



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

RELATÓRIO LEAMAT III

FUNÇÃO EXPONENCIAL - ESTUDO DE GRÁFICOS

LINHA DE PESQUISA: ENSINO E APRENDIZAGEM DE CÁLCULO

Danielle Evangelista Gonçalves

Débora Maciel da Costa

Mikelle Rodrigues de Almeida

Suzana Beatriz Ramos Pessanha

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ

2008.2

Danielle Evangelista Gonçalves

Débora Maciel da Costa

Mikelle Rodrigues de Almeida

Suzana Beatriz Ramos Pessanha

RELATÓRIO LEAMAT III

FUNÇÃO EXPONENCIAL - ESTUDO DE GRÁFICOS

LINHA DE PESQUISA: ENSINO E APRENDIZAGEM DE CÁLCULO

Trabalho apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática III do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Salvador Tavares

Prof^a Carla Antunes Fontes

1) Justificativa

Existe, por trás do conceito de funções, uma riqueza topológica e geométrica que geralmente é omitida nas aulas do ensino tradicional, ora por falta de tempo, ora pela falta de recursos. A álgebra é predominante no ensino de funções. Segundo PEREIRA (2005), a utilização demasiada de recursos algébricos no processo de ensino e aprendizagem de funções, resulta em aulas repetitivas e cansativas que levam o aluno a um desinteresse pelo tema. É necessário fazer abordagens mais concretas e estabelecer as relações entre conceitos algébricos e geométricos.

2) Objetivos

A utilização de propriedades geométricas é, sem dúvida, uma ferramenta indispensável no processo de ensino e aprendizagem de funções. Baseando-se neste fato, pretendemos levar os alunos a investigarem as transformações dos gráficos de funções exponenciais utilizando o software Winplot como instrumento facilitador.

3) Atividades Desenvolvidas

3.1) Atividades Preliminares

Durante as aulas da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática I buscou-se reunir dados que fossem relevantes na escolha de um tema substancial para desenvolver a pesquisa e o trabalho proposto pela disciplina mencionada.

Foram feitas leituras e análises de textos cujo tema central era o processo de ensino e aprendizagem de funções.

O tema deste trabalho foi inspirado no texto "Funções exponenciais a partir de anúncios de jornal", escrito por Maria Inês Davinas Pereira.

3.2) Relato da aplicação da atividade no grupo de LEAMAT II

Utilizamos o software Winplot como instrumento facilitador para a aplicação da atividade sobre transformações gráficas de função exponencial na turma do LEAMAT II.

Na atividade relembramos com a turma do LEAMAT II, o que é função exponencial. Com o material impresso entregue a turma, explicamos cada atividade utilizando o datashow mostrando as transformações gráficas, destacando as interseções com eixos coordenados e assíntotas. Nessa atividade os alunos analisaram os gráficos, observando os principais aspectos, como translação, dilatação, compressão (ou contração) e reflexão. A atividade foi aplicada em dois tempos de aula, mas não foi suficiente para finalizá-la.

Após a aplicação da atividade, resolvemos acrescentar uma questão para completar a análise de algumas transformações.

3.3) Relato da aplicação da atividade na turma do 3º ano do Ensino Médio

Para a aplicação desta atividade foi proposto um curso, registrado na Diretoria de Trabalho e Extensão (DITEX) como Proposta de Ação e Extensão, sob o título "Estudo de Funções e Sistemas Lineares", orientado pelas professoras Carla Antunes Fontes e Mylane dos Santos Barreto. Foram oferecidas vinte vagas, tendo como público alvo os alunos do 3º ano do Ensino Médio do CEFET Campos, 1º turno. Nesse curso, uma das aulas foi "Investigação do Gráfico de Funções Exponenciais utilizando o *software* WINPLOT". O local da aplicação foi a própria Instituição, sala 201, Bloco F, que conta com vinte computadores, um *datashow* e quadro branco.

O material utilizado nesta atividade foi uma apostila impressa, que passou por diversas revisões. Foi primeiramente aplicada na turma do LEAMAT II e posteriormente, modificada para apresentação sob forma de pôster na II Semana de Matemática, realizada no CEFET Campos.

Uma hora antes de começar a aplicação da atividade, as professoras em formação, junto com a orientadora, organizaram a sala. Foi verificado o

funcionamento dos computadores e do *datashow*, trazido o material impresso a ser distribuído para os alunos, apagador e canetas para quadro branco. Os computadores e o *datashow* foram ligados, deixando a tela inicial do *software* WINPLOT aberta e as construções dos gráficos já feitas pelas professoras em formação prontas para serem utilizadas no *datashow*.

