

RELATÓRIO DO LEAMAT

MACETES E VIDEOAULAS DÃO MATCH?

Uma análise sobre a equação do 1°. Grau

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

AYLA ALVES SALES ABREU
LIVIA DOS SANTOS RANGEL
MARIA CLARA CAMPOS VAZ

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2023.2

AYLA ALVES SALES ABREU
LIVIA DOS SANTOS RANGEL
MARIA CLARA CAMPOS VAZ

RELATÓRIO DO LEAMAT

MACETES E VIDEOAULAS DÃO MATCH?

Uma análise sobre a equação do 1°. Grau

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Ana Paula Rangel de Andrade

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2023.2

SUMÁRIO

1	RELATÓRIO DO LEAMAT I	3
1.1	Atividades desenvolvidas	3
1.2	Elaboração da sequência didática	5
1.2.1	Tema	5
1.2.2	Justificativa	5
1.2.3	Objetivo geral	7
1.2.4	Público-alvo	7
2	RELATÓRIO DO LEAMAT II	8
2.1	Atividades desenvolvidas	8
2.2	Elaboração da sequência didática	9
2.2.1	Planejamento da sequência didática	9
2.2.2	Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II	17
3	RELATÓRIO DO LEAMAT III	25
3.1	Atividades desenvolvidas	25
3.2	Elaboração da sequência didática	26
3.2.1	Versão final da sequência didática	26
3.2.2	Experimentação final da sequência didática na turma regular	38
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	47
	REFERÊNCIAS	48
	APÊNDICES	50
	Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	51
	Apêndice A-1: Apresentação de Slides	52
	Apêndice A-2: Apostila	62
	Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular	64
	Apêndice B-1: Apresentação de Slides	65
	Apêndice B-2: Apostila	75
	ANEXO	79
	Anexo A: Manual da Balança Numérica Matemática	80

1 RELATÓRIO DO LEAMAT I

1.1 Atividades desenvolvidas

No dia 15 de dezembro de 2022, foi possível obter uma ideia inicial do que seria o Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática I (LEAMAT I). A professora Ana Paula Andrade apresentou slides explicativos divididos em objetivos, ressaltando o pretendido do começo até o final deste componente curricular e, apresentou, também, trabalhos anteriores realizados por outros grupos, a fim de motivar a escolha dos temas. Nesse mesmo dia, foi exposto o artigo “Álgebra é mais do que algebrismo” (Tinoco *et al.*, 2013) e solicitado um fichamento. A estrutura do relatório consistia em referências, ideias gerais, pontos importantes e questões para discussão.

Posteriormente, o tópico abordado foi sobre as notas históricas de Álgebra, objetivando evidenciar o objeto de estudo da disciplina. Outro tópico abordado consistiu na exposição das diferenças da Matemática no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. No Ensino Fundamental, o estudo da Álgebra deve desenvolver a capacidade de abstração e generalização, fornecendo ao aluno uma ferramenta para a resolução de problemas. Além disso, os professores podem propor a observação de regularidades, como em gráficos e tabelas, tendo em vista as dimensões da Álgebra, o uso das letras e os conteúdos abordados. No Ensino Médio, são evidenciados o papel formativo e o papel instrumental. O papel formativo trabalha nos alunos o desenvolvimento do pensamento e aquisição de atitudes, como hábitos de investigação, criatividade, confiança em enfrentar novas situações e percepção da beleza e harmonia. Já o papel instrumental compreende o conjunto de técnicas aplicadas em determinadas áreas, tendo em vista a Matemática se constituir uma linguagem capaz de interpretar a realidade.

No dia 22 de dezembro de 2022, a aula foi realizada de forma remota, com comentários sobre o fichamento da semana anterior. Em um momento, a professora pontuou correções na referência do artigo, lembrando algumas normas. Em seguida, abriu espaço para a turma trazer questões para debate, dentre elas: “Como a Álgebra poderia apresentar melhores resultados no cenário escolar?”; “Por que os alunos sempre tentam procurar uma padronização no ensino?”; e “Como os professores podem ser culpados pela falta da explicação teórica sendo apenas

ensinados métodos facilitados nas etapas de formação?”. A partir disso, ocorreu uma troca das ideias sobre tais questionamentos.

Na aula do dia 2 de fevereiro de 2023, aconteceu a divisão dos grupos, sendo eles encaminhados para a sala do LEAMAT. Assim, dois temas foram discutidos pelo grupo, sendo eles: “Desvendando Macetes” e “Divisão de Polinômios”.

Na aula do dia 4 de fevereiro de 2023, realizada em um sábado letivo pelo *Meet*, ocorreram reuniões entre a professora e cada grupo formado. Durante o tempo destinado a esse grupo, foi definido o tema “Desvendando Macetes”. Em seguida, foi delimitado o público-alvo: alunos do Ensino Médio, objetivando as possíveis metodologias de ensino e atividades aplicáveis aos alunos pertencentes a etapa de ensino mencionada.

No dia 9 de fevereiro de 2023, ainda com a discussão temáticas, foram feitas pesquisas sobre o tema proposto e assuntos similares, recorrendo à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1998) e à Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

No dia 16 de fevereiro de 2023, os atendimentos foram feitos de forma remota, mas os grupos que desejaram, foram atendidos presencialmente.

Na aula do dia 2 de março de 2023, a professora Ana Paula Andrade fez comentários sobre os relatórios, sinalizando as mudanças necessárias, sugerindo alterações possíveis e/ou necessárias. Além disso, reforçou como referenciar a BNCC (Brasil, 2018) e os PNC (Brasil, 1998).

No dia 9 de março de 2023, a turma foi encaminhada para a sala do LEAMAT, onde a professora fez observações e instruções sobre o relatório, ressaltando correções na escrita, datas e ideias. Apontou mudanças válidas na justificativa do trabalho, prezando pela utilização dos termos corretos. Nessa aula, houve pesquisa bibliográfica, consulta a artigos, textos e obras para utilizar como base da argumentação. A tarefa se mostrou difícil, pois os autores pesquisados não abordavam tanto o estudo de “macetes”. O tema mais próximo encontrado foi a mecanização do ensino.

As aulas posteriores permaneceram com a organização dos grupos na sala do LEAMAT, ocorridas até o dia 20 de abril de 2023. A participação aconteceu por meio das pesquisas feitas nos computadores, tendo como foco, autores que

embasavam a linha de pesquisa deste trabalho, além de discussões sobre o desenvolvimento do relatório com a professora.

No dia 27 de abril, foram feitas as apresentações dos trabalhos na linha de pesquisa de Álgebra. Na data, ocorreu apresentação do grupo abordando “Macetes e fórmulas: amados por uns, questionados por outros.” Após, foram realizadas considerações por parte das professoras avaliadoras, Ana Paula e Schirlane dos Santos Aguiar Rodrigues. Um tópico abordado foi a sugestão de troca de título, já que as fórmulas não estão na mesma classificação dos macetes. A troca do público-alvo também foi sugerida, pelo fato dos alunos da terceira série do Ensino Médio estarem focados nos vestibulares e no uso excessivo de macetes. Tal fato poderia até ser interessante para o trabalho, já que o embasamento teórico é importante. Uma licencianda colaborou, relatando que o aluno, muitas vezes, não se interessa pela teoria utilizada pelo professor na videoaula, muitos pulam a parte da explicação e passam direto para o macete. As professoras elogiaram a apresentação e a argumentação feita pelos integrantes do grupo, com base nos autores citados.

Os relatórios foram entregues no dia 2 de maio e a avaliação da disciplina, realizada no dia 4 de maio.

1.2 Elaboração da sequência didática

1.2.1 Tema

A compreensão da teoria Matemática por trás dos macetes apresentados nas escolas e em videoaulas. Neste trabalho, os professores em formação escolheram abordar as propriedades aditivas e multiplicativas da igualdade, no contexto da equação do 1º. grau.

1.2.2 Justificativa

O tema foi escolhido pelos autores deste trabalho devido à dificuldade em encontrar na internet, videoaulas que tragam conteúdo com embasamento teórico adequado. Atualmente, os alunos, principalmente do Ensino Médio, buscam

praticidade ao estudar, conduzindo-os à procura de um método fácil e rápido de aprender. Na Matemática, isso se materializa no uso de macetes. É importante destacar que a utilização somente desse recurso, sem o embasamento teórico necessário, não possibilita uma aprendizagem significativa aos alunos.

A BNCC (Brasil, 2018), destaca a importância do desenvolvimento do pensamento lógico, da resolução de problemas e da utilização de estratégias variadas para solucionar questões matemáticas. Portanto, em vez de enfatizar o uso de macetes, este documento valoriza o desenvolvimento de habilidades de raciocínio e de estratégias próprias para a solução de problemas.

Isso não significa que o uso de macetes seja proibido ou desestimulado, mas não deve se constituir como uma estratégia única utilizada pelos estudantes. Para Lima e Bellemain (2010), é essencial que os estudantes sejam incentivados a desenvolver o pensamento crítico e a buscar diferentes maneiras de abordar um problema matemático, além de compreenderem os conceitos e as propriedades matemáticas envolvidas nas questões.

Seguindo esse raciocínio, os PCN (Brasil, 1998) destacam a importância de os alunos desenvolverem habilidades de cálculo mental, de estimativa e de compreensão desses conceitos e propriedades já mencionados.

Em relação ao uso excessivo de macetes em Matemática, a educadora Jo Boaler (2016) argumenta que este uso poderá inibir a criatividade e o pensamento crítico dos alunos, além de reforçar a ideia de que a Matemática é uma disciplina difícil e inacessível.

O educador norte-americano Salman Khan, fundador da plataforma de ensino online *Khan Academy*, reconhece que muitas videoaulas na internet se concentram em ensinar fórmulas e procedimentos sem estimular a compreensão conceitual da Matemática (Khan, 2012). Argumenta ainda que, a tecnologia deve ser usada para tornar o ensino mais personalizado e interativo, em vez de apenas fornecer mais conteúdo para os alunos memorizarem.

São as conexões entre conceitos - ou a falta de conexões - que separam os estudantes que decoram uma fórmula para a prova, só para esquecê-la no mês seguinte, daqueles que internalizam os conceitos e serão capazes de aplicá-los quando precisarem, uma década depois (Khan, 2012, p.40).

Khan (2012) apresenta uma situação concreta de sua vivência que influenciou a constituição dos conceitos defendidos em sua obra. Trata-se da observação das dificuldades que sua prima Nadia obtinha na Matemática, o que o fez compreender que ela era capaz de aprender, mas, isso não ocorreria a partir da memorização e compartimentação do conhecimento. O autor concluiu que, para que a aprendizagem de sua prima ocorresse mais facilmente na Matemática, ela precisaria entender os fundamentos conceituais.

1.2.3 Objetivo geral

Compreender os conceitos matemáticos por trás dos macetes, no contexto das equações do primeiro grau, apresentados em videoaulas.

1.2.4 Público-alvo

Alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

2 RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1 Atividades desenvolvidas

No dia 30 de maio de 2023, em um primeiro momento, a professora apresentou o plano de ensino e o componente curricular Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática II (LEAMAT II) mostrando trabalhos dos alunos de períodos anteriores, na intenção de exemplificar como os autores deveriam elaborar a sequência didática. Em seguida, os discentes foram encaminhados para o laboratório de Informática para comportar toda turma, objetivando, assim, as últimas alterações na parte do trabalho do LEAMAT I.

No dia 06 de junho de 2023 a professora orientou individualmente os grupos. Os autores deste trabalho inicialmente focaram em procurar videoaulas. A dúvida inicial estava entre iniciar definindo primeiro um conteúdo específico e procurar os macetes ou procurar os macetes e definir o conteúdo depois. Para facilitar a busca, o critério foi buscar o conteúdo de equação do 1º. grau, com foco nos alunos da primeira série do Ensino Médio, pois esse conteúdo faz parte do programa educacional desse segmento. Nesse dia, o trabalho principal foi selecionar todos os vídeos que poderiam ser interessantes para suprir o objetivo do grupo.

Após buscas na internet, no dia 13 de junho de 2023, foram escolhidos os vídeos que seriam utilizados para a apresentação do trabalho.

No dia 20 de junho de 2023, a professora apresentou trabalhos antigos com um quadro de etapas e objetivos da sequência didática planejada. Após isso, cada grupo elaborou um quadro com o “rascunho” da aula.

Da semana do dia 27 de junho de 2023 até a semana do dia 22 de agosto de 2023, os encontros foram dedicados ao planejamento da sequência didática e aos ajustes no Relatório.

Nas semanas dos dias 29 de agosto e 19 de setembro, os grupos apresentaram suas sequências didáticas para a turma do LEAMAT II. Os alunos e as professoras orientadoras fizeram comentários positivos e teceram críticas sobre a sequência didática dos quatro grupos. Após as apresentações, os encontros com a orientadora foram realizados de forma remota com o objetivo de efetuar a elaboração do Relatório.

No dia 03 de outubro ocorreu a avaliação final do LEAMAT II. As professoras orientadoras destacaram pontos relevantes para o desenvolvimento do trabalho, como o aproveitamento do tempo de aula para a execução de tarefas, a entrega do material no prazo correto e a interação entre o grupo nas atividades.

2.2 Elaboração de sequência didática

2.2.1 Planejamento da sequência didática

A sequência didática foi planejada para os alunos da primeira série do Ensino Médio. Os materiais necessários estão disponibilizados no Apêndice A, dividido em duas partes: Apêndice A-1, que contém a apresentação de slides; e o Apêndice A-2, contendo a apostila a ser utilizada. Após os Apêndices, um Anexo com o manual da balança que será utilizada.

O quadro abaixo traz os momentos e objetivos da sequência didática.

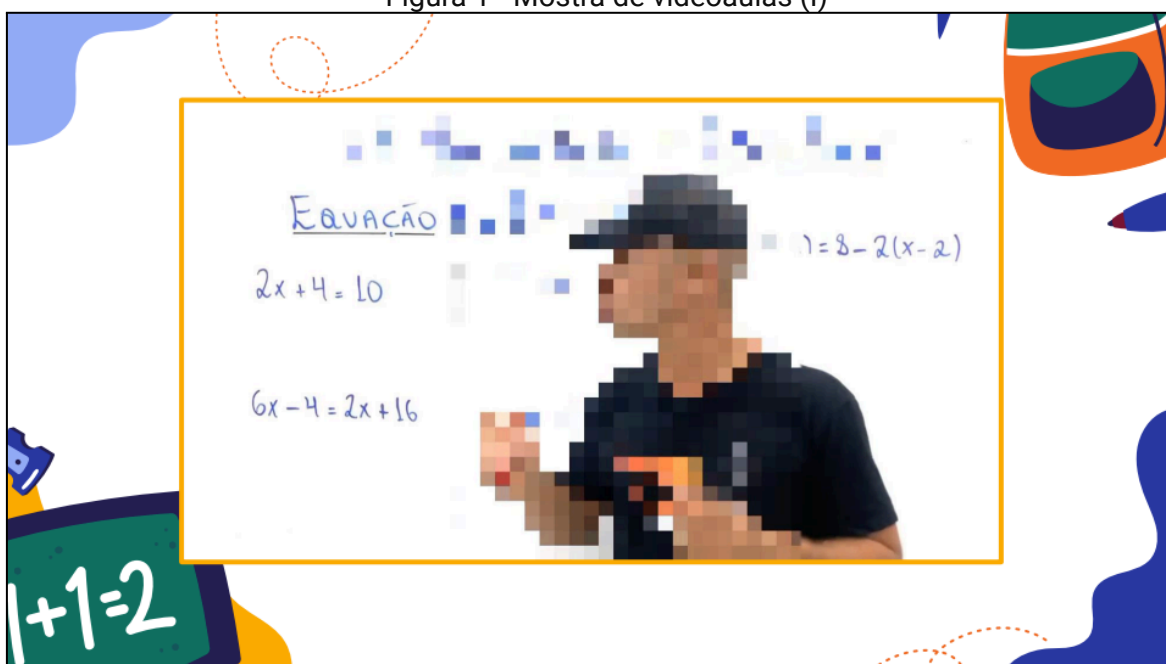
Quadro 1 - Momentos e objetivos

Momentos	Objetivos
Mostra de videoaulas (I)	Apresentar videoaulas com exemplos em que são utilizados termos e macetes de equação do primeiro grau de maneira incompleta ou incorreta.
Equação do 1º. grau	Definir equação, equação do primeiro grau e resolver equações do primeiro grau por meio das propriedades aditivas e multiplicativas.
Balança	Utilizar uma balança para mostrar as propriedades vistas.
Exercícios	Resolver equações do primeiro grau por meio das propriedades trabalhadas.
Mostra de videoaulas (II)	Apresentar exemplos de macetes que funcionam em casos isolados e que foram ensinados em videoaulas.
Incógnita ou Variável	Discutir a diferença entre incógnita e variável.
Jogo dos erros	Identificar erros na videoaula apresentada.

Fonte: Elaboração própria.

