

RELATÓRIO DO LEAMAT

O DESENVOLVIMENTO DA LINGUAGEM ALGÉBRICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO RAZÃO E PROPORÇÃO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Clarice Andrade Leite

Filipe Souza Gordo

Mariana de Souza Louzada Gomes

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2024.2

Clarice Andrade Leite

Filipe Souza Gordo

Mariana de Souza Louzada Gomes

RELATÓRIO DO LEAMAT

O DESENVOLVIMENTO DA LINGUAGEM ALGÉBRICA NA RAZÃO E PROPORÇÃO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, *Campus* Campos Centro, como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Me. Leandro Sopeletto Carrero

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2024.2

SUMÁRIO

1 RELATÓRIO DO LEAMAT I	3
1.1 Atividades desenvolvidas	3
1.2 Elaboração da sequência didática	3
1.2.1 Tema	4
1.2.2 Justificativa	4
1.2.3 Objetivo geral	6
1.2.4 Público-alvo	6
2 RELATÓRIO DO LEAMAT II	7
2.1 Atividades desenvolvidas	7
2.2 Elaboração da sequência didática	8
2.2.1 Planejamento da sequência didática	8
2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II	13
3 RELATÓRIO DO LEAMAT III	15
3.1 Atividades desenvolvidas	15
3.2 Elaboração da sequência didática	15
3.2.2 Experimentação da sequência didática na turma regular	21
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	26
REFERÊNCIAS	27
APÊNDICES	28
Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II	29
Apêndice A1: Slides	30
Apêndice A2: Apostila	40
Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular	45
Apêndice B1: Apostila	46
Apêndice B2: Slides	51

1. RELATÓRIO DO LEAMAT I

1.1 Atividades desenvolvidas

No dia 17/10/2023, houve a apresentação do componente curricular do Laboratório de Ensino da Matemática (LEAMAT) e as orientações de como seria a sua condução ao longo do período pelo restante do período.

Em 19/10/2023, nos foi apresentado o plano de ensino do LEAMAT I e a forma de avaliação da disciplina, além de falar um pouco sobre as disciplinas de LEAMAT II e LEAMAT III.

No dia 16/11/2023, o professor orientador relatou o que é preciso ser desenvolvido no Leamat I. Além disso, foi discutido o texto “Álgebra é Mais do que Algebrismo” (Tinoco *et al*, 2013) que fala sobre um minicurso que tem como objetivo debater assuntos da álgebra, assuntos esses que foram desenvolvidos pela equipe do projeto fundão. Logo após, foi explicado algumas normas da ABNT.

No dia 30/11/2023, o professor deu continuidade à discussão do texto “Álgebra é mais do que Algebrismo” destacando pontos específicos que dificultam o ensino da álgebra, e depois foi discutido o texto “As dificuldades do professor de matemática no ensino da álgebra: algumas reflexões” (Pacheco; Bezerra, 2019) Que fala sobre a falta de habilidade e conhecimento que o Licenciado possui ao ensinar álgebra.

No dia 14/12/2023 foi definido o tema que cada grupo irá trabalhar nas linhas de pesquisas de geometria e álgebra. Logo após fomos ao LEAMAT analisar relatórios antigos para verificar se não havia algum tema semelhante, e houve um momento de análise da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

No dia 08/02/2024, continuamos desenvolvendo a apresentação do projeto.

Em 22/02/2024, realizamos a apresentação do projeto.

1.2 Elaboração da sequência didática

1.2.1 Tema

Razão e proporção

1.2.2 Justificativa

De acordo com a BNCC (Brasil, 2018) a unidade temática Álgebra tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.

Neste sentido, o ensino inicial nesta área deve principalmente considerar a necessidade de trabalhar com as crianças alguns conceitos básicos, instrumentais para a construção de significado nesse campo. Alguns estudos evidenciam esforços no sentido de propor situações didáticas, demonstrando que é possível garantir a compreensão dos conceitos algébricos utilizando uma linguagem menos formal, mas sem esquecer o uso adequado de termos considerados relevantes dentro da linguagem matemática (Rivera, 2017, p. 10).

O presente trabalho a ser desenvolvido no Leamat I busca apresentar uma proposta didática a qual buscará desenvolver o pensamento algébrico. Visto a dificuldade dos alunos perante a linguagem matemática e ao conteúdo de razão e proporção, que tem como objetivo compreender situações problemas relacionados à proporcionalidade, tratando se de uma igualdade entre duas razões diferentes. Que é essencial para diversas áreas de conhecimento.

Porém, o ensino do conteúdo mencionado vem sendo cada vez mais mecanizado, pois o ensino da álgebra está se restringindo há algumas formas operacionais, na maioria das vezes descartando o pensamento algébrico. Souza e Raimundo (2023) destacam que:

A razão e a proporção são conceitos fundamentais da Matemática que têm aplicação em diversas áreas do conhecimento, além de serem essenciais para a compreensão de assuntos mais avançados, como álgebra e geometria. O ensino de razão e proporção muitas vezes é realizado de forma mecânica e descontextualizada, dificultando a assimilação e aplicação dos conceitos pelos alunos (Sousa, Raimundo, 2023, p.8).

Silva (2017), afirma que “a falta de compreensão dos alunos em situações que envolvem a transição da aritmética para a álgebra faz com que muitos deles acreditem que a álgebra é difícil e na maioria das vezes inútil”. Dito isto o autor citado propõe que:

Faz-se necessário perceber onde estão concentradas as dificuldades dos alunos ao se deparar com a álgebra e se estas dificuldades estão relacionadas a conteúdos que necessitam de uma linguagem rigorosa adquirida previamente nos anos iniciais. Se incluem somente dificuldades relativas aos conceitos e procedimentos da Matemática formalizada ou se são dificuldades relacionadas ao próprio conhecimento da língua materna, ou seja, se envolvem questões relacionadas com a alfabetização, como o vocabulário, a leitura e interpretação de texto (Silva *et al*, 2017, p.9,10).

No entanto, o letramento matemático refere-se à capacidade de identificar e compreender o papel matemático, ou seja, uma pessoa pode formular cálculos com facilidade e agilidade. Contribui de maneira positiva para o ensino e aprendizagem do aluno.

Diante do exposto, o letramento matemático é uma parte fundamental para o entendimento da álgebra, segundo a BNCC:

O ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (Brasil, 2018, p. 266).

É válido ressaltar que o ensino de razão e proporção na matemática é necessário e ideal para o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno, porém, na maioria das vezes é trabalhado de forma mecanizada, desta forma Sousa afirma que:

A razão e a proporção são conceitos fundamentais da Matemática que têm aplicação em diversas áreas do conhecimento, além de serem essenciais para a compreensão de assuntos mais avançados, como álgebra e geometria. O ensino de razão e proporção muitas vezes é realizado de forma mecânica e descontextualizada, dificultando a assimilação e aplicação dos conceitos pelos alunos (Sousa, Raimundo, 2023, p.8).

Sendo assim, a utilização de recursos tecnológicos na sala de aula contribui na aprendizagem dos alunos de maneira eficiente, uma vez que a tecnologia está cada vez mais presente no cotidiano e nas salas de aula como um recurso didático contribuindo para as aulas, para que o docente possa ensinar de forma prática e

dinâmica. O uso da tecnologia dentro de sala, permite que os alunos tragam resultados positivos. Segundo, (Sá; Machado)

O uso das tecnologias na sala de aula vem se tornando uma ferramenta de grande importância, pois consegue auxiliar tanto o professor quanto o aluno na explicação e na compreensão dos conteúdos. Com a tecnologia na aula os alunos sentem-se mais motivados a aprender e a partir disso o docente consegue ensinar de forma mais dinâmica e criativa (Sá; Machado, 2017, p. 1).

Diante disso, foi aderido ao uso de jogos digitais em sala de aula. A escolha da gamificação se deu de sua função dinâmica e hiperativa com o principal objetivo de solucionar problemas, ou seja, utilizar jogos como recurso didático ajuda a manter a atenção dos alunos na aula e no conteúdo para o jogo.

A gamificação surge como uma possibilidade de conectar a escola ao universo dos jovens com o foco na aprendizagem, por meio de práticas como sistemas de ranqueamento e fornecimento de recompensas. Mas, ao invés de focar nos efeitos tradicionais como notas, por exemplo, utilizam-se estes elementos alinhados com a mecânica dos jogos para promover experiências que envolvem emocionalmente e cognitivamente os alunos (Alves *et al*, 2014).

1.2.3 Objetivo geral

Desenvolver a linguagem algébrica por meio da resolução de problemas que envolvam razão e proporção.

1.2.4 Público-alvo

7°. ano do Ensino fundamental II

2. RELATÓRIO DO LEAMAT II

2.1 Atividades desenvolvidas

No dia 5 de julho, ocorreu a apresentação da disciplina, onde foi apresentada proposta do LEAMAT II, que visa a preparação de uma aula a ser ministrada para a turma. Foi explicado que deveríamos começar a pensar na elaboração da aula, o que será proposto e quais recursos e materiais serão utilizados para a aplicação da sequência didática baseado no que foi proposto durante as aulas de LEAMAT I.

Em 12 de julho, foram realizadas pesquisas em livros didáticos, tanto digitais quanto impressos disponíveis no laboratório, a fim de servir como base para a criação da apostila. Também teve resposta sobre algumas dúvidas em relação à produção dos materiais. Além disso, também foram pesquisados relatórios de projetos anteriores para a estruturação do relatório de LEAMAT II.

No dia 26 de julho, foi dada continuidade ao desenvolvimento da sequência didática, produzindo os materiais que seriam aplicados na sequência como apostila, slides e o material concreto. Também foram tiradas algumas dúvidas sobre como seria o andamento da aula experimental e como deveriam ser os materiais.

Em 2 de agosto, continuaram as preparações para a aplicação da sequência didática, produzindo a apostila e os slides. Também foram decididas as datas para as aplicações da sequência didática de cada linha, sendo a data da linha de álgebra dia 23 de agosto.

No dia 16 de agosto, foi o último dia para realizar os ajustes necessários nos materiais que seriam utilizados nas aplicações das sequências didáticas, que foram corrigidos pelos orientadores e também foram sanadas dúvidas sobre a apresentação para a turma de LEAMAT II.

