.2.3 Objetivo Geral

Desenvolver o pensamento algébrico por meio da apresentação dos conceitos de variável e incógnita, atribuindo significados a estes através do uso de material concreto.

1.2.4 Público Alvo

Alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

2 RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1 Atividades desenvolvidas

O início das atividades da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II (LEAMAT II), no que se refere à linha de pesquisa álgebra, deu-se com a professora orientadora realizando uma roda de conversa, de forma individual, com cada um dos grupos para ouvir suas ideias de propostas de sequência didática.

Ainda no primeiro encontro observações foram feitas no que tange à realização de pesquisas sobre o tema escolhido em livros didáticos do Ensino Fundamental a fim de buscar conhecer como o mesmo é abordado nestes, o que pode contribuir para a elaboração de uma sequência didática que, de fato, possa atender ao público alvo desejado.

Os encontros seguintes foram destinados à construção, por cada um dos grupos, das suas respectivas sequências didáticas tendo como base os principais pontos e etapas que foram apresentados pela professora orientadora e que devem ser observados e constantes na elaboração de tal sequência.

2.2 Elaboração da sequência didática

Nesta seção serão apresentados o planejamento da sequência didática e a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II.

2.2.1 Planejamento da sequência didática

A sequência didática tem como público-alvo alunos do 7º ano do Ensino Fundamental e está dividida em cinco etapas, conforme Quadro 1.

Quadro 1 - Etapas e objetivos da sequência

Etapas	Objetivos
Atividade tabuleiro interativo	Proporcionar ao aluno o aprendizado significativo do conceito de variável por meio de uma abordagem dialógica e investigativa.

Apresentação da ideia de variável relacionando-a à progressão aritmética	Compreensão quanto ao conceito de variável dentro de uma expressão algébrica abordada como uma progressão aritmética.
Atividade balança de equilíbrio	Proporcionar ao aluno a construção do conceito de incógnita por meio de uma abordagem dialógica e investigativa.
Apresentação da ideia de incógnita relacionando-a à equação de 1º grau	Compreensão quanto ao conceito de incógnita apresentando-o por meio de equações de 1º grau.
Atividade complementar	Verificar a aprendizagem do conteúdo abordado.

Fonte: Elaboração própria.

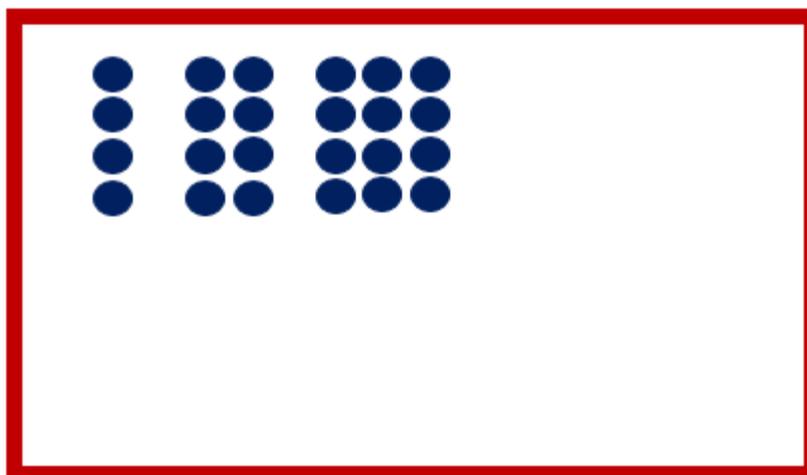
Esta sequência didática utiliza dois tipos de recursos didáticos, os de trabalho permanente e os concretos/experimentais. Os recursos permanentes são o quadro branco e os marcadores de quadro branco. Quanto aos recursos concretos, estes são o acetato de vinila (EVA), a fita dupla face, régua, cola, tesoura (todos utilizados na confecção do tabuleiro interativo), quadro de pintura, botões de roupas, balança comercial de pratos, pesos da balança de pratos e saquinhos de areia com pesos variados.

Na primeira etapa, a turma deve ser dividida em dois ou três grupos, considerando o número de alunos que a turma possui, e um tabuleiro interativo deve ser distribuído para esses grupos. A proposta é que os alunos, por meio da investigação e experimentação, possam completar uma sequência de figuras a partir da percepção de um padrão existente nas três figuras que devem ser inicialmente apresentadas pelos licenciandos no próprio tabuleiro.

Para este momento de investigação, devem ser disponibilizados 15 minutos para os grupos, considerando que cada grupo terá um tabuleiro em mãos para realizar a atividade, não tendo assim a necessidade de revezamento no uso de tais tabuleiros. Vale ressaltar, que nesta etapa, os licenciandos estarão transitando pelos grupos e observando seus métodos de investigação e falas para posterior discussão.

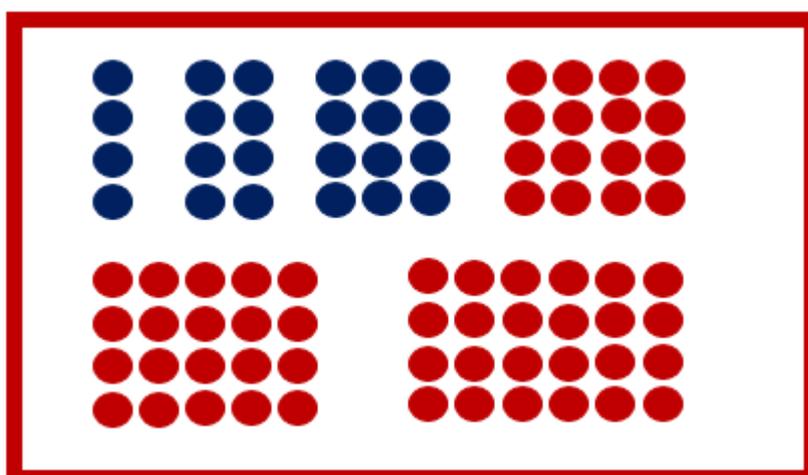
As Figuras 1 e 2, ilustram, respectivamente, como o tabuleiro interativo deve ser apresentado aos alunos e a sequência que os mesmos devem completar a partir da investigação.

Figura 1 - Tabuleiro interativo de PA



Fonte: Elaboração própria

Figura 2 - Exemplo de sequência do tabuleiro interativo



Fonte: Elaboração própria

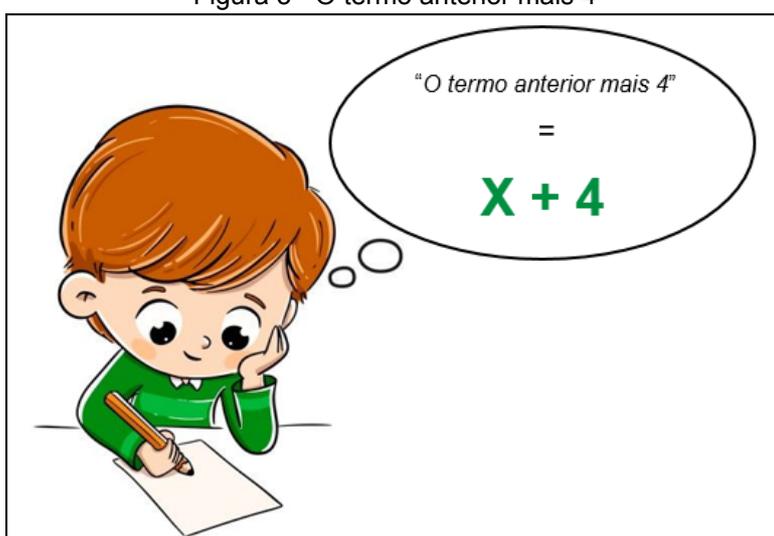
A segunda etapa consiste em um momento de diálogo com a turma em que o objetivo é que os grupos relatem como foi a experiência com o tabuleiro interativo e destaquem suas principais observações e descobertas e a partir daí os licenciandos possam introduzir o conceito de variável. Esta etapa pode acontecer a partir de perguntas norteadoras feitas pelos licenciandos como, por exemplo: O que mais chamou a atenção de vocês durante a atividade? Existe algum padrão na sequência que vocês tenham observado? Se sim, conte-nos, qual foi o padrão? E assim, os licenciandos e os alunos farão uma análise conjunta sobre a experiência com o tabuleiro em questão, entendendo que se

trata de uma sequência em que cada termo ou elemento a contar a partir do segundo, é igual a soma do termo anterior com uma constante.

Neste momento, se necessário, os licenciandos devem formalizar uma sequência numérica e seus elementos. O número é sempre chamado de razão/padrão e ele é obtido através da diferença de um termo da sequência pelo seu anterior. Sendo assim, a partir do segundo elemento da sequência, os números serão todos resultantes da soma da razão com o valor do elemento anterior.

Para melhor compreensão os licenciandos devem usar o quadro branco e os marcadores de quadro branco para transcrever, em números, a sequência executada no tabuleiro, sendo ela: 4, 8, 12, 16, ..., sendo 4 o primeiro termo, 8 o segundo termo, 12 o terceiro termo e etc., e utilizá-la para elucidar o conceito de razão, além de deixar evidente que “o termo anterior mais 4 ou quádruplo da posição” é a regra de formação dessa sequência. Entendido tal conceito, os licenciandos devem induzir os alunos a refletirem sobre como poderiam transformar esta sequência em uma expressão algébrica e a partir daí, definitivamente, abordar o conceito de variável. Para esse momento, os licenciandos devem colocar em destaque a regra de formação “o termo anterior mais 4” para abordar variável em uma expressão algébrica, conforme a figura 3.

Figura 3 - O termo anterior mais 4



Fonte: Elaboração própria

Ao final desse momento, os licenciandos, juntamente com os alunos, devem ter construído e registrado, no quadro branco, a partir das discussões, as seguintes informações do Quadro 2.

Quadro 2 - resumo do conceito de variável dentro de uma expressão algébrica abordada como uma sequência numérica

Termo	valor numérico	Montando a expressão algébrica	Expressão Algébrica	Valor de x na expressão
1º termo	4			
2º termo	8	$8 = 1^\circ \text{ termo} + 4$	$x + 4$	4
3º termo	12	$12 = 2^\circ \text{ termo} + 4$	$x + 4$	8
4º termo	16	$16 = 3^\circ \text{ termo} + 4$	$x + 4$	12

Fonte: Elaboração própria.

E assim, os alunos poderão concluir que o valor de x é diferente para cada elemento da sequência, concluindo que este se trata de uma variável. Um segundo exercício para fixação deve ser feito no quadro por um dos licenciandos.