No primeiro momento, é apresentada uma sequência de slides (Apêndice A-1), iniciando com um compilado de videoaulas sobre o conteúdo de equação do 1º. grau. São utilizadas as seguintes videoaulas da plataforma YouTube: ; “Equação do 1º. grau em 6 minutos”¹; “Como interpretar e resolver Equação de 1º. grau”²; “Equação do 1º. grau - Parte 1”³; e “Como resolver equação do 1º. grau”⁴ (Figura 1).

Figura 1 - Mostra de videoaulas (I)



Fonte: Elaboração própria.

O professor do vídeo “Equação do 1º. grau em 6 minutos”, utiliza falas como: “passar para o lado trocando o sinal, menos” e “passar para o outro lado dividindo”. Já no vídeo “Como Interpretar e Resolver Equação de 1º. grau”, as falas são: “o que está somando, vai para o outro lado diminuindo” e “toda vez que trocar o lado, troca a operação”.

Na videoaula “Equação do 1º. grau - Parte 1” o professor fala: “a regra diz que todo mundo que troca de lado, troca de sinal”. O professor chega a usar a propriedade multiplicativa da igualdade, mas não usa a propriedade aditiva da igualdade. Para finalizar, o vídeo “Como resolver equação do 1º. grau”, o professor

¹ <https://www.youtube.com/watch?v=x4k8950MVeg>

² <https://www.youtube.com/watch?v=VX1PYH-vp6s>

³ <https://www.youtube.com/watch?v=ds4GHCU42wM>

⁴ <https://www.youtube.com/watch?v=vSvJSKIfOxQ>

diz: “passar para o lado com a operação inversa” e “do lado esquerdo, vou passar para o lado direito subtraindo”

Os vídeos mostrados contêm macetes e falas descontextualizadas, abordadas de maneira incorreta ou incompleta. A falta de explicação das propriedades aditivas e multiplicativas da igualdade pode causar confusão nos alunos durante a resolução dos exercícios e problemas da equação do 1º. grau.

Posteriormente, os professores em formação fazem perguntas como: “Vocês utilizam essas técnicas?”, “Vocês conseguem apontar algum erro nos vídeos?”, “De que maneira vocês resolvem essas equações?”. O objetivo das perguntas é verificar se os alunos conseguem identificar de maneira crítica, resoluções errôneas da equação de 1º. grau ou se é um processo, de fato, instaurado e mecanizado.

No segundo momento, é apresentada a definição de equação, de acordo com Bóscolo e Castrucci (1970). Dando sequência, são trabalhados alguns exemplos de equações, com base na definição apresentada (Figura 2).

Figura 2 - Definição de equação

Equação do 1º. grau

Definição:
As sentenças abertas que exprimem a relação de igualdade entre duas expressões numéricas, são chamadas equações

EXEMPLO 1:

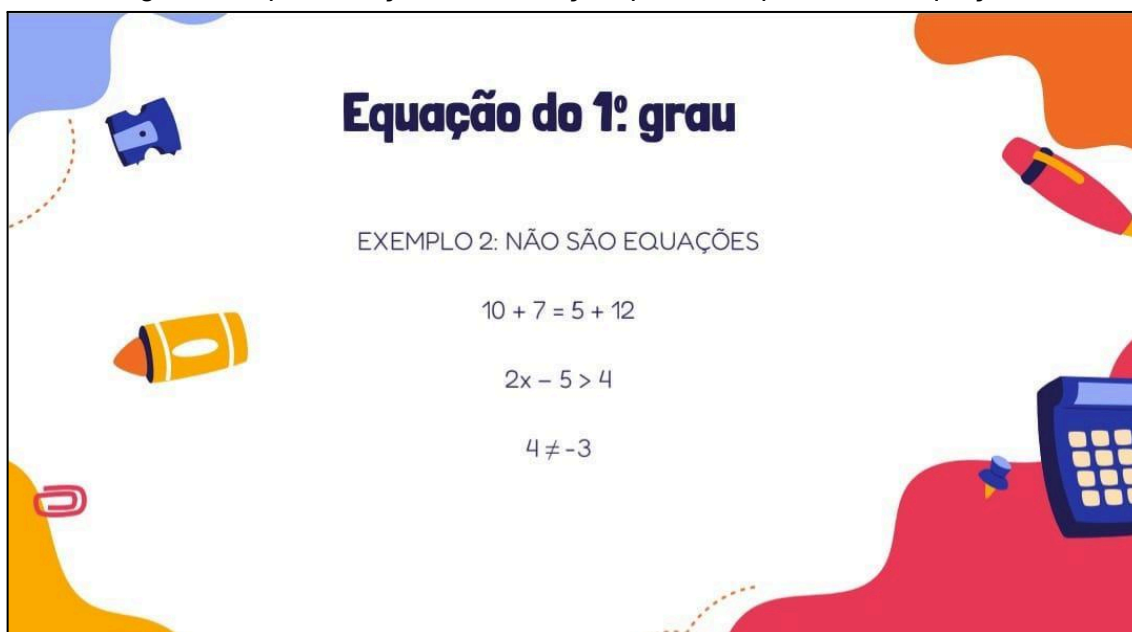
$$4x + 8 = 0$$
$$2x - 9 = x + 11$$

(BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1970, p.113).

Fonte: Elaboração própria.

Também são apresentadas sentenças e expressões que não representam equações, indagando aos alunos por qual motivo não se enquadram como equação do 1º. grau (Figura 3).

Figura 3 - Apresentação de sentenças que não representam equações



The slide features a white background with colorful abstract shapes in blue, orange, yellow, and red. Various school supplies are scattered around: a blue stapler, a yellow crayon, a red paperclip, a red pencil, a blue calculator, and a blue pushpin. The main title is 'Equação do 1º grau' in bold blue font. Below it, the text 'EXEMPLO 2: NÃO SÃO EQUAÇÕES' is centered. Three mathematical statements are listed vertically: $10 + 7 = 5 + 12$, $2x - 5 > 4$, and $4 \neq -3$.

Fonte: Elaboração própria.

Posteriormente, é destacada a lei de formação da equação do 1º grau: $ax + b = 0$, sendo $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ e $b \in \mathbb{R}$ e os termos denominados como 1º membro, que antecedem o sinal da igualdade, e o 2º membro, que sucedem o sinal da igualdade.


Para contextualizar e permitir que os alunos atribuam mais significado para a equação, utiliza-se a Técnica do Equilíbrio (Dante, 2018). Por meio dela, utiliza-se uma balança para a visualização da igualdade. Mostra-se que os braços da esquerda e da direita representam os membros da equação do 1º grau, e que se for retirado ou acrescentado algum “peso” em algum membro, a mesma ação deve ser feita no outro membro (Figura 4).

Figura 4 - Técnica do equilíbrio

Equação do 1º grau

A técnica do equilíbrio:

Observe abaixo a balança de pratos equilibrada e considere todas as latinhas com o mesmo "peso", que vamos representar por x . Qual é o "peso" de cada latinha, ou seja, qual é o valor de x ?



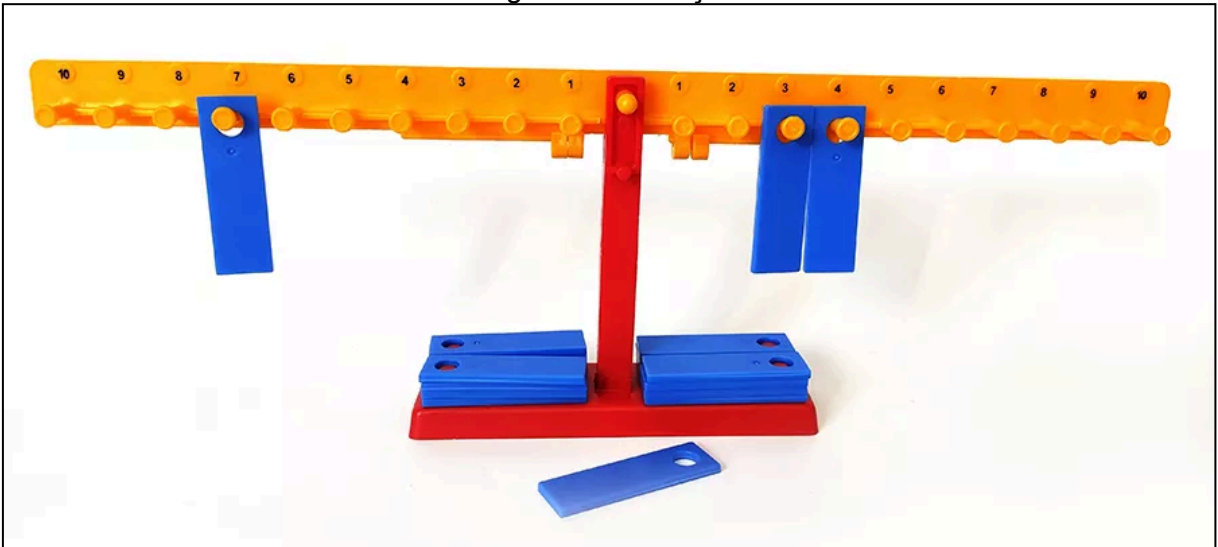
Equação correspondente:
 $5x + 50 = 3x + 290$

Fonte: Elaboração própria.

Após a abordagem da balança e da técnica do equilíbrio, são apresentadas duas importantes propriedades para a resolução da equação do 1º grau. As propriedades aditiva e multiplicativa da igualdade (Bóscolo; Castrucci, 1970), possibilitam ao aluno manipular a equação de modo a compreender o que está sendo feito, garantindo a ideia de equilíbrio e igualdade em ambos membros, com a finalidade de desmistificar o processo mecanizado de “mover” os algarismos e incógnitas da equação.

No terceiro momento, é apresentado para os alunos uma balança (Figura 5). Um dos professores em formação explica inicialmente como ela funciona em relação à adição e multiplicação de valores. Após, é feita a relação da balança com a equação de primeiro grau, juntamente com uma equação colocada no quadro (Figura 5).

Figura 5 - Balança



Fonte: <https://mmpmateriaispedagogicos.com.br/produto/balanca-numerica-matematica/>

Em seguida, um dos professores em formação resolve, juntamente com os alunos, duas equações do 1º. grau utilizando as propriedades aditiva e multiplicativa da igualdade (Figura 6).

Figura 6 - Exercícios

Equação do 1º grau

Exercícios:

$$\frac{x-6}{3} = \frac{26}{3} - x$$

$$\frac{x}{2} + \frac{3x}{5} = 1 - \frac{7}{10}$$

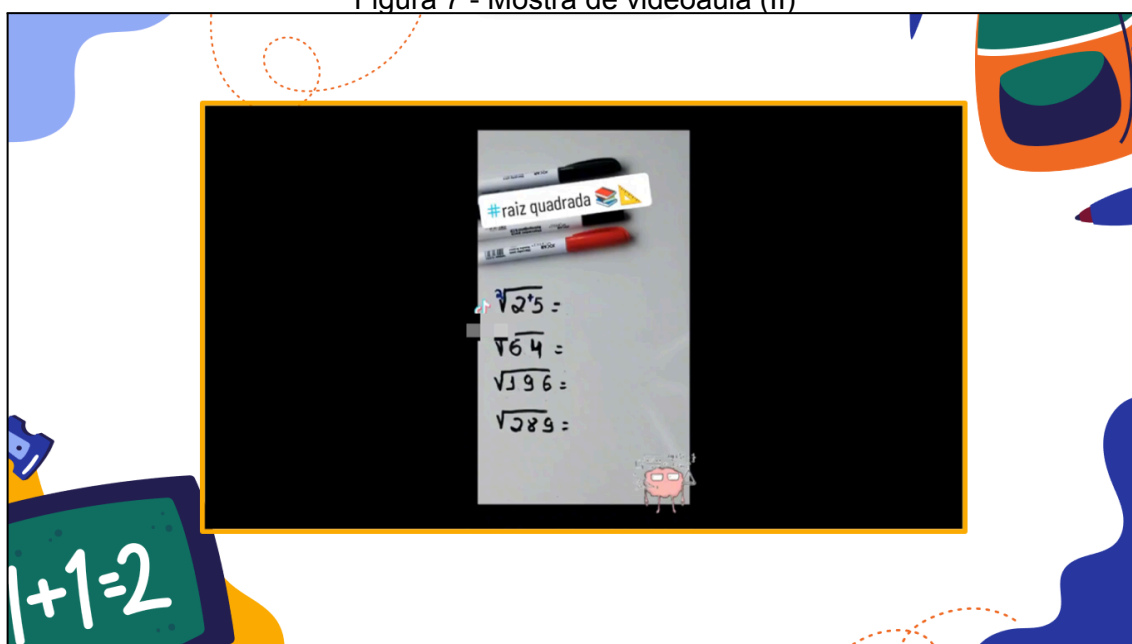
Fonte: Elaboração própria.

Nesse momento um dos professores em formação explica aos alunos que não tem problema se a incógnita está no segundo membro da equação, já que é uma igualdade e ambos os membros estão em equilíbrio.

No quarto momento, após a explicação do conteúdo e a desmistificação dos macetes, é entregue uma apostila contendo exercícios sobre as equações do primeiro grau em problemas matemáticos utilizando as propriedades vistas. Para que a turma possa aplicar e aprender conteúdo de forma prática, os estudantes têm alguns minutos para resolverem sozinhos as questões e, após o decorrer do tempo, as resoluções são discutidas coletivamente.

No quinto momento, são apresentados exemplos de videoaulas que abordam diferentes temas com o objetivo de alertar os discentes sobre o conteúdo que está na internet. Em alguns casos, essas videoaulas trazem exemplos errôneos ou incompletos capazes de incitar erros matemáticos. Portanto é fundamental consultar a fonte de pesquisa antes do uso (Figura 7).

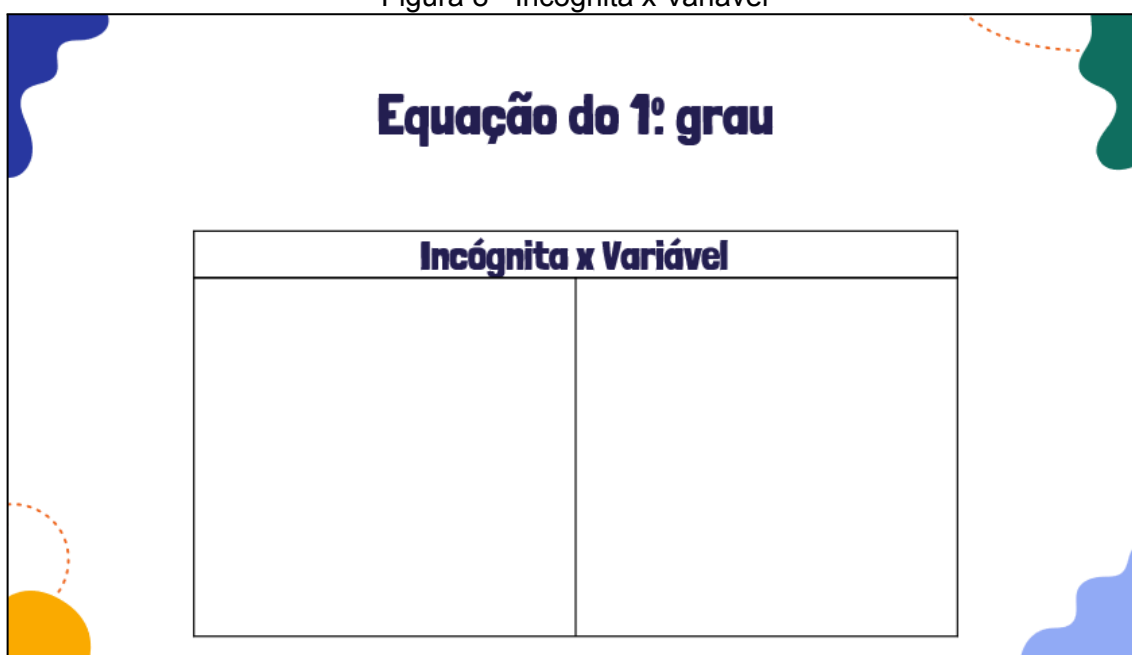
Figura 7 - Mostra de videoaula (II)



Fonte: Elaboração própria.

No sexto momento, um dos professores em formação expõe a diferença entre incógnita e variável, associando a primeira a um número desconhecido, representado por uma letra e relacionada à equação e a segunda, a um valor que pode mudar, associado ao conceito de função (Figura 8).