Uma das professoras em formação começou a aula lembrando com os alunos função exponencial (Foto 1), crescimento e decrescimento, assíntota e a interseção com os eixos x e y . Em seguida, a professora em formação perguntou aos alunos se eles já tinham utilizado o *software* WINPLOT, dois de quatorze alunos disseram que já haviam utilizado, porém não foi um problema, pois em cada atividade as professoras em formação explicaram passo a passo a construção dos gráficos.

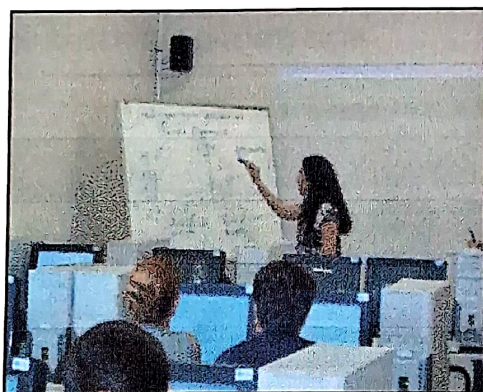


Foto 1: professora em formação revisando função exponencial

Na letra a da atividade 1, que foi pedido a comparação da função $y = a^x$ com as funções da forma $y = a^x + q$, sendo a, x e $q \in \mathbb{R}$, $0 < a \neq 1$, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, os alunos esboçaram os gráficos dos itens a.1 ao a.5 observando seu aspecto e as intersecções com os eixos x e y . Foi pedido na questão b.1 o ponto de intersecção com o eixo y e o conjunto imagem de cada uma das funções esboçadas no item a, inicialmente a professora em formação respondeu os dois primeiros itens juntos com os alunos, pois tiveram um pouco de dificuldade, logo após eles responderam os itens participando ativamente.

Na questão b.2, foi pedida a equação da reta que representa a assíntota, os alunos tiveram dúvidas ao responder, então a professora em formação os induziu perguntando de que reta o gráfico se aproxima, logo eles responderam corretamente.

b.1) qual o ponto de intersecção com o eixo y e o conjunto imagem de cada uma das funções esboçadas?

a.1) $(0,1) \rightarrow]0, +\infty[$

a.2) $(0,2) \rightarrow]2, +\infty[$

a.3) $(0,3) \rightarrow]3, +\infty[$

a.4) $(0,0) \rightarrow]1, +\infty[$

a.5) $(0,-1) \rightarrow]-2, +\infty[$

b.2) qual a equação da reta que representa a assintota de cada função esboçada?

a.1) $y = 0$

a.2) $y = 1$

a.3) $y = 2$

a.4) $y = -1$

a.5) $y = -2$

Nas questões b.3 e b.4, na qual pede-se para analisar alguns aspectos dos gráficos observando as semelhanças e diferenças entre eles, um em quatorze alunos respondeu que muda a assintota, a imagem e a intersecção com o eixo y, a partir disso a professora em formação junto com os alunos mostrou também que ocorre translação vertical para baixo ou para cima.

b.3) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = 2^x + 1$ e o da função $y = 2^x$?

Muda a assintota, a imagem, o ponto de intersecção com o eixo y.

b.4) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = 2^x - 1$ e o da função $y = 2^x$?

Muda a assintota, a imagem e o ponto de intersecção além disso a função $y = 2^x - 1$ apresenta uma assintota vertical no ponto $(0,0)$.

Na questão c.1, os alunos são levados então a descrever a transformação geométrica que, aplicada ao gráfico de $y = a^x$, gera o gráfico de $y = a^x + q$, e a concluir que tal transformação é uma translação vertical de $|q|$ unidades, para cima quando $q > 0$ e para baixo se $q < 0$. Dois alunos chegaram a conclusão de que ocorreria a translação vertical para cima ou para baixo, logo a professora em formação perguntou que relação existe entre o parâmetro q e a $y = a^x$, tendo como resposta:

— Quando q aumenta, aumenta a $f(x)$. Quando q diminui, diminui a $f(x)$.

A partir disso, a professora mostrou que quando $q > 0$, ocorre uma translação vertical para cima e quando $q < 0$, ocorre uma translação vertical para baixo.

Para que os alunos pudessem responder os itens c.2, c.3 e c.4, a professora em formação juntamente com os alunos comparou cada função,

observando suas transformações geométricas (Foto 2). A partir disso, puderam então generalizar em que ponto o gráfico intersecta o eixo y, para quais valores de q existe a intersecção com o eixo x e qual a equação da assíntota. Respondendo respectivamente:

- No ponto $(0, q+1)$.
- Para $q < 0$.
- $y = q$.

c.1) descreva a transformação geométrica que o parâmetro q causa no gráfico da função $y = a^x$.

quando o $q > 0$, há uma translação vertical \uparrow cima.
quando o $q < 0$, há uma translação vertical \downarrow baixo.

c.2) em que ponto o gráfico intersecta o eixo y?

no ponto $q+1$

$y = a^x + q$
 $y = 1 + q$

c.3) para quais valores de q existe a intersecção com o eixo x?

quando $q < 0$

c.4) qual a equação da assíntota?