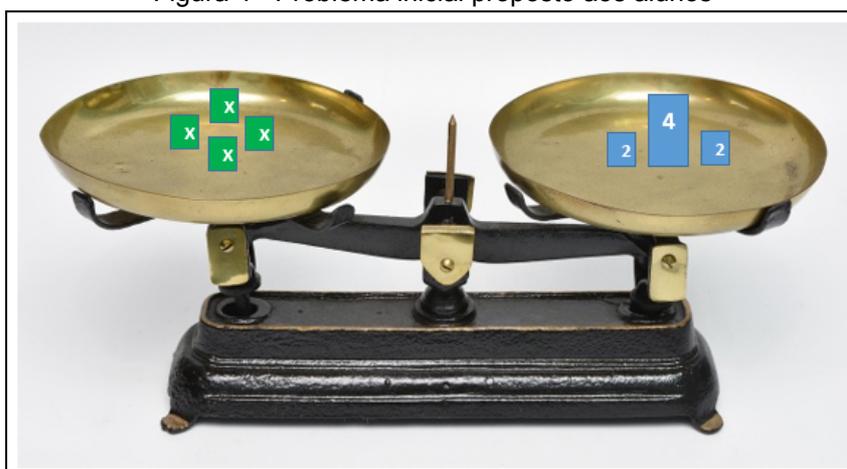
Como orientação, a primeira e a segunda etapa devem, juntas, não ultrapassar uma hora aula.

As etapas seguintes devem acontecer de forma simultânea. A terceira etapa consiste em apresentar aos alunos uma balança de equilíbrio. Os licenciandos devem usar uma balança de equilíbrio de dois pratos, com pesos de ferro e saquinhos de areia representando pesos. A proposta é que a balança seja apresentada em equilíbrio para que os alunos percebam, pela observação, que ambos os lados/pratos da mesma possuem a mesma massa. Inicialmente, em um prato estarão os pesos de ferro, representando uma massa total, e no outro prato estarão os saquinhos de areia que, juntos, representam a mesma massa total do prato com os pesos de ferro. Vale ressaltar que, para melhor entendimento dos alunos, os pesos de ferro (que apresentam peso em gramas) devem ser adesivados com pesos inteiros, como 1, 2, 3, 4, etc. A partir deste primeiro exemplo proposto, os alunos devem ser estimulados a fazerem uma análise do problema apresentado na balança e questionados sobre o que se pode observar sobre os pesos de areia. Questionamentos como “é possível descobrir o peso dos

saquinhos de areia?”, “qual o peso de cada saquinho?”, “eles possuem o mesmo peso ou possuem pesos diferentes?” podem ser feitos para direcionar a análise feita pelos mesmos.

A partir das questões norteadoras citadas, a quarta etapa se inicia. Um diálogo é proposto a partir das falas de observações feitas pelos alunos e, na ocorrência de falas com possíveis respostas para os pesos dos saquinhos de areia, os licenciandos devem levantar outros questionamentos como, por exemplo, “como você chegou a esse resultado?”, “como você pensou?” e assim introduzir o conceito de incógnita. Ocorrendo ou não exposições sobre possíveis respostas para os pesos dos saquinhos de areia, os licenciandos devem resolver o problema proposto, juntamente com os alunos, iniciando pela fala de que na igualdade apresentada na balança há um valor desconhecido, o dos saquinhos de areia, e, por isso, uma letra será atribuída aos saquinhos para representá-los, seja X ou qualquer outra letra. Tendo esse ponto ficado claro para os alunos, os licenciandos devem construir no quadro branco, juntamente com os mesmos, a sentença denominada equação, mostrando que as letras representam quantidades desconhecidas numa equação e são chamadas de incógnitas e que os valores das incógnitas, que tornam a sentença verdadeira, são chamadas de raízes da equação. A figura 4 ilustra como a balança deve ser apresentada aos alunos.

Figura 4 - Problema inicial proposto aos alunos



Fonte: Adaptada. <https://www.miguelsalles.com.br/peca.asp?ID=2883904>

A equação a ser construída é $4x = 8$, sendo $4x$ a representação do lado esquerdo da balança, com os saquinhos de areia, e $8 (2+4+2)$ a representação do lado direito da mesma, com os pesos de ferro, e o valor da incógnita a ser encontrado é 2.

$$4x = 2 + 4 + 2$$

$$4x = 8$$

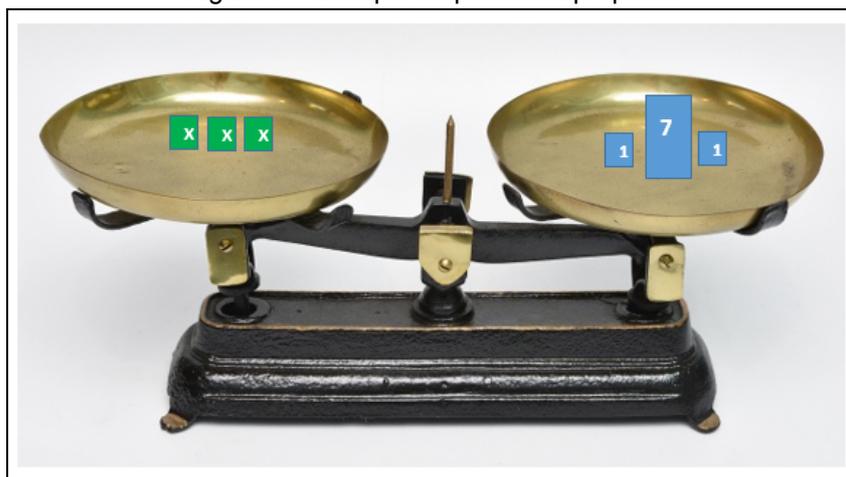
$$x = 8/4$$

$$x = 2$$

A partir do resultado encontrado, os licenciandos devem destacar que só existe um valor para X e que, portanto, todos os saquinhos de areia possuem pesos iguais. Isto é, o valor de X não sofre variação como na atividade do tabuleiro. Neste momento da aula, os alunos já devem ser capazes de entender a diferença entre X como variável e X como incógnita.

Para melhor aprendizado e fixação, outros exemplos devem ser construídos na balança (podendo estes serem construídos pelos próprios alunos), discutidos e resolvidos com a turma a partir da representação algébrica destes a ser feita no quadro branco.

Figura 5 - exemplo de problema proposto

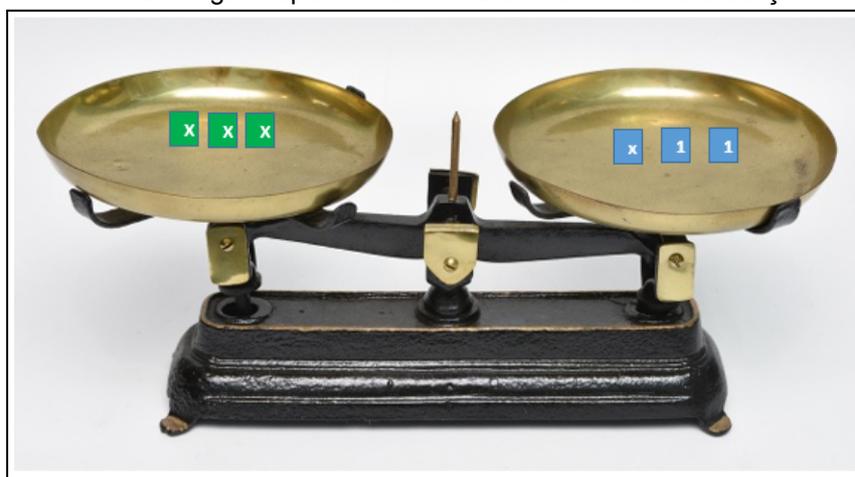


Fonte: Adaptada. <https://www.miguelsalles.com.br/peca.asp?ID=2883904>

Percebendo que os alunos conseguiram entender os conceitos propostos, caso haja tempo hábil, os licenciandos devem construir mais exemplos de problemas a serem resolvidos, porém desta vez utilizando os pesos de areias em ambos os lados/pratos da balança, ou seja, introduzindo a incógnita em ambos os

membros da equação representada, conforme ilustrado na Figura 6. Na resolução dos exemplos em questão, os licenciandos devem verificar se os alunos conseguem realizar a manipulação das equações utilizando as propriedades da igualdade de modo a transformá-las em equações equivalentes. Caso se faça necessário e nenhum aluno consiga desenvolver um raciocínio lógico para expor à turma e o diálogo não se desenvolva, os licenciandos devem resolver o exemplo passo a passo, juntamente com os alunos, mostrando o processo de transformação da equação inicial em uma equivalente que possibilite que o valor de X seja encontrado.

Figura 6 - Exemplo de problema proposto com a incógnita aparecendo em ambos os lados da balança



Fonte: Adaptada. <https://www.miguelsalles.com.br/peca.asp?ID=2883904>

Por fim, na quinta e última etapa, uma apostila sobre os conceitos abordados durante a aula deve ser entregue a todos os alunos. Nela deve constar as definições de variável e incógnita trazidas em livros didáticos, bem como exemplos de aplicação de ambos os conceitos. No fim desta apostila uma lista de exercícios para o lar ainda deve ser apresentada para que os alunos possam fixar o conteúdo que aprenderam na aula e os licenciandos possam analisar e identificar a existência de possíveis dificuldades, além de verificar se o objetivo de aprendizagem proposto foi alcançado.

2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

A aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II foi realizada no dia 13 de março de 2023 com a finalidade de verificar se o conteúdo a ser trabalhado, bem como o tempo destinado a este, estavam de acordo para a aplicação na turma regular do 7º ano do Ensino Fundamental, considerando todas as sugestões dos colegas licenciandos e da professora orientadora ao afinal de tal aplicação.

Inicialmente, como planejado, os aplicadores dividiram a turma em dois grupos, considerando o número de alunos que a turma possuía no momento, distribuíram um tabuleiro interativo para cada um dos grupos e propuseram que os mesmos, através da investigação e experimentação, completassem a sequência de figuras dada, conforme figura 7. Para esta etapa foram planejados 15 minutos de duração, mas a turma conseguiu realizar em 5 minutos, o que mostra que o tempo foi bom, considerando que a turma regular que receberá a aplicação no LEAMAT III pode levar o dobro de tempo para realizar a mesma tarefa.

Figura 7 - Atividade do tabuleiro interativo na turma do LEAMAT II



Fonte: Elaboração própria.

No que se refere a etapa seguinte, a do diálogo e formalização da sequência numérica com a turma, sobre a experiência com o tabuleiro para a introdução do conceito de variável, diante dos questionamentos iniciais propostos, observou-se que os alunos não tiveram dificuldade na identificação de um padrão

e qual era ele, porém uma linha de raciocínio diferente surgiu sobre as figuras apresentadas inicialmente no tabuleiro: um aluno pensou nas figuras como uma sequência de números romanos, algo que chamou a atenção e deve ser considerado para a aplicação futura.

A construção do quadro do conceito resumido de variável se mostrou um instrumento importante para o entendimento de tal conceito, tendo uma avaliação positiva por parte dos alunos e também da professora orientadora.