Do dia 22 de agosto ao dia 11 de outubro foram reservados para aplicação das sequências didáticas de cada linha, a aplicação da sequência didática da linha de álgebra ficou para o dia 23 de agosto.

Do dia 18 de outubro ao dia 1 de novembro, foi destinado às alterações no relatório de cada linha, registrando o planejamento da sequência didática e o resultado da aplicação com os comentários feitos pelos professores e alunos.

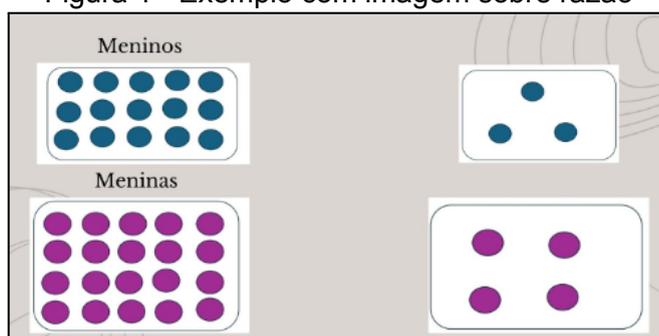
2.2 Elaboração da sequência didática

2.2.1 Planejamento da sequência didática

A sequência didática com o tema “Razão e Proporção” foi elaborada com o objetivo de aprimorar a linguagem algébrica dos alunos envolvendo os conceitos de razão e proporção. Visto que o ensino de razão e proporção na álgebra tende a ser bastante automatizado. Com isso, o objetivo dessa sequência didática é aprimorar a linguagem algébrica envolvendo esses conceitos. Com intuito de alcançar o objetivo geral, a aula será dividida em 5 etapas, utilizando ferramentas educacionais como lousa, apresentações em slides (Apêndice A1), apostilas (Apêndice A2) e material concreto.

Na primeira etapa, será explicado o conceito de razão com o auxílio dos slides e da apostila, que terão todo o conteúdo abordado em aula. Após isso, será apresentado um exemplo aos alunos que retrata a relação entre a quantidade de alunos meninos e a quantidade de alunas meninas de uma escola. Para que os alunos possam ter uma melhor compreensão do problema, será utilizado imagens que simbolizam a quantidade dos alunos de cada gênero e a razão obtida entre esses números.

Figura 1 - Exemplo com imagem sobre razão

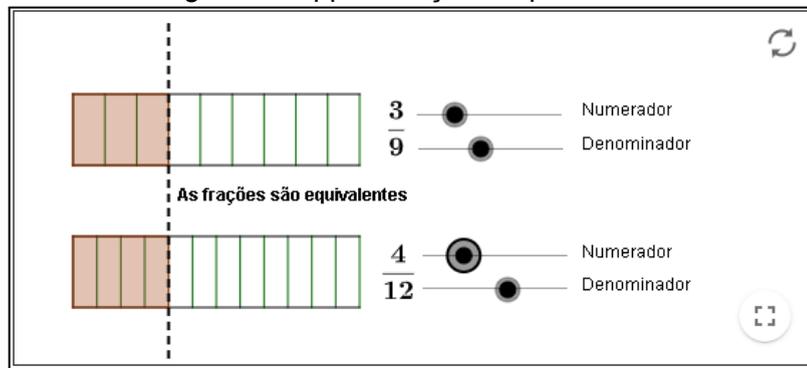


Fonte: Elaboração própria.

Ainda na primeira etapa, será apresentado as frações equivalentes também com a ajuda da apostila e dos slides com a matéria contida neles. Mas, para que facilite o entendimento dos alunos, será explicado o conceito de frações equivalentes com uso do software do geogebra utilizando um applet, na qual é

possível mover o controle deslizante para determinar o denominador e o numerador de cada fração e assim obtém-se frações e figuras equivalentes.

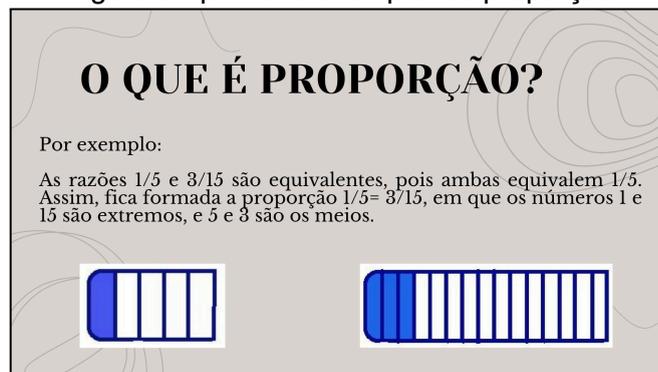
Figura 2 - Applet Frações Equivalentes



Fonte: Elaboração própria.

Na segunda etapa, será iniciada a explicação do conceito de proporção por meio da apostila e dos slides. Serão apresentados aos alunos, dois exemplos sobre proporção, sendo um com duas frações e a representação de cada uma com uma imagem, mostrando que a mesma figura pode ser dividida de maneiras diferentes mas que continuam tendo a mesma proporção.

Figura 3 - primeiro exemplo de proporção



Fonte: Elaboração própria.

Já no segundo exemplo de proporção, será retomado o problema apresentado em razão, mas com o objetivo de descobrir a proporção entre a turma apresentada anteriormente e outra turma da mesma escola, verificando a proporcionalidade entre elas.

Figura 4 - Segundo exemplo de proporção

O QUE É PROPORÇÃO?

- Exemplo:

Como vimos, na turma 7ªA, a razão entre o número de meninos (15) e o número de meninas (20) é igual a $\frac{3}{4}$, ou seja, para cada 3 meninos há 4 meninas.

Veja a razão entre o número de meninos e meninas na turma 7ªB.

Na turma 7ªB, temos 12 meninos e 16 meninas

Fonte:Elaboração própria.

Continuando na segunda etapa, será apresentada a propriedade fundamental das proporções a partir de um exemplo. Este exemplo consiste na utilização de duas frações proporcionais entre si. A multiplicação entre elas será feita, com o uso do método dos produtos dos meios pelos produtos dos extremos, onde obterá o resultado e assim finalizando a segunda etapa.

Figura 5 - Exemplo com a propriedade

PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DAS PROPORÇÕES

Consideremos a proporção $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ temos:

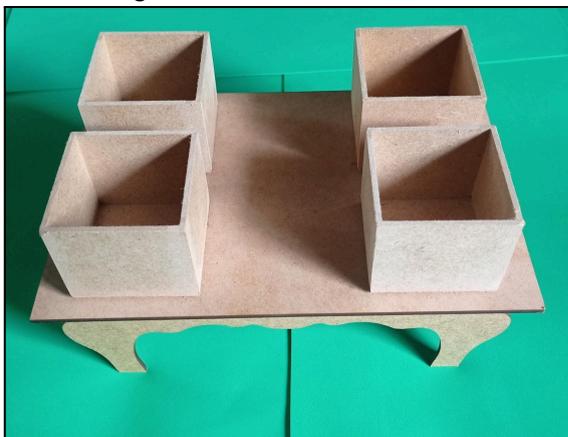
- $3 \times 10 = 30$ (produto dos extremos)
- $5 \times 6 = 30$ (produto dos meios)

Isso pode ser verificado quando multiplicamos ambas as razões por 5×10 (produto dos consequentes).

Fonte:Elaboração própria.

Na terceira e última etapa, será apresentado aos alunos um material confeccionado para a aula, ele consiste em uma base de MDF semelhante a uma mesa com quatro caixinhas de mesmo material coladas sobre a base. O objetivo deste material é demonstrar duas frações equivalentes, uma do lado da outra.

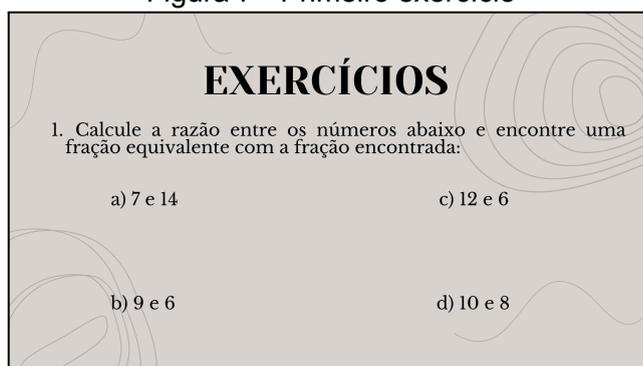
Figura 6 - Material Concreto



Fonte: Elaboração Própria.

Com a apresentação do material, os alunos terão que resolver algumas questões contidas na apostila com o auxílio dele, sendo três questões ao todo. Na primeira questão, os alunos deverão utilizar os números dados por cada alternativa da questão e encontrar uma fração, para então depois encontrar uma fração equivalente a que foi encontrada pelos alunos anteriormente.

Figura 7 - Primeiro exercício



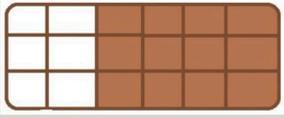
Fonte: Elaboração própria.

Já na segunda questão, os alunos deverão analisar a imagem de uma barra de chocolate e determinar a razão entre o número de quadradinhos faltantes e a quantidade de quadradinhos que restaram, também utilizando o material para demonstrar a razão obtida.

Figura 8 - Segundo exercício

EXERCÍCIOS

2. O desenho abaixo mostra uma barra de chocolate com uma parte faltando. Represente por meio de uma razão, a quantidade de chocolates faltantes e a quantidade de chocolates presentes:



Fonte: Elaboração própria.

Na terceira questão, os alunos irão encontrar o valor de x nas proporções em cada uma das alternativas, com o apoio do material para realizar os cálculos e representar as frações.

Figura 9 - Terceiro exercício

EXERCÍCIOS

3. Calcule o valor de x em cada uma das proporções abaixo:

a) $\frac{4}{x} = \frac{8}{12}$ c) $\frac{1}{3} = \frac{4}{x}$

b) $\frac{x}{15} = \frac{1}{3}$ d) $\frac{5}{4} = \frac{x}{8}$

Fonte: Elaboração própria.

E para finalizar a aula, será apresentada uma questão de vestibular do IFF sobre o tema de razão e proporção para que os alunos possam observar como é a estrutura dela, porém essa questão será realizada sem o apoio do material. Assim que os alunos conseguirem resolver, a questão será feita no quadro e a aula será finalizada.