Figura 8 - Incógnita x Variável

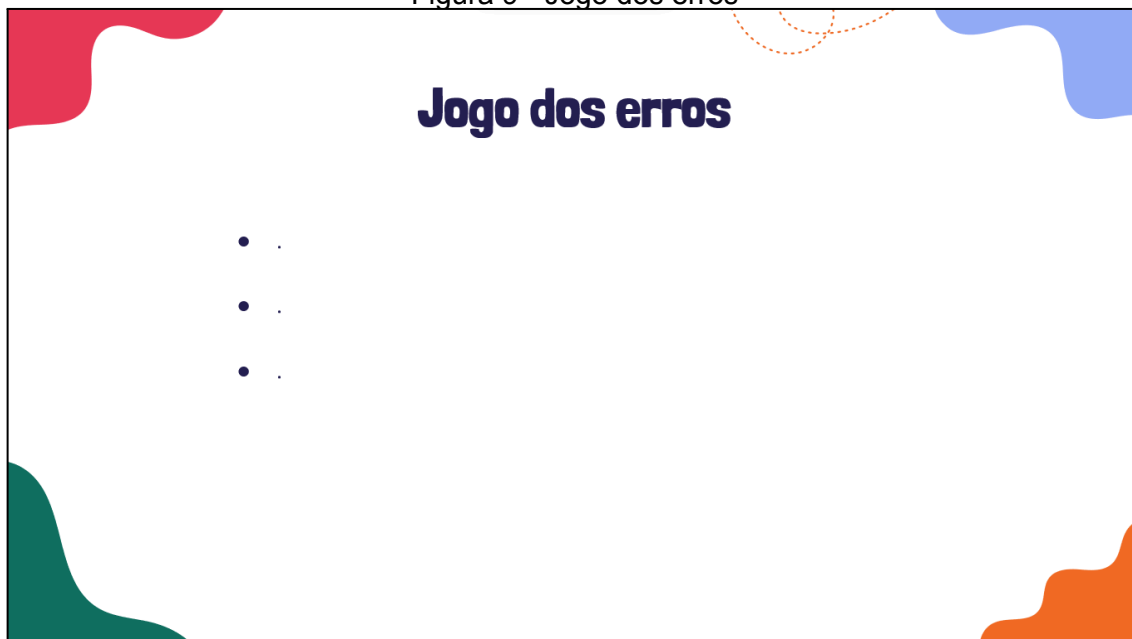


Fonte: Elaboração própria.

Por fim, no sétimo momento, um dos professores em formação apresenta a videoaula: “Equação do Primeiro Grau para Iniciantes - Explicação Completa”⁵ e os alunos devem encontrar os erros matemáticos. Após o jogo, os erros são discutidos. (Figura 9).

⁵ <https://www.youtube.com/watch?v=eH-B1Axgg-Q>

Figura 9 - Jogo dos erros



Fonte: Elaboração própria.

Espera-se que os alunos percebam que o primeiro erro é sobre a troca da palavra incógnita pela palavra variável; o segundo erro é a fala “passar para o lado” que já foi explicada anteriormente, não funcionando dessa maneira, mas sim adicionando ou multiplicando valores em ambos os membros; e o terceiro erro está em dizer que as variáveis (que deveriam ser incógnitas) devem ficar no primeiro membro da equação e os números no segundo membro, quando não faz diferença, por se tratar de uma igualdade.

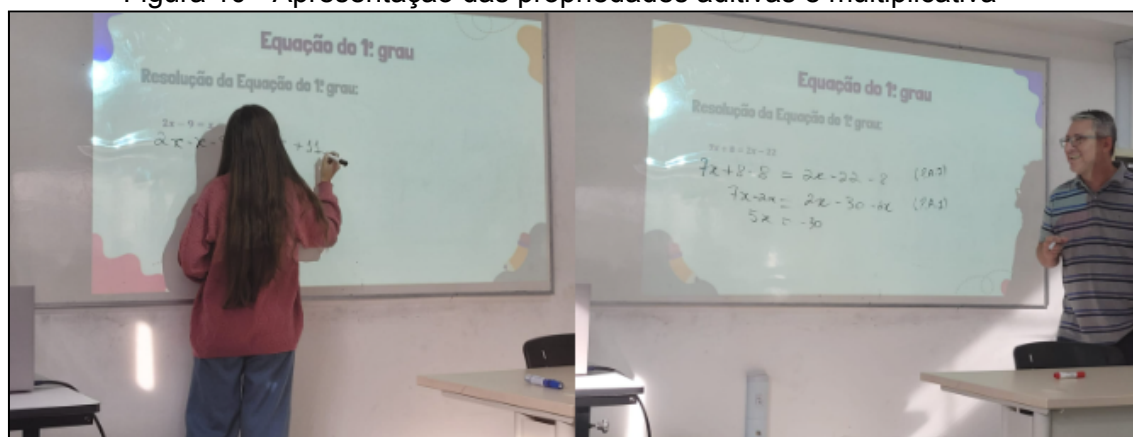
2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

No dia 05 de setembro de 2022, foi aplicada a sequência didática para a turma do LEAMAT II. Estavam presentes os nove alunos do componente curricular e as duas orientadoras.

Foi iniciada a aula com a apresentação do trabalho e a explicação sobre a escolha do título. Seguiu-se com a apresentação de um compilado de videoaulas com erros na fala e um dos professores em formação perguntou se eles utilizavam aquelas falas como “passar pro lado” e a turma respondeu que “sim”. Um dos professores em formação se pôs a fazer uma explicação do conteúdo abordado na sequência didática e os alunos, no mínimo, demonstraram entendimento, já que não suscitaram dúvidas.

Após a apresentação da definição de equação do primeiro grau foi iniciada a explicação da propriedade aditiva da igualdade e, em seguida, um dos professores em formação juntamente com os licenciandos fez uma atividade no quadro na qual eles iam dizendo os passos a serem seguidos. Esse mesmo processo ocorreu com a propriedade multiplicativa da igualdade (Figura 10).

Figura 10 - Apresentação das propriedades aditivas e multiplicativa

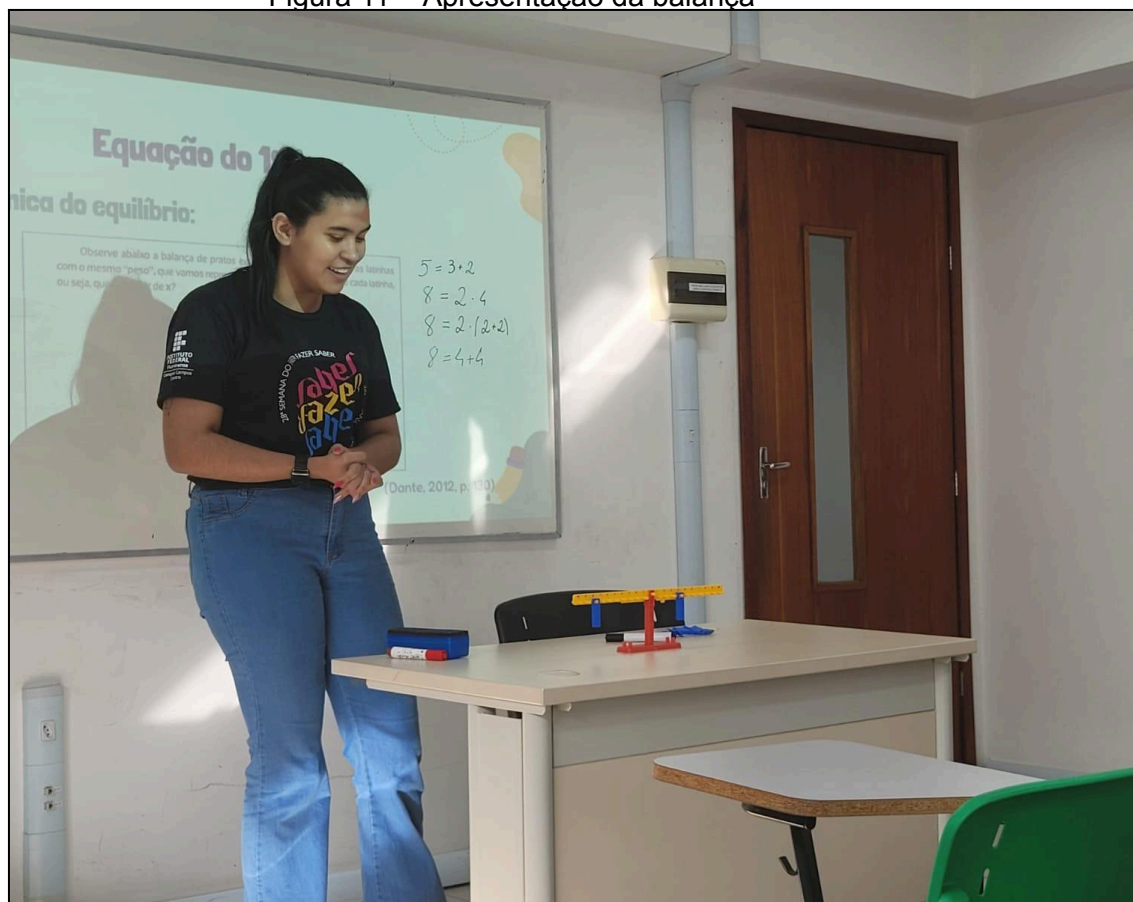


Fonte: Protocolo de pesquisa.

Os discentes participaram da aula e demonstraram entendimento das propriedades durante a resolução da atividade. Um licenciando perguntou se a propriedade aditiva era válida para números negativos e a professora em formação esclareceu que sim, pois o procedimento seria adicionar um número negativo.

Logo após os momentos de conceitos e atividades, foi apresentada a balança e os alunos ficaram entusiasmados com ela. Foram apresentadas as propriedades novamente com a ajuda da balança e os alunos ajudaram a fazer o equilíbrio na balança dizendo onde deveriam colocar as peças (Figura 11).


Figura 11 – Apresentação da balança



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Após, foi distribuída uma folha com exercícios para serem resolvidos utilizando as propriedades apresentadas, porém, pela questão do tempo, só foram resolvidos os itens a e c (Figura 12).


Figura 12 - Apostila de exercícios



INSTITUTO FEDERAL
Fluminense

GOVERNO FEDERAL

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO



UNião e Reconstrução

Diretoria de Ensino Superior
 Licenciatura em Matemática
 Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
 Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Álgebra
 Licenciandos: Ayla Alves Sales Abreu, Carlos Alberto Leite Bello Filho, Livia dos Santos Rangel e Maria Clara Campos Vaz
 Nome: _____ Data: __/__/2023

Apostila I – Equações do 1º. grau

Exercícios

a) $6x + 12 = 9x$ b) $x + 13 = 2x + 8$

c) $\frac{x-6}{3} = \frac{26}{3} - x$ d) $1 - \frac{7}{10} = \frac{x}{2} + \frac{3x}{5}$

Fonte: Elaboração própria.

Um dos professores em formação apresentou a diferença de incógnita e variável, para assim iniciar o jogo dos erros, oportunidade de êxito entre todos os alunos na etapa.

Ao final, foi feita uma avaliação da aula por parte dos licenciandos e das professoras orientadoras.

Tanto os alunos, como as orientadoras acharam o tema válido e atual, já que contêm as videoaulas. De início, foi sugerido a troca do título que estava gramaticalmente errado. Como o mesmo já era motivo de descontentamento entre os autores, ele foi modificado (Figura 13).

Figura 13 - Correção do título

Antes

**Macetes e fórmulas...
Amados por uns
questionado por outros.**

Licenciandos: Ayla Abreu, Carlos Alberto Filho, Livia Rangel, Maria Clara Vaz
Orientadora: Prof^a Ana Paula Rangel de Andrade

Depois

**Macetes e videoaulas dão
match? Uma análise sobre
a equação do 1^o. Grau**

Licenciandos: Ayla Abreu, Livia Rangel, Maria Clara Vaz
Orientadora: Prof^a Ana Paula Ranael de Andrade

Fonte: Elaboração própria.

Foi comentado também sobre o slide da definição de equação do 1^o. grau. A definição colocada trata de equação e a escolha do título deu a entender que era especificamente sobre a equação do 1^o. grau. Por isso foi adicionado uma definição de equação, e outra em um slide separado, de equação do 1^o. grau (Figura 14).

Figura 14 - Correção na definição de Equação do 1º grau

Equação do 1º grau Antes

Definição:
As sentenças abertas que exprimem a relação de igualdade entre duas expressões numéricas, são chamadas equações

EXEMPLO 1:
 $4x + 8 = 0$
 $2x - 9 = x + 11$

(BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1970, p.113).

Equação do 1º grau Depois

Definição:
Denomina-se equação do 1º grau toda equação na forma $ax+b=0$, onde a incógnita possui expoente 1 ($a \in R^*$ e $b \in R$).

(Barbosa; Lins, 2012).

Fonte: Elaboração própria.

A utilização de exemplos mais simples no primeiro momento relativo às propriedades aditivas e multiplicativas foi outro tópico comentado pelas orientadoras, além da menção sobre colocar exemplos em que a incógnita fica no segundo membro (Figura 15).

Figura 15 - Troca do exemplo

Equação do 1º grau Antes

Exercícios:

$$\frac{x-6}{3} = \frac{26}{3} - x$$

$$\frac{x}{2} + \frac{3x}{5} = 1 - \frac{7}{10}$$

Equação do 1º Grau (cont.) Depois

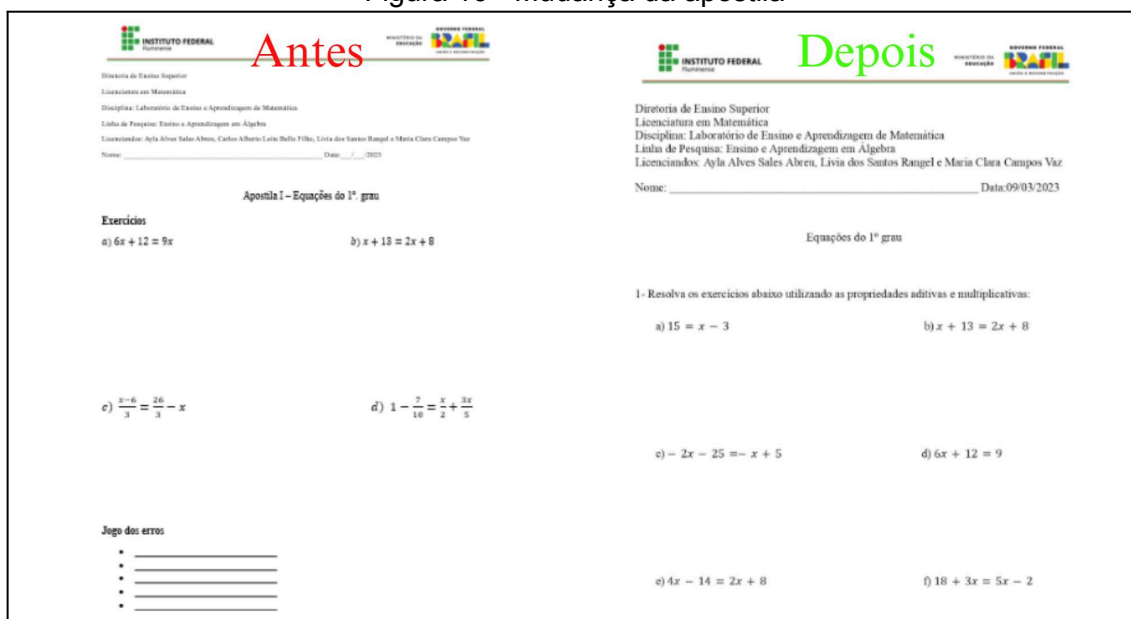
Exercícios:

d) $6x + 12 = 9$ e) $4x - 14 = 2x + 8$ f) $18 + 3x = 5x - 2$

Fonte: Elaboração própria.

Uma outra questão abordada foi a melhoria na arrumação da folha entregue. Neste caso, o acerto do espaçamento e da fonte do cabeçalho e o enunciado das questões (Figura 16).

Figura 16 - Mudança da apostila



Fonte: Elaboração própria.

Foi sugerida, por uma das orientadoras, que a videoaula de macetes errados ficasse por último, já que não há relação entre essa videoaula com a equação do primeiro grau. Decidiu-se ao final, colocar esta videoaula no início da aula.

Também foram citados erros ou abordagens indevidas por parte dos professores em formação que estavam ministrando a aula como: o exemplo com fórmulas de eletricidade; a expressão "lado" ao invés de "membro"; a falta de numeração nos slides; a expressão "cortar" e "chuveirinho" que não devem ser utilizadas; e a sigla "PAI" que deve ser substituída pelo seu significado, neste caso, propriedade aditiva da igualdade. Foi comentada também a parte sobre incógnita, neste caso muito superficial. Recomendou-se fazer uma pesquisa teórica mais aprofundada.

Foram aconselhadas mudanças para a melhora da aula e da comunicação entre os professores em formação com os alunos como: ser mais objetivo e não falar de temas que não serão abordados; organizar melhor o espaço no quadro; seguir o caminho sugerido pelos estudantes nas resoluções; escrever a resposta ou o conjunto solução ao final da questão resolvida e perguntar "O que é equação?" antes da definição ser comentada.

Algumas sugestões foram feitas pelas professoras orientadoras, mas o grupo decidiu não acatar como: iniciar a aula com a balança e começar a aula com o jogo dos erros.

3 RELATÓRIO DO LEAMAT III

3.1 Atividades desenvolvidas

No dia 09 de novembro, ocorreu a primeira aula de LEAMAT III, já que na semana anterior foi a Semana das Licenciaturas e as aulas foram suspensas. Nesse mesmo dia, a professora deu orientações específicas para cada um dos grupos, visando melhorar a escrita dos relatórios anteriores. As semanas seguintes continuaram no mesmo formato.