$y = q$

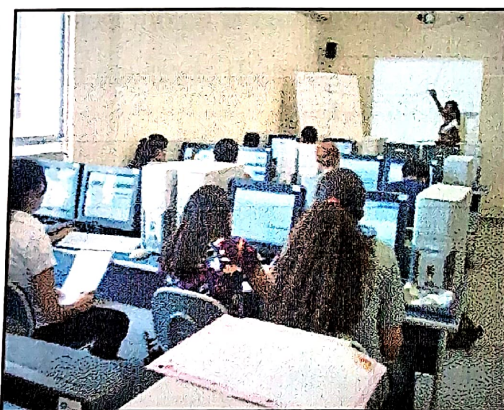


Foto 2: professora em formação comparando as funções e observando as suas transformações geométricas

Na atividade seguinte, são analisados os gráficos de funções do tipo $y = a^{x+p}$, comparando com a função $y = a^x$, sendo a, x e $p \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, observando seus aspectos. Foi pedido na questão b.1 o ponto de intersecção com o eixo y e o conjunto imagem de cada uma das funções esboçadas, no item a.1 os alunos responderam corretamente o ponto de

interseção e a imagem, no item a.2 e a.3, os alunos tiveram dúvida em relação ao ponto de interseção, pois o mesmo não tinha como visualizar na escala dada, então a professora em formação explica que para haver a interseção com o eixo y, o valor de x tem ser zero, houve dúvida também na imagem da função, pois alguns alunos confundiram que pela função ser decrescente, a imagem seria de 0 a $-\infty$, logo a professora em formação ratifica os alunos dizendo que a função é decrescente mas a imagem é de 0 a $+\infty$, pois quanto menor for o valor de x, $\forall x \in \mathbb{R}$, maior é o valor de y correspondente.

b.1) qual o ponto de intersecção com o eixo y e o conjunto imagem de cada uma das funções esboçadas?

a.1) $(0, 1) \rightarrow \text{Im }]0, +\infty[$

a.2) $(0, \frac{1}{2}) \rightarrow \text{Im }]0, +\infty[$

a.3) $(0, \frac{1}{4}) \rightarrow \text{Im }]0, +\infty[$

a.4) $(0, 2) \rightarrow \text{Im }]0, +\infty[$

a.5) $(0, 4) \rightarrow \text{Im }]0, +\infty[$

a.2) $y = (\frac{1}{2})^{x+1}$
 $y = (\frac{1}{2})^{0+1}$
 $y = (\frac{1}{2})^1$
 $y = \frac{1}{2}$

Os alunos responderam corretamente a questão b.2, a professora então mostrou que o parâmetro que indica a assíntota que é o da atividade anterior é sempre 0 nas funções desta atividade (Foto 3).



Foto 3: professora em formação mostrando a assíntota das funções

Na questão b.3, foi pedido as diferenças entre o gráfico da função $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$ e o da função $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, foi dito pelos alunos que ocorreria uma translação vertical para baixo, portanto a professora em formação comparou as funções

mostrando que ocorre a translação horizontal para esquerda e foi dito por um aluno em quatorze que muda a interseção com o eixo y . Por meio da explicação eles identificaram na questão b.4 que a diferença entre o gráfico da função $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ e o da função $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ é a interseção com o eixo y e translação horizontal para direita.

b.2) qual a equação da reta que representa a assíntota de cada função esboçada?

$y = 0$

b.3) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$ e o da função $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$?

houver um deslocamento horizontal para a esquerda a interseção com o eixo y muda.

b.4) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ e o da função $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$?

houver um deslocamento horizontal para direita.

Na questão c.1, os alunos são levados então a descrever a transformação geométrica (Foto 4) que, aplicada ao gráfico de $y = a^x$, gera o gráfico de $y = a^{x+p}$, e concluir que há uma translação horizontal para a direita ou para a esquerda do gráfico de $y = a^x$, caso $p < 0$ ou $p > 0$, respectivamente. A professora em formação perguntou qual seria a relação existente entre o parâmetro p e a $y = a^x$, tendo como resposta:

— Toda vez que somar o parâmetro, a função vai para a esquerda e se diminuir vai para direita.

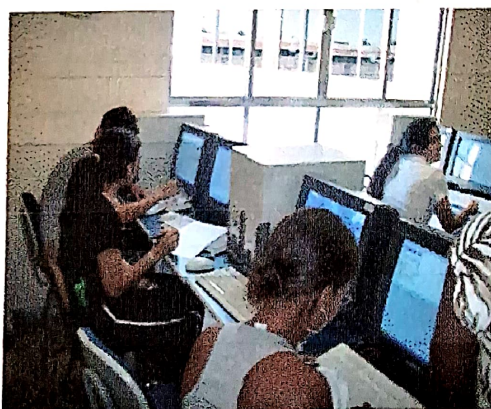


Foto 4: alunos analisando os gráficos da atividade 2

Foi pedido na questão c.2 o ponto de intersecção com o eixo y, alguns alunos responderam que seria o parâmetro dividido por dois, então a professora em formação retornou a explicação de que para intersectar o eixo y o valor de x tem que ser zero, a partir daí os alunos concluíram que o ponto de intersecção é $(0, a^p)$. Nas questões c.3 e c.4 foi pedido, para quais valores de p existe a intersecção com o eixo x e qual a equação da assíntota respectivamente, os alunos responderam corretamente.

c.1) descreva a transformação geométrica que o parâmetro p causa no gráfico da função $y = a^x$.	
	quando p é positivo deslocado para a esquerda, quando é negativo deslocado para a direita.
c.2) em que ponto o gráfico intersecta o eixo y?	$y = a^{x+p}$ $y = a^{0+p}$ $y = a^p$
	$(0, a^p)$
c.3) para quais valores de p existe a intersecção com o eixo x?	
	não há intersecção
c.4) qual a equação da assíntota?	
	$y = 0$

Na próxima atividade, o mesmo tipo de análise é feita para gráficos de funções do tipo $y = c \cdot a^x$ comparando com a função $y = a^x$, sendo a, x e $c \in \mathbb{R}$, $0 < a \neq 1$, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

Os alunos responderam corretamente as questões b.1 e b.2, na qual foi pedido o ponto de intersecção com o eixo y e o conjunto imagem e a equação da reta que representa a assíntota de cada função esboçada, respectivamente.

Na questão b.3 foi pedido as diferenças entre o gráfico da função $y = 3^x$ e o da função $y = 2 \cdot 3^x$, os alunos responderam que houve uma translação horizontal para esquerda, então professora em formação comparou as funções mostrando que ocorre um contração dos gráficos e muda a intersecção com o eixo y. Na questão b.4, que foi pedido as diferenças entre o gráfico da função $y = 3^x$ e o da função $y = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 3^x$, a professora em formação, juntamente com os alunos, comparou mostrando que ocorre um dilatação e reflexão em relação ao eixo x, muda a imagem e a intersecção com o eixo y (Foto 5).

b.1) qual o ponto de intersecção com o eixo y e o conjunto imagem de cada uma das funções esboçadas?

todos os reais post ≠ de 0

a.1) $(0,1)$ $\text{Im} = \mathbb{R}^+$

a.2) $(0,2)$ $\text{Im} = \mathbb{R}^+$

a.3) $(0, \frac{1}{2})$ $\text{Im} = \text{é a mesma de } 0 \text{ à } +\infty$

a.4) $(0,-2)$ $\text{Im} = \mathbb{R}^-$

a.5) $(0, -\frac{1}{2})$ $\text{Im} = \{y \in \mathbb{R} / y < 0\}$

b.2) qual a equação da reta que representa a assintota de cada função esboçada?

$y = 0$

b.3) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = 3^x$ e o da função $y = 2 \cdot 3^x$?

O ponto de intersecção muda. ocorre uma contração (há uma aproximação do eixo y).

b.4) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = 3^x$ e o da função $y = (-\frac{1}{2}) \cdot 3^x$?

Ocorre uma dilatação e uma reflexão em relação ao eixo x.

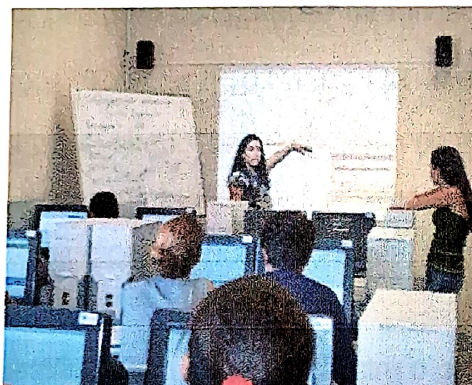


Foto 5: professora em formação mostrando as transformações dos gráficos

Na questão c.1, os alunos são levados então a descrever a transformação geométrica que, aplicada ao gráfico de $y = a^x$, gera o gráfico de $y = c \cdot a^x$, concluindo que, para $|c| > 1$, há uma dilatação vertical do gráfico de $y = a^x$; para $|c| < 1$ há uma compressão (ou contração) vertical. Quando $c < 0$ há uma reflexão em relação ao eixo horizontal que acompanha a dilatação ou compressão vertical. Os alunos tiveram dificuldade em descrever essas transformações, então a professora em formação mostrou todas as transformações geométricas respondendo juntamente com os alunos. Nas questões c.2, c.3 e c.4, que foi pedido o ponto que intersecta o eixo y, para quais valores de c existe a