Quadro 3 - resumo do conceito de variável dentro de uma expressão algébrica abordada como uma sequência numérica

Termo	valor numérico	Montando a expressão algébrica	Expressão Algébrica	Valor de x na expressão
1º termo	4	-	-	-
2º termo	8	$8 = 1^\circ \text{ termo} + 4$	$x + 4$	4
3º termo	12	$12 = 2^\circ \text{ termo} + 4$	$x + 4$	8
4º termo	16	$16 = 3^\circ \text{ termo} + 4$	$x + 4$	12

Fonte: Elaboração própria.

Sobre o segundo exemplo do tabuleiro feito no quadro por um dos aplicadores, no momento do diálogo, a sugestão dada foi que este seja feito por um aluno (que deve ser convidado a ir ao quadro) para que uma participação mais ativa seja alcançada e o mesmo exercício seja colocado na apostila para que os demais alunos possam fazê-lo também.

Outras sugestões gerais as duas etapas foram:

- Recolher o tabuleiro após a atividade para evitar dispersões;
- Os aplicadores devem se dividir e circular mais pela sala durante a atividade do tabuleiro, auxiliando os alunos com as possíveis dúvidas;
- Os licenciandos não devem definir $x+4$ como uma regra de formação, mas sim como uma expressão algébrica;
- Os licenciandos devem mostrar para os alunos que nem sempre precisamos encontrar o valor de x , mas sim aprender a desenvolver uma questão utilizando letras, que não devem ser necessariamente X , Y , e Z .

A terceira e quarta etapa, feitas de forma simultânea, ocorreram conforme programado. Primeiramente, a balança de equilíbrio foi apresentada aos alunos com o primeiro problema proposto no plano e o conceito de igualdade foi abordado, conforme figura 8. A turma não apresentou dificuldades na observação, resolução do problema e construção do conceito. Sobre os questionamentos acerca da análise dos pesos de areia, fundamental para a introdução do conceito de incógnita, o objetivo foi alcançado, pois a turma interagiu e trouxe respostas muito válidas para o desenvolvimento do diálogo.

Figura 8 - Apresentação da balança de equilíbrio a turma do LEAMAT II



Fonte: Elaboração própria.

Na quinta e última etapa, ainda utilizamos uma situação problema exemplo, que não estava programado na sequência didática, para resumir a aplicação dos dois conceitos, variável e incógnita, e a apostila contendo os exercícios para o lar foi entregue aos alunos, conforme planejado. Para esta etapa a sugestão foi repensar a utilização desse exemplo, visto que o mesmo não atendeu ao propósito. Ainda foram propostas as seguintes sugestões gerais à aplicação:

- Organizar melhor o quadro, com títulos e data;
- Reorganizar a apostila e entregá-la no começo da aplicação para que os alunos possam fazer suas anotações;

- Deixar um espaço na apostila para que os alunos façam os exercícios junto com os licenciandos;
- Convidar um aluno para ir ao quadro resolver uma questão e outro para desenvolver uma questão na balança;
- Pedir aos alunos que resolvam duas questões da atividade antes proposta para o lar, uma de variável e uma de incógnita, no fim da aplicação para avaliar se o objetivo proposto foi alcançado.

3 RELATÓRIO DO LEAMAT III

3.1 Atividades desenvolvidas

O início das atividades da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática III (LEAMAT III), no que se refere à linha de pesquisa álgebra, deu-se no dia 29 de maio de 2023 com a professora orientadora apresentando o cronograma a ser seguido no semestre, este dividido em cinco etapas: correção das sequências didáticas e dos relatórios, ajustes finais na sequência didática, aplicação na escola, elaboração do relatório final e apresentação para turma do LEAMAT III e avaliação final. Os encontros seguintes foram destinados, por parte do grupo e também da professora orientadora, para a descrição da aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II, bem como para a revisão de tal sequência considerando as alterações sugeridas. A sequência didática corrigida foi aplicada no dia 18 de agosto de 2023 e os encontros seguintes foram destinados à apresentação dos resultados desta.

3.2 Elaboração da sequência didática

Considerando as alterações sugeridas durante a aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II, as seções 3.2.1 e 3.2.2, a seguir, são destinadas, respectivamente, para a descrição e detalhamento da versão corrigida de tal sequência e para a apresentação dos resultados da aplicação na turma regular.

3.2.1 Versão final da sequência didática

A sequência didática tem como público-alvo alunos do 7º ano do Ensino Fundamental e está dividida em cinco etapas, conforme Quadro 3, que devem ser executadas na ordem que estão descritas neste.

Quadro 4 - Etapas e objetivos da sequência

Etapas	Objetivos
--------	-----------

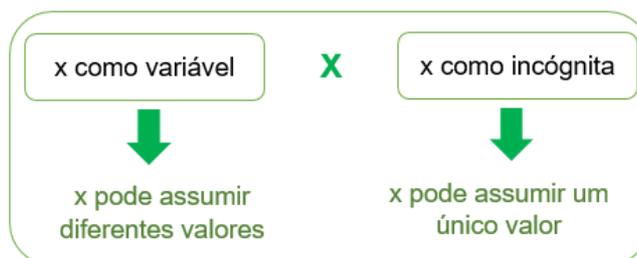
Atividade tabuleiro interativo	Proporcionar ao aluno o aprendizado significativo do conceito de variável por meio de uma abordagem dialogada e investigativa.
Apresentação da ideia de variável relacionando-o à progressão aritmética	Compreender o conceito de variável dentro de uma expressão algébrica abordada como uma progressão aritmética.
Atividade balança de equilíbrio	Proporcionar ao aluno a construção do conceito de incógnita por meio de uma abordagem dialogada e investigativa.
Apresentação da ideia de incógnita relacionando-a à equação de 1º grau	Compreende o conceito de incógnita apresentando-o por meio de equações de 1º grau.
Atividade complementar	Verificar a aprendizagem do conteúdo abordado.

Fonte: Elaboração própria.

Esta sequência didática utiliza como recursos didáticos o quadro branco, os marcadores de quadro branco, a balança comercial de pratos, pesos da balança de pratos e saquinhos de areia com pesos variados, sendo os três últimos a serem manipulados pelos alunos. Também serão utilizados o acetato de vinil (EVA), fita dupla face, régua, cola, tesoura, quadro de pintura e botões de roupas para confecção, pelos licenciandos, do tabuleiro interativo que será manipulado pelos alunos durante a aplicação.

Na primeira etapa, a turma deve ser dividida em cinco grupos, considerando o número de alunos que a turma possui e uma apostila com os conceitos a serem abordados (Apêndice B) deverá ser entregue a cada um dos alunos. Nela deve constar as definições de variável e incógnita trazidas em livros didáticos, bem como exemplos de aplicação de ambos os conceitos que serão realizados na aula, conforme figura 9. E neste momento também será distribuído um tabuleiro interativo para esses grupos.

Figura 9 - Trecho da apostila com as definições de variável e incógnita trazidas na apostila



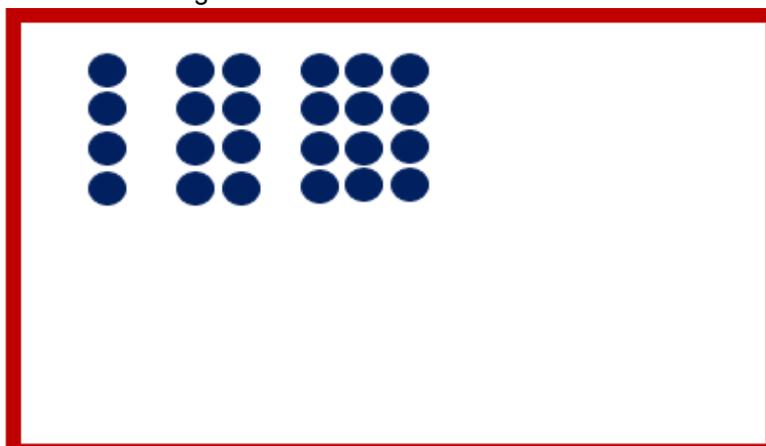
Fonte: Elaboração própria

A proposta é que os alunos, por meio da investigação e experimentação, possam completar a sequência de figuras apresentada pelos licenciandos no tabuleiro interativo .

Para este momento de investigação, devem ser disponibilizados 15 minutos para os grupos, considerando que cada grupo terá um tabuleiro em mãos para realizar a atividade, não tendo assim a necessidade de revezamento no uso de tais tabuleiros. Vale ressaltar, que nesta etapa, os licenciandos estarão transitando pelos grupos e observando seus métodos de investigação e falas para posterior discussão.

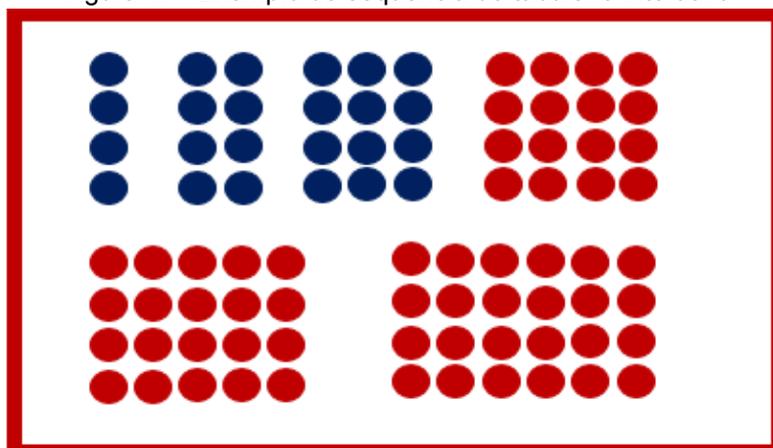
As Figuras 10 e 11, ilustram, respectivamente, como o tabuleiro interativo deve ser apresentado aos alunos e a sequência que os mesmos devem completar a partir da investigação.

Figura 10 - Tabuleiro interativo de PA



Fonte: Elaboração própria.

Figura 11 - Exemplo de sequência do tabuleiro interativo



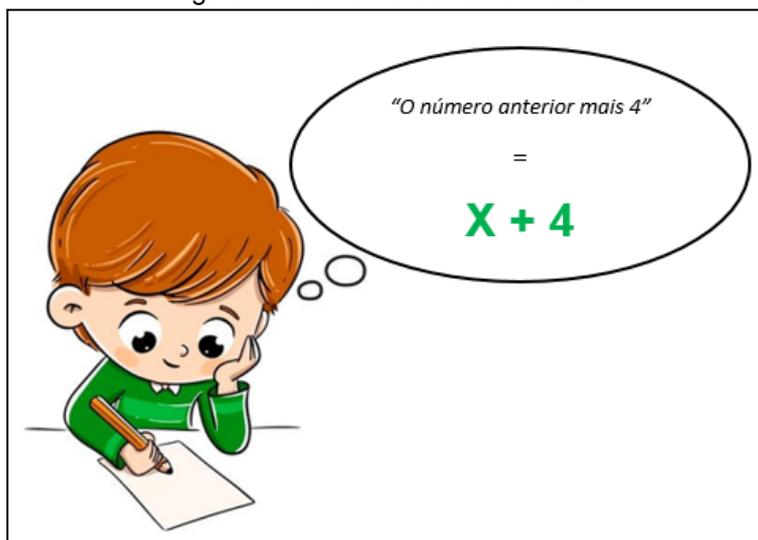
Fonte: Elaboração própria.

A segunda etapa consiste em um momento de diálogo com a turma em que o objetivo é que os grupos relatem como foi a experiência com o tabuleiro interativo e destaquem suas principais observações e descobertas. A partir desse momento, os licenciandos poderão abordar o conceito de variável. Esta etapa pode acontecer a partir de perguntas norteadoras feitas pelos licenciandos como, por exemplo: O que mais chamou a atenção de vocês durante a atividade? Existe algum padrão na sequência que vocês tenham observado? Se sim, conte-nos, qual foi o padrão? E assim, os licenciandos e os alunos farão uma análise conjunta sobre a experiência com o tabuleiro em questão, entendendo que se trata de uma sequência em que cada figura ou elemento a contar a partir da segunda, é igual a soma da figura anterior com uma constante. Os licenciandos ainda devem pedir aos alunos que registrem suas respostas da atividade do tabuleiro interativo na figura do tabuleiro correspondente na página 1 da apostila.

Neste momento, os licenciandos devem formalizar uma sequência numérica e seus elementos, devem usar o quadro branco e os marcadores de quadro branco para transcrever, em números, a sequência executada no tabuleiro, sendo ela: 4, 8, 12, 16, ..., sendo 4 o primeiro número, 8 o segundo número, 12 o terceiro número e etc., e utilizá-la para elucidar o conceito de razão/padrão, além de deixar evidente que “o número anterior mais 4” é a expressão que representa essa sequência. Neste momento os licenciandos devem formalizar o conceito de expressão algébrica, conforme descrito na apostila. Apresentado tal conceito, os licenciandos devem induzir os alunos a

refletirem sobre como poderiam transformar esta sequência em uma expressão algébrica e a partir daí, definitivamente, abordar o conceito de variável. Para esse momento, os licenciandos devem colocar em destaque a expressão algébrica “o número anterior mais 4” para abordar variável em uma expressão algébrica, conforme a figura 3.

Figura 12 - O número anterior mais 4



Fonte: Elaboração própria

Ao final desse momento, os licenciandos, juntamente com os alunos, devem ter construído e registrado, no quadro branco e também na página 1 da apostila, a partir das discussões, as seguintes informações do quadro 5.

Quadro 5 - Resumo do conceito de variável dentro de uma expressão algébrica abordada como uma sequência numérica

Número	valor numérico	Montando a expressão algébrica	Expressão Algébrica	Valor de x na expressão
N1	4			
N2	8	$8 = N1 + 4$	$x + 4$	4
N3	12	$12 = N2 + 4$	$x + 4$	8
N4	16	$16 = N3 + 4$	$x + 4$	12

Fonte: Elaboração própria.

E assim, os alunos poderão concluir que o valor de x é diferente para cada elemento da sequência, percebendo que este se trata de uma variável, conceito

que, a pedido dos licenciandos, deve ser escrito pelos alunos no balão correspondente na página 2 da apostila.

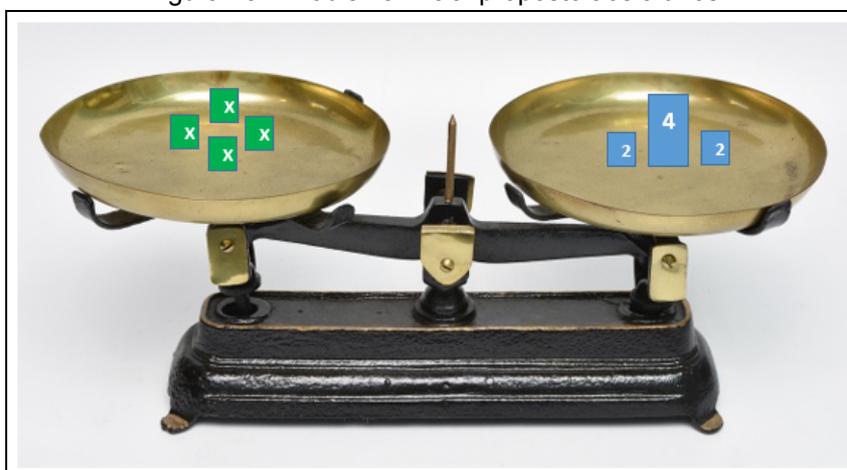
Como orientação, a primeira e a segunda etapa devem, juntas, não ultrapassar uma hora aula.

As etapas seguintes devem acontecer de forma simultânea. A terceira etapa consiste em apresentar aos alunos uma balança de equilíbrio. Os licenciandos devem usar uma balança de equilíbrio de dois pratos, com pesos de ferro e saquinhos de areia representando pesos. A proposta é que a balança seja apresentada em equilíbrio para que os alunos percebam, pela observação, que ambos os lados/pratos da mesma possuem a mesma massa. Inicialmente, em um prato estarão os pesos de ferro, representando uma massa total, e no outro prato estarão os saquinhos de areia que, juntos, representam a mesma massa total do prato com os pesos de ferro. Vale ressaltar que, para melhor entendimento dos alunos, os pesos de ferro (que apresentam peso em gramas) devem ser adesivados com pesos inteiros, como 1, 2, 3, 4, etc. A partir deste primeiro exemplo proposto, os alunos devem ser estimulados a fazerem uma análise do problema apresentado na balança e questionados sobre o que se pode observar sobre os pesos de areia. Questionamentos como “é possível descobrir o peso dos saquinhos de areia?”, “qual o peso de cada saquinho?”, “eles possuem o mesmo peso ou possuem pesos diferentes?” podem ser feitos para direcionar a análise feita pelos mesmos.

A partir das questões norteadoras citadas, a quarta etapa se inicia. Um diálogo é proposto a partir das falas de observações feitas pelos alunos e, na ocorrência de falas com possíveis respostas para os pesos dos saquinhos de areia, os licenciandos devem pedir que as diferentes respostas, caso haja mais de uma, sejam registradas pelos alunos no quadro branco e levantar outros questionamentos como, por exemplo, “como você chegou a esse resultado?”, “como você pensou?” e assim introduzir o conceito de incógnita. Ocorrendo ou não exposições sobre possíveis respostas para os pesos dos saquinhos de areia, os licenciandos devem resolver o problema proposto, juntamente com os alunos, iniciando pela fala de que na igualdade apresentada na balança há um valor desconhecido, o dos saquinhos de areia, e, por isso, uma letra será atribuída aos

saquinhos para representá-los, seja X ou qualquer outra letra. Tendo esse ponto ficado claro para os alunos, os licenciandos devem construir no quadro branco, juntamente com os mesmos, a sentença denominada equação, mostrando que as letras representam quantidades desconhecidas numa equação e são chamadas de incógnitas e que os valores das incógnitas, que tornam a sentença verdadeira, são chamadas de raízes da equação. Os alunos deverão registrar a equação encontrada no balão correspondente na página 2 da apostila. A figura 13 ilustra como a balança deve ser apresentada aos alunos.

Figura 13 - Problema inicial proposto aos alunos



Fonte: Adaptada. <https://www.miguelsalles.com.br/peca.asp?ID=2883904>

A equação a ser construída é $4x = 8$, sendo $4x$ a representação do lado esquerdo da balança, com os saquinhos de areia, e 8 ($2+4+2$) a representação do lado direito da mesma, com os pesos de ferro, e o valor da incógnita a ser encontrado é 2 .

$$4x = 2 + 4 + 2$$

$$4x = 8$$

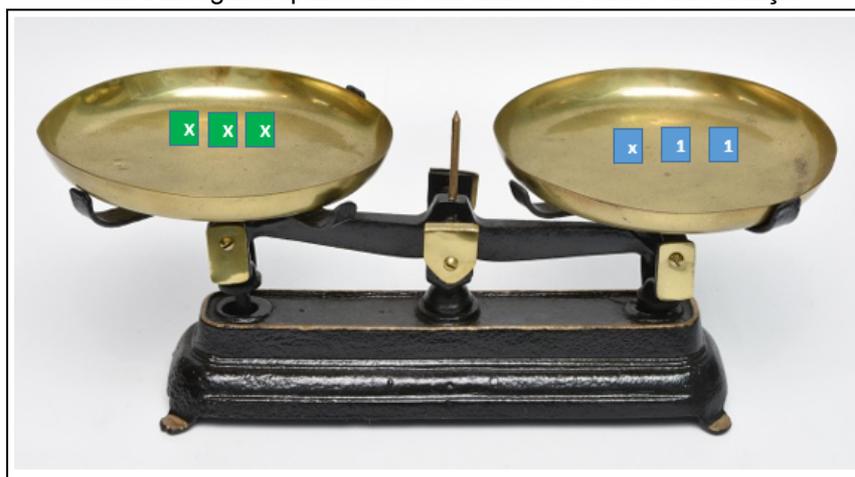
$$x = 8/4$$

$$x = 2$$

A partir do resultado encontrado, os licenciandos devem destacar que só existe um valor para X e que, portanto, todos os saquinhos de areia possuem pesos iguais. Isto é, o valor de X não sofre variação como na atividade do tabuleiro. Neste momento da aula, os alunos já devem ser capazes de entender a diferença entre X como variável e X como incógnita.

Outro exemplo deverá ser apresentado aos alunos, porém desta vez utilizando os pesos de areias em ambos os lados/pratos da balança, ou seja, introduzindo a incógnita em ambos os membros da equação representada, conforme ilustrado na Figura 6 e também na página 2 da apostila. Na resolução do exemplo em questão, os licenciandos devem verificar se os alunos conseguem realizar a manipulação das equações utilizando as propriedades da igualdade de modo a transformá-las em equações equivalentes. Caso se faça necessário e nenhum aluno consiga desenvolver um raciocínio lógico para expor à turma e o diálogo não se desenvolva, os licenciandos devem resolver o exemplo passo a passo, juntamente com os alunos, mostrando o processo de transformação da equação inicial em uma equivalente que possibilite que o valor de X seja encontrado. Os licenciandos ainda devem apresentar o conceito de incógnita, pedindo que os alunos preencham o balão correspondente na página 3 da mesma.

Figura 14 - Exemplo de problema proposto com a incógnita aparecendo em ambos os lados da balança



Fonte: Adaptada. <https://www.miguelsalles.com.br/peca.asp?ID=2883904>

Por fim, na quinta e última etapa, uma lista de dois exercícios (página 3 à 6 da apostila) deve ser apresentada para que os alunos possam fixar o conteúdo que aprenderam na aula e os licenciandos possam analisar e identificar a existência de possíveis dificuldades, além de verificar se o objetivo de aprendizagem proposto foi alcançado. Ainda devem ser propostos dois exercícios (página 7 da apostila) de fixação extras para o lar, exercícios estes que também podem ser trabalhados posteriormente em sala de aula pela professora regente.