Do dia 23 de novembro até o dia 21 de dezembro, foi feita a elaboração da nova sequência didática e o término da seção 2.2.2 que trata da aplicação da sequência didática para a turma do LEAMAT II.

No dia 22 de dezembro, o relatório foi entregue e contemplou até a seção 3.2.1, além das referências, dos apêndices e anexo. Esse texto fez parte da avaliação parcial feita pelas professoras.

Os dias 01 de janeiro de 2024 e 07 de janeiro de 2024 foram dedicados a finalização dos slides, das apostilas e atualização das fotos nos apêndices.

A partir do dia 01 de março, o professor em formação Carlos Alberto, deixou o trabalho por questões de saúde. Assim, o trabalho passou a ser elaborado pelos outros três componentes: Ayla Abreu, Livia Rangel e Maria Vaz.

O dia 6 de março foi dedicado ao ensaio entre os professores em formação, para treinar falas, posturas, verificação da apresentação de slides no quadro, entre outras questões. Já nos dias 07 e 08 de março foi feito um ensaio com a orientadora deste trabalho, para serem vistos mais alguns detalhes que podem ter passados despercebidos.

Dia 09 de março, um sábado letivo, foi feita a apresentação da sequência didática para duas turmas da primeira série do Ensino Médio de uma Instituição Federal de Educação.

Do dia 09 de março até o dia 21 de março ocorreu a finalização do relatório com auxílio da orientadora. E por último, foi feita a entrega do relatório no dia 28 de março e a avaliação final junto com as duas orientadoras no dia 03 de abril.

3.2 Elaboração da sequência didática

3.2.1 Versão final da sequência didática

A sequência didática foi planejada para os alunos da primeira série do Ensino Médio, para assim atender o objetivo inicial deste trabalho. Os materiais necessários estão disponibilizados no Apêndice B. O mesmo é dividido em duas partes, Apêndice B-1, que contém a apresentação de slides, e o Apêndice B-2, que contém a apostila a ser utilizada. Após os Apêndices, inserido no Anexo A, está o manual da balança que será utilizada.

O quadro abaixo traz os momentos e objetivos da sequência didática.

Quadro 2 - Momentos e objetivos

Momentos	Objetivos
Mostra de videoaulas (I)	Apresentar exemplos de macetes errados que foram ensinados em vídeos e explicar o motivo dos erros apresentados.
Mostra de videoaulas (II)	Apresentar videoaulas com exemplos em que são utilizados termos e macetes de equação do primeiro grau de maneira incompleta ou incorreta.
Equação do 1º. grau	Definir equação, equação do primeiro grau e resolver equações do primeiro grau por meio das propriedades aditivas e multiplicativas.
Balança	Mostrar a balança para os alunos, relacionando-a com a equação e suas propriedades; Resolver equações do primeiro grau utilizando a balança.
Incógnita ou Variável	Discutir a diferença entre incógnita e variável.
Jogo dos erros	Identificar erros na videoaula apresentada.
Exercícios	Resolver equações do primeiro grau por meio das propriedades trabalhadas.

Fonte: Elaboração própria.

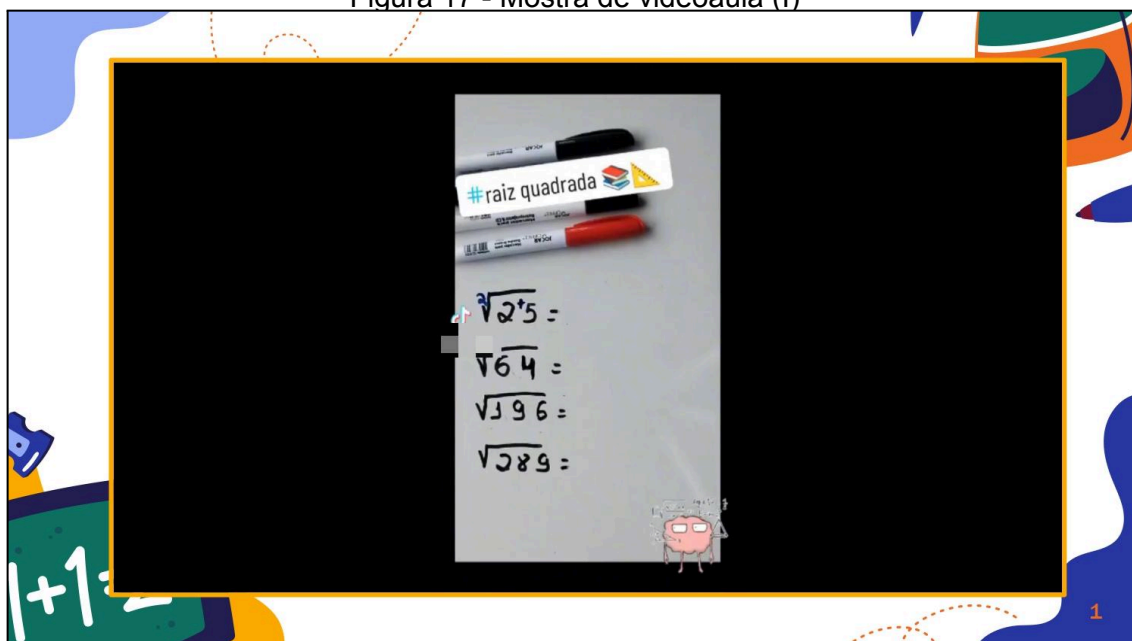
No primeiro momento da aula, os professores em formação, iniciam a apresentação contextualizando o título do trabalho “Macetes e Videoaulas dão Match? Uma análise sobre a equação do 1º grau”, sugerindo aos alunos cuidado

com as fontes de informações que são veiculadas na internet, em específico, no *youtube*.

Deve-se explicar: na internet, têm-se muitos conteúdos e videoaulas, sendo vital buscar, primeiramente, a credibilidade daquela fonte. Conforme explicitado, no meio digital, existem muitas aulas que não explicam de maneira correta determinado conteúdo, causando assim um mal aprendizado e, conseqüentemente, uma nota baixa na prova ou vestibular.

Em seguida, são apresentados exemplos de videoaulas que abordam diferentes temas, com o objetivo de alertar os alunos sobre o conteúdo que está na internet. Daí, a importância de pesquisar bem a fonte utilizada para estudar (Figura 17).

Figura 17 - Mostra de videoaula (I)



Fonte: Elaboração própria.

Após essas videoaulas, alguns exemplos dos vídeos são refeitos e o macete é testado em outros casos. Assim, os alunos podem ver que o erro em todos os vídeos é porque a técnica utilizada só funciona em alguns casos específicos. Chega-se à conclusão que os macetes estão errados, pois existem casos em que eles não dão certo (Figura 18).

Figura 18 - Desmistificando alguns macetes

Desmistificando alguns macetes

- $\sqrt{25}$
- $\sqrt{64}$
- $\sqrt{81}$
- $\sqrt{100}$
- $14 - 9$
- $16 - 9$
- $22 - 9$
- $35 - 9$

2

Fonte: Elaboração própria.

No segundo momento, é apresentado um compilado de videoaulas sobre o conteúdo de equação do 1º. grau. São utilizadas as seguintes videoaulas da plataforma YouTube: ; “Equação do 1º. grau em 6 minutos”⁶; “Como interpretar e resolver Equação de 1º. grau”⁷; “Equação do 1º. grau - Parte 1”⁸; e “Como resolver equação do 1º. grau”⁹ (Figura 19).

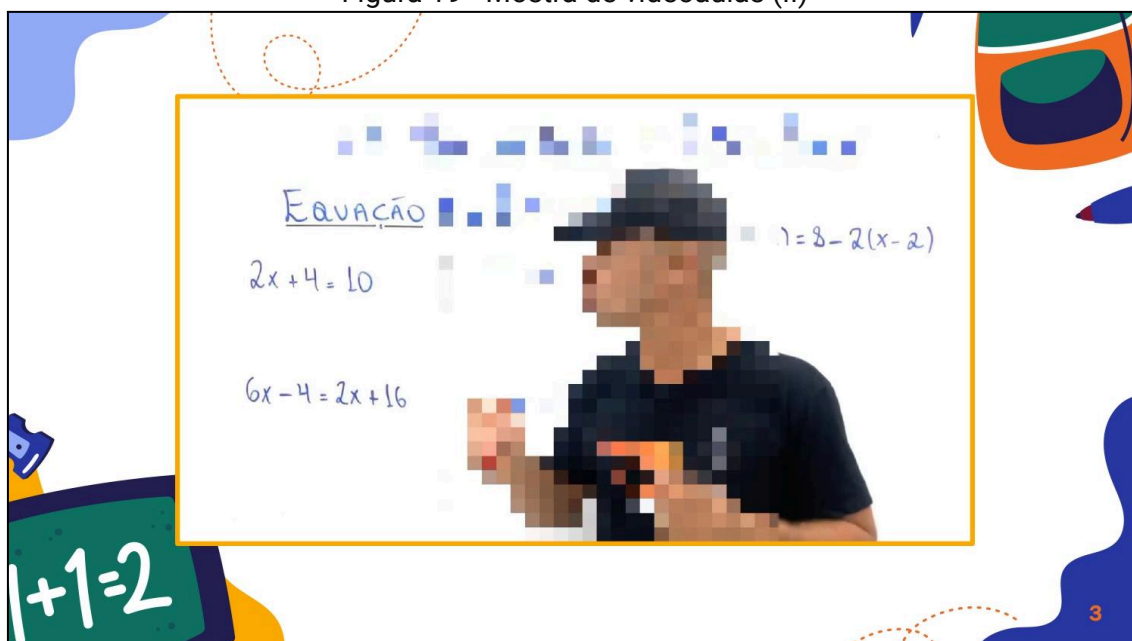
⁶ <https://www.youtube.com/watch?v=x4k8950MVeg>

⁷ <https://www.youtube.com/watch?v=VX1PYH-vp6s>

⁸ <https://www.youtube.com/watch?v=ds4GHCU42wM>

⁹ <https://www.youtube.com/watch?v=vSvJSKIfOxQ>

Figura 19 - Mostra de videoaulas (II)



Fonte: Elaboração própria.

O professor do vídeo “Equação do 1º. grau em 6 minutos”, utiliza falas como: “passar para o lado trocando o sinal, menos” e “passar para o outro lado dividindo”. Já no vídeo “Como Interpretar e Resolver Equação de 1º. grau”, as falas são: “o que está somando, vai para o outro lado diminuindo” e “toda vez que trocar o lado, troca a operação”.

Na videoaula “Equação do 1º. grau - Parte 1” o professor fala: “a regra diz que todo mundo que troca de lado, troca de sinal”. O professor chega a usar a propriedade multiplicativa da igualdade, mas não usa a propriedade aditiva da igualdade. Finalizando com o vídeo “como resolver equação do 1º. grau”, o professor diz: “passar para o lado com a operação inversa” e “do lado esquerdo, vou passar para o lado direito, subtraindo”

Os vídeos mostrados contêm macetes e falas descontextualizadas, abordadas de maneira incorreta ou incompleta. A falta de explicação das propriedades aditivas e multiplicativas da igualdade pode causar confusão nos alunos durante a resolução dos exercícios e problemas da equação do 1º. grau.

Posteriormente, são feitas perguntas como: “Vocês utilizam essas técnicas?”, “Vocês conseguem apontar algum erro nos vídeos?”, “De que maneira vocês resolvem essas equações?”. O objetivo das perguntas é verificar se os alunos

conseguem identificar de maneira crítica resoluções errôneas da equação de 1º grau ou se é um processo, de fato, instaurado e mecanizado.

No terceiro momento, é apresentada a definição de equação, de acordo com Dante (2012). Dando sequência, são trabalhados alguns exemplos de equações, com base na definição apresentada (Figura 20).

Figura 20 - Definição de equação

Equação

Definição:
Equações são igualdades que contêm pelo menos uma letra que representa um ou mais números desconhecidos.

EXEMPLOS:

$$4x + 8 = 0$$
$$2x - 9 = x + 11$$

(Dante, 2012, p. 109).

4

Fonte: Elaboração própria.

Também são apresentadas sentenças e expressões que não representam equações, indagando os alunos, qual o motivo de não se enquadrarem como equação do 1º grau (Figura 21).

Figura 21 - Apresentação de sentenças que não representam equações

Equação (cont.)

NÃO SÃO EQUAÇÕES

$10 + 7 = 5 + 12$

$2x - 5 > 4$

$4 \neq -3$

5

Fonte: Elaboração própria.

Posteriormente, é destacada a definição da equação do 1º. grau, segundo Barbosa e Lins (2012), assim como a lei de formação: $ax + b = 0$, sendo $a \in \mathbb{R}^*$ e $b \in \mathbb{R}$ (Figura 22).

Figura 22 - Definição de equação do 1º. grau

Equação do 1º grau

Definição:

Denomina-se equação do 1º grau toda equação na forma $ax + b = 0$,
onde a incógnita possui expoente 1 ($a \in \mathbb{R}^*$ e $b \in \mathbb{R}$).

(Barbosa; Lins, 2012).

6

Fonte: Elaboração própria.

E, além disso, os termos, denominados como 1° membro, que antecedem o sinal da igualdade, e o 2° membro, que sucedem o sinal da igualdade (Figura 23)

Figura 23 - Classificação dos membros de uma equação.

Equação do 1º Grau (cont.)

O que antecede o sinal da igualdade denomina-se 1º membro, e o que sucede, 2º membro, que antecede o sinal da igualdade

Por exemplo:

$$\underbrace{3x + 9}_{1^\circ \text{ membro}} = \underbrace{x + 25}_{2^\circ \text{ membro}}$$

Fonte: Elaboração própria.

Após a abordagem da definição, é apresentada uma das propriedades para a resolução da equação do 1°. grau. A propriedade aditiva da igualdade possibilita que o aluno manipule a equação de modo a compreender o que está sendo feito, garantindo a ideia de equilíbrio e igualdade em ambos os membros, com a finalidade de desmistificar o processo mecanizado de “mover” os algarismos e incógnitas da equação (Figura 24).

Figura 24 - Propriedade aditiva da igualdade.

Equação do 1º Grau (cont.)

Resolução da Equação do 1º grau:

Propriedade aditiva da igualdade:
 Se somarmos ou subtrairmos o mesmo número racional em ambos os membros de uma igualdade, obtemos uma nova igualdade.
 Exemplo: Se $a = b$ então $a + c = b + c$

(Dante, 2018)

Fonte: Elaboração própria.

Ao final da explicação, é proposto aos alunos três exemplos de equações que devem ser resolvidas com o uso da propriedade. Assim os alunos podem ver como esse processo é feito sem o “passa pro lado” e como o número surge no segundo membro da equação (Figura 25).

Figura 25 - Exemplos

Equação do 1º Grau (cont.)

Resolução da Equação do 1º grau:

a) $15 = x - 3$ b) $x + 13 = 2x + 8$ c) $-2x - 25 = -x + 5$

Fonte: Elaboração própria.

A mesma coisa é feita na propriedade multiplicativa da igualdade. Dando início ao quarto momento, é feita uma contextualização para permitir que os estudantes atribuam mais significado para a equação, utiliza-se a Técnica do Equilíbrio (Dante, 2018). Por meio dessa técnica, que utiliza uma balança física para visualização da igualdade, mostra-se que os braços da esquerda e da direita representam os membros da equação do 1°. Grau, e que se for retirado ou acrescentado algum “peso” em um membro, ele deveria fazer no outro, mantendo o equilíbrio (Figura 26).

Figura 26 - Técnica do equilíbrio

Equação do 1º Grau (cont.)

A técnica do equilíbrio:

Uma equação do primeiro grau, pode ser vista como uma balança de dois pratos em equilíbrio. O equilíbrio da balança como metáfora para a igualdade da equação e, assim, as operações realizadas em ambos os membros de uma equação mantendo a igualdade, são comparadas às ações sobre os pratos da balança para manter o equilíbrio.

(Dante, 2012, p. 130)

12

Fonte: Elaboração própria.

Em sequência, é apresentado para os alunos uma balança. Um dos professores em formação explica inicialmente como ela funciona em relação à adição e multiplicação de valores. Após, é feita a relação da balança com a equação de primeiro grau, juntamente com algumas equações colocadas no slide. Para a resolução, é colocado na balança os valores conhecidos da equação e após é colocado o valor da incógnita por tentativa e erro, já que não sabemos inicialmente qual valor é esse. A equação é resolvida simultaneamente na balança e no quadro, para que os alunos consigam compreender o que está ocorrendo (Figura 27).

Figura 27 - Balança



Fonte: Elaboração própria.

No quinto momento um dos professores em formação expõe a diferença entre incógnita e variável, utilizando exemplos e definições baseadas em autores. Quando as letras se comportam como incógnitas, assumem valores fixos, já quando se comportam como variáveis, podem assumir diversos valores (Martins; Vichessi, 2009). “A variável participa de uma relação funcional” (Possamai; Baier, 2013, p. 75) e “A incógnita é considerada um número desconhecido específico” (Silva, 2009, *apud* Possamai, Baier, 2013, p. 75). São mostrados exemplos de sentenças com incógnitas e sentenças com variáveis, para que facilite o entendimento (Figura 28).