intersecção com o eixo x e qual a equação da assíntota, respectivamente, os alunos responderam corretamente.

<p>c.1) descreva a transformação geométrica que o parâmetro c causa no gráfico da função $y = a^x$.</p> <p>Quando $c > 1$ ocorre uma translação e quando $c < 1$ ocorre uma dilatação</p> <p>Quando $c < -1$ ocorre uma reflexão e uma dilatação e quando $c > -1$ ocorre uma dilatação e uma reflexão</p> <hr/> <p>c.2) em que ponto o gráfico intersecta o eixo y?</p> <p>(0, c)</p> <hr/> <p>Quando o parâmetro for 2 \rightarrow (0, 2)</p> <p>Quando o parâmetro for c \rightarrow (0, c)</p>	<p>memorização do tipo 5.</p>
--	-------------------------------

<p>c.3) para quais valores de c existe a intersecção com o eixo x?</p> <p>não existe $y = 0$</p> <hr/> <p>c.4) qual a equação da assíntota?</p> <p>$y = 0$</p>

Na atividade 4 foi pedido a comparação da função $y = a^x$ com as funções da forma $y = a^{kx}$, sendo a , x e $k \in \mathbb{R}$, $0 < a \neq 1$, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

Nas questões b.1 e b.2 que foi pedido o ponto de intersecção com o eixo y e o conjunto imagem de cada uma das funções esboçadas e a equação da reta que representa a assíntota de cada função esboçada, respectivamente, os alunos responderam corretamente.

Foi pedido na questão b.3 as diferenças entre o gráfico da função $y = 3^x$ e o da função $y = 3^{2x}$ e entre o gráfico da função $y = 3^x$ e o da função $y = 3^{\frac{1}{2}x}$, na qual houve a necessidade da explicação da professora em formação, pois os alunos tiveram dificuldades em responder. Após a explicação, os alunos conseguiram identificar as diferenças entre os gráficos.

b.1) qual o ponto de intersecção com o eixo y e o conjunto imagem de cada uma das funções esboçadas?
 $(0,1)$ $Im [0, +\infty[$

b.2) qual a equação da reta que representa a assintota de cada função esboçada?
 $y=0$

b.3) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y=3^x$ e o da função $y=3^{2x}$ e entre o gráfico da função $y=3^x$ e o da função $y=3^{\frac{1}{2}x}$?
 1.º ocorreu uma contração
 2.º " " dilatação

A partir da explicação da questão anterior os alunos não tiveram dificuldades em responder a questão b.4, na qual foi pedido as diferenças entre o gráfico da função $y=3^x$ e o da função $y=3^{-x}$ e entre o gráfico da função $y=3^x$ e o da função $y=3^{\frac{1}{2}x}$.

b.4) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y=3^x$ e o da função $y=3^{-x}$ e entre o gráfico da função $y=3^x$ e o da função $y=3^{\frac{1}{2}x}$?
 Na 1.ª ocorreu uma reflexão em relação ao eixo y. Já na 2.ª ocorreu não só uma reflexão em relação ao eixo y, como também uma dilatação

Na questão c.1 foi pedido para descrever a transformação geométrica que o parâmetro k causa no gráfico da função $y=a^x$, a professora em formação respondeu juntamente com os alunos, organizando as conclusões obtidas por eles (Foto 6).

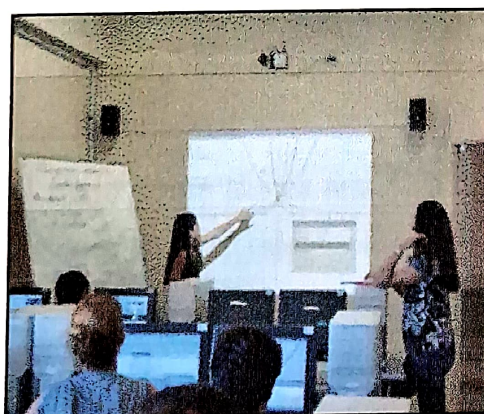


Foto 6: professora em formação mostrando as transformações geométricas

5) Referências:

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David Mauro; PÉRICO, Roberto. *Matemática volume único*. São Paulo Atual, 1997.