3.2.2 Aplicação da sequência didática na turma regular

A aplicação ocorreu no Liceu Humanidade de Campos, no dia 18 de agosto de 2023, em uma turma com 28 alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental, utilizando dois tempos de aula, com cinquenta minutos cada. A aula foi ministrada das 10h43 às 11h55. Destaca-se que a aplicação não ocorreu em uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental, conforme planejado na sequência didática elaborada, devido ao fato de todas as turmas consultadas do referido ano escolar ainda não terem tido contato com o conteúdo em questão nem com o conteúdo pré-requisito para a introdução deste.

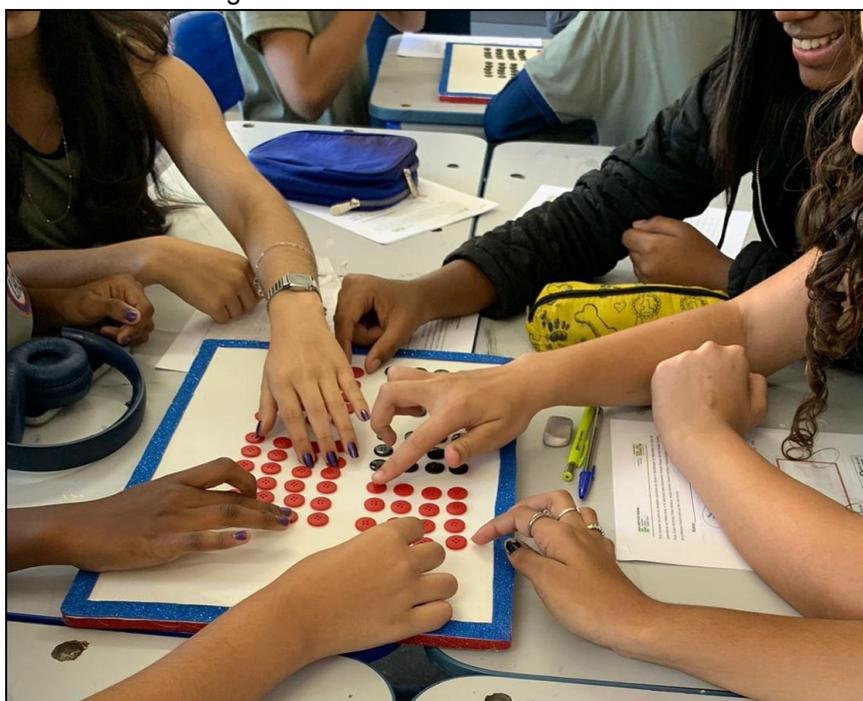
Para tal aplicação, a sala foi organizada em cinco grupos de modo em que nenhum aluno ficasse de costas para o quadro branco. Foram formados três grupos de seis alunos e dois grupos de cinco alunos. A estruturação dos grupos foi feita pelos próprios alunos, pois à medida em que chegavam foram escolhendo as cadeiras de acordo com a afinidade com os demais colegas.

A aula foi introduzida pela professora regente, que explicou à turma que o grupo de aplicadores é composto por licenciandos em Matemática do Instituto Federal Fluminense, Campus Campos Centro, e que estes estariam ministrando uma aula. A seguir, a experimentação ocorreu dividida em cinco momentos: atividade tabuleiro interativo, apresentação da ideia de variável relacionando-a à progressão aritmética, atividade balança de equilíbrio, apresentação da ideia de incógnita relacionando-a à equação de 1º grau e atividade complementar.

No primeiro momento, que chamamos atividade tabuleiro interativo, com a turma já dividida em grupos, a apostila (apêndice B) e o tabuleiro em questão foram entregues a cada um dos alunos e grupos, respectivamente, conforme a figura 15. A seguir, os licenciandos explicaram que, por meio da investigação e experimentação, os alunos deveriam completar a sequência de figuras apresentada no tabuleiro interativo. Para este momento de investigação, foram disponibilizados aos grupos 15 minutos, porém os mesmos a finalizaram em exatos 10 minutos.

Durante a realização da atividade, os licenciandos circularam pelos grupos observando os métodos de investigação e as falas dos alunos. Neste momento uma pergunta interessante e diferente, que merece destaque, surgiu de um aluno para uma das licenciandas. O aluno em questão perguntou se as figuras do tabuleiro precisavam ser quadriláteras. Observou-se que os alunos foram muito participativos e não tiveram nenhuma dificuldade para realizar a etapa em questão, pois interagiram muito bem com o tabuleiro e demonstraram entender rapidamente a proposta da atividade. Portanto, a etapa cumpriu o seu objetivo de forma muito satisfatória.

Figura 15 - Atividade tabuleiro interativo



Fonte: Elaboração própria

A segunda etapa consistia em um momento de diálogo com a turma em que o objetivo era que os grupos relatassem como foi a experiência com o tabuleiro interativo e destacassem suas principais observações e descobertas. Nesta etapa, conforme previsto na sequência didática elaborada, algumas perguntas foram feitas aos alunos, como: O que mais chamou a atenção de vocês? Como conseguiram fazer as três próximas figuras? De forma unânime, as respostas recebidas foram: “de acordo com a ordem das quatro fileiras, fomos adicionando um fileira em cada figura” e “adicionamos uma fileira a mais para

cada figura, pois cada fileira tem quatro botões”. O diálogo continuou se desenvolvendo com outras perguntas norteadoras, sendo elas: Em cada fileira tem quantos botões? Então da figura anterior para a próxima vocês adicionaram quantos botões? Então temos uma sequência que apresenta um padrão?

Todas as respostas obtidas atenderam às expectativas da etapa em questão, algumas destas, inclusive, foram bem completas. Algumas observações muito importantes para o desenvolvimento do diálogo também foram trazidas pelos alunos, como, por exemplo, a de que “o tabuleiro é como se fosse uma sequência de números em forma de fileiras”.

Todos os alunos conseguiram compreender que para encontrar a próxima figura era só somar quatro botões a figura anterior e que se quisessem encontrar mais figuras bastava sempre seguir o padrão identificado, padrão este que foi um dos pontos interessantes de discussão desta etapa. Vale ressaltar que os aplicadores, juntamente com os alunos, concluíram que a identificação deste só seria possível após observação da terceira figura, pois a primeira e segunda figura, sozinhas, não traziam a garantia necessária. Ainda nesta etapa, os aplicadores orientaram os alunos a registrarem as figuras encontradas na atividade do tabuleiro interativo na figura correspondente na página 1 da apostila e a acompanharem a parte algébrica, completando o quadro, da página 2 da apostila, relacionado à sequência citada anteriormente.

O que se observou nesta etapa é que os alunos conseguiram fazer de forma muito rápida a formalização da sequência e da expressão algébrica que a representava, não apresentando nenhuma dificuldade de relacioná-las. Estes conseguiram, durante o completamento do quadro da página 2 da apostila, observar claramente que em cada situação o “x”, ou seja, o termo anterior assumia diferentes valores, sendo este definido então como uma variável, conceito formalizado ao final da etapa e transcrito pelos alunos na página 3 da apostila. Portanto, a etapa cumpriu o seu objetivo.

A terceira etapa, atividade balança de equilíbrio, foi iniciada com os aplicadores apresentando e explicando um pouco como funciona a balança de equilíbrio e perguntando se os alunos já a conheciam. Um dos alunos respondeu que sim, a conhecia, pois avô utiliza uma igual para pesar e vender peixe. A partir

dessa resposta os aplicadores apresentaram informações adicionais sobre tal balança, destacando que esta é conhecida também como balança de dois pratos e “balança do vovô” e que seu uso foi muito importante para uma determinada época, sendo um instrumento de pesagem muito valorizado.

A seguir, conforme figura 16, um problema inicial foi proposto aos alunos na balança e algumas perguntas foram feitas, sendo elas: “O que vocês observaram?”, “É possível descobrirmos o peso dos saquinhos de areia?”, “Qual o peso de cada saquinho?”, “Eles possuem o mesmo peso ou possuem pesos diferentes?”.

Figura 16 - Problema inicial proposto à turma regular



Fonte: Elaboração própria

Conforme programado na sequência didática elaborada, a partir das questões norteadoras citadas, a quarta etapa foi iniciada e o diálogo foi proposto. Os alunos foram muito participativos neste momento e não tiveram dificuldade para identificar o conceito de igualdade ao observar o exemplo inicial proposto na balança, objetivo da terceira etapa, o que pode ser confirmado por suas falas de que “a balança está em equilíbrio” e que “os pratos estão na mesma altura”. Tendo este conceito ficado claro, os alunos rapidamente identificaram e expressaram verbalmente que os valores dos saquinhos poderiam ser descobertos e que o exemplo proposto na balança se tratava de uma equação, sendo os saquinhos pesos desconhecidos que poderiam ser representados por uma letra.

Após todos os questionamentos terem sido explorados no diálogo proposto, um aluno foi convidado a ir ao quadro para escrever e resolver neste a equação representada na balança, conforme figura 17.

Figura 17 - Aluno resolvendo o problema inicial proposto na balança



Fonte: Elaboração própria

O aluno escreveu e resolveu corretamente tal problema no quadro branco, não demonstrando qualquer dificuldade durante o seu desenvolvimento, e os demais colegas concordaram com a sua resolução, não apresentando nenhuma dúvida, o que nos permite concluir que a turma não apresentou dificuldades para realizar a conversão do visual para a linguagem algébrica, nem dificuldades de manipulação desta última. Com o problema inicial resolvido por tal aluno, os aplicadores então trabalharam a introdução do conceito de incógnita pela exploração deste destacando e abordando pontos importantes como o de que o valor de x encontrado representava o peso de “cada um dos saquinhos”, o que pôde ser confirmado quando os aplicadores realizaram a substituição do valor de x encontrado pelo aluno na equação e encontraram uma igualdade verdadeira ($8 = 8$).

Os aplicadores ainda fizeram um contra exemplo para provar que na equação apresentada cada saquinho só poderia assumir um único valor. Para isto, atribuíram na mesma equação um valor para x diferente daquele encontrado

pelo aluno, demonstrando que uma igualdade não verdadeira seria encontrada (para $x = 1$, $4 \neq 8$). Para melhor visualização da não igualdade (desequilíbrio) os aplicadores ainda alteraram os pesos na balança. Assim, foi possível observar que um único valor de x tornaria essa igualdade verdadeira e também concluir que quando isso ocorre dizemos que x é uma incógnita, ou seja, o x só pode assumir um único valor.

Tendo o conceito ficado claro, os alunos retornaram à página 2 da apostila e registraram a equação encontrada no balão correspondente. Os aplicadores ainda fizeram uma associação do exemplo explorado com a atividade do tabuleiro interativo, onde x assumia diferentes valores, demonstrando a mudança de papel que a letra sofreu, ou seja, demonstrando a diferença de x como variável e de x como incógnita.

