



**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

RELATÓRIO LEAMAT III

**INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DAS SOLUÇÕES DE SISTEMAS DO 1º. GRAU
ENSINO E APRENDIZAGEM DE CÁLCULO**

**FLÁVIA DA SILVA GOMES
GILIANE DA SILVA PEREIRA
LARISSA FERREIRA DIAS SILVA
PAOLA MARTINS SIQUEIRA**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2008.2**

FLÁVIA DA SILVA GOMES
GILIANE DA SILVA PEREIRA
LARISSA FERREIRA DIAS SILVA
PAOLA MARTINS SIQUEIRA

RELATÓRIO LEAMAT III
INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DAS SOLUÇÕES DE SISTEMAS DO 1º. GRAU
ENSINO E APRENDIZAGEM DE CÁLCULO

Trabalho apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos como requisito parcial para conclusão da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática I do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof^ª. Carla Antunes Fontes

CAMPOS DOS GOYTACAZES / RJ
2008.2

1) Justificativa

O conceito de função é um dos temas de grande importância na Matemática devido ao fato de ser utilizado em diversas áreas do conhecimento.

Desde muito cedo o ensino de função acompanha a trajetória do aluno. Há pesquisas que destacam preocupações de educadores apontando problemas relacionados ao ensino e aprendizagem do conceito de função. Nota-se também que a maior parte dos alunos apresenta dificuldades em definir e em reconhecer se um gráfico representa ou não uma função. Em geral, as regras são memorizadas ao invés de aprendidas.

Esta atividade será aplicada para a 1ª série do Ensino Médio e o *software* a utilizar será o Winplot, *software* escolhido por apresentar os recursos necessários para resolução das questões.

Os sistemas do 1º grau com duas incógnitas são estudados no Ensino Fundamental e bastante aplicados no Ensino Médio. Na maioria das vezes, o processo de resolução é puramente algébrico, as soluções geométricas raramente são apresentadas aos alunos. Simplesmente considera-se que todas as operações feitas sobre as equações na “resolução por adição” são válidas, sem maiores explicações. É importante que os alunos entendam por que as operações realizadas sobre as equações são válidas, ou seja, o motivo pelo qual a solução do sistema não se altera.

2) Objetivos

Relacionar a álgebra com a geometria, representar graficamente a solução de um sistema de equações do 1º grau com duas variáveis e duas equações, associando, no plano, sistemas possíveis e determinados a retas concorrentes, sistemas possíveis e indeterminados a retas coincidentes e sistemas impossíveis a retas paralelas distintas.

Fazer com que os alunos visualizem, através de gráficos, o que ocorre durante o processo de resolução de um sistema de equações do 1º grau com duas variáveis e, utilizar o *Software* Winplot e alguns de seus recursos (representação de funções implícitas e animações) como elemento facilitador da análise gráfica de sistemas.

3) Atividades desenvolvidas

3.1) Atividades preliminares

As atividades trabalhadas durante as aulas de LEAMAT I, na disciplina de Cálculo, foi: a leitura do artigo “A modelagem matemática e o ensino de funções afins”, o qual apresenta algumas considerações quanto ao uso da modelagem matemática no ensino de funções afins. Nele foi feita uma comparação entre as opções de comissão a serem recebidas por uma vendedora de determinada empresa de cosméticos e foram construídos modelos matemáticos que descreveram esta situação. Foi possível concluir que a utilização da metodologia da modelagem matemática em sala de aula possibilita tanto ao professor quanto ao aluno fazer uma relação das situações do seu dia-a-dia com os conteúdos matemáticos. A utilização de software adequado permite aos alunos a participação na construção dos modelos matemáticos e a construção dos gráficos desses modelos.

A princípio pensamos em abordar apenas as funções de 1º. Grau, porém percebemos que seria mais enriquecedor relacionar a álgebra com a geometria e modificamos o tema do nosso projeto a fim de trabalhar com a interpretação geométrica das soluções de sistemas de 1º grau.

3.2) Relato da aplicação da atividade no grupo de LEAMAT II

Para a elaboração das atividades foram realizadas pesquisas em sites e em alguns livros. Essa atividade envolve questões para serem resolvidas algebricamente e geometricamente utilizando o *software* Winplot.

Com esta atividade, os alunos puderam perceber algebricamente as soluções dos sistemas do 1º grau e observar também, a representação algébrica dessas soluções. O tempo foi suficiente e os alunos não apresentaram dificuldades. Sendo assim, os objetivos dessa atividade foram atingidos.

Após a apresentação para o grupo do LEAMAT foram feitas algumas alterações como o aperfeiçoamento dos enunciados de algumas questões.

Durante a apresentação foi possível perceber geometricamente as soluções do sistema.

3.3) Relato da aplicação da atividade na turma de 3º ano

A aplicação da atividade foi feita na própria instituição CEFET Campos, no laboratório de informática, em que apresentavam vinte computadores, um datashow, um quadro branco, em que todos computadores apresentavam o *software* do Winplot que foi utilizado no desenvolvimento das questões propostas pela atividade aplicada aos alunos do 3º ano.

Os integrantes do chegaram com alguns minutos de antecedência, para verificar a instalação do *software* estava correta, após alguns instantes começaram a chegar os alunos, que se interessaram pelo tema do trabalho, fazendo com que a atividade obtivesse um ótimo desempenho sendo assim a aplicação da atividade foi apenas para dez alunos.

Ao iniciar a introdução, com a explicação das possibilidades das soluções de um sistema linear de 1º grau, foram dados três sistemas cada um com duas equações, para que pudessem resolver algebricamente com utilização do *software*, quando um sistema seria possível determinado, indeterminado e possível e indeterminado. Após, a introdução foi dado início as atividades.