LIMA, Elon Lages. *Exame de Textos: Análise de Livros de Matemática para o Ensino Médio*. 1.^a edição. Rio de Janeiro, SBM, 2001.

PEREIRA, Maria Inês Lavinias. *Funções exponenciais a partir de anúncios de jornal*. Disponível em: <http://www.ccmn.ufrj.br/curso/trabalhos/pdf/matematica-trabalhos/conceitos_tecnologias_funcoes/ines.pdf> . Acesso em 26/10/2007.

RIBEIRO A., Prates E., Vergasta E., Dominguez G., Freire I., Borges L., Mascarenhas M. *As funções exponencial e logarítmica*. Disponível em <www.fund198.ufba.br/expo> Acesso em 26/10/2007.

Campos dos Goytacazes, 31 de março de 2009.

Danielle Evangelista Gonçalves
Rebeca Faciel da Costa
Mikelle Rodrigues de Almeida
Suzana Beatriz Ramos Peninha

ANEXOS

Atividade apresentada na turma do LEAMAT II



CEFET
CAMPOS

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense

Ministério
da Educação

Secretaria de Educação
Profissional e Tecnológica

Curso: Licenciatura em Matemática

2008.1

Disciplina: LEAMAT II

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Cálculo

Nome: _____

Atividade 1

Comparação da função $y = a^x$ com as funções da forma $y = a^x + q$, sendo $q \in \mathbb{R}$, $0 < a \neq 1$.

a) Utilizando o WINPLOT, esboce o gráfico de cada uma das funções a seguir, em um mesmo plano cartesiano, observando seu aspecto e as intersecções com os eixos x e y .

a.1) $y = 2^x$ (digite 2^x)

a.4) $y = 2^x - 1$

a.2) $y = 2^x + 1$ (digite $2^x + 1$)

a.5) $y = 2^x - 2$

a.3) $y = 2^x + 2$

b) Baseando-se no que você observou no item anterior, responda às perguntas:

b.1) qual o ponto de intersecção com o eixo y e o conjunto imagem de cada uma das funções esboçadas?

a.1) _____

a.4) _____

a.2) _____

a.5) _____

a.3) _____

b.2) qual a equação da reta que representa a assíntota de cada função esboçada?

a.1) _____

a.4) _____

a.2) _____

a.5) _____

a.3) _____

b.3) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = 2^x + 1$ e o da função $y = 2^x$?

b.4) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = 2^x - 1$ e o da função $y = 2^{x+1}$?

c) Considerando as funções da forma $y = a^x + q$ ($q \in \mathbb{R}$) e $0 < a \neq 1$, responda:

c.1) descreva a transformação geométrica que o parâmetro q causa no gráfico da função $y = a^x$.

c.2) em que ponto o gráfico intersecta o eixo y ?

c.3) para quais valores de q existe a intersecção com o eixo x ?

c.4) qual a equação da assíntota?

Atividade 2

Comparação da função $y = a^x$ com as funções da forma $y = a^{x+p}$, sendo $p \in \mathbb{R}$, $0 < a \neq 1$.

a) Utilizando o WINPLOT, esboce o gráfico de cada uma das funções a seguir, em um mesmo plano cartesiano, observando seu aspecto e as intersecções com os eixos x e y .

a.1) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ (digite $(1/2)^x$)

a.4) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$

a.2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$ (digite $(1/2)^{(x+1)}$)

a.5) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$

a.3) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2}$

b) Baseando-se no que você observou no item anterior, responda às perguntas:

b.1) qual o ponto de intersecção com o eixo y e o conjunto imagem de cada uma das funções esboçadas?

a.1) _____

a.4) _____

a.2) _____

a.5) _____

a.3) _____

b.2) qual a equação da reta que representa a assíntota de cada função esboçada?

a.1) _____

a.4) _____

a.2) _____

a.5) _____

a.3) _____

b.3) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$ e o da função

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x ?$$

b.4) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ e o da função

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x ?$$

c) Considerando as funções da forma $y = a^{x+p}$ ($p \in \mathbb{R}$) e $0 < a \neq 1$, responda:

c.1) descreva a transformação geométrica que o parâmetro p causa no gráfico da função $y = a^x$.

c.2) em que ponto o gráfico intersecta o eixo y?

c.3) para quais valores de p existe a intersecção com o eixo x?

c.4) qual a equação da assíntota?