Figura 28 - Incógnita x Variável

Equação do 1º Grau (cont.)

Incógnita	Variável
$3x = 15$ $8a = 7a + 9$ $7 = 7y$	$9x = 3y$ $2x + 4y = 0$ $5a = b - 3$

14

Fonte: Elaboração própria.

No sexto momento, um dos professores em formação apresenta a videoaula: “Equação do Primeiro Grau para Iniciantes - Explicação Completa”¹⁰ e os alunos devem encontrar os erros matemáticos. Após o jogo, os erros são discutidos (Figura 29).

¹⁰ <https://www.youtube.com/watch?v=eH-B1Axxg-Q>

Figura 29 - Jogo dos erros

Jogo dos erros

Equação do Primeiro Grau

a) $5x + 2 = 37$

15

Fonte: Elaboração própria.

Espera-se que os alunos percebam que o primeiro erro é sobre a troca da palavra incógnita pela palavra variável; o segundo erro é a fala “passar para o lado”, já aludida anteriormente e que não funciona dessa maneira, mas sim adicionando ou multiplicando valores em ambos os membros; e o terceiro erro está em dizer que as variáveis (que deveriam ser incógnitas) devem ficar no primeiro membro da equação e os números no segundo membro, quando não faz diferença já que é uma igualdade.

O sétimo, e último momento, será dedicado exclusivamente para resolução de três equações de 1º grau, onde os alunos resolvem sozinhos. Essa apostila não é corrigida, já que é recolhida e utilizada como método de avaliação da sequência didática (Figura 30).

Figura 30 - Exercícios

3- Resolva os exercícios abaixo utilizando as propriedades aditivas e multiplicativas:

a) $11x + 27 = 20x$

b) $7x + 60 = 16x + 6$

c) $36 + 6x = 10x - 4$

Fonte: Elaboração própria.

3.2.2 Experimentação final da sequência didática na turma regular

A aplicação foi feita dia 09 de março, em uma Instituição Federal de Educação, em um sábado letivo. O trabalho foi aplicado para duas turmas da primeira série do Ensino Médio, porém para fins deste relatório, a escrita será feita somente da Turma 1. Nessa aula estavam presentes 29 alunos.

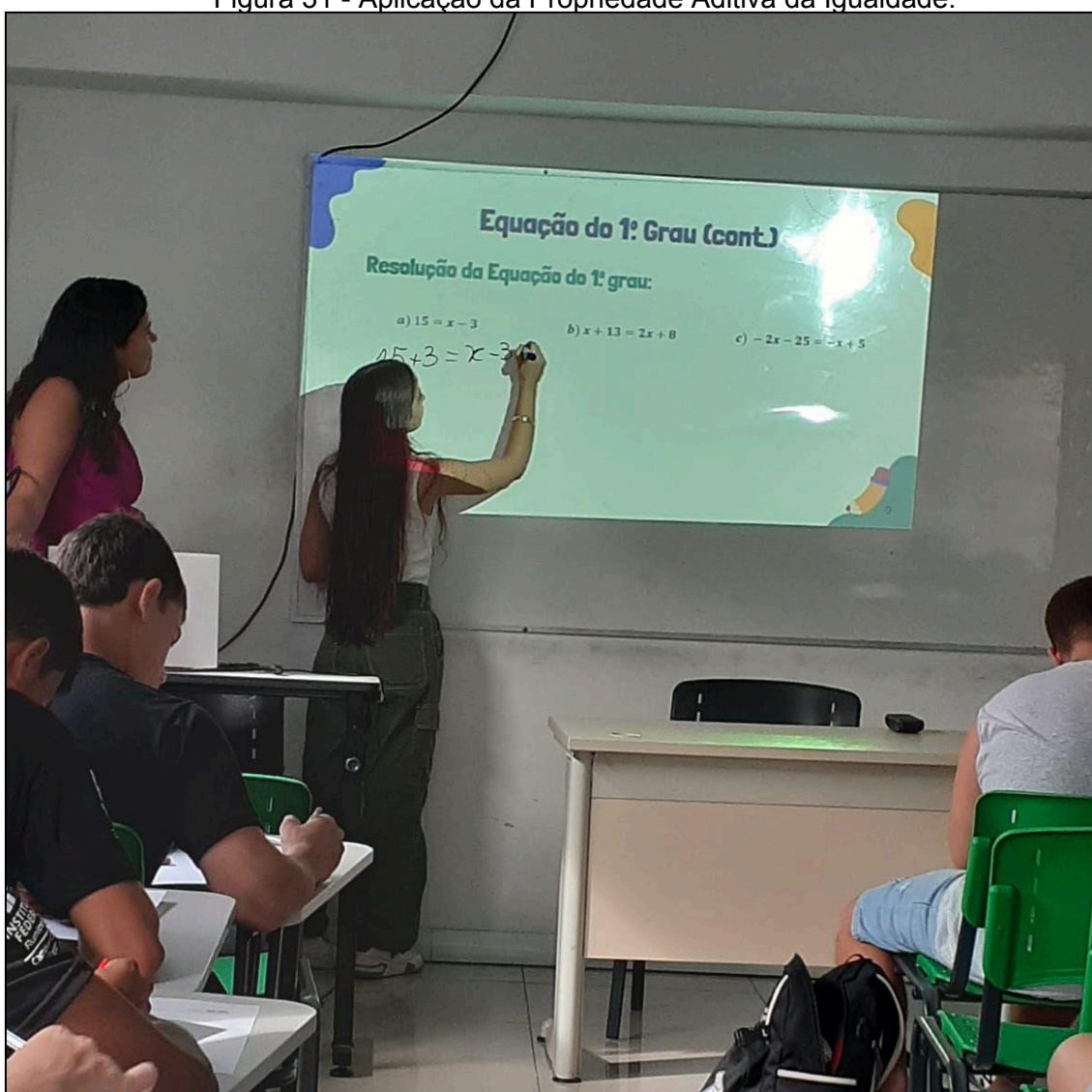
As autoras, juntamente com a orientadora, chegaram mais cedo para poder organizar os materiais, ligar o projetor, montar a balança, entre outras ações. Conforme os alunos foram chegando, a aula foi iniciada com a orientadora explicando para os alunos o que é o componente curricular LEAMAT, já que é algo visto somente na Licenciatura em Matemática. Após as devidas apresentações, a aula foi iniciada.

Uma das professoras em formação, começou conversando com os alunos sobre as videoaulas, se eles a utilizavam para estudar e todos concordaram dizendo que assistiam sim a videoaulas. Dando sequência, ela comentou que elas são muito interessantes, mas deve-se ter um certo cuidado, já que nem tudo presente na internet é de fato verídico. Por isso foi passado o primeiro vídeo contendo macetes. A professora perguntou se alguém já tinha visto algum desses e um aluno respondeu que sim, inclusive disse que um dos macetes funcionava sim, mas o erro do rapaz era não especificar que funcionava somente com “números de base 10”. Após essa conversa com eles, foi mostrado com exemplos, que nenhum dos macetes funcionam para todos os casos. Assim, a aula prosseguiu com uma segunda mostra de videoaulas. Essas continham diversos macetes e truques para a resolução da equação do primeiro grau.

Assim que a segunda videoaula acabou, foi iniciada a definição de equação, e posteriormente, a definição de equação do primeiro grau. Os alunos não apresentaram dificuldades, visto que já conheciam tais definições.

Em seguida, uma professora em formação questionou se os alunos conheciam alguma outra forma de resolver a equação do primeiro sem ser utilizando os macetes de “passar para o lado” e “trocar o sinal”, apresentados na segunda mostra de videoaulas. A turma inteira respondeu que não conhecia outra resolução e que utilizavam os macetes. Tendo isso em vista, iniciou-se a apresentação da Propriedade Aditiva da Igualdade, seguida de exercícios para aplicar o conceito visto. Ao explicar a teoria da propriedade, os alunos não compreenderam tão bem como seria feita a resolução, mas após a exemplificação, eles conseguiram efetuar sozinhos o último exercício proposto (Figura 31).

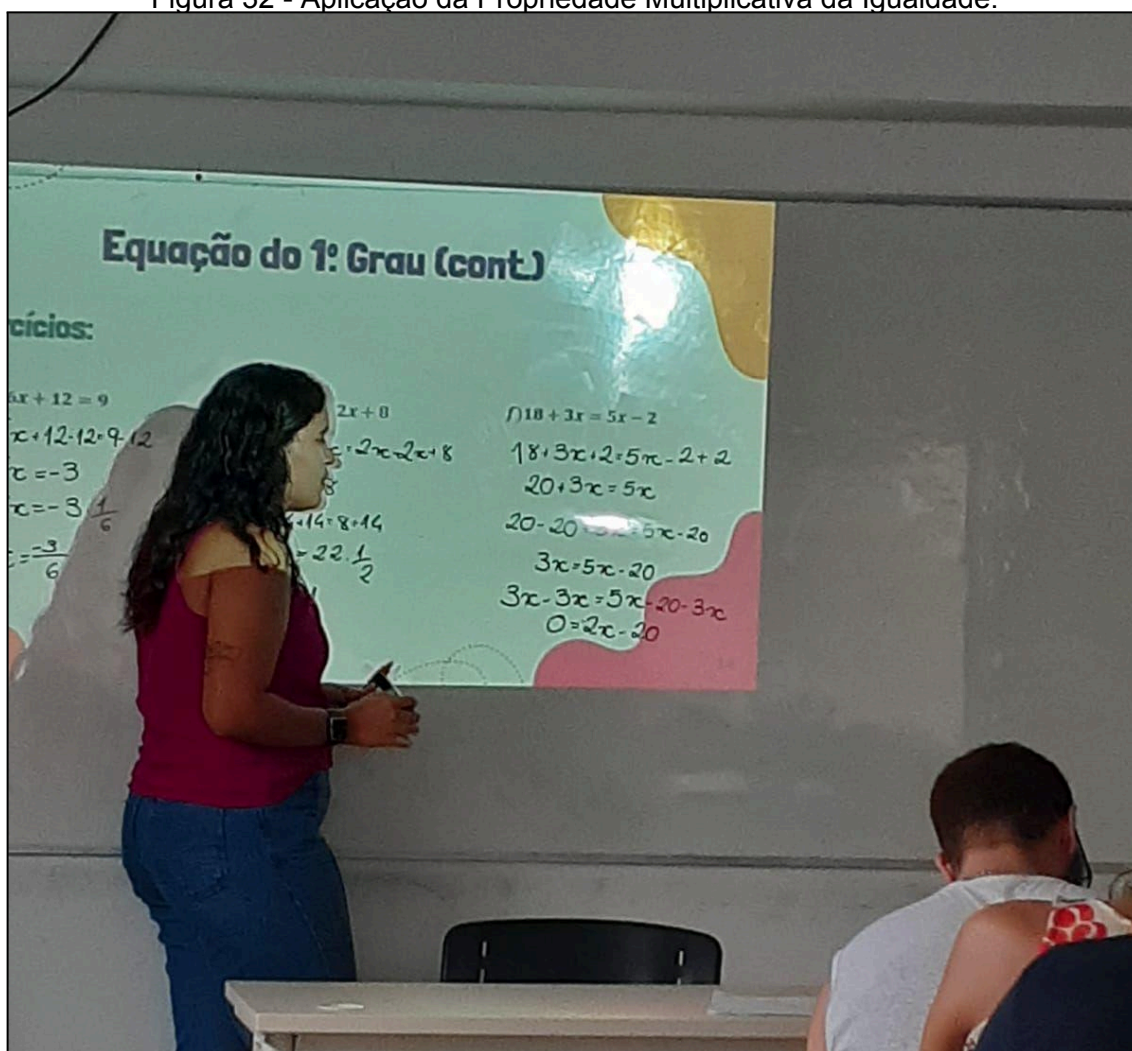
Figura 31 - Aplicação da Propriedade Aditiva da Igualdade.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Dando continuidade, ocorreu a explicação da Propriedade Multiplicativa da Igualdade, seguida de exercícios. Os alunos apresentaram mais dificuldade na sua utilização do que na propriedade aditiva. Isso porque nem todos gostam de trabalhar com fração. Mesmo assim, conseguiram resolver os exercícios (Figura 32).

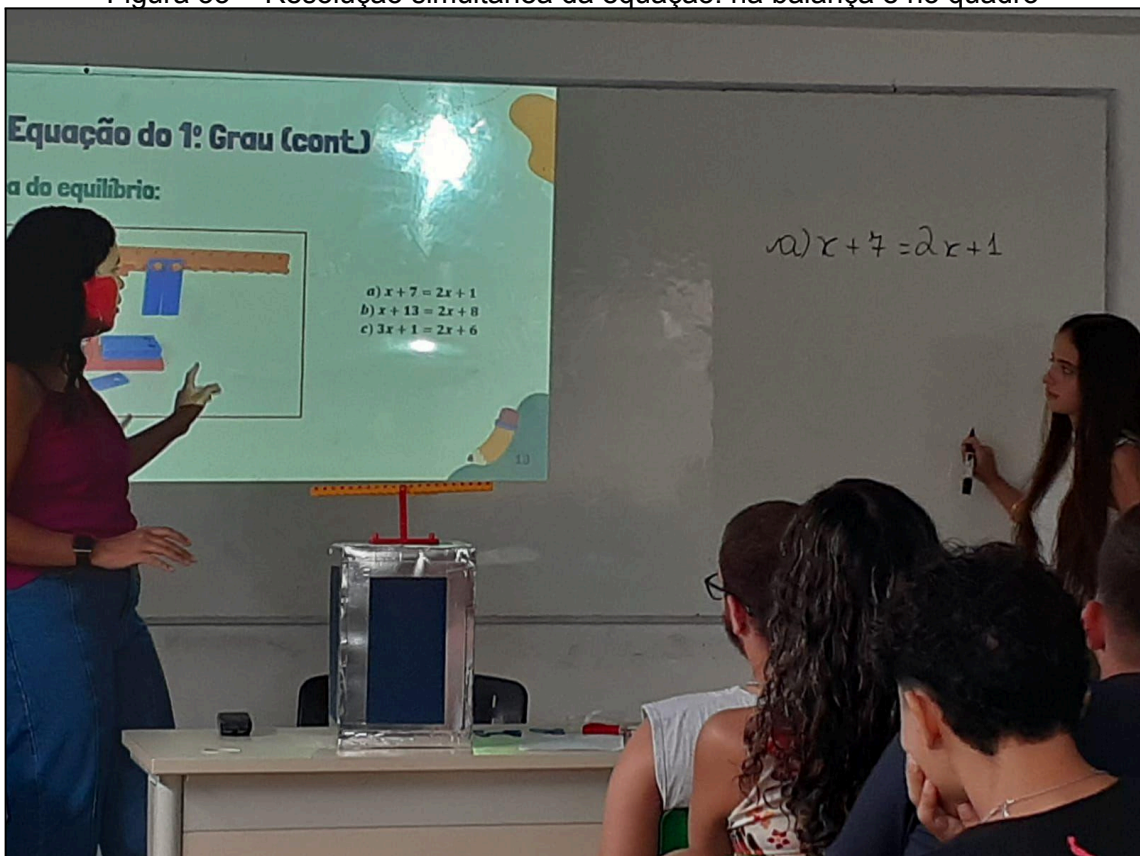
Figura 32 - Aplicação da Propriedade Multiplicativa da Igualdade.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Foi apresentada, também, a técnica do equilíbrio (Dante, 2018). Para representar concretamente o conceito, o grupo levou uma balança. Quando a balança foi vista pelos alunos, alguns que não estavam concentrados na aula, pararam para olhar como ela funcionava. Então foi mostrado a eles a balança e a relação com a equação de primeiro grau. Foram feitos dois exemplos com eles. Uma das professoras em formação resolvia a equação do primeiro grau utilizando a balança e outra, ao mesmo tempo, resolvia mostrando as propriedades correspondentes (Figura 33).