Figura 10 - Questão de vestibular

Questão de vestibular

(IFF - 2019 Adaptada) Mariana possui três cães da raça Labrador de mesma idade e, para evitar a obesidade nos seus animais, decidiu controlar a alimentação deles usando uma tabela que associa a quantidade de ração consumida por dia com a idade do animal. Atualmente, os animais consomem, juntos, um saco de 24 kg de ração especial a cada 20 dias. Dessa forma, a quantidade de quilogramas de ração que cada animal consome por mês (considere o mês com 30 dias) é de?

Fonte: Elaboração própria.

2.2.2 Aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II

A aula iniciou com a entrega das apostilas que foi utilizado como material didático de apoio, para que os alunos pudessem acompanhar a explicação que foi conduzida por meio de slides seguindo a sequência didática da apostila. Logo após, foi dado início à apresentação da sequência didática, introduzindo o conceito de razão, explicado a partir do conhecimento de divisão como no exemplo da (figura 1).

Na fase inicial da aula, foram abordadas as frações equivalentes com exemplos simples que podiam ser resolvidos manualmente, além de utilizar o applet do Geogebra (figura 2), a classe aprovou o applet e sugeriram que permitisse os alunos o manipularem. Em seguida, ocorreu a explicação do conceito de proporção com o uso de figuras equivalentes e exemplos (Figura 3) feitos no quadro, retomando o tema do exemplo de razão. Após isso, iniciou-se a explicação da propriedade fundamental das proporções, utilizando também de exemplos (Figura 5) realizados no quadro. Professores e alunos sugeriram uma melhor organização no quadro ao fazer a resolução da atividade.

Terminando as explicações, ocorreu a apresentação do material concreto na qual os alunos utilizaram para resolver as questões que foram propostas. Um integrante de cada grupo realizou uma operação ou mais. Com a resolução das atividades feita pelos alunos com o apoio do material, a aula foi finalizada e iniciou-se os comentários sobre a sequência didática.

Algumas sugestões foram dadas, como organizar melhor a apostila deixando mais atrativa para uma turma de sétimo ano evitando o modo tradicional; explicar o

conteúdo com mais calma; manter uma melhor organização na apresentação. Já na aplicação do material concreto os alunos ficaram com dúvidas de como iriam utilizar o objeto, uma vez que, eles não conseguiram entender o porquê do material já que as contas de proporção eram resolvidas mentalmente. E ainda ocorreram diversas dificuldades, como tirar as missangas de dentro das caixinhas, já que eram um pouco altas e atrapalhava na manipulação.

Como a manipulação do material concreto não ocorreu de forma positiva, foi aconselhado duas opções: a primeira seria a mudança do material utilizado por uma prancheta com bolinhas para que os alunos pudessem dividi-las em grupos, e a segunda seria explorar mais o applet do geogebra e usá-lo mais na aula, mas assim tendo que modificar a sequência didática.

Na questão do vestibular, foi recomendado que os alunos fizessem, porém, um integrante do grupo achou melhor não resolver o exercício, pois alguns disseram que não conseguiram chegar no resultado. Com isso, o orientador e colegas de salas sugeriram remover a atividade, pois por se tratar de uma turma de 7°. Ano de ensino fundamental, seria mais complicado para eles e nem todos os alunos conseguiriam solucionar o problema proposto.

Por fim, foi sugerido pelos professores que a apostila ficasse mais lúdica, para atrair a atenção dos alunos e trazer mais a questão do ensino da razão e proporção de forma não mecanizada.

3. RELATÓRIO DO LEAMAT III

3.1 Atividades desenvolvidas

No dia 19 de novembro de 2024, foi o início das aulas de LEAMAT III onde o grupo conversou com os orientadores sobre as alterações a serem realizadas nas sequências didáticas, incluindo os materiais aplicados na turma de LEAMAT II.

No dia 26 de novembro de 2025, ocorreu uma conversa com o orientador sobre as mudanças que seriam feitas e deu-se início às mudanças na sequência didática

Do dia 03 de dezembro de 2024 ao dia 18 de março de 2025 foram realizadas as alterações da sequência didática, correções, dúvidas e reaplicação da sequência didática para orientador.

No dia 21 de março, ocorreu no Colégio Santo Amaro a aplicação da sequência didática para a turma regular.

Entre os dias 25 de março e 06 de maio foi realizada a elaboração da apresentação para turma do LEAMAT III, correção e conclusão de relatório.

3.2 Elaboração da sequência didática

Após a análise das sugestões feitas decorrentes da aplicação da sequência didática na turma do LEAMAT II, o grupo percebeu a necessidade de mudanças em alguns tópicos da sequência didática. Destacam-se as seguintes alterações em relação a versão inicial da sequência didática:

- Foi adicionada uma revisão sobre frações e uma atividade para reforço (Figura 11 e Figura 12).

Figura 11 - Apostila anterior



INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campos
Campus Centro



GOVERNO FEDERAL
MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO
UNião e INovação

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Álgebra
Licenciandos:
Orientador: Prof. Me. Leandro Sopeletto Carrero
Nome: _____ Data: ___ / ___ / 2023.

RAZÃO E PROPORÇÃO

- **Razão**

A razão entre dois números a e b, com $b \neq 0$, é o quociente de a:b, que pode ser indicado por $\frac{a}{b}$. Por exemplo:

A razão entre 9 e 15 é 9:15 ou $\frac{9}{15}$ ou $\frac{3}{5}$.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 12 - Apostila atualizada



INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campos
Campus Centro



GOVERNO FEDERAL
MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO
UNião e INovação

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Álgebra
Licenciandos: Clarice Andrade Leite, Filipe Souza Gordo e Mariana de Souza Louzada Gomes.
Orientador: Prof. Me. Leandro Sopeletto Carrero
Nome: _____ Data: ___ / ___ / 2025.

RAZÃO E PROPORÇÃO

Relembrando Frações ...

Fração é uma representação matemática de determinadas quantidades que foram divididas em pedaços iguais.



$$\frac{1}{5}$$

→ Numerador
→ Denominador

Atividade 1

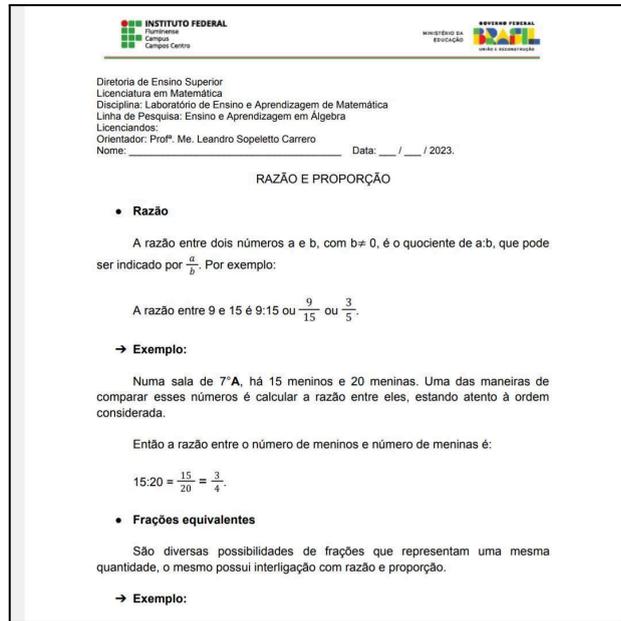
1. O desenho abaixo mostra uma barra de chocolate com uma parte faltando. Represente por meio de uma fração, a quantidade de chocolates faltantes e a quantidade de chocolates presentes:



Fonte: Elaboração própria.

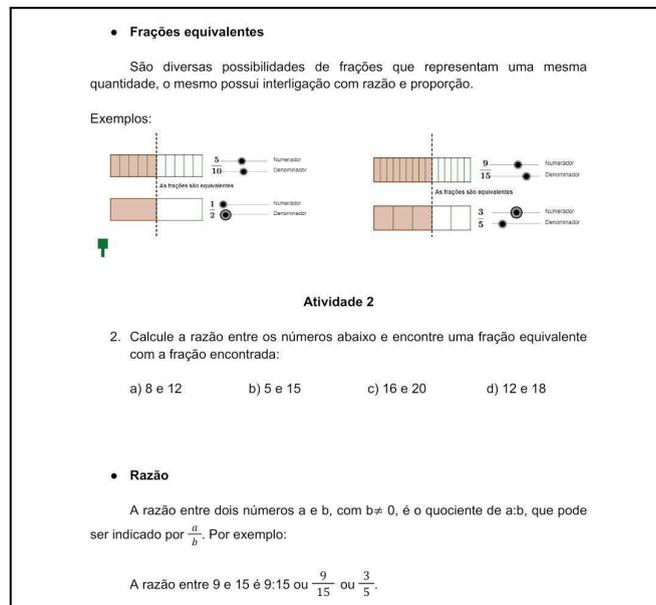
- Mudanças na ordem da apostila, colocando frações equivalentes antes de razão (Figura 13 e Figura 14).

Figura 13 - Organização da apostila antiga



Fonte: Elaboração própria.

Figura 14 - Organização da apostila atualizada



Fonte: Elaboração própria.

- Inserir imagens do applet do Geogebra sobre frações equivalentes e novas atividades foram incluídas (Figura 15 e Figura 16).

Figura 15 - Sem figuras e atividade

- **Frações equivalentes**
São diversas possibilidades de frações que representam uma mesma quantidade, o mesmo possui interligação com razão e proporção.

→ Exemplo:

- **Proporção**
Se duas razões são equivalentes, elas formam uma proporção.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 16 - Com figuras e atividade

- **Frações equivalentes**
São diversas possibilidades de frações que representam uma mesma quantidade, o mesmo possui interligação com razão e proporção.

Exemplos:

Atividade 2

2. Calcule a razão entre os números abaixo e encontre uma fração equivalente com a fração encontrada:

a) 8 e 12 b) 5 e 15 c) 16 e 20 d) 12 e 18

Fonte: Elaboração própria.

- A parte sobre a propriedade fundamental das proporções foi removida (Figura 17 e Figura 18).