Atividade 3

Comparação da função $y = a^x$ com as funções da forma $y = a^{kx}$, sendo $k \in \mathbb{R}$, $0 < a \neq 1$.

a) Utilizando o WINPLOT, esboce o gráfico de cada uma das funções a seguir, em um mesmo plano cartesiano, observando seu aspecto e as intersecções com os eixos x e y .

a.1) $y = 3^x$ (digite 3^x)

a.6) $y = 3^{-x}$ (digite 3^{-x})

a.2) $y = 3^{2x}$ (digite $3^{(2x)}$)

a.7) $y = 3^{-3x}$ (digite $3^{(-3x)}$)

a.3) $y = 3^{\frac{1}{2}x}$

a.8) $y = 3^{\frac{1}{2}x}$

a.4) $y = 3^{\frac{3}{2}x}$

a.9) $y = 3^{-2x}$

a.5) $y = 3^{\frac{1}{4}x}$

b) Baseando-se no que você observou no item anterior, responda às perguntas:

b.1) qual o ponto de intersecção com o eixo y e o conjunto imagem de cada uma das funções esboçadas?

a.1) _____

a.6) _____

a.2) _____

a.7) _____

a.3) _____

a.8) _____

a.4) _____

a.9) _____

a.5) _____

b.2) qual a equação da reta que representa a assíntota de cada função esboçada?

a.1) _____

a.6) _____

a.2) _____

a.7) _____

a.3) _____

a.8) _____

a.4) _____

a.9) _____

a.5) _____

b.3) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = 3^x$ e o da função $y = 3^{2x}$ e entre o gráfico da função $y = 3^x$ e o da função $y = 3^{\frac{1}{2}x}$?

b.4) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y=3^x$ e o da função $y=3^{-x}$ e entre o gráfico da função $y=3^x$ e o da função $y=3^{-\frac{1}{2}x}$?

c) Considerando as funções da forma $y = a^{kx}$ ($k \in \mathbb{R}$) e $0 < a \neq 1$, responda:

c.1) descreva a transformação geométrica que o parâmetro k causa no gráfico da função $y = a^x$.

c.2) em que ponto o gráfico intersecta o eixo y ?

c.3) para quais valores de k existe a intersecção com o eixo x ?

c.4) qual a equação da assíntota?

Atividade 4

Considerando a função $f(x) = e^{2x+1} + 3$ e a partir das observações feitas nos exercícios anteriores, determine o que se pede em cada item:

a) o conjunto imagem.

b) o ponto de intersecção com o eixo y .

c) a equação da assíntota.

d) indique as transformações que ocorreram em relação à função $f(x) = e^x$.

Atividade modificada após a apresentação na turma do LEAMAT II



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense

Ministério
da Educação

Secretaria de Educação
Profissional e Tecnológica

Curso: Licenciatura em Matemática

2008.2

Disciplina: LEAMAT II

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem em Cálculo

Nome: _____

Atividade 1

Comparação da função $y = a^x$ com as funções da forma $y = a^x + q$, sendo a , x e $q \in \mathbb{R}$, $0 < a \neq 1$, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

a) Utilizando o WINPLOT, esboce o gráfico de cada uma das funções a seguir, em um mesmo plano cartesiano, observando seu aspecto e as intersecções com os eixos x e y .

a.1) $y = 2^x$ (digite 2^x)

a.4) $y = 2^x - 1$

a.2) $y = 2^x + 1$ (digite $2^x + 1$)

a.5) $y = 2^x - 2$

a.3) $y = 2^x + 2$

b) Baseando-se no que você observou no item anterior, responda às perguntas:

b.1) qual o ponto de intersecção com o eixo y e o conjunto imagem de cada uma das funções esboçadas?

b.2) qual a equação da reta que representa a assíntota de cada função esboçada?

b.3) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = 2^x + 1$ e o da função $y = 2^x$?

b.4) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = 2^x - 1$ e o da função $y = 2^x$?

c) Considerando as funções da forma $y = a^x + q$ (a, x e $q \in \mathbb{R}$) e $0 < a \neq 1$, responda:

c.1) descreva a transformação geométrica que o parâmetro q causa no gráfico da função $y = a^x$.

c.2) em que ponto o gráfico intersecta o eixo y ?

c.3) para quais valores de q existe a intersecção com o eixo x ?

c.4) qual a equação da assíntota?