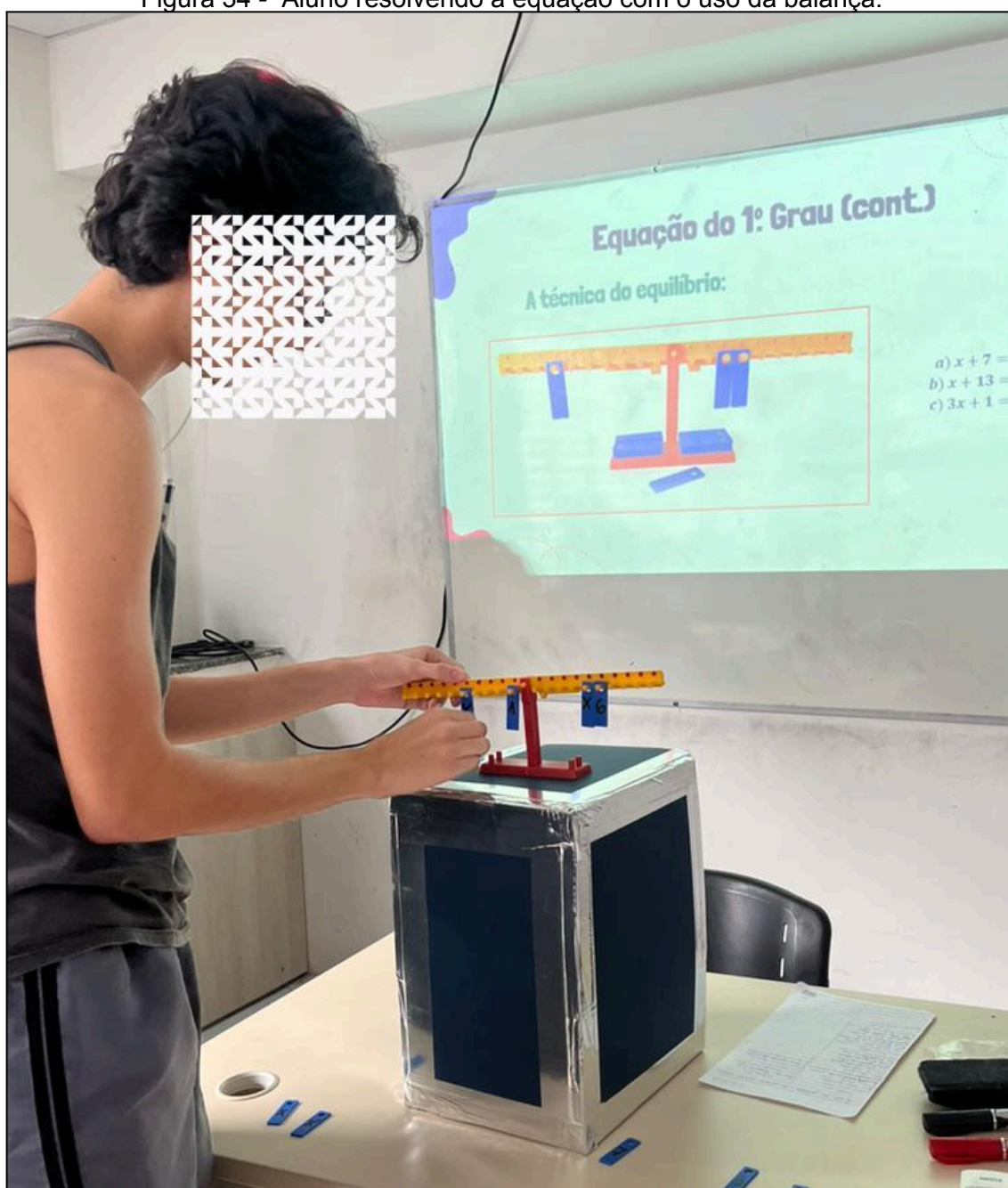
Figura 33 - Resolução simultânea da equação: na balança e no quadro



Fonte: Protocolo de pesquisa.

No terceiro exemplo, a professora em formação chamou dois alunos, um para colocar a balança em equilíbrio e outro para resolver a equação. Ambos os alunos conseguiram resolver sem dificuldades (Figura 34).

Figura 34 - Aluno resolvendo a equação com o uso da balança.



Fonte: Protocolo de pesquisa.

A seguir, uma professora em formação explicou a diferença entre incógnita e variável, aparentemente compreendida pelos alunos. Em sequência, ocorreu o “Jogo dos erros”, em que foi passado duas vezes um vídeo de professores de videoaulas resolvendo equações do primeiro grau, para que eles, em uma folha, anotassem os erros encontrados. A turma conseguiu perceber todos os erros (Figura 35).

Figura 35 - Resposta de um aluno no "Jogo dos erros".

A.

2- Escreva os erros que você percebeu no vídeo apresentado:

Não adicionou ou subtraiu os números, só passou pra outro lado da igualdade, chamou de variável e não de incógnita, especificou o lado da incógnita

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Para o último momento foi levado uma folha de atividade para ser resolvida seguindo as propriedades apresentadas pelas professoras. Essa folha não foi corrigida já que foi utilizada como método de avaliação (Figura 36).

Figura 36 - Resposta de um aluno na folha de atividades.

3- Resolva os exercícios abaixo utilizando as propriedades aditivas e multiplicativas:

a) $11x + 27 = 20x$

$$-11x + 11x + 27 = 20x - 11x$$

$$27 = 9x$$

$$\frac{1}{9} \cdot 27 = 9x \cdot \frac{1}{9}$$

$$3 = x$$

b) $7x + 60 = 16x + 6$

$$-7x + 7x + 60 = 16x - 7x + 6$$

$$60 = 9x + 6$$

$$60 - 6 = 9x + 6 - 6$$

$$54 = 9x$$

$$\frac{1}{9} \cdot 54 = 9x \cdot \frac{1}{9}$$

$$6 = x$$

c) $36 + 6x = 10x - 4$

$$36 + 4 + 6x = 10x - 4 + 4$$

$$40 + 6x = 10x$$

$$40 + 6x - 6x = 10x - 6x$$

$$40 = 4x$$

$$\frac{1}{4} \cdot 40 = 4x \cdot \frac{1}{4}$$

$$10 = x$$

54 $\frac{1}{9}$

9.6

$\frac{1}{9}$

45

9

54

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Como ainda faltava um tempo para terminar a aula, foi feito mais um exemplo de resolução da equação do primeiro grau na balança com o auxílio de dois alunos

Figura 37 - Aluno resolvendo uma equação com o uso da balança



Fonte: Protocolo de pesquisa.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Do LEAMAT I até o LEAMAT III ocorreu o amadurecimento do relatório, da pesquisa e da aplicação, em que foi possível ajustar a demanda necessária para enriquecer o trabalho. A partir da apresentação em sala de aula para a turma de professores em formação do LEAMAT II foi possível identificar diversas melhorias para a aula, sendo necessário alterar questões, adicionar novos conceitos, melhorar a postura dos professores em formação e readequar o tempo da apresentação. Tudo isso foi crucial no LEAMAT III, em que foi levada a aplicação para os alunos de uma Instituição Federal de Educação.

O tema do trabalho, escolhido no LEAMAT I, foi atrativo para os alunos do 1º. ano do Ensino Médio, visto que utiliza videoaulas, instrumento bastante utilizado pelos estudantes atualmente. Entretanto, foi necessário adicionar um subtítulo após a aplicação para dar ênfase à equação do primeiro grau.

O objetivo do trabalho, compreender os conceitos matemáticos por trás dos macetes, no contexto das equações do primeiro grau, apresentados em videoaulas foi atingido, pois os alunos demonstraram entendimento sobre as propriedades aditiva e multiplicativa da igualdade, utilizando-as sem dificuldades nos exercícios. Assim, pode-se afirmar que as turmas puderam entender o que realmente é feito por trás dos macetes “passar para o lado” e “trocar o sinal”. Da mesma maneira, participaram efetivamente do momento da apresentação da balança, ficaram atentos e resolveram corretamente as equações a partir das propriedades quando foram chamados à frente. Obtiveram, também, um ótimo resultado no “Jogo dos erros”.

O trabalho obteve um resultado proveitoso, visto que foi apresentado em duas turmas diferentes com comportamentos diferentes e, mesmo assim, o resultado foi positivo em relação ao aprendizado.

É sugerido que ao aplicar esta sequência didática, seja feita uma adaptação do material, visando atender a demanda de cada turma.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Edelweis Jose Tavares; LINS, Abigail Fregni. Organização Praxeológica: Equação do Primeiro Grau em Livros didáticos do 7º ano do ensino fundamental. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2012, Campina Grande, **Anais Eletrônicos [...]**. Campina Grande: UEPB, 2012, p. 1-19. Disponível em: <https://abre.ai/i6yF>. Acesso em: 20 set. 2023.

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. Natal: Editora da SBHMat, 2002. v. 1. Disponível em: <https://encurtador.com.br/qxHN2> Acesso em: 11 mar. 2023.

BOALER, Jo. **Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential Through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching**. San Francisco: Jossey-Bass, 2016. Disponível em: <https://abre.ai/i6yr>. Acesso em: 23 mar. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2023.

BOSCOLO, Alcides.; CASTRUCCI, Benedito. **Curso Moderno de Matemática para o ciclo ginásial**. 1. São Paulo: FTD, 1970. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/196435/livro1volume_BCastrucci.1969.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 25 mar. 2023.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris matemática, 7º ano** : ensino fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo: Editora Ática, 2018. Disponível em: https://pubhtml5.com/beyo/tndu/Telaris_7_ano_matem%C3%A1tica/#google_vignette. Acesso em: 25 mar. 2023

FONDA, Caroline Rodrigues da Silva. **ORGANIZAÇÕES MATEMÁTICAS PARA O ENSINO DE MEDIDA DE ÁREA DE TRIÂNGULOS**: O trabalho da técnica. 2020. 121 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudo Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2020. Disponível em: <https://ariel.pucsp.br/bitstream/handle/23880/7/Caroline%20Rodrigues%20da%20Silva%20Fonda%20.pdf>. Acesso em: 20 set. 2023.

KHAN, Salman. **Aprendendo a ensinar**. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora Intrínseca, 2012. Disponível em: <https://mundonativodigital.files.wordpress.com/2016/04/um-mundo-uma-escola-salman-khan.pdf>. Acesso em: 26 mar. 2023.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Grandezas e medidas.

In: CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes. **Matemática: Ensino Fundamental**. v. 17. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2010. p.167-200. (Coleção Explorando o Ensino).

MARTINS, Ana Rita; VICHESSI, Beatriz. O ensino da álgebra. **Revista Nova Escola** [online]. 1 de jul. 2009. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/2744/o-ensino-da-algebra>. Acesso em: 7 dez. 2023.

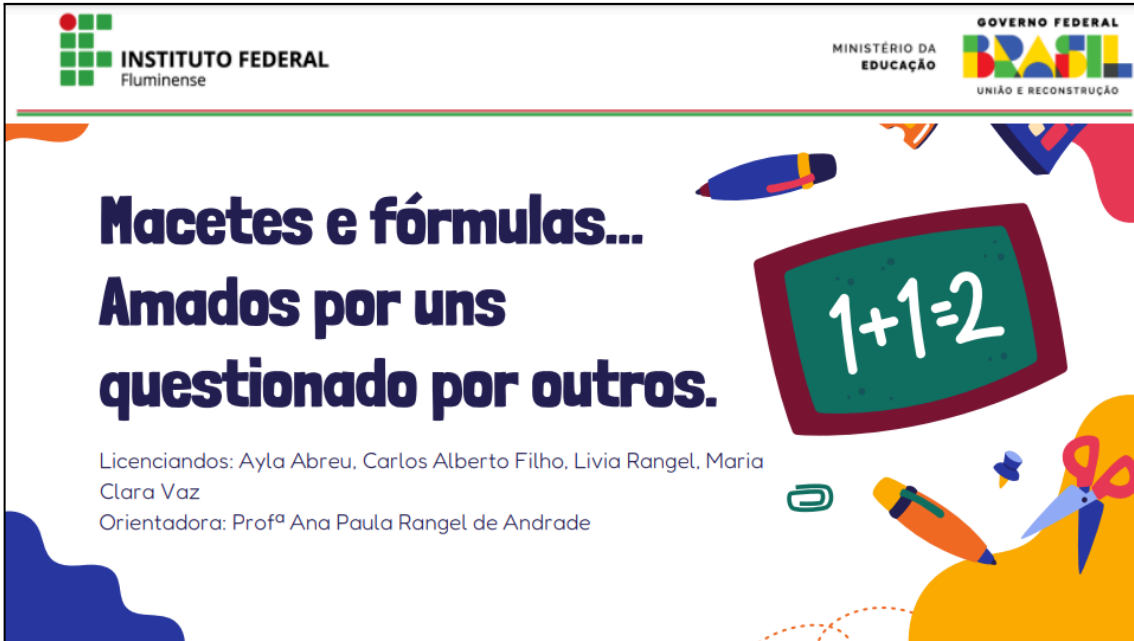
POSSAMAI, Janaína Poffo; BAIER, Tani. Primeiros passos na álgebra: conceitos elementares e atividades pedagógicas. **Revista Dynamis**, v. 19, n.2, p. 72-86, 2013. Disponível em: <https://bu.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/4177>. Acesso em: 7 dez. 2023.

TINOCO, L. A. de A. *et al.* Álgebra é mais do que algebrismo. *In:* ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2013, Curitiba. **Anais[...]**. Curitiba: PUCR, 2013. Disponível em <https://docplayer.com.br/73938079-Algebra-e-mais-do-que-algebrismo.html>. Acesso em: 26 de mar. 2023

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Apêndice A-1: Apresentação de Slides



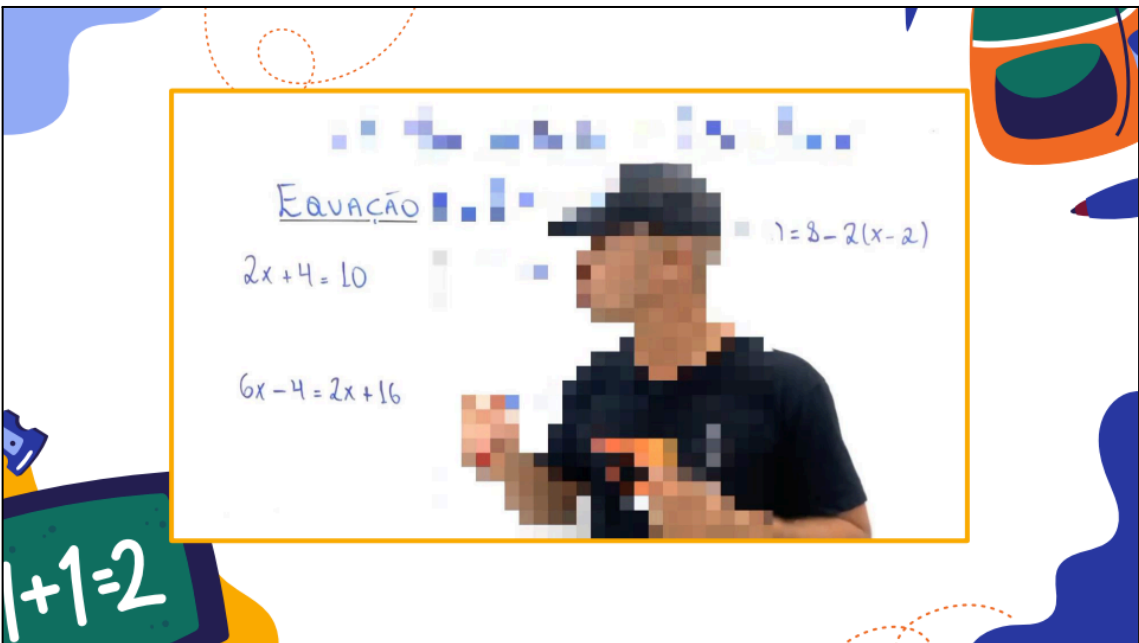
INSTITUTO FEDERAL
Fluminense

GOVERNO FEDERAL
MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

BRASIL
UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

Macetes e fórmulas... Amados por uns questionado por outros.

Licenciandos: Ayla Abreu, Carlos Alberto Filho, Livia Rangel, Maria Clara Vaz
Orientadora: Prof^a Ana Paula Rangel de Andrade



EQUAÇÃO

$$2x + 4 = 10$$
$$6x - 4 = 2x + 16$$
$$1 = 8 - 2(x - 2)$$

1+1=2

Equação do 1º grau

Definição:

As sentenças abertas que exprimem a relação de igualdade entre duas expressões numéricas, são chamadas equações

EXEMPLO 1:

$$4x + 8 = 0$$

$$2x - 9 = x + 11$$

(BÓSCOLO; CASTRUCCI, 1970, p.113).

Equação do 1º grau

EXEMPLO 2: NÃO SÃO EQUAÇÕES

$$10 + 7 = 5 + 12$$

$$2x - 5 > 4$$

$$4 \neq -3$$

Equação do 1º grau

Definição:

Na equação $2x - 9 = x + 11$, a letra x representa a incógnita, ou seja, a sentença desconhecida da equação.

O que antecede o sinal da igualdade denomina-se 1º membro, e o que sucede, 2º membro, que antecede o sinal da igualdade

$$\underbrace{2x - 9}_{1^\circ \text{ membro}} = \underbrace{x + 11}_{2^\circ \text{ membro}}$$

Equação do 1º grau

A técnica do equilíbrio:

Uma equação do primeiro grau, pode ser vista como uma balança de dois pratos em equilíbrio. O equilíbrio da balança como metáfora para a igualdade da equação e, assim, as operações realizadas em ambos os membros de uma equação mantendo a igualdade, são comparadas às ações sobre os pratos da balança para manter o equilíbrio.

Dante (2012)

Equação do 1º grau

Resolução da Equação do 1º grau:

Propriedade aditiva da igualdade:

Se $a = b$, então $a + c = b + c$ qualquer seja o número c .