Na primeira questão, foi para eles observarem as transformações que estavam ocorrendo de um sistema para outro, quando uma aluna respondeu: “a reta esta mudando a abertura, a posição”. Chamamos atenção que realmente as retas mudavam de posição, mas a solução continuava a mesma em todos os sistemas.

Na segunda questão, ocorreu tudo certo, os alunos conseguiram verificar que o sistema era possível e indeterminado.

Na terceira questão, ao representar os sistemas geometricamente, os alunos observaram que os dois sistemas eram impossíveis, perguntamos a eles porque eram impossíveis. Dois dos alunos responderam: “as três retas não se cruzam”, “é impossível porque nenhum valor de x e y vai atender as três equações”, as resposta dos alunos foram coerentes.

Na quarta questão, era para determinar qual valor para a constante K, para que o sistema dado fosse possível e determinado, então eles encontram o valor de x e y não duas primeiras equações, e substituíram na última, achando assim o valor de K, uma vez que o valor K depende de x e y no sistema dado. Assim nesta questão foi feita a animação do sistema, para que eles pudessem observar que K pertencia a IR, mas para satisfazer o sistema o valor de K tinha que ser igual a 5.

4) Conclusão

Os alunos puderam perceber que ao trocar a posição das equações de um sistema ou efetuar operações, como por exemplo multiplicar uma das equações por um número K ($K \in \mathbb{R}^*$) a solução deste sistema não se modifica, uma vez que obtemos sistemas equivalentes.

Podemos perceber que com a aplicação da atividade os objetivos foram alcançados, pois os alunos conseguiram relacionar a álgebra com a geometria e entender geometricamente a resolução de um sistema.

FILHO, Roberto. *Equação de 1º grau*. São Paulo: FTD, 2000.

SANTOS, Artur de. *Revisando as funções de 1º grau e de 2º grau com a interatividade de um aplicativo*. Dissertação de mestrado, São Paulo, PUC/SP, 2005. <www.puc.sp.br/Arquivos/Artur%20Santos.pdf>

Prof. Dr. DANIEL Maria Aparecida e Prof. Dr. GADOTTI, Maria Cileme. *A Matemática: Prática e Teoria em Sala de Aula*. São Paulo, Feis do Saber, 2005. <www.pucsp.br/> Acesso em 22/04/2007.

BICKEL, Antônio José Lopes. *Matemática hoje e amanhã*. São Paulo, FTD, 2000.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: livro do professor*. 1ª. ed. São Paulo. Ática, 2004. p. 10

5) Referências

BIANCHINI, Bárbara Lutaif e PUGA, Leila Zardo. Função: diagnosticando registros de representação semiótica

<www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Comunicacoes_Orais%5Cco0018.doc>. Acesso em 17/02/2008.

JESUS, Sílvio L. Assis de. *A Função Afim: Um Enfoque Interdisciplinar*,

<www.ccmn.ufrj.br>. Acesso em 26/10/2007.

FIGUEIREDO, Fabiane Fischer e BISOGNIN, Profª. Drª. Eleni, *A modelagem matemática e o ensino de funções afins*, <www.unifra.br>. Acesso em 26/10/2007.

SANTOS, Antonio dos. *Revisando as funções do 1º grau e do 2º grau com a interatividade de um hiperdocumento*. Dissertação de mestrado, São Paulo, PUC/SP, 2005. <www.pucsp.br>. Acesso em 30/10/2007.

Profª. Drª. BENÁ, Maria Aparecida e Profª. Drª. GADOTTI, Marta Cilene. *A Matemática Presente nas Ciências e na Vida*, São Paulo, Teia do Saber, 2005. <www.pucsp.br>. Acesso em 22/10/2007.

BIGODE, Antônio José Lopes. *Matemática hoje é assim*, São Paulo, FTD, 2000.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: livro do professor*. 1ª. ed. São Paulo: Ática, 2004. vol.1

Anexos

$\frac{1}{s} = \frac{1}{s^2 + 0s + 0} = \frac{1}{s^2} = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s^2}$
 Portanto, a função de transferência é dada por $G(s) = \frac{1}{s^2}$.
 A função de transferência é dada por $G(s) = \frac{1}{s^2}$.
 A função de transferência é dada por $G(s) = \frac{1}{s^2}$.
 A função de transferência é dada por $G(s) = \frac{1}{s^2}$.

EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO: RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE 1º GRAU

a) Para cada um dos blocos existentes, são possíveis as seguintes respostas:
 b) Para cada um dos blocos existentes, são possíveis as seguintes respostas:
 c) Para cada um dos blocos existentes, são possíveis as seguintes respostas:
 d) Para cada um dos blocos existentes, são possíveis as seguintes respostas:
 e) Para cada um dos blocos existentes, são possíveis as seguintes respostas:

Anexo 1 Atividade

a) Para cada um dos blocos, são possíveis as seguintes respostas:
 b) Para cada um dos blocos, são possíveis as seguintes respostas:

a) Para cada um dos blocos, são possíveis as seguintes respostas:
 b) Para cada um dos blocos, são possíveis as seguintes respostas:
 c) Para cada um dos blocos, são possíveis as seguintes respostas:
 d) Para cada um dos blocos, são possíveis as seguintes respostas:
 e) Para cada um dos blocos, são possíveis as seguintes respostas:



Disciplina: LEAMAT III
Curso: Licenciatura em Matemática
2008.2

Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Cálculo

INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DO 1º. GRAU

Para qualquer sistema linear existem três possibilidades a respeito das soluções:

⇒ Uma única solução: neste caso, existe apenas