Um segundo exemplo, o da figura 14, foi proposto, mas desta vez com a incógnita aparecendo em ambos os lados da balança. Um aluno foi convidado para montar o exemplo em questão, apresentado a eles na página 2 da apostila, na balança. O que se observou é que o aluno não apresentou dificuldades para realizar a tarefa e então mais um aluno, desta vez aluna, foi convidada para realizar a conversão algébrica do exemplo em questão, escrevendo no quadro a equação correspondente, conforme figura 18. A aluna também não demonstrou dificuldades para realizar a conversão e resolver a tarefa, precisando apenas ter um pouco mais de atenção, pois neste exemplo estava-se trabalhando com letras em ambos os termos.

Finalizando esta etapa, o conceito de incógnita foi formalmente apresentado e os alunos foram direcionados a transcrevê-los no balão correspondente, na página 3 da apostila.

Destaca-se que toda a turma interagiu com os aplicadores durante esta etapa, mostrando-se muito participativos e estimulados durante toda a análise e discussão dos exemplos apresentados, não demonstrando qualquer dificuldade de compreensão ao conceito de incógnita desenvolvido. Portanto, esta etapa mostrou-se muito importante para os objetivos de aprendizagem propostos.

Figura 18 - Aluno resolvendo o segundo exemplo proposto



Fonte: Elaboração própria

Na quinta e última etapa, a lista de dois exercícios de fixação (página 3 à 6 da apostila) foi apresentada aos alunos para que estes pudessem resolvê-la ainda na sala de aula e os aplicadores pudessem analisar e identificar a existência de possíveis dificuldades, além de verificar se o objetivo geral de aprendizagem proposto foi alcançado. Ao realizar o primeiro exercício (página 3 da apostila) os aplicadores fizeram uma breve introdução com os alunos pedindo para que os mesmos observassem a mudança que ocorria de uma figura para outra. Em seguida, o exercício em questão foi resolvido de forma conjunta. Destaca-se que neste momento os alunos não apresentaram dificuldades de identificar o padrão e formalizar oralmente a sequência, bem como a expressão algébrica que a representava, sendo direcionados então à completar a tabela de resumo da sequência da página 4 da apostila.

Com a finalidade de reforçar uma informação, um dos aplicadores questionou aos alunos qual letra eles utilizaram na expressão e estes

responderam que, por conveniência, utilizaram a letra x. Tendo dito isso, os aplicadores reforçaram que poderia ter se utilizado qualquer letra. Neste momento, um comentário interessante surgiu de uma das alunas, o de que quando criança ela achava que o valor das letras dependia da posição que elas se encontravam no alfabeto, onde a primeira letra era 1 e a última letra era 26. Os alunos conseguiram resolver o exercício sem nenhuma dificuldade, tendo vários deles preenchido a tabela da página 4 da apostila antes mesmo da resolução no quadro branco.

Finalizado o exercício de fixação 1, iniciou-se a resolução do exercício de fixação 2 (página 5 da apostila), exercício este em que se notou uma dificuldade dos alunos para acompanhar a resolução em função da forma como ele foi proposto. Estes ficaram um pouco dispersos e a professora regente viu como necessária a sua intervenção para chamar a atenção deles. Mesmo com a dificuldade identificada os alunos conseguiram concluir a atividade. Após concluir todas as etapas, os aplicadores sugeriram uma lista de dois exercícios extras para que os alunos fizessem no lar ou para serem trabalhados posteriormente em sala de aula pela professora regente. A professora em questão então solicitou que os alunos a fizessem e a entregassem na próxima aula.

Em resumo, todas as atividades planejadas foram realizadas e ainda foi possível deixar alguns alunos manipularem a balança ao final da aplicação. A única alteração sugerida seria no exercício de fixação 2, visto que, durante a resolução percebeu-se que os alunos ficaram um pouco confusos, com um pouco de dificuldade para acompanhar qual lacuna estava sendo preenchida, um fato que acredita-se ter ocorrido muito em função da falta de visualização coletiva do exercício por meio de um datashow, por exemplo. Uma opção para manter o modelo inicial proposto, sem auxílio tecnológico, seria talvez não apresentar o exercício na forma de preencher lacunas, mas sim apresentá-lo na forma de resposta discursiva. De forma geral, pode-se concluir que mesmo com esse imprevisto os resultados gerados foram muitos satisfatórios e que os alunos conseguiram compreender os conceitos trabalhados com clareza.

Sendo assim, considera-se que o objetivo geral da sequência didática foi atingido, visto que, os alunos não tiveram dúvidas no decorrer das atividades

propostas e foram participativos durante toda a aula ministrada. Foi uma experiência maravilhosa, a turma esteve bastante concentrada, participativa e demonstrando interesse em entender o conteúdo, o que contribuiu para que a confiança do grupo durante a aplicação se estabelecesse. Somos gratos a todos que contribuíram para a realização desta aplicação e o sentimento que fica é o de dever cumprido, pois acreditamos que, de alguma forma, contribuímos para com o processo de aprendizagem dos alunos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em:
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 25 set. 2022.

CARMO, Paulo Ferreira do. O pensamento algébrico e o conceito de variável: uma proposta alternativa para o ensino de álgebra na educação básica. **Revista Panorâmica**, v. 27, p. 47-62, 2019. Disponível em:
<https://periodicoscientificos.ufmt.br/revistapanoramica/index.php/revistapanoramica/article/view/1071>. Acesso em: 09 set. 2022.

COSTA, Renata Malveira; DA SILVA, Pétrick Oliveira. Estratégias de ensino da álgebra para o 9º ano do Ensino Fundamental. RECIMA21. **Revista Científica Multidisciplinar**. ISSN 2675-6218, v. 3, n. 1, p. e311040-e311040, 2022. Disponível em:
<https://www.recima21.com.br/index.php/recima21/article/view/1040/824>. Acesso em: 10 out. 2022.

MACCARI, Mariza Zanini. **Álgebra na sala de aula**: Produzindo significados aos diversos usos das variáveis e incógnitas, 2008. Disponível em:
<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/830-4.pdf>. Acesso em: 13 set. 2022.

MARTINS, Ana Rita; VICHESSI, Beatriz. O ensino da álgebra. **Revista Nova Escola** [online], ago. 2009. Disponível em:
<https://novaescola.org.br/conteudo/2744/o-ensino-da-algebra>. Acesso em: 21 de set. 2022.

POSSAMAI, Janaína Poffo; BAIER, Tani. Primeiros passos na álgebra: conceitos elementares e atividades pedagógicas. **Revista Dynamis**, v. 19, n2, p. 72-86, 2013. Disponível em: <https://bu.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/4177>. Acesso em: 13. set. 2022.

TINOCO, Lucia A. de A. (coord) - **Álgebra**: pensar, calcular, comunicar. 2. ed. Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 2011.

APÊNDICES

APÊNDICE A: MATERIAL DIDÁTICO APLICADO NA TURMA DO LEAMAT II

APOSTILA

Variável x Incógnita



1. Entendendo o conceito de variável

Observe que podemos representar matematicamente algumas expressões dadas em linguagem usual.

LINGUAGEM USUAL	LINGUAGEM MATEMÁTICA
O dobro de quatro.	$2 \cdot 4$
O triplo de sete.	$3 \cdot 7$
Quatro mais oito.	$4 + 8$
Nove menos dois.	$9 - 2$
O triplo de 2 menos três.	$3 \cdot 2 - 3$

Também podemos representar um número cujo valor ainda não conhecemos por uma letra qualquer. Por exemplo, a frase “o quántuplo de um número” pode ser representada, em linguagem matemática, por $5x$.

Expressões como essas são chamadas de expressões algébricas. Elas são formadas por números, letras e sinais de operações.

Nesse exemplo, x pode assumir qualquer valor, como 0,5; 1; 2; 5; 10. E como x representa diferentes números racionais, ele é chamado de **variável** da expressão algébrica. Conforme o valor assumido por x , há um valor para a expressão.

Agora, observe outros exemplos do uso de variáveis em expressões algébricas.

LINGUAGEM USUAL	LINGUAGEM MATEMÁTICA
O dobro de um número.	$2x$
O triplo de um número.	$3x$
Um número mais oito.	$x + 8$
Um número menos dois.	$x - 2$
O triplo de um número menos três.	$3x - 3$

Sendo assim, entende-se que:

VARIÁVEL são as letras de uma expressão algébrica que podem assumir diferentes valores conforme a situação

1.1 Entendendo o conceito de variável de uma forma diferente

Observe a sequência de bolinhas a seguir.



Agora, vamos transformá-las em números? Perceba que a sequência é formada primeiro por 3 bolinhas, depois 6 bolinhas, 9 bolinhas e 12 bolinhas, ou seja, a sequência é 3, 6, 9, 12.

Vamos considerar que cada número é um **termo** da sequência. Ao analisar esta sequência, algumas observações podem ser feitas.

- O primeiro termo é o 3 e o segundo é o 6. Do 3 até o 6, somamos 3 números;
- O segundo termo é 6 e o terceiro é 9. Do 6 até o 9, somamos 3 números;
- O terceiro termo é 9 e o quarto é 12. Do 9 até o 12, somamos 3 números.

Veja que na sequência existe um **padrão** identificado. De um termo para o outro somamos sempre 3 números, ou seja, a diferença de um termo para o outro é **fixa** em 3. Desta observação podemos concluir que cada termo, a partir do segundo termo, é formado pelo “*termo anterior mais três*”. Em outras palavras, soma-se sempre o número 3 ao termo anterior.



Observe que:

- O segundo termo é 6 e ele é formado pelo termo anterior, o 3, mais 3, ou seja, $6 = 3 + 3$;

- O terceiro termo é o 9 e ele é formado pelo termo anterior, o 6, mais 3, ou seja, $9 = 6 + 3$;
- O quarto termo é o 12 e ele é formado pelo termo anterior, o 9, mais 3, ou seja, $12 = 9 + 3$.

Diante de tudo o que foi visto até agora, o que podemos concluir sobre o “*termo anterior*”?

Pois bem, podemos concluir que **ele não é um número fixo, mas sim um número que varia de termo para termo da sequência. O “*termo anterior*” é uma variável que será sempre somada ao número 3.**

Sendo o “*termo anterior*” uma variável, podemos representá-lo por uma letra qualquer que aqui chamaremos de x . Logo, temos que a regra de formação da sequência dada é:



E agora, que tal descobirmos os próximos termos da sequência de bolinhas? Vamos lá!