Propriedade multiplicativa da igualdade

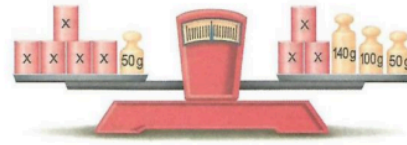
Se $a = b$, então $a \cdot c = b \cdot c$, qualquer seja o número c .

Bóscolo e Castrucci (1970)

Equação do 1º grau

A técnica do equilíbrio:

Observe abaixo a balança de pratos equilibrada e considere todas as latinhas com o mesmo "peso", que vamos representar por x . Qual é o "peso" de cada latinha, ou seja, qual é o valor de x ?



Equação correspondente:
 $5x + 50 = 3x + 290$

Equação do 1º grau

Resolução da Equação do 1º grau:

Pela propriedade aditiva da igualdade

$$2x - 9 = x + 11$$

Equação do 1º grau

Resolução da Equação do 1º grau:

Pela propriedade aditiva e multiplicativa da igualdade

$$7x + 8 = 2x - 22$$

Equação do 1º grau

Exercícios:

$$9x = 6x + 12$$

$$2x + 8 = x + 13$$

Equação do 1º grau

Exercícios:

$$\frac{x-6}{3} = \frac{26}{3} - x$$

$$\frac{x}{2} + \frac{3x}{5} = 1 - \frac{7}{10}$$

Equação do 1º grau

Incógnita x Variável	

A video frame showing a whiteboard with the following calculations:

$$\sqrt{25} =$$
$$\sqrt{64} =$$
$$\sqrt{96} =$$
$$\sqrt{89} =$$

There are two markers on the whiteboard: a blue one with "#raiz quadrada" and a red one. A small pink robot character is visible at the bottom right of the whiteboard. The video frame is surrounded by a decorative border with blue and orange shapes. In the bottom left corner, there is a green chalkboard with the equation $1+1=2$.

Desmistificando alguns macetes

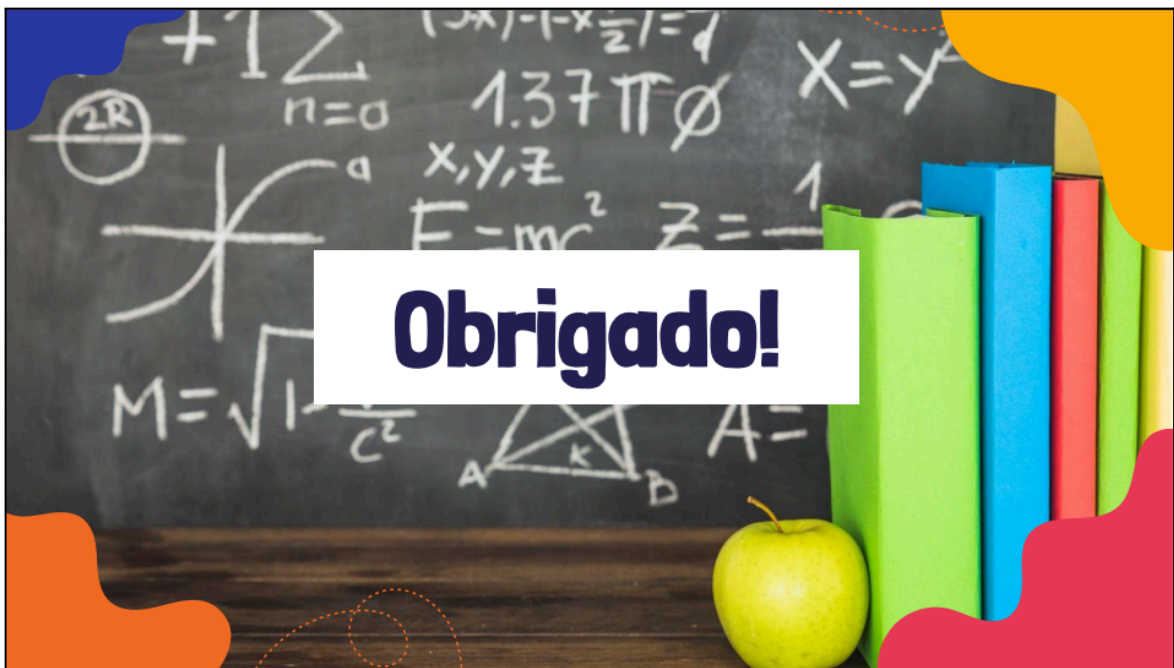
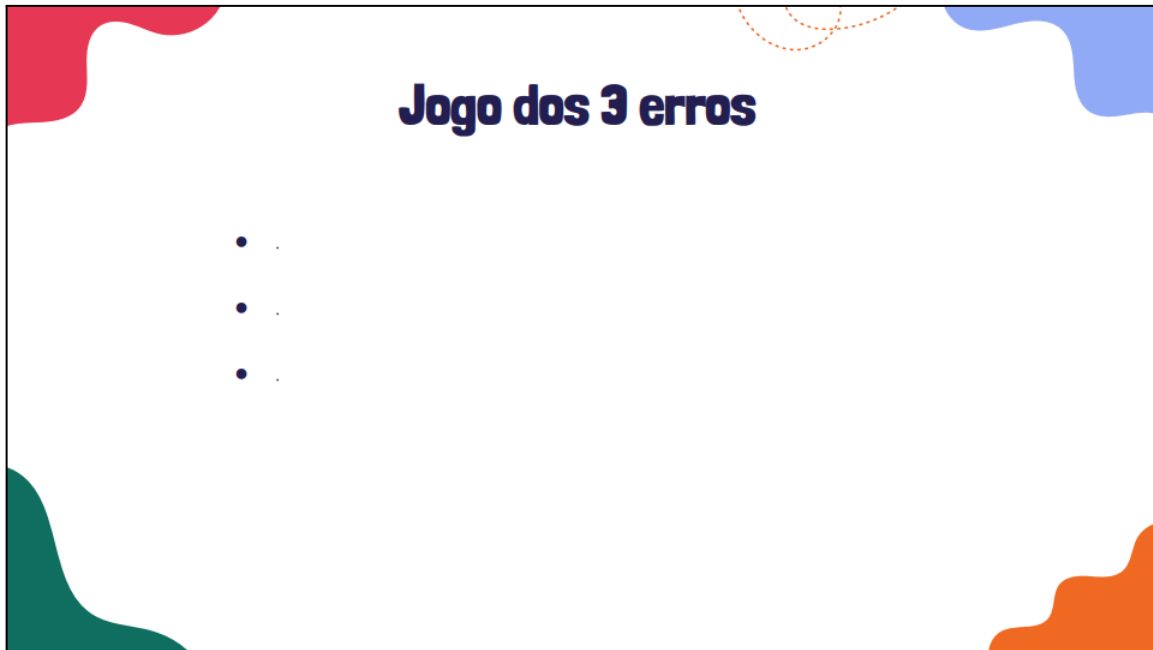
- $\sqrt{25}$
- $\sqrt{64}$
- $\sqrt{81}$
- $\sqrt{100}$
- $14 - 9 =$
- $16 - 9 =$
- $22 - 9 =$
- $35 - 9 =$

Jogo dos 3 erros

Equação do Primeiro Grau

a) $5x + 2 = 37$

$1 + 1 = 2$



Apêndice A-2: Apostila

Diretoria de Ensino Superior

Licenciatura em Matemática

Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática

Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Álgebra

Licenciandos: Ayla Alva Sales Abreu, Carlos Alberto Leite Bello Filho, Lívia dos Santos Rangel e Maria Clara Campos Vaz

Nome: _____ Data: __/__/2023

Apostila I – Equações do 1º grau

Exercícios

a) $6x + 12 = 9x$

b) $x + 13 = 2x + 8$

c) $\frac{x-6}{3} = \frac{26}{3} - x$

d) $1 - \frac{7}{10} = \frac{x}{2} + \frac{3x}{5}$

Jogo dos erros

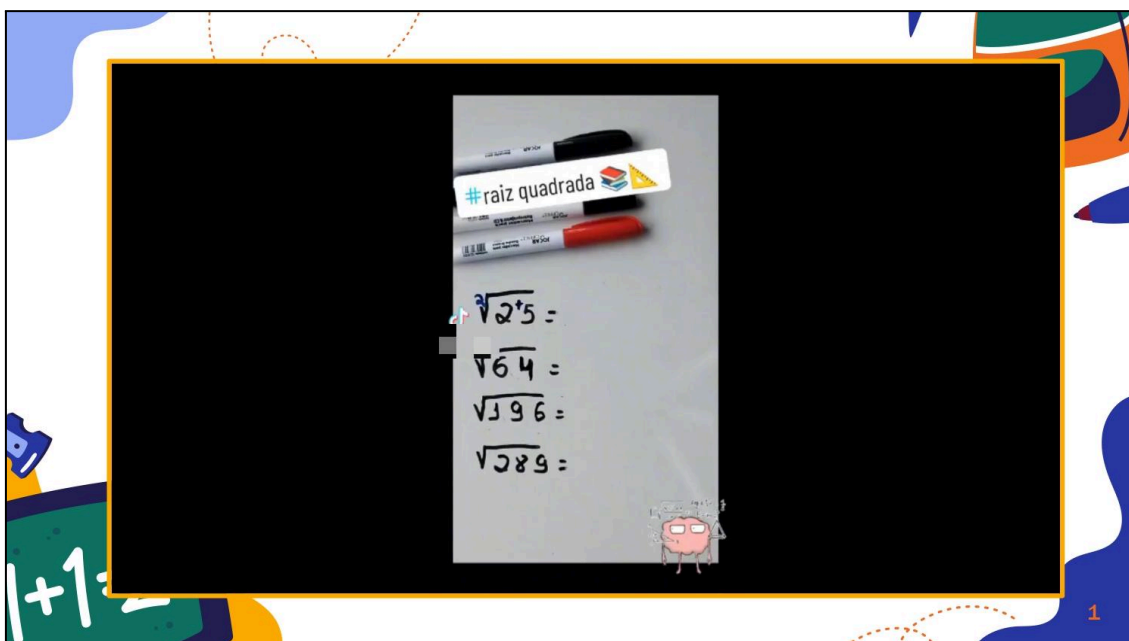
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular

Apêndice B-1: Apresentação de Slides

Macetes e videoaulas dão match? Uma análise sobre a equação do 1º. Grau

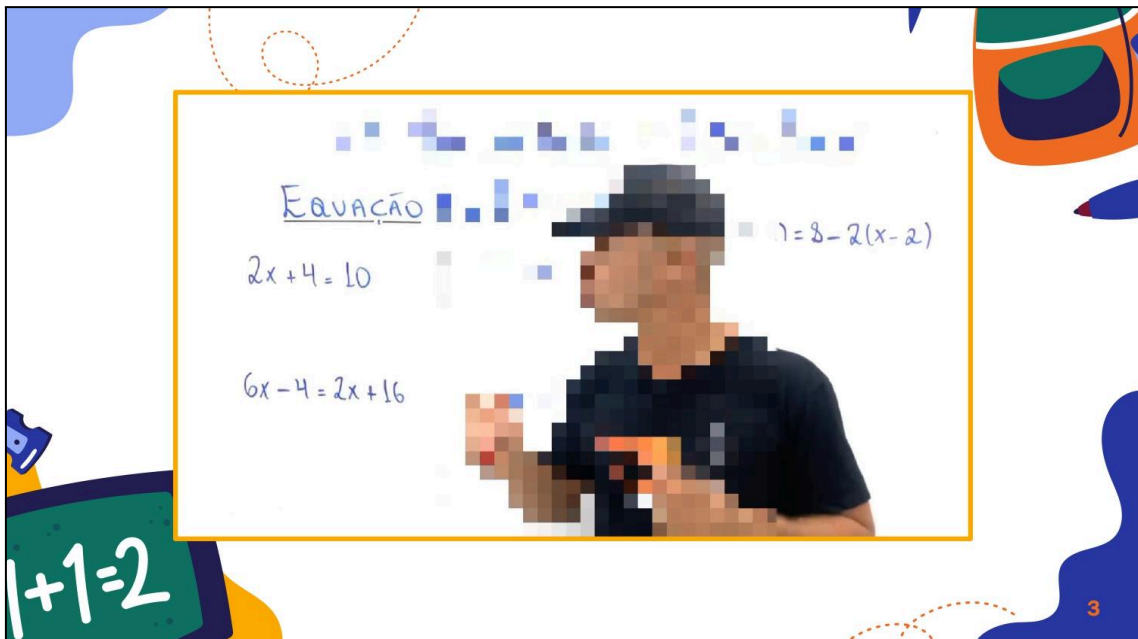
Licenciandos: Ayla Abreu, Livia Rangel, Maria Clara Vaz
Orientadora: Profª Ana Paula Rangel de Andrade



Desmistificando alguns macetes

- $\sqrt{25}$
- $\sqrt{64}$
- $\sqrt{81}$
- $\sqrt{100}$
- $14 - 9$
- $16 - 9$
- $22 - 9$
- $35 - 9$

2



EQUAÇÃO

$$2x + 4 = 10$$
$$6x - 4 = 2x + 16$$
$$7 = 8 - 2(x - 2)$$

1+1=2

3

Equação

Definição:

Equações são igualdades que contêm pelo menos uma letra que representa um ou mais números desconhecidos.

EXEMPLOS:

$$4x + 8 = 0$$

$$2x - 9 = x + 11$$

(Dante, 2012, p. 109).

4

Equação (cont.)

NÃO SÃO EQUAÇÕES

$$10 + 7 = 5 + 12$$

$$2x - 5 > 4$$

$$4 \neq -3$$

5

Equação do 1º grau

Definição:

Denomina-se equação do 1º grau toda equação na forma $ax+b=0$, onde a incógnita possui expoente 1 ($a \in R^*$ e $b \in R$).

(Barbosa; Lins, 2012).

Equação do 1º Grau (cont.)

O que antecede o sinal da igualdade denomina-se 1º membro, e o que sucede, 2º membro, que antecede o sinal da igualdade

Por exemplo:

$$\underbrace{3x + 9}_{1^\circ \text{ membro}} = \underbrace{x + 25}_{2^\circ \text{ membro}}$$

Equação do 1º Grau (cont.)

Resolução da Equação do 1º grau:

Propriedade aditiva da igualdade:

Se somarmos ou subtrairmos o mesmo número racional em ambos os membros de uma igualdade, obtemos uma nova igualdade.

Exemplo: Se $a = b$ então $a + c = b + c$

(Dante, 2018)

Equação do 1º Grau (cont.)

Resolução da Equação do 1º grau:

a) $15 = x - 3$

b) $x + 13 = 2x + 8$

c) $-2x - 25 = -x + 5$

Equação do 1º Grau (cont.)

Resolução da Equação do 1º grau:

Propriedade multiplicativa da igualdade

Se multiplicarmos ou dividirmos ambos os membros de uma igualdade por um mesmo número racional diferente de zero, obtemos uma nova igualdade.

Exemplo: Se $a = b$, então $a \cdot c = b \cdot c$, qualquer seja o número c .

(Dante, 2018)

19

Equação do 1º Grau (cont.)

Exercícios:

d) $6x + 12 = 9$

e) $4x - 14 = 2x + 8$

f) $18 + 3x = 5x - 2$

11

Equação do 1º Grau (cont.)

A técnica do equilíbrio:

Uma equação do primeiro grau, pode ser vista como uma balança de dois pratos em equilíbrio. O equilíbrio da balança como metáfora para a igualdade da equação e, assim, as operações realizadas em ambos os membros de uma equação mantendo a igualdade, são comparadas às ações sobre os pratos da balança para manter o equilíbrio.

(Dante, 2012, p. 130)

12

Equação do 1º Grau (cont.)

A técnica do equilíbrio:



- a) $x + 7 = 2x + 1$
- b) $x + 13 = 2x + 8$
- c) $3x + 1 = 2x + 6$

13

Equação do 1º Grau (cont.)

Incógnita	Variável
$3x = 15$	$9x = 3y$
$8a = 7a + 9$	$2x + 4y = 0$
$7 = 7y$	$5a = b - 3$

14

Jogo dos erros

Equação do Primeiro Grau

a) $5x + 2 = 37$

$1+1=2$

15

Bibliografia

BARBOSA, Edelweis Jose Tavares; LINS, Abigail Fregni. Organização Praxeológica: Equação do Primeiro Grau em Livros didáticos do 7 ano do ensino fundamental. SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, v. 5, p. 1-19, 2012. Disponível em: <https://tinyurl.com/9mndkfu6>. Acesso em: 20 set. 2023.

BOSCOLO, Alcides.; CASTRUCCI, Benedito. Curso Moderno de Matemática para o ciclo ginásial. Volume 2. Ed. FTD, São Paulo. 1970.

DANTE, L. R. Projeto Teláris: Matemática. 1 ed. São Paulo: Ática, 2012.

DANTE, Luiz Roberto. Teláris matemática, 7º ano : ensino fundamental, anos finais. 3. ed. São Paulo: Editora Ática, 2018. Disponível em: <https://tinyurl.com/2z4vwr74>. Acesso em 25 mar. 2023.