Figura 17 - Apostila com a propriedade

• **Propriedade fundamental das proporções**

Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Simbolicamente: se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ é uma proporção, então $a \cdot d = b \cdot c$

→ **Exemplo:**

Consideremos a proporção $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ temos:

- $3 \times 10 = 30$ (produto dos extremos)
- $5 \times 6 = 30$ (produto dos meios)

Fonte: Elaboração própria.

Figura 18 - Apostila sem a propriedade

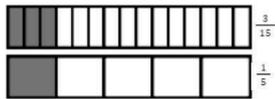
• **Proporção**

Se *duas razões são equivalentes, elas formam uma proporção.*

Assim, se a razão entre os números **a** e **b** é equivalente entre os números **c** e **d**, dizemos que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ é uma proporção.

» **Exemplo 2**

1) As frações $\frac{1}{5}$ e $\frac{3}{15}$ são equivalentes, pois ambas equivalem a $\frac{1}{5}$.
Assim, fica formada a proporção $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$, em que os números 1 e 15 são extremos, e 5 e 3 são os meios.



A leitura da proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ é: **a** está para **b** assim como **c** está para **d**.

Os números **a, b, c** e **d** são chamados de termos da proporção.

O primeiro e último termo citados na leitura são os **extremos** da proporção (**a** e **d**). Os outros dois termos são os **meios** da proporção (**b** e **c**).

Fonte: Elaboração própria.

- Os exercícios 1 e 2 foram excluídos, permanecendo apenas o exercício 3 (Figura 19 e Figura 20).

Figura 19 - Apostila com os exercícios 1 e 2

Exercícios:

1. Calcule a razão entre os números abaixo e encontre uma fração equivalente com a fração encontrada:
 a) 7 e 14 b) 9 e 6 c) 12 e 6 d) 10 e 8
2. O desenho abaixo mostra uma barra de chocolate com uma parte faltando. Represente por meio de uma razão, a quantidade de chocolates faltantes e a quantidade de chocolates presentes:



Fonte: Elaboração própria.

Figura 20 - Apostila sem os exercícios 1 e 2

Atividade 3

3. Calcule o valor de x em cada uma das proporções abaixo:

- a) $\frac{4}{x} = \frac{8}{12}$
- b) $\frac{x}{15} = \frac{1}{3}$
- c) $\frac{1}{3} = \frac{4}{x}$
- d) $\frac{5}{4} = \frac{x}{8}$

Atividades 4 e 5

4. Em uma turma a razão entre o número de meninas e o número de meninos $\frac{2}{3}$. Sabendo que a turma possui 12 meninas, determine o número de meninos nessa turma.

Fonte: Elaboração própria.

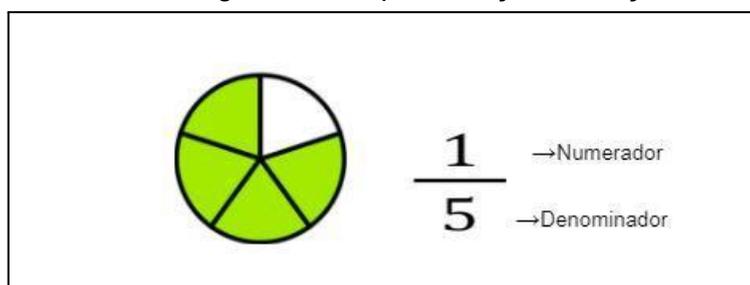
3.2.1 Versão final da sequência didática

A sequência didática será dividida em cinco etapas, utilizando recursos didáticos como apostila (Apêndice B1), slide (Apêndice B2), jogo no kahoot (Apêndice B3),

material concreto (Apêndice B4), quadro branco e tablets. A mesma tem como público-alvo o sétimo ano do ensino fundamental, mas, como a aplicação está planejada para o início do ano, optou-se por realizar em uma turma do oitavo ano. Essa mudança se justifica para garantir que os alunos já tivessem visto o conteúdo de forma prévia, pois o foco principal da sequência didática é fazer uma abordagem mais significativa a respeito do conteúdo de proporcionalidade e, para isso, é importante que os alunos tenham estudado o conteúdo previamente.

Na primeira etapa da aula o objetivo é que os alunos relembrem o conceito de fração e compreendam que frações representam partes iguais de um todo. Iniciando a aula os alunos serão questionados sobre o conteúdo de frações, isto é, se eles lembram da matéria, seguido de uma breve revisão sobre o assunto. Como exemplo, será utilizada uma figura dividida em cinco partes iguais para representar a fração um quinto, destacando o que representa o numerador e o denominador da fração (Figura 21).

Figura 21 - Representação de fração



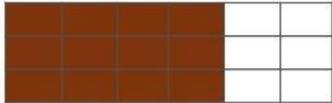
Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em seguida, uma atividade prática será proposta para que os alunos representem, sob a forma de fração, a parte faltante de uma barra de chocolate (Figura 22). O objetivo é que os alunos saibam identificar e representar frações e desenvolvam o conceito de fração como parte de um todo.

Figura 22 - Atividade 1

Atividade 1

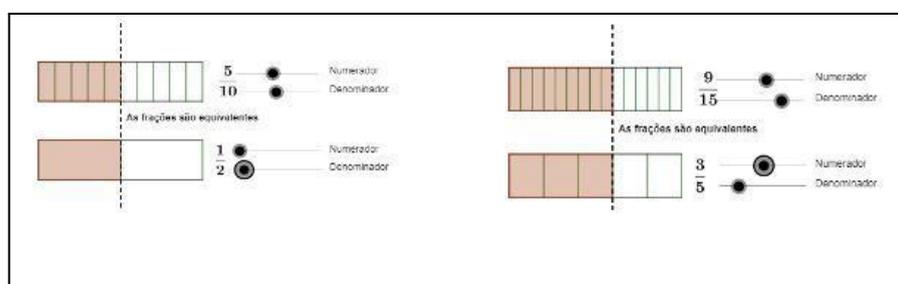
1. O desenho abaixo mostra uma barra de chocolate com uma parte faltando. Represente por meio de uma fração, a quantidade de chocolates faltantes e a quantidade de chocolates presentes:



Fonte: Elaboração própria.

Na segunda etapa, será discutido o tema de frações equivalentes, relacionando a razão e proporção. O intuito é mostrar para os alunos que frações diferentes podem ocupar a mesma parte de um todo e reforçar que a razão e proporção se conecta diretamente com a fração. Para isso, será utilizado um applet do Geogebra que permite ajustar um controle deslizante para determinar o denominador e o numerador de cada fração, gerando assim frações e figuras equivalentes (Figura 23).

Figura 23- Applet do Geogebra



Fonte: Elaboração própria.

Na terceira etapa, o intuito é apresentar o conceito de razão entre dois números. Logo, será discutida a ideia de razão, apresentando três formas de representá-las (9:15, $9/15$ ou $\frac{3}{5}$). Em seguida, para que os alunos possam compreender o que é e como encontrar a razão entre os números, um exemplo envolverá a comparação entre o número de meninos e meninas em uma sala de aula, com a resolução disponível na apostila. O objetivo do exemplo é que os alunos apliquem o conceito de razão em uma situação do cotidiano (Figura 24). Porém, o

exemplo será feito passo a passo no quadro para que os estudantes possam compreender o que está sendo abordado.

Figura 24 - Exemplo 1

» **Exemplo 1**

Numa sala de 7^oA, há 15 meninos e 20 meninas. Uma das maneiras de comparar esses números é calcular a razão entre eles, estando atento à ordem considerada.

Então a razão entre o número de meninos e número de meninas é:

$$15:20 = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}.$$

Fonte: Elaboração própria.

Finalizando a terceira etapa, será ilustrado em figuras a resolução do exemplo 1 (Figura 24). Os slides (Figura 25) seguintes incluirão duas figuras mostrando os números de meninos e meninas acompanhadas da proporção entre eles.

Figura 25- Razão entre o número de meninos e meninas



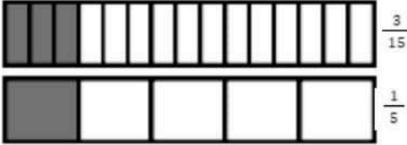
Fonte: Elaboração própria.

Na quarta etapa, será discutido o conceito de proporção se *duas frações são equivalentes, elas formam uma proporção* utilizando a propriedade produtos dos meios pelos extremos, esclarecendo que duas frações são equivalentes quando formam uma proporção. Para explicação, um segundo exemplo (Figura 26) será apresentado para mostrar a equivalência das frações mencionadas, identificando os meios e os extremos de uma proporção.

Figura 26 - Exemplo 2

» Exemplo 2

1) As frações $\frac{1}{5}$ e $\frac{3}{15}$ são equivalentes, pois ambas equivalem a $\frac{1}{5}$. Assim, fica formada a proporção $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$, em que os números 1 e 15 são extremos, e 5 e 3 são os meios.



Fonte: Elaboração própria.

Além disso, o applet utilizado em razão será reutilizado para ilustrar a proporcionalidade.

Na quinta etapa da aula, os alunos irão realizar uma atividade (Figura 27) em que deverão calcular o valor de x em todas as proporções dadas. O objetivo é que os alunos pratiquem o conceito de proporção a partir da propriedade de proporcionalidade e de frações equivalentes.

Figura 27 - Atividade 3

Atividade 3

3. Calcule o valor de x em cada uma das proporções abaixo:

a) $\frac{4}{x} = \frac{8}{12}$

b) $\frac{x}{15} = \frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{3} = \frac{4}{x}$

d) $\frac{5}{4} = \frac{x}{8}$

Fonte: Elaboração própria.

Dando continuidade a quinta etapa da aplicação, a quarta atividade exigirá que os alunos calculem o número de meninos com base no número de meninas e a

razão entre eles, dadas no enunciado (Figura 28). A atividade cinco, seguirá a mesma ideia da atividade anterior. O objetivo será determinar a quantidade de miniaturas de carros e motos a partir da razão e da soma total de miniaturas (Figura 28).

Figura 28- Atividade 4 e 5

Atividades 4 e 5

4. Em uma turma a razão entre o número de meninas e o número de meninos $\frac{2}{3}$. Sabendo que a turma possui 12 meninas, determine o número de meninos nessa turma.

5. João coleciona miniaturas de carros e motos. Sabendo que a razão entre o número de carros e motos é $\frac{1}{5}$ e que João possui 18 miniaturas ao todo, determine a quantidade de cada tipo de miniatura.