Sabemos que a regra de formação da sequência de bolinhas é $x + 3$. Sendo 12 o quarto e último número de bolinhas dado, ou seja, o quarto e último termo da sequência dado, temos que ele será o termo anterior, logo, ele será o x da expressão ($x = 12$). Daí temos que, o próximo termo, o quinto termo, é:

$$x + 3 =$$

$$12 + 3 =$$

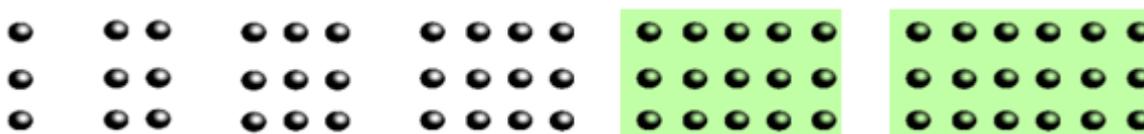
15

E o sexto termo é:

$$x + 3 =$$

$$15 + 3 =$$

18, com $x = 15$.



Resumo da sequência:

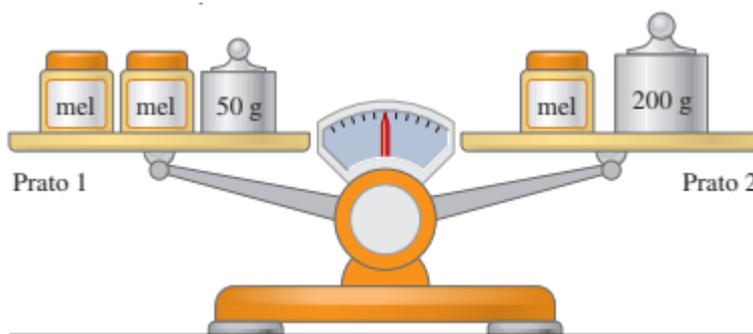
Termo	valor numérico	Montando a expressão algébrica	Expressão Algébrica	Valor de x na expressão
1º termo	3			
2º termo	6	$6 = 1^\circ \text{ termo} + 3$	$x + 3$	3
3º termo	9	$9 = 2^\circ \text{ termo} + 3$	$x + 3$	6
4º termo	12	$12 = 3^\circ \text{ termo} + 3$	$x + 3$	9
5º termo	15	$15 = 4^\circ \text{ termo} + 3$	$x + 3$	12
6º termo	18	$18 = 5^\circ \text{ termo} + 3$	$x + 3$	15

Vamos parar por aqui, no sexto termo, mas a sequência continua obedecendo sempre a regra de formação que encontramos: $x + 3$.

Podemos concluir que **x será uma variável sempre que pudermos assumir diferentes valores para ele**. Quando x varia, o resultado final da expressão algébrica também varia.

2. Entendendo o conceito de incógnita

Observe a balança de dois pratos apresentada.



Perceba que ela está em equilíbrio, pois os pratos estão na **mesma altura**, ou seja, o total da massa dos objetos colocados no prato 1 é **igual** ao total da massa dos objetos colocados no prato 2.

Representando por x a massa, em grama, de cada pote de mel, podemos escrever:

$$x + x + 50 = x + 200$$

ATENÇÃO: representamos a massa por x , mas lembre-se de que poderíamos utilizar qualquer letra do alfabeto.

Essa sentença matemática é expressa por uma **igualdade** e apresenta um elemento desconhecido. Ela é um exemplo de **equação**.

Veja outros exemplos de equação.

- a) $4x + 3 = 11$
- b) $7y - 5 = 16$

A expressão à esquerda do sinal de igual chama-se **primeiro membro** da equação, e a expressão à direita do sinal de igual, **segundo membro** da equação. Observe outros exemplos.

- a) $2y - 4 = 6$
- b) $3z - 4 = z + 6$

Em uma equação, os elementos desconhecidos (letras que representam números) são chamados de **incógnitas**.

Podemos dizer ainda que

As **incógnitas** de uma equação são os números desconhecidos, os números que queremos saber. Normalmente cada incógnita é representada por uma letra do alfabeto da língua portuguesa.

Nos exemplos anteriores, podemos destacar que:

- Na equação $4x + 3 = 11$, a incógnita é x ;
- Na equação $2y - 4 = 6$, a incógnita é y ;
- Na equação $3z - 4 = z + 6$, a incógnita é z .

Agora voltemos ao exemplo inicial da balança com os potes de mel. A equação representada na balança é $x + x + 50 = x + 200$, sendo $x + x + 50$ a representação do prato 1, $x + 200$ a representação do prato 2 e o sinal de $=$ a representação da igualdade (ambos os pratos com o mesmo peso). Vamos descobrir o valor de x ?

vamos por parte:

- No primeiro membro temos $x + x + 50$. Somando os x , temos $2x + 50$;
- No segundo membro temos $x + 200$;
- Subtraindo x de cada membro, temos que:

$$2x + 50 - x = x + 200 - x$$

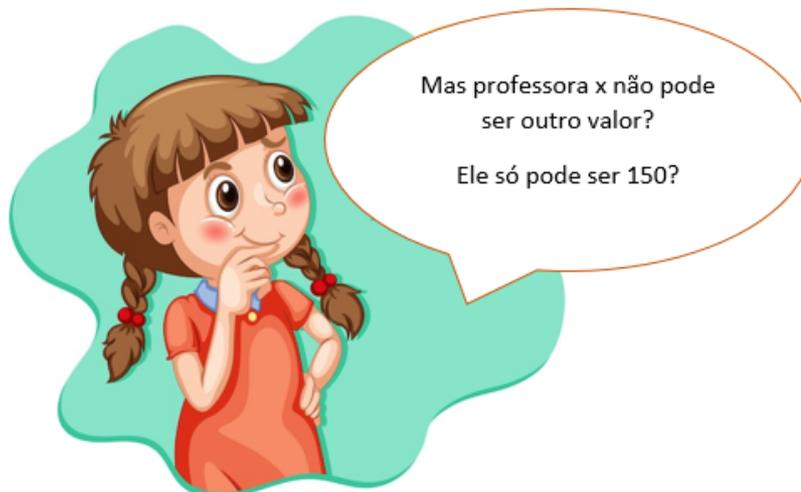
$$x + 50 = 200$$

- Subtraindo 50 de cada membro da equação $x + 50 = 200$, temos que:

$$x + 50 - 50 = 200 - 50$$

$$x = 150$$

Pronto, podemos dizer que o valor de x é 150. Como cada x representa um pote de mel, podemos concluir que 150 é o peso de cada pote de mel.



Observe que ao substituirmos o x por 150 na equação $x + x + 50 = x + 200$, obtemos:

$$150 + 150 + 50 = 150 + 200$$

$$350 = 350$$

Ou seja, obtemos uma igualdade verdadeira (o mesmo valor nos dois membros da equação). Pensando na balança, temos 350 no prato 1 e 350 no prato 2. Portanto, temos uma igualdade verdadeira, pois, tendo os dois pratos o mesmo peso, a balança se mantém em equilíbrio.

Vamos agora substituir o x por um outro valor qualquer na mesma equação. Substituindo x por 100, por exemplo, obtemos:

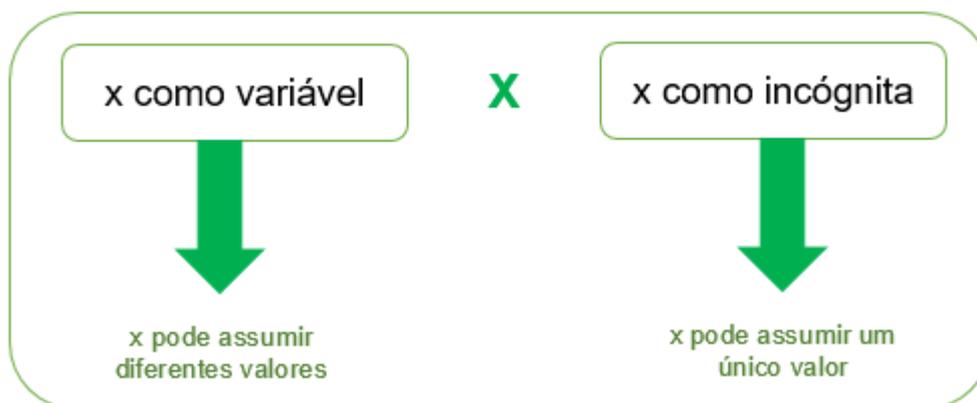
$$x + x + 50 = x + 200$$

$$100 + 100 + 50 = 100 + 200$$

$$250 = 300$$

Perceba que substituindo x por 100 não encontramos uma igualdade verdadeira, pois o valor dos dois membros não é o mesmo. Pensando na balança, agora temos 250 no prato 1 e 300 no prato 2. Portanto, não temos uma igualdade verdadeira, pois, tendo os dois pratos pesos diferentes, a balança não se mantém em equilíbrio.

Sendo assim, podemos concluir que o único valor de x que torna a igualdade verdadeira é o 150, ou seja, **x pode assumir um único valor** e, por isso, ele é uma **incógnita**.



REFERÊNCIAS

BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini. 8. ed. São Paulo : Moderna, 2015.
(6º ao 9º ano)

DANTE, Luiz Roberto Teláris matemática, 7º ano : ensino fundamental, anos finais
/ Luiz Roberto Dante. 3. ed. São Paulo : Ática, 2018.

Exercícios

1. Observe a sequência de palitos de fósforo dada.



- Qual o próximo termo da sequência?
- Você percebeu algum padrão na sequência? se sim, qual?
- Determine a regra de formação da sequência.
- Neste caso, qual (is) valor (es) você encontrou para x ? x é uma variável ou uma incógnita? Explique.

2. Em uma balança há 5 laranjas e dois pesos de ferro, um de 50 kg e outro de 200 kg, distribuídos da seguinte forma:

- No prato 1: 3 laranjas e 1 peso de 50 kg;
- No prato 2: 2 laranjas e 1 peso de 200 kg.

Tomando por x o peso de cada laranja, podemos afirmar que o valor de x é 200? Explique sua resposta determinando se x é uma variável ou uma incógnita.

Como dica: inicie determinando a equação que representa a balança.

3. Observe as pedras do dominó e responda as perguntas.



- Qual a expressão que representa a sequência de pedras?
- Determine se o x da expressão é uma variável ou uma incógnita.

4. Uma balança de dois pratos está em equilíbrio tendo em um de seus pratos duas latas de refrigerante, as quais não sabemos o peso, e no outro prato dois pesos, um pesando 140g e outro pesando 100g, conforme podemos ver na imagem abaixo. Determine o valor de x identificando-o como incógnita ou variável.

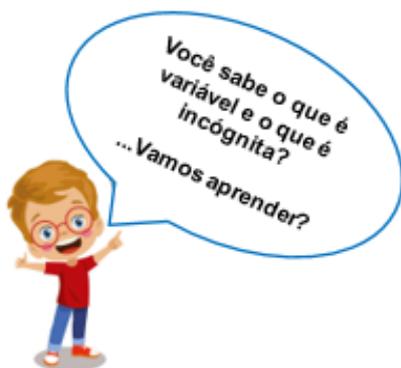


Determine o valor de x identificando-o como incógnita ou variável.