16



Obrigada!

17

Apêndice B-2: Apostila aplicada na turma regular



Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Álgebra
Licenciandos: Ayla Alves Sales Abreu, Livia dos Santos Rangel e Maria Clara Campos Vaz

Nome: _____ Data: 09/03/2023

Equações do 1º grau

1- Resolva os exercícios abaixo utilizando as propriedades aditivas e multiplicativas:

a) $15 = x - 3$

b) $x + 13 = 2x + 8$

c) $-2x - 25 = -x + 5$

d) $6x + 12 = 9$

e) $4x - 14 = 2x + 8$

f) $18 + 3x = 5x - 2$

3- Resolva os exercícios abaixo utilizando as propriedades aditivas e multiplicativas:

a) $11x + 27 = 20x$

b) $7x + 60 = 16x + 6$

c) $36 + 6x = 10x - 4$

Anexo

Anexo A: Manual da Balança Numérica Matemática

#matemática
DE ALTA PERFORMANCE
TE LEVAMOS PARA OUTRO NÍVEL DE JOGO

MMP
MATERIAIS PEDAGÓGICOS

Balança Numérica Matemática



Veja a playlist deste material:



FACEBOOK
@mmp.materiaispedagogicos

INSTAGRAM
@mmp.materiaispedagogicos

LINKEDIN
MMP Materiais Pedagógicos Matemáticos

MMPLAY
Canal YouTube MMP Materiais Pedagógicos Matemáticos

Sumário

Balança Numérica Matemática	3
Introdução	3
Ajuste de balanço	3
Igualdade.....	3
Atividade de igualdade	4
Soma	4
Subtração pela diferença.....	4
Números que complementam 10.....	5
Multiplicação	5
Atividade de multiplicação	5
Somando nos dois lados da igualdade - Passa para o outro lado somando ou subtraindo	6
Multiplicando uma igualdade	6
Atividades de equação	7
Inequações na balança.....	7
Atividades de inequação.....	8

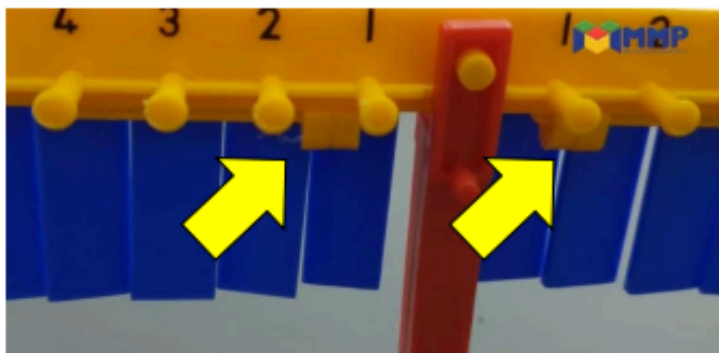
Balança Numérica Matemática

Introdução

A balança Numérica Matemática é uma balança especial para estudo das quantidades, formada por braços numerados de 1 a 10 e pesos iguais que podem ser colocados em qualquer uma das posições numeradas.

Ajuste de balanço

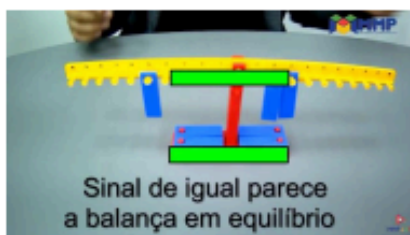
Pode ser que a balança fique desequilibrada porque as peças mecânicas estão desreguladas. Se isso acontecer use os pesos de ajuste que estão indicados pelas setas na imagem abaixo. Essas peças de ajuste acompanham a balança. É ideal que sejam colocadas na mesma posição, mais ao centro, evitando assim que essas peças se percam.



Igualdade

As primeiras atividades com a balança é o entendimento da igualdade, mostrando para o aluno que o sinal de igual pode ser lembrado como a base da balança e o braço quando estão na posição paralela, assim, o que está de um dos lados da balança é igual ao que está do outro lado. Ou melhor, o que está de um lado é equivalente e, tem o mesmo valor, do que está do outro lado, embora suas representações possam ser diferentes. Esta igualdade pode acontecer quando os valores são os mesmos (exemplo: $2=2$) ou quando as somas das posições são iguais.

A balança fica em equilíbrio quando o que está de um lado é equivalente ao que está do outro, como mostra a imagem a seguir.



Na imagem anterior vemos que a balança está em equilíbrio com $5 = 2 + 3$.

Atividade de igualdade

Identifique alguns valores de igualdade

Soma

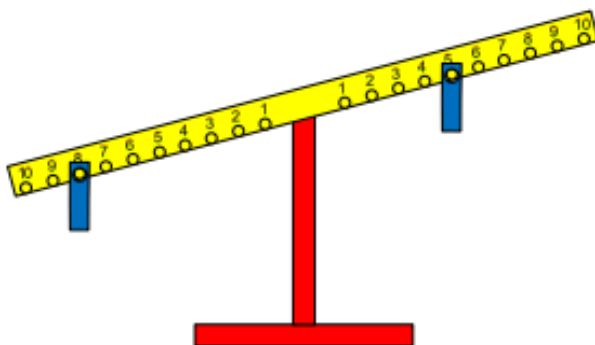
A soma é ilustrada na balança de uma forma bastante didática, uma vez que o equilíbrio acontece quando o que está de um lado é equivalente ao que está do outro. Faça as seguintes somas

- | | |
|-----------|-----------|
| a) $2+3=$ | e) $4+6=$ |
| b) $4+2=$ | f) $3+3=$ |
| c) $5+3=$ | g) $5+2=$ |
| d) $1+1=$ | h) $4+5=$ |

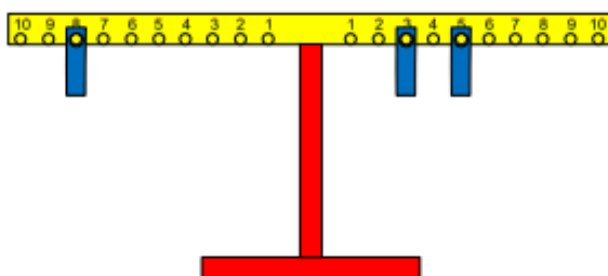
Subtração pela diferença

Uma atividade interessante com a balança é o entendimento da subtração pela diferença (ou pelo complemento). Nessa atividade, o professor define dois números para que seja feita a diferença e o aluno coloca um de cada lado. O lado maior vai ficar mais pesado, então o aluno vai descobrir qual o valor que deve ser colocado para que a balança volte a ficar em equilíbrio.

Vamos entender isso com um exemplo? Quanto é $8-5$? Primeiro colocamos os pesos em 8 e 5. O lado com 8 vai ficar mais pesado



O equilíbrio se dará novamente quando for colocado o peso na casa da diferença, ou seja, na casa 3. Sendo assim, o aluno consegue perceber que $8 - 5 = 3$.



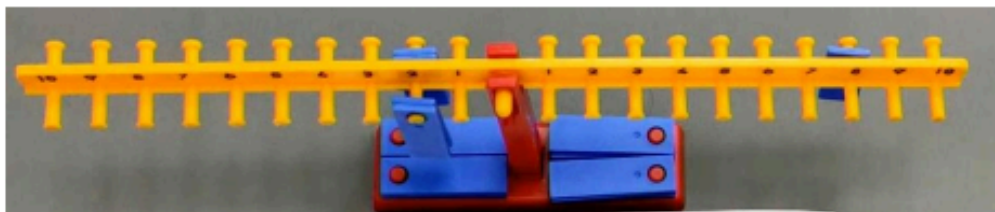
Números que complementam 10

Usando o conceito aprendido na seção anterior, monte os pares que somem 10.

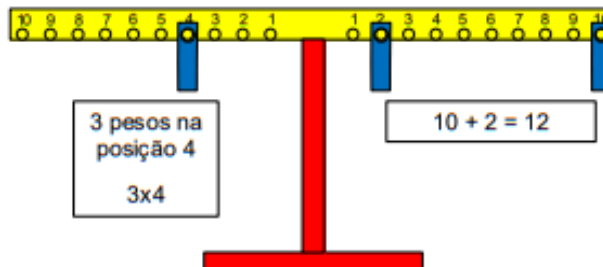
- | | |
|---------------|----------------|
| a) $10 - 1 =$ | f) $10 - 6 =$ |
| b) $10 - 2 =$ | g) $10 - 7 =$ |
| c) $10 - 3 =$ | h) $10 - 8 =$ |
| d) $10 - 4 =$ | i) $10 - 9 =$ |
| e) $10 - 5 =$ | j) $10 - 10 =$ |

Multiplicação

A Balança Numérica Matemática permite que se façam atividades de multiplicação, uma vez que em uma mesma casa possam ser colocados vários pesos. Por exemplo, se na casa de número 2 for colocados 4 pesos, em um dos lados da equação teremos $2 + 2 + 2 + 2$ ou 4×2 . No outro lado o equilíbrio vai acontecer quando for colocado um peso na casa 8. Como mostrado na imagem a seguir, na balança vista por cima.



Note que quando a multiplicação for acima de 10, será necessário usar mais de um peso como resposta, por exemplo $3 \times 4 = 12$



Atividade de multiplicação

Usando a Balança Numérica Matemática, faça as seguintes multiplicações:

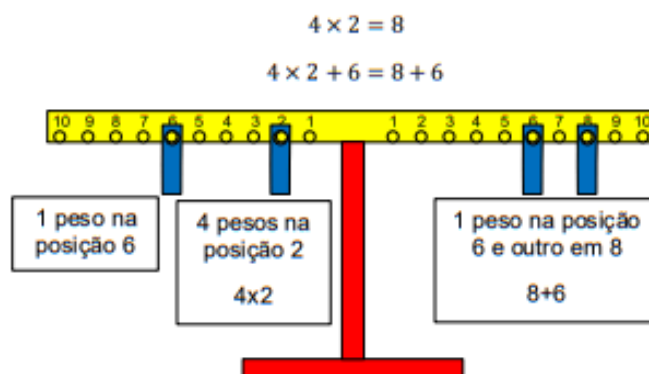
- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) 2×4 | e) 4×4 |
| b) 4×2 | f) 3×5 |
| c) 3×3 | g) 2×7 |
| d) 2×1 | h) 3×6 |

Somando nos dois lados da igualdade - Passa para o outro lado somando ou subtraindo

A Balança Numérica Matemática pode ser usada para ilustrar a famosa questão que é uma dúvida comum entre os alunos (e os adultos em geral) como eu resolvo e simplifico uma equação.

Nesta seção vamos mostrar que a igualdade se mantém quando adicionamos um peso igual dos dois lados da balança.

No exemplo da multiplicação, nós vimos que $4 \times 2 = 8$. Usando essa equação, se eu somar um número qualquer de um lado eu tenho que somar o mesmo número do outro. Vamos ilustrar isso somando o número 6 dos dois lados da equação



Assim, para resolver uma equação como $x + 3 = 9$, eu tenho que subtrair 3 dos dois lados a fim de manter os pesos nos dois lados

$$x + 3 - 3 = 9 - 3$$

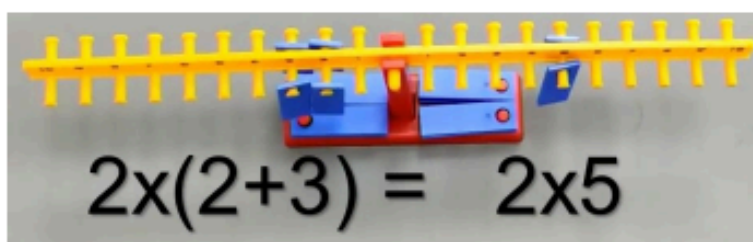
$$x = 6$$

Multiplicando uma igualdade

Da mesma forma que foi feito com a soma, se eu multiplicar os dois lados da equação por um fator, o equilíbrio vai se manter. Isso ilustra o que significa multiplicar ou dividir uma equação. Ou seja, passar para o outro lado multiplicando ou dividindo. Veja a equação

$$3 + 2 = 5$$

Se eu multiplicar os dois lados da equação por 2, ficará da seguinte forma:



Atividades de equação

Utilizando a balança, resolva as equações. Monte a equação com o valor a ser preenchido, a balança ficará desequilibrada e quando for colocado o peso no valor da resposta a balança voltará ao equilíbrio.

1 - Encontre a posição que deve ser colocado um peso (x) para que a equação se resolva. Monte a resposta na balança

- a) $x + 2 = 4$
- b) $x + 2 = 8$
- c) $x + 3 = 7$
- d) $x + 1 = 9$

- e) $x + 4 = 7$
- f) $x + 6 = 8$
- g) $x + 9 = 1$

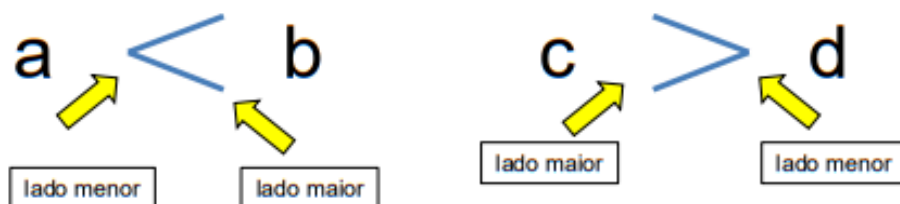
2 - Encontre os pesos que precisamos colocar na posição x . Exemplo: $2x + 2 = 4$ eu tenho que colocar 2 pesos na posição 1. São dois pesos porque a equação pede $2x$ e é na posição 1 porque a solução desta equação é $x = 1$. Monte essas equações na Balança Numérica Matemática.

- a) $2x + 2 = 6$
- b) $3x + 2 = 8$
- c) $2x + 3 = 7$
- d) $4x + 1 = 9$

- e) $3x + 4 = 7$
- f) $x + 6 = 8$
- g) $2x + 9 = 1$

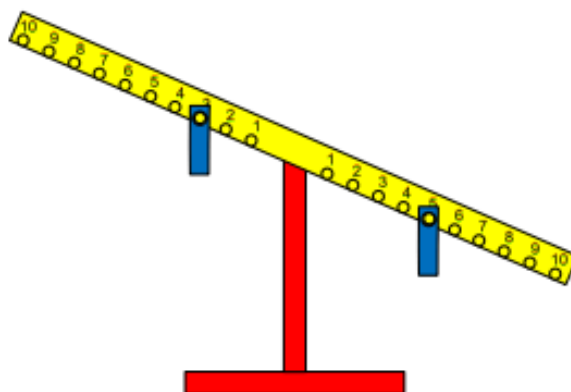
Inequações na balança

A balança também pode ser usada para comparação menor que ' $<$ ' e maior que ' $>$ '. Esses símbolos ($<$ e $>$) representam a comparação, pode ser entendido com o lado mais fechado é o lado com menor valor, a imagem se lê "a menor que b" e "c maior que d". O sinal \leq e \geq representam menor ou igual e maior ou igual.

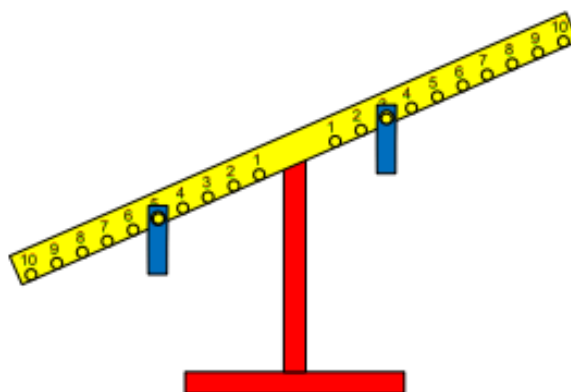


Na Balança Numérica Matemática, o lado menor fica mais acima do lado maior. Isso pode ser usado para se comparar qual lado tem maior valor.

Trazendo isso para as inequações, podemos ver quais os valores de x atendem a uma inequação, como por exemplo $x < 5$, os valores possíveis de x são 0, 1, 2, 3 e 4. Para todos esses valores o lado da balança fica mais leve que 5. Veja na imagem a seguir como fica essa equação ilustrada $x < 5$ com $x = 3$.



Vale ressaltar que "passar para o outro lado" também vale nas inequações, apenas tome cuidado que a operação pode interferir no sinal (Exemplo, se multiplicar por um número negativo, embora essa operação não pode ser ilustrada na balança). O sinal da inequação também se altera se eu trocar os números de lado, por exemplo: se eu trocar de lado a inequação $x < 5$ fica $5 > x$.



Atividades de inequação

Ache os valores possíveis de x para as seguintes inequações e coloque na balança.

- | | |
|-------------------|--------------------|
| a) $x + 2 < 4$ | e) $2x + 2 \geq 6$ |
| b) $x + 2 \leq 8$ | f) $3x + 2 < 8$ |
| c) $x + 3 \geq 7$ | g) $2x + 3 > 7$ |
| d) $x + 1 > 9$ | h) $4x + 1 \geq 9$ |