Fonte: Elaboração própria.

Para representar as razões e proporções nas atividades 4 e 5 (Figura 28), em que os alunos deverão resolver utilizando a proporção, será entregue a cada aluno um pacote com 30 peças de E.V.A. em formatos de flor e estrela, sendo 15 peças de cada formato (Figura 29). O objetivo é que o material concreto seja utilizado como apoio para os alunos calcularem a proporção de acordo com os formatos das peças, sendo utilizado como por exemplo um formato de peças para representar o número de meninos e outro para o número de meninas.

Figura 29- Material manipulável



Fonte: Elaboração própria.

Para finalizar a quinta e última etapa, será proposta uma atividade no kahoot para que os alunos possam colocar em prática o conteúdo abordado. O jogo consiste em três perguntas com quatro alternativas cada e tempo de duração de 60 segundos para responder cada uma. As perguntas são:

i) Em uma fábrica, dois funcionários supervisionam cinco máquinas. Quantos funcionários supervisionam 20 máquinas (Figura 30)?

ii) Uma receita de bolo utiliza 2 ovos para 4 fatias. Quantos ovos são necessários para preparar um bolo com 20 fatias (Figura 31)?

iii) Uma mostra de jovens talentos tem 20 vagas e recebeu 160 inscrições. Quantos candidatos estão disputando por cada vaga (Figura 32)?

Figura 30 - Pergunta 1



Fonte: Elaboração própria.

Figura 31 - Pergunta 2



Fonte: Elaboração própria.

Figura 32 - Pergunta 3



Fonte: Protocolo de pesquisa.

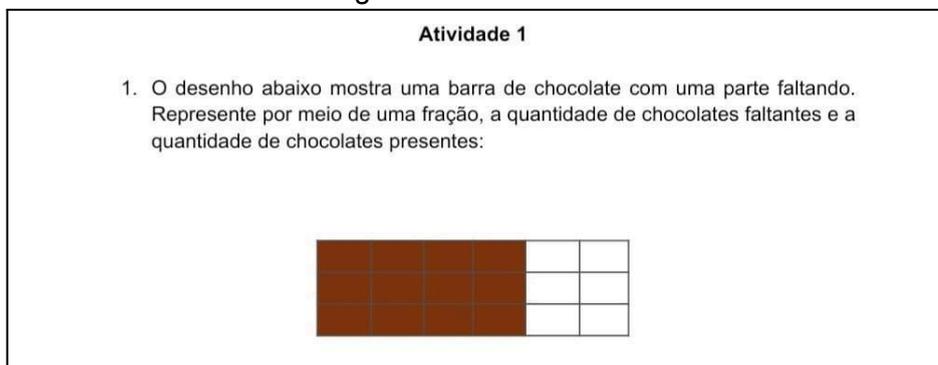
3.2.2 Experimentação da sequência didática na turma regular

A aplicação da versão final da sequência didática foi realizada em uma escola particular de Campos dos Goytacazes - RJ, em uma turma do 8º ano do ensino fundamental no dia 21 de março de 2025. Com início às 7:40h e finalização às 8:40h, a intervenção pedagógica teve duração de uma hora. Trata-se de uma turma reduzida que possuía 6 alunos, estando todos presentes no dia da aplicação.

Inicialmente, os alunos foram questionados se eles lembravam o que era fração e todos afirmaram que sim, relacionando a fração com a divisão, e uma representação de números decimais e números inteiros. Logo, foi dado início a

primeira etapa da aula com os alunos resolvendo a primeira atividade (Figura 33) relacionada ao conteúdo de frações.

Figura 33 - Atividade 1



Fonte: Elaboração própria.

Após os alunos responderem à questão, um dos licenciandos foi ao quadro resolver a atividade.

Na segunda etapa da aula, foi apresentado o tópico de frações equivalentes com apoio do applet no geogebra que demonstrava duas figuras de mesmo tamanho, porém, divididas de formas diferentes. Com isso, foram apresentados alguns exemplos de frações equivalentes.

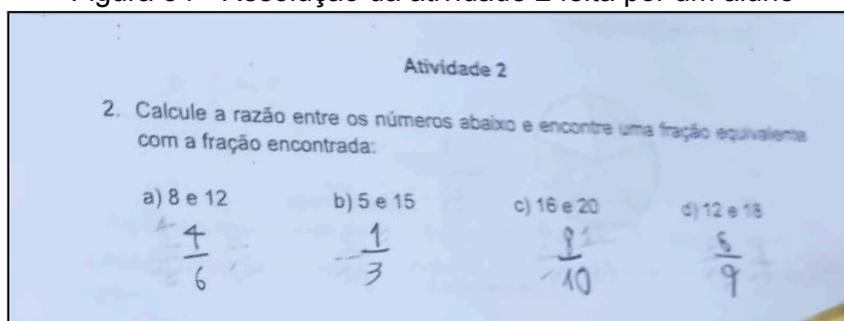
As frações utilizadas foram registradas no quadro branco, sendo elas: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$. Algumas dessas frações foram obtidas a partir das respostas dos alunos. Ao questionar os alunos sobre qual relação poderia ser notada entre as frações equivalentes, a classe respondeu que há uma relação de multiplicação entre elas.

Ainda na segunda etapa, os alunos iniciaram a atividade 2 (Figura 34), proposta pelos licenciandos. Os discentes encontraram uma variedade de frações diferentes, porém equivalentes. Conforme os alunos falavam suas respostas, os licenciandos as representavam por meio do applet a fim de verificar se realmente eram equivalentes.

Como foram obtidas uma variedade de respostas, foi possível estabelecer uma boa interação e envolvimento dos alunos nessa parte da aula, com cada um deles dizendo as frações que encontraram e posteriormente a correção individual utilizando o applet. Desse modo, foi possível representar as diferentes respostas e verificar que estavam corretas devido ao fato de serem frações equivalentes. O

desempenho dos alunos foi considerado satisfatório, visto que demonstraram ter compreendido o conteúdo apresentando corretamente suas respostas.

Figura 34 - Resolução da atividade 2 feita por um aluno



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na terceira etapa, foi apresentado o conteúdo de razão. Foi dado um exemplo que buscava encontrar a razão entre o número de meninos e meninas que já estava resolvido na apostila (Figura 35).

Figura 35 - Exemplo 1

» Exemplo 1

Numa sala de 7^ºA, há 15 meninos e 20 meninas. Uma das maneiras de comparar esses números é calcular a razão entre eles, estando atento à ordem considerada.

Então a razão entre o número de meninos e número de meninas é:

$$15:20 = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}.$$

Fonte: Elaboração própria.

Para que os alunos pudessem acompanhar o passo a passo de como foi feito, a atividade foi realizada no quadro com o licenciando perguntando aos alunos por quanto deve simplificar a fração e qual o resultado obtido. Os licenciandos incentivaram a participação de todos os alunos, oportunizando a participação dos mesmos em todas as atividades.

Após a resolução algébrica, foi apresentado o slide com as figuras na qual foi feito um agrupamento de bolinhas, dessa forma eles obtiveram uma ideia de como seria a atividade seguinte utilizando o material concreto elaborado. Nessa parte, os

alunos não tiveram dúvidas sobre o conteúdo e estavam prestando atenção nas explicações dos licenciandos.

Na quarta etapa, foi abordado o tema de proporção, seguido da realização da atividade 3 (Figura 36), a qual os alunos deveriam descobrir o valor da incógnita usando a proporção de duas frações equivalentes como foi feito anteriormente na atividade 2 (Figura 34).

Figura 36 - Atividade 3

The image shows handwritten mathematical work for Activity 3. It consists of three parts, each with an initial equation and a simplified equivalent fraction:

- Part b: $\frac{x}{15} = \frac{1}{3}$ and $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$
- Part c: $\frac{1}{3} = \frac{4}{x}$ and $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$
- Part d: $\frac{5}{4} = \frac{x}{8}$ and $\frac{5}{4} = \frac{10}{8}$

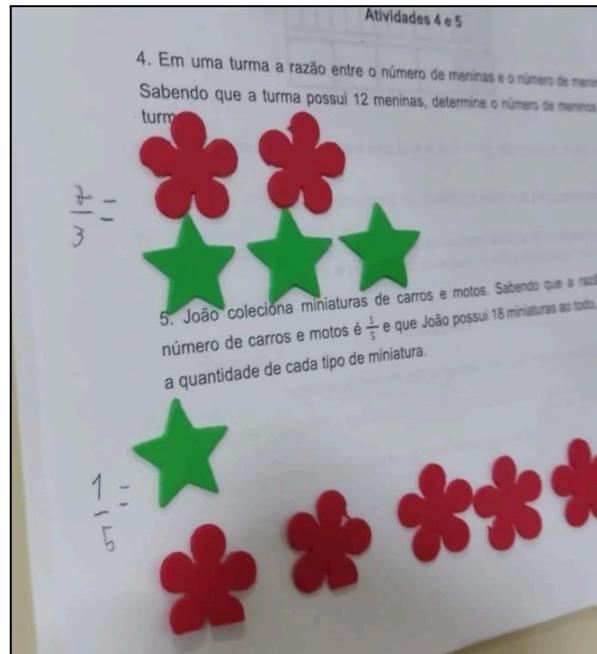
At the bottom right of the work, there is a label "Atividades 4 e 5".

Fonte: Protocolo de pesquisa.

Em seguida, foram apresentadas duas atividades para serem feitas com o auxílio do material manipulável. Cada aluno recebeu um pacotinho contendo as pecinhas cortadas em E.V.A. Alguns alunos resolveram de forma algébrica sem o uso do material. Apenas um aluno apresentou dificuldades na manipulação do material manipulável e como utilizá-lo na questão, mas recebeu ajuda de um colega do grupo.

Na quarta questão os discentes determinaram o número de meninos em uma sala de aula a partir da proporção entre meninos e meninas e o número total de meninas dadas no enunciado. Os discentes utilizaram o material na realização da atividade (Figura 37).

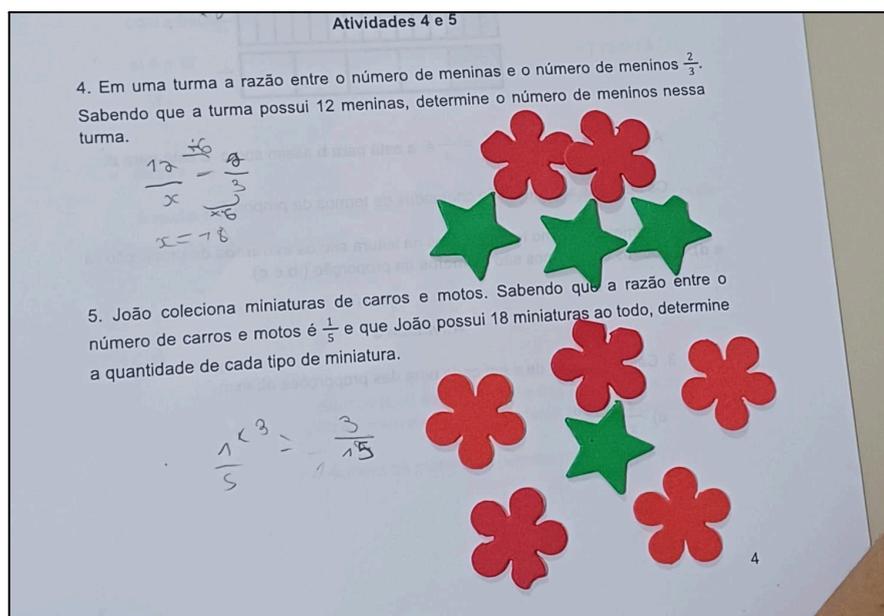
Figura 37 - Resposta do aluno A Atividades 4 e 5



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Finalizando a quarta etapa, na quinta questão (Figura 38), a partir da razão dada entre o número de carros e motos e a soma total das miniaturas, os alunos encontraram a quantidade de cada tipo de miniatura.

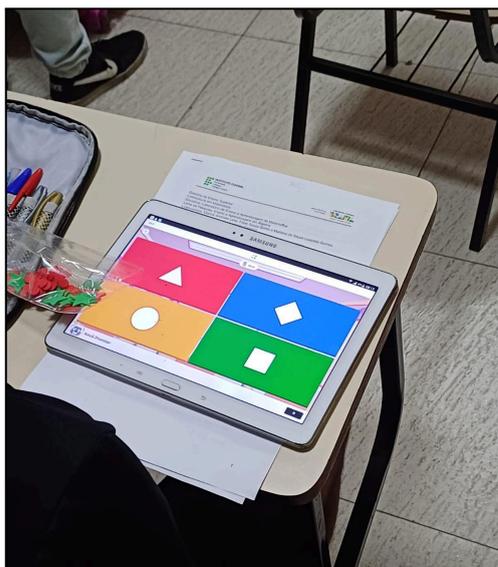
Figura 38 - Resposta do aluno B atividades 4 e 5



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Na quinta e última etapa, os alunos jogaram no Kahoot que já estava logado nos tablets que foram distribuídos. Eles tiveram liberdade para criar apelidos divertidos e se dedicaram a personalizar seus avatares. Em seguida, a atividade começou e os alunos participaram ativamente, focando em responder corretamente em um curto período de tempo para adquirir maior pontuação (Figura 39).

Figura 39 - Jogo no kahoot



Fonte: Protocolo de pesquisa.

Um aluno relatou que o slide da atividade 4 (Figuras 40 e 41) estava diferente do conteúdo da apostila. Por isso, foi pedido que os alunos seguissem a apostila, já que houve uma alteração na atividade durante a preparação da sequência didática, mas os licenciandos não atualizaram o slide correspondente.

Figura 40 - Atividade 4 no slide

4. Em uma turma a razão entre o número de meninas e o número de meninos é $\frac{2}{3}$. Sabendo que a turma possui 25 alunos, determine o número de meninas e meninos.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 41 - Atividade 4 na apostila

4. Em uma turma a razão entre o número de meninas e o número de meninos $\frac{2}{3}$. Sabendo que a turma possui 12 meninas, determine o número de meninos nessa turma.

Fonte: Elaboração própria.

A aula foi concluída com a apresentação do ranking do jogo realizado no kahoot, momento em que os alunos demonstraram bastante entusiasmo ao visualizar seu desempenho. Por fim, os alunos expressaram feedbacks positivos na sequência didática.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No desenvolvimento da sequência didática, foi notável a dificuldade em criar os materiais e delinear as aulas, resultando em várias mudanças antes da versão final. Contudo, foi recompensador ver a aplicação dessa sequência em uma turma regular, onde os alunos demonstraram entendimento ao responder exercícios de forma autônoma.

O componente curricular Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT) proporciona aos licenciandos valiosas lições sobre pesquisa e escrita acadêmica, além do conhecimento e aplicação das normas da ABNT, o que contribuiu para aprimorar nossas habilidades e abordagens para projetos futuros. Durante a aplicação, o grupo percebeu que, apesar de todo o planejamento, imprevistos podem ocorrer, exigindo adaptação durante as aulas.

Essa experiência ampliou a visão dos licenciandos sobre o papel mediador do professor em sala de aula. Apesar dos desafios, o grupo conseguiu se unir e finalizar a sequência didática, tornando-a viável numa escola regular.

O projeto realizado ao longo do LEAMAT trouxe conhecimento para os licenciandos no quesito de construção de trabalhos acadêmicos, ensinando a como realizar pesquisas e desenvolver a escrita de forma correta, além de aprender mais sobre as normas da ABNT que são muito valorizadas. Isso acarretou no desenvolvimento de habilidades e proficiências dos licenciandos, trazendo melhores abordagens nos futuros projetos.

REFERÊNCIAS

Brasil. Ministério da educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018

De Souza, R. N. **Razão e proporção no ensino básico**. 2023. Dissertação (mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Fortaleza, 2023.

Da Silva, Leandro Frederico et al. **A (in)formalização da linguagem matemática na transição da Aritmética para a Álgebra**. Dialogia, São Paulo. [S. l.], n. 24, p. 127–137, 2016.

Nobre, Sandra et al. **A resolução de problemas com a folha de cálculo na aprendizagem de métodos formais algébricos**. Quadrante, Lisboa, v. 24, n. 2, p. 85-109, 2015.

Tinoco, Lúcia *et al.* **Álgebra é mais do que Algebrismo**. Curitiba, PR: Encontro Nacional da Educação Matemática, 2013.

Pacheco, Caiane; Bezerra, Renata. **As Dificuldades do Professor de Matemática no ensino da Álgebra: Algumas Reflexões**. SBEM XIII ENEM Encontro Nacional de Educação Matemática, Cuiabá/MT, 14 a 17, Julho, 2019, p.1-7.

SÁ, A. L. de; MACHADO, M. C. **O uso de softwares no estudo de funções**. In: Anais do Encontro Virtual de Documentação em Software Livre e Congresso Internacional de Linguagem e Tecnologia Online, Belo Horizonte, 2017, p.1.

ALVES, L. M. *et al.* Gamificação: diálogos com a educação. In: ALVES, L. M. *et al.* **Gamificação na educação**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2014. p. 74-97.

Campos dos Goytacazes (RJ), ____ de _____ de 2024.

APÊNDICES

Apêndice A: Material didático aplicado na turma do LEAMAT II

Apêndice A1: Slides

RAZÃO E PROPORÇÃO

Linha de pesquisa: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Álgebra

Licenciandos: Clarice Andrade Leite, Filipe Souza Gordo e Mariana de Souza Louzada Gomes

Orientador: Me. Leandro Sopeletto Carrero

O QUE É RAZÃO?

A razão entre dois números a e b , com b diferente de 0 , é o quociente de $a:b$, que pode ser indicado por a/b . Por exemplo:

A razão entre 9 e 15 é $9:15$ ou $9/15$.

O QUE É RAZÃO?

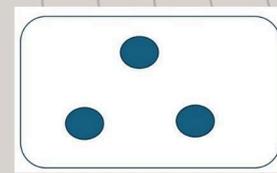
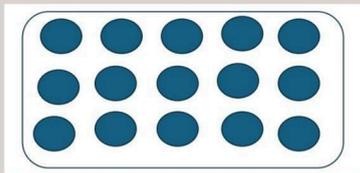
- **Exemplo:**

Numa sala de 7^ºA, há 15 meninos e 20 meninas. Uma das maneiras de comparar esses números é calcular a razão entre eles, estando atento à ordem considerada.

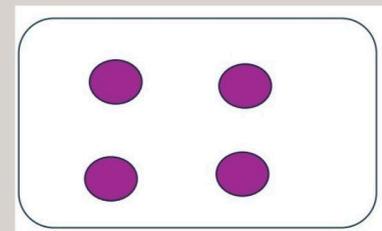
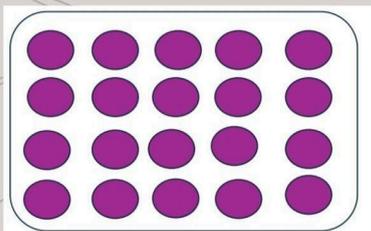
Então a razão entre o número de meninos e número de meninas é:

O QUE É RAZÃO?

Meninos



Meninas



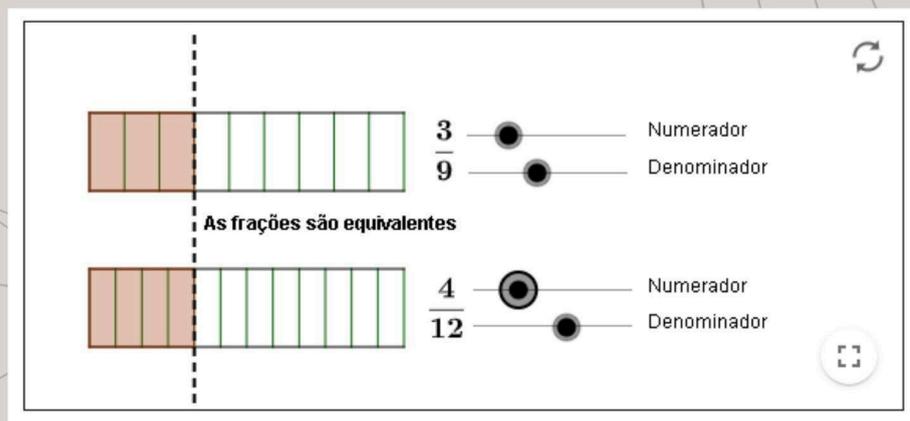
FRAÇÕES EQUIVALENTES

São diversas possibilidades de frações que representam uma mesma quantidade, o mesmo possui interligação com razão e proporção.

Exemplo

$$\frac{3}{6} = \frac{9}{18}$$

FRAÇÕES EQUIVALENTES



O QUE É PROPORÇÃO?

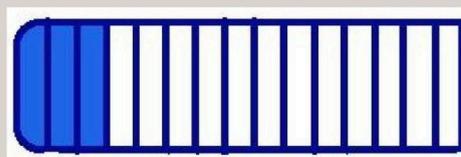
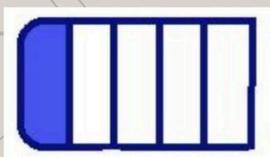
Se duas razões são equivalentes elas formam uma proporção.

Assim, se a razão entre os números a e b é igual à razão entre os números c e d , dizemos que $a/b=c/d$ é uma proporção.

O QUE É PROPORÇÃO?

Por exemplo:

As razões $1/5$ e $3/15$ são equivalentes, pois ambas equivalem $1/5$. Assim, fica formada a proporção $1/5=3/15$, em que os números 1 e 15 são extremos, e 5 e 3 são os meios.



O QUE É PROPORÇÃO?

A leitura da proporção $a/b = c/d$ é: **a** está para **b** assim como **c** está para **d**.

Os números **a, b, c** e **d** são chamados de termos da proporção.

O primeiro e último termo citados na leitura são os **extremos** da proporção (**a** e **d**). Os outros dois termos são os **meios** da proporção (**b** e **c**)

O QUE É PROPORÇÃO?

- **Exemplo:**

Como vimos, na turma 7^oA, a razão entre o número de meninos (15) e o número de meninas (20) é igual a $\frac{3}{4}$, ou seja, para cada 3 meninos há 4 meninas.

Veja a razão entre o número de meninos e meninas na turma 7^oB.

Na turma 7^oB, temos 12 meninos e 16 meninas

PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DAS PROPORÇÕES

Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Simbolicamente: se $a/b = c/d$ é uma proporção, então $a \cdot d = b \cdot c$.

PROPRIEDADE FUNDAMENTAL DAS PROPORÇÕES

Consideremos a proporção $3/5 = 6/10$ temos:

- $3 \times 10 = 30$ (produto dos extremos)
- $5 \times 6 = 30$ (produto dos meios)

Isso pode ser verificado quando multiplicamos ambas as razões por 5×10 (produto dos consequentes).

EXERCÍCIOS

1. Calcule a razão entre os números abaixo e encontre uma fração equivalente com a fração encontrada:

a) 7 e 14

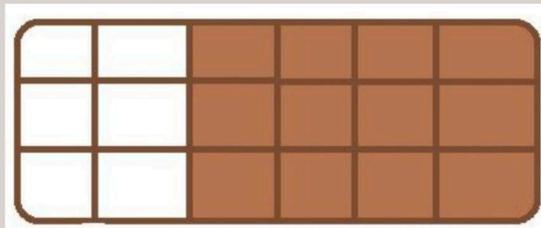
c) 12 e 6

b) 9 e 6

d) 10 e 8

EXERCÍCIOS

2. O desenho abaixo mostra uma barra de chocolate com uma parte faltando. Represente por meio de uma razão, a quantidade de chocolates faltantes e a quantidade de chocolates presentes:



EXERCÍCIOS

3. Calcule o valor de x em cada uma das proporções abaixo:

$$\text{a) } \frac{4}{x} = \frac{8}{12}$$

$$\text{c) } \frac{1}{3} = \frac{4}{x}$$

$$\text{b) } \frac{x}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\text{d) } \frac{5}{4} = \frac{x}{8}$$

Questão de vestibular

(IFF - 2019 Adaptada) Mariana possui três cães da raça Labrador de mesma idade e, para evitar a obesidade nos seus animais, decidiu controlar a alimentação deles usando uma tabela que associa a quantidade de ração consumida por dia com a idade do animal. Atualmente, os animais consomem, juntos, um saco de 24 kg de ração especial a cada 20 dias. Dessa forma, a quantidade de quilogramas de ração que cada animal consome por mês (considere o mês com 30 dias) é de?

REFERÊNCIAS

Junior, José; Castrucci, Benedicto. A Conquista da Matemática. 4^o edição. São Paulo: FTD, 2018.

Apêndice A2: Apostila

Diretoria de Ensino Superior
 Licenciatura em Matemática
 Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
 Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Álgebra
 Licenciandos:
 Orientador: Prof^a. Me. Leandro Sopeletto Carrero
 Nome: _____ Data: ___ / ___ / 2023.

RAZÃO E PROPORÇÃO

- **Razão**

A razão entre dois números a e b , com $b \neq 0$, é o quociente de $a:b$, que pode ser indicado por $\frac{a}{b}$. Por exemplo:

A razão entre 9 e 15 é $9:15$ ou $\frac{9}{15}$ ou $\frac{3}{5}$.

→ **Exemplo:**

Numa sala de 7^oA, há 15 meninos e 20 meninas. Uma das maneiras de comparar esses números é calcular a razão entre eles, estando atento à ordem considerada.

Então a razão entre o número de meninos e número de meninas é:

$$15:20 = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}.$$

- **Frações equivalentes**

São diversas possibilidades de frações que representam uma mesma quantidade, o mesmo possui interligação com razão e proporção.

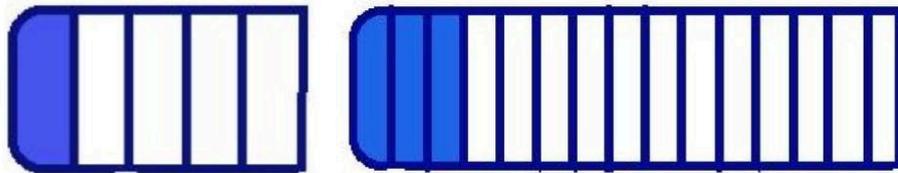
→ **Exemplo:**

- **Proporção**

Se duas razões são equivalentes, elas formam uma proporção.

Assim, se a razão entre os números **a** e **b** é equivalente entre os números **c** e **d**, dizemos que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ é uma proporção. Por exemplo:

As razões $1/5$ e $3/15$ são equivalentes, pois ambas equivalem a $1/5$. Assim, fica formada a proporção $1/5 = 3/15$, em que os números 1 e 15 são extremos, e 5 e 3 são os meios.



A leitura da proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ é: **a** está para **b** assim como **c** está para **d**.

Os números **a, b, c** e **d** são chamados de termos da proporção.

O primeiro e último termo citados na leitura são os **extremos** da proporção (**a** e **d**). Os outros dois termos são os **meios** da proporção (**b** e **c**)

→ **Exemplo:**

Como vimos, na turma 7°**A**, a razão entre o número de meninos (15) e o número de meninas (20) é igual a $\frac{3}{4}$, ou seja, a cada 3 meninos há 4 meninas.

Veja a razão entre o número de meninos e meninas na turma 7°**B**.

Na turma 7°**B**, onde temos 12 meninos e 16 meninas, a razão entre o número de meninos e meninas é $\frac{3}{4}$, pois $12:16 = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$.

Observe que a razão entre o número de meninos e de meninas é a mesma na turma 7°**A** e 7°**B**

Nesse caso as duas razões formam uma proporção: $\frac{15}{20} = \frac{12}{16}$ lemos assim "15 está para 20 assim como 12 está para 16".

- **Propriedade fundamental das proporções**

Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Simbolicamente: se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ é uma proporção, então $a \cdot d = b \cdot c$

→ **Exemplo:**

Consideremos a proporção $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ temos:

- $3 \times 10 = 30$ (produto dos extremos)
- $5 \times 6 = 30$ (produto dos meios)

Exercícios:

1. Calcule a razão entre os números abaixo e encontre uma fração equivalente com a fração encontrada:

a) 7 e 14

b) 9 e 6

c) 12 e 6

d) 10 e 8

2. O desenho abaixo mostra uma barra de chocolate com uma parte faltando. Represente por meio de uma razão, a quantidade de chocolates faltantes e a quantidade de chocolates presentes:



3. Calcule o valor de x em cada uma das proporções abaixo:

a) $\frac{4}{x} = \frac{8}{12}$

b) $\frac{x}{15} = \frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{3} = \frac{4}{x}$

d) $\frac{5}{4} = \frac{x}{8}$

Apêndice B: Material didático experimentado na turma regular

Apêndice B₁: Apostila

Diretoria de Ensino Superior
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Álgebra
Licenciandos: Clarice Andrade Leite, Filipe Souza Gordo e Mariana de Souza Louzada Gomes.
Orientador: Prof. Me. Leandro Sopeletto Carreiro
Nome: _____ Data: ____ / ____ / 2025.

RAZÃO E PROPORÇÃO

Relembrando Frações ...

Fração é uma representação matemática de determinadas quantidades que foram divididas em pedaços iguais.



$$\frac{4}{5} \quad \begin{array}{l} \rightarrow \text{Numerador} \\ \rightarrow \text{Denominador} \end{array}$$

Atividade 1

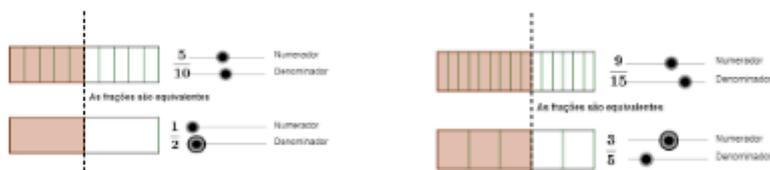
- O desenho abaixo mostra uma barra de chocolate com uma parte faltando. Represente por meio de uma fração, a quantidade de chocolates faltantes e a quantidade de chocolates presentes:



- Frações equivalentes

São diversas possibilidades de frações que representam uma mesma quantidade, o mesmo possui interligação com razão e proporção.

Exemplos:



Atividade 2

2. Calcule a razão entre os números abaixo e encontre uma fração equivalente com a fração encontrada:

a) 8 e 12

b) 5 e 15

c) 16 e 20

d) 12 e 18

- Razão

A razão entre dois números a e b , com $b \neq 0$, é o quociente de $a:b$, que pode ser indicado por $\frac{a}{b}$. Por exemplo:

A razão entre 9 e 15 é $9:15$ ou $\frac{9}{15}$ ou $\frac{3}{5}$.

» Exemplo 1

Numa sala de 7ªA, há 15 meninos e 20 meninas. Uma das maneiras de comparar esses números é calcular a razão entre eles, estando atento à ordem considerada.

Então a razão entre o número de meninos e número de meninas é:

$$15:20 = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

Ou seja, a cada 3 meninos há 4 meninas.

- **Proporção**

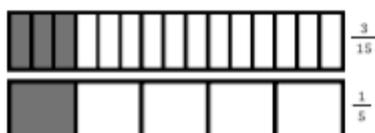
Se duas razões são equivalentes, elas formam uma proporção.

Assim, se a razão entre os números a e b é equivalente entre os números c e d, dizemos que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ é uma proporção.

» **Exemplo 2**

1) As frações $\frac{1}{5}$ e $\frac{3}{15}$ são equivalentes, pois ambas equivalem a $\frac{1}{5}$.

Assim, fica formada a proporção $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$, em que os números 1 e 15 são extremos, e 5 e 3 são os meios.



A leitura da proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ é: a está para b assim como c está para d.

Os números a, b, c e d são chamados de termos da proporção.

O primeiro e último termo citados na leitura são os **extremos** da proporção (a e d). Os outros dois termos são os **meios** da proporção (b e c).

Atividade 3

3. Calcule o valor de x em cada uma das proporções abaixo:

a) $\frac{4}{x} = \frac{8}{12}$

$$\text{b) } \frac{x}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\text{c) } \frac{1}{3} = \frac{4}{x}$$

$$\text{d) } \frac{5}{4} = \frac{x}{8}$$

Atividades 4 e 5

4. Em uma turma a razão entre o número de meninas e o número de meninos $\frac{2}{3}$. Sabendo que a turma possui 12 meninas, determine o número de meninos nessa turma.

5. João coleciona miniaturas de carros e motos. Sabendo que a razão entre o número de carros e motos é $\frac{1}{5}$ e que João possui 18 miniaturas ao todo, determine a quantidade de cada tipo de miniatura.

Apêndice B2: Slides

RAZÃO E PROPORÇÃO

Linha de pesquisa: Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Álgebra

Licenciandos: Clarice Andrade Leite, Filipe Souza Gordo e Mariana de Souza Louzada Gomes

Orientador: Me. Leandro Sopeletto Carrero

1

Relembrando Fração

Fração é uma representação matemática de determinadas quantidades que foram divididas em pedaços iguais.



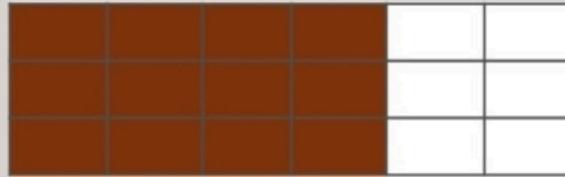
$$\frac{1}{5}$$

→Numerador
→Denominador

2

Atividade 1

O desenho abaixo mostra uma barra de chocolate com uma parte faltando. Represente por meio de uma fração, a quantidade de chocolates faltantes e a quantidade de chocolates presentes:

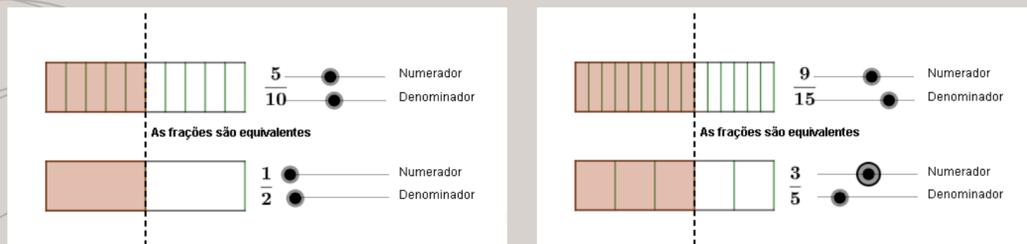


3

Frações Equivalentes

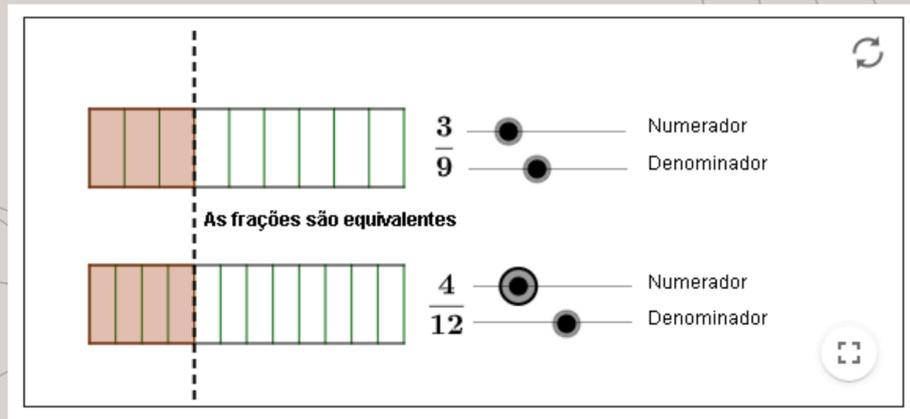
São diversas possibilidades de frações que representam uma mesma quantidade, o mesmo possui interligação com razão e proporção.

Exemplos:



4

Frações Equivalentes



Atividade 2

Calcule a razão entre os números abaixo e encontre uma fração equivalente com a fração encontrada:

a) 8 e 12

b) 5 e 15

c) 16 e 20

d) 12 e 18

Razão

A razão entre dois números a e b , com b diferente de 0 , é o quociente de $a:b$, que pode ser indicado por a/b . Por exemplo:

A razão entre 9 e 15 é $9:15$ ou $9/15$ ou $3/5$.

7

Razão

- **Exemplo:**

Numa sala de 7^ª A, há 15 meninos e 20 meninas. Uma das maneiras de comparar esses números é calcular a razão entre eles, estando atento à ordem considerada.

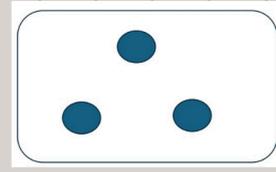
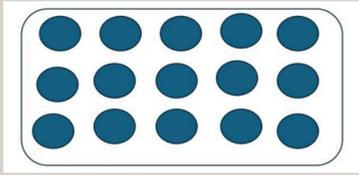
Então a razão entre o número de meninos e número de meninas é:

$$15:20 = 15/20 = 3/4.$$

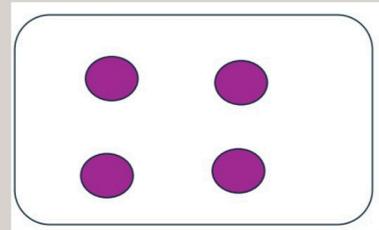
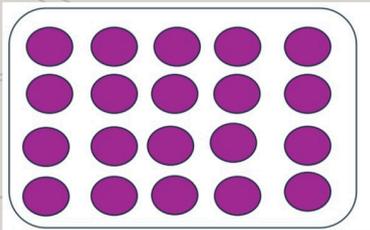
8

Razão

Meninos



Meninas



9

Proporção

Se duas razões são equivalentes elas formam uma proporção.

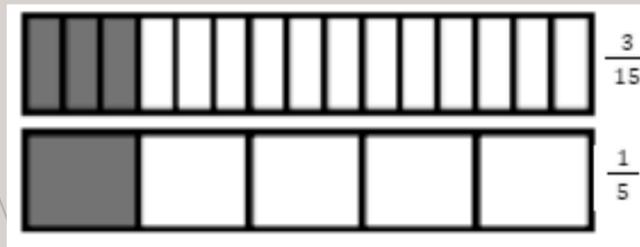
Assim, se a razão entre os números **a** e **b** é igual à razão entre os números **c** e **d**, dizemos que $a/b=c/d$ é uma proporção.

10

Proporção

Exemplo:

As razões $\frac{1}{5}$ e $\frac{3}{15}$ são equivalentes, pois ambas equivalem $\frac{1}{5}$. Assim, fica formada a proporção $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$, em que os números 1 e 15 são extremos, e 5 e 3 são os meios.



Proporção

A leitura da proporção $a/b = c/d$ é: **a** está para **b** assim como **c** está para **d**.

Os números **a, b, c** e **d** são chamados de termos da proporção.

O primeiro e último termo citados na leitura são os **extremos** da proporção (**a** e **d**). Os outros dois termos são os **meios** da proporção (**b** e **c**)

12

Atividade 3

Calcule o valor de **x** em cada uma das proporções abaixo:

$$a) \frac{4}{x} = \frac{8}{12}$$

$$b) \frac{x}{15} = \frac{1}{3}$$

$$c) \frac{1}{3} = \frac{4}{x}$$

$$d) \frac{5}{4} = \frac{x}{8}$$

13

Atividade Utilizando o Material

4. Em uma turma a razão entre o número de meninas e o número de meninos é $\frac{2}{3}$. Sabendo que a turma possui 25 alunos, determine o número de meninas e meninos.

5. João coleciona miniaturas de carros e motos. Sabendo que a razão entre o número de carros e motos é $\frac{1}{5}$ e que João possui 18 miniaturas ao todo, determine a quantidade de cada tipo de miniatura.

14

REFERÊNCIAS

Junior, José; Castrucci, Benedicto. A Conquista da Matemática. 4^o edição. São Paulo: FTD, 2018.

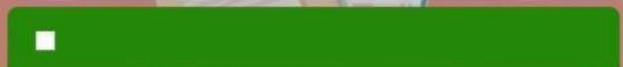
15

Apêndice B2: Slides

Em uma fábrica dois funcionários supervisionam cinco máquinas. Quantos funcionários supervisionam 20 máquinas?



Uma mostra de jovens talentos tem 20 vagas e recebeu 160 inscrições. Quantos candidatos estão disputando por cada vaga?



Uma receita de bolo utiliza 2 ovos para 4 fatias.
Quantos ovos são necessários para preparar um bolo
com 20 fatias?



▲ ◆ ● ■

Apêndice B4: Material Concreto