Atividade 2

Comparação da função $y = a^x$ com as funções da forma $y = a^{x+p}$, sendo a, x e $p \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1, f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

a) Utilizando o WINPLOT, esboce o gráfico de cada uma das funções a seguir, em um mesmo plano cartesiano, observando seu aspecto e as intersecções com os eixos x e y .

a.1) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ (digite $(1/2)^x$)

a.4) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$

a.2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$ (digite $(1/2)^{(x+1)}$)

a.5) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$

a.3) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2}$

b) Baseando-se no que você observou no item anterior, responda às perguntas:

b.1) qual o ponto de intersecção com o eixo y e o conjunto imagem de cada uma das funções esboçadas?

b.2) qual a equação da reta que representa a assíntota de cada função esboçada?

b.3) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$ e o da função $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$?

b.4) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ e o da função $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$?

c) Considerando as funções da forma $y = a^{x+p}$ (a, x e $p \in \mathbb{R}$) e $0 < a \neq 1$, responda:

c.1) descreva a transformação geométrica que o parâmetro p causa no gráfico da função $y = a^x$.

c.2) em que ponto o gráfico intersecta o eixo y ?

c.3) para quais valores de p existe a intersecção com o eixo x ?

c.4) qual a equação da assíntota?

Atividade 3

Comparação da função $y = a^x$ com as funções da forma $y = c \times a^x$, sendo a, x e $c \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1, f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

a) Utilizando o WINPLOT, esboce o gráfico de cada uma das funções a seguir, em um mesmo plano cartesiano, observando seu aspecto e as intersecções com os eixos x e y .

a.1) $y = 3^x$ (digite 3^x)

a.2) $y = 2 \times 3^x$ (digite $2 * (3^x)$)

a.3) $y = 0,5 \times 3^x$

a.4) $y = (-2) \times 3^x$

a.5) $y = (-0,5) \times 3^x$

b) Baseando-se no que você observou no item anterior, responda às perguntas:

b.1) qual o ponto de intersecção com o eixo y e o conjunto imagem de cada uma das funções esboçadas?

b.2) qual a equação da reta que representa a assíntota de cada função esboçada?

b.3) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = 3^x$ e o da função $y = 2 \times 3^x$

b.4) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = 3^x$ e o da função $y = (-0,5) \times 3^x$?

c) Considerando as funções da forma $y = c \times a^x$, (a , x e $c \in \mathbb{R}$) e $0 < a \neq 1$, responda:

c.1) descreva a transformação geométrica que o parâmetro c causa no gráfico da função $y = a^x$.

c.2) em que ponto o gráfico intersecta o eixo y ?

c.3) para quais valores de c existe a intersecção com o eixo x ?

c.4) qual a equação da assíntota?

Atividade 4

Comparação da função $y = a^x$ com as funções da forma $y = a^{kx}$, sendo a, x e $k \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1, f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

a) Utilizando o WINPLOT, esboce o gráfico de cada uma das funções a seguir, em um mesmo plano cartesiano, observando seu aspecto e as intersecções com os eixos x e y .

a.1) $y = 3^x$ (digite 3^x)

a.6) $y = 3^{-x}$ (digite $3^{(-x)}$)

a.2) $y = 3^{2x}$ (digite $3^{(2x)}$)

a.7) $y = 3^{-3x}$ (digite $3^{(-3x)}$)

a.3) $y = 3^{\frac{1}{2}x}$

a.8) $y = 3^{\frac{1}{2}x}$

a.4) $y = 3^{\frac{3}{2}x}$

a.9) $y = 3^{-2x}$

a.5) $y = 3^{\frac{1}{4}x}$

b) Baseando-se no que você observou no item anterior, responda às perguntas:

b.1) qual o ponto de intersecção com o eixo y e o conjunto imagem de cada uma das funções esboçadas?

b.2) qual a equação da reta que representa a assíntota de cada função esboçada?

b.3) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = 3^x$ e o da função $y = 3^{2x}$ e entre o gráfico da função $y = 3^x$ e o da função $y = 3^{\frac{1}{2}x}$?

b.4) qual(is) a(s) diferença(s) entre o gráfico da função $y = 3^x$ e o da função $y = 3^{-x}$ e entre o gráfico da função $y = 3^x$ e o da função $y = 3^{\frac{1}{2}x}$?

c) Considerando as funções da forma $y = a^{kx}$ ($k \in \mathbb{R}$) e $0 < a \neq 1$, responda:

c.1) descreva a transformação geométrica que o parâmetro k causa no gráfico da função $y = a^x$.

c.2) em que ponto o gráfico intersecta o eixo y ?

c.3) para quais valores de k existe a intersecção com o eixo x ?

c.4) qual a equação da assíntota?

Atividade 5

Considerando a função $f(x) = (-2) \times (e^{2x+1} + 3)$ e a partir das observações feitas nos exercícios anteriores, determine o que se pede em cada item:

a) o conjunto imagem.

b) o ponto de intersecção com o eixo y .

c) a equação da assíntota.

d) indique as transformações que ocorreram em relação à função $f(x) = e^x$.