APÊNDICE B: MATERIAL DIDÁTICO APLICADO NA TURMA REGULAR

Esta atividade faz parte da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática, do Curso de Licenciatura em Matemática, e foi elaborada pelos licenciandos Amanda Chagas, Amanda Gomes, Carolina Roza, Eriany Machado, Felipe Barbosa, Jéssica Gomes, Jéssica Sant'ana e Paloma Gomes sob a orientação da professora Paula Eveline da Silva dos Santos.

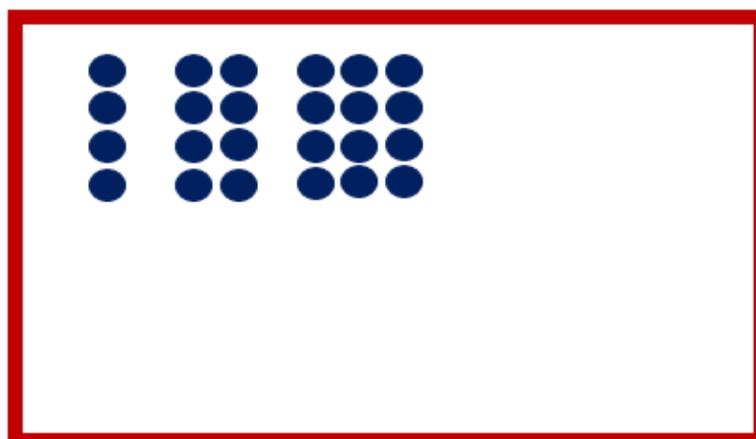
Nome: _____



VARIÁVEL X INCÓGNITA

1. Entendendo o conceito de variável de forma diferente

Observe a sequência de figuras no tabuleiro a seguir e a complete com as próximas três figuras.



Resumo da sequência:

Nº	valor numérico	Montando a expressão algébrica	Expressão Algébrica	Valor de x na expressão
N1				
N2				
N3				
N4				



Podemos concluir que **x** será uma **variável sempre que pudermos assumir diferentes valores para ele**. Quando x varia, o resultado final da expressão algébrica também varia.

2. Entendendo o conceito de incógnita

Observe a balança de dois pratos apresentada.



massa dos objetos colocados no prato 1 é **igual** ao total da massa dos objetos colocados no prato 2.

Representando por x a massa de cada saquinho de areia, podemos escrever:

Perceba que ela está em equilíbrio, pois os pratos estão na **mesma altura**, ou seja, o total da

ATENÇÃO: representamos a massa por x , mas lembre-se de que poderíamos utilizar qualquer letra do alfabeto.

Observe outro exemplo.



Representando por x a massa de cada saquinho de areia, podemos escrever:

Essa sentença matemática é expressa por uma **igualdade** e apresenta um elemento desconhecido. Ela é um exemplo de **equação**.

Podemos dizer ainda que



3. EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

I - Observe a sequência de bolinhas a seguir.



Agora, vamos transformá-las em números? Perceba que a sequência é formada primeiro por 3 bolinhas, depois 6 bolinhas, 9 bolinhas e 12 bolinhas, ou seja, a sequência é 3, 6, 9, 12.

Veja que na sequência existe um **padrão** identificado. De um número para o outro somamos sempre 3, ou seja, a diferença de um número para o outro é **fixa** em 3. Desta observação podemos concluir que cada número, a partir do segundo número, é formado pelo “*número anterior mais três*”. Em outras palavras, soma-se sempre 3 ao número anterior.

Ao analisar esta sequência, algumas observações podem ser feitas.

- O primeiro número é o 3 e o segundo é o 6. Do 3 até o 6, somamos 3;
- O segundo número é 6 e o terceiro é 9. Do 6 até o 9, somamos 3 ;
- O terceiro número é 9 e o quarto é 12. Do 9 até o 12, somamos 3.

Observe que:

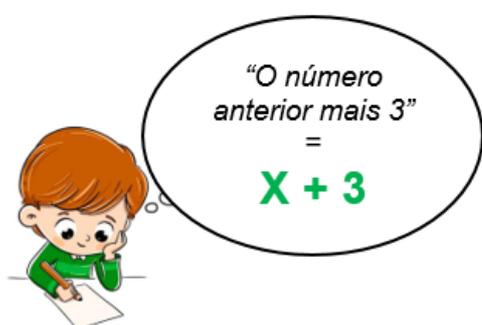
- O segundo número é 6 e ele é formado pelo número anterior, o 3, mais 3, ou seja, $6 = 3 + 3$;
- O terceiro número é o 9 e ele é formado pelo número anterior, o 6, mais 3, ou seja, $9 = 6 + 3$;
- O quarto número é o 12 e ele é formado pelo número anterior, o 9, mais 3, ou seja, $12 = 9 + 3$.



Diante de tudo o que foi visto até agora, o que podemos concluir sobre o “*número anterior*”?

Pois bem, podemos concluir que **ele não é um número fixo, mas sim um número que varia. “O número anterior” é uma variável que será sempre somada ao número 3.**

Sendo o “*número anterior*” uma variável, podemos representá-lo por uma letra qualquer que aqui chamaremos de x . Logo, temos que a expressão algébrica que representa a sequência dada é:

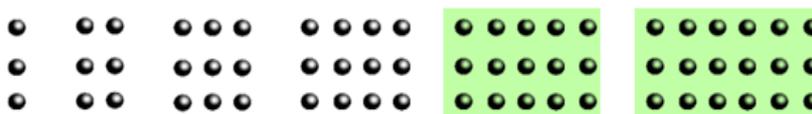


Sabemos que a expressão algébrica da sequência de bolinhas é $x + 3$. Sendo 12 o quarto e último número de bolinhas dado, temos que ele será o número anterior, logo, ele será o x da expressão ($x = 12$). Daí temos que, o próximo número, o quinto número, é: $x + 3 = 12 + 3 = 15$

E agora, que tal descobriremos os próximos números da sequência de bolinhas? Vamos lá!

E o sexto número é:

$$x + 3 = 15 + 3 = 18, \text{ com } x = 15.$$



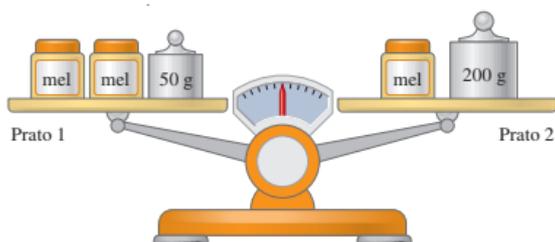
Resumo da sequência:

N°	valor numérico	Montando a expressão algébrica	Expressão Algébrica	Valor de x na expressão
N1	3			
N2	6	$6 = N1 + 3$		
N3	9	$9 = N2 + 3$		
N4	12	$12 = N3 + 3$		
N5	15	$15 = N4 + 3$		
N6	18	$18 = N5 + 3$		

Vamos parar por aqui, no sexto número, mas a sequência continua obedecendo sempre a expressão algébrica que encontramos: $x + 3$.

II - Observe a balança de dois pratos apresentada.

Representando por x a massa, em grama, de cada pote de mel, podemos escrever:



A equação representada na balança dos potes de mel é _____, sendo _____ a representação do prato 1, _____ a representação do prato 2 e o sinal de $=$ a representação da igualdade (ambos os pratos com o mesmo peso). Vamos descobrir o valor de x ?

vamos por parte:

- No primeiro membro temos _____. Somando os x , temos _____;
- No segundo membro temos _____;
- Subtraindo x de cada membro, temos que:

- Subtraindo ____ de cada membro da equação _____, temos que:

Pronto, podemos dizer que o valor de x é _____. Como cada x representa um pote de mel, podemos concluir que _____ é o peso de cada pote de mel.



Observe que ao substituirmos o x por 150 na equação $x + x + 50 = x + 200$, obtemos:

$$150 + 150 + 50 = 150 + 200$$

$$350 = 350$$

Ou seja, obtemos uma igualdade verdadeira (o mesmo valor nos dois membros da equação).

Perceba que substituindo x por 100 não encontramos uma igualdade verdadeira, pois o valor dos dois membros não é o mesmo. Pensando na balança, agora temos 250 no prato 1 e 300 no prato 2. Portanto, não temos uma igualdade verdadeira, pois, tendo os dois pratos pesos diferentes, a balança não se mantém em equilíbrio.

Sendo assim, podemos concluir que o único valor de x que torna a igualdade verdadeira é o 150, ou seja, **x pode assumir um único valor** e, por isso, ele é uma **incógnita**.

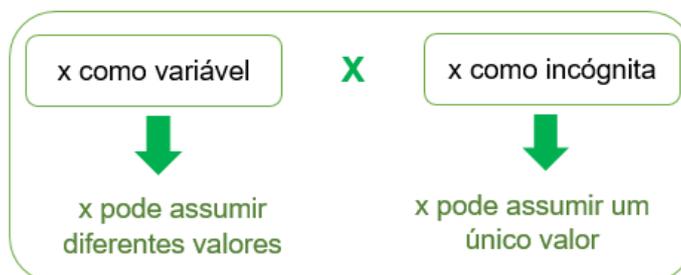
Pensando na balança, temos 350 no prato 1 e 350 no prato 2. Portanto, temos uma igualdade verdadeira, pois, tendo os dois pratos o mesmo peso, a balança se mantém em equilíbrio.

Vamos agora substituir o x por um outro valor qualquer na mesma equação. Substituindo x por 100, por exemplo, obtemos:

$$x + x + 50 = x + 200$$

$$100 + 100 + 50 = 100 + 200$$

$$250 = 300$$



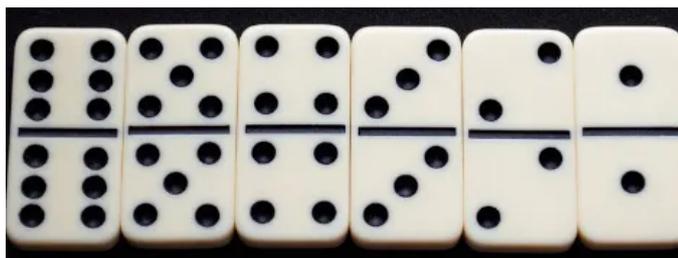
REFERÊNCIAS

BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini. 8. ed. São Paulo : Moderna, 2015. (6º ao 9º ano)

DANTE, Luiz Roberto Teláris matemática, 7º ano : ensino fundamental, anos finais / Luiz Roberto Dante. 3. ed. São Paulo : Ática, 2018.

EXERCÍCIOS

1. Observe as pedras do dominó e responda as perguntas.



- Qual a expressão que representa a sequência de pedras?
- Determine se o x da expressão é uma variável ou uma incógnita.

2. Uma balança de dois pratos está em equilíbrio tendo em um de seus pratos duas latas de refrigerante, as quais não sabemos o peso, e no outro prato dois pesos, um pesando 140g e outro pesando 100g, conforme podemos ver na imagem abaixo. Determine o valor de x identificando-o como incógnita ou variável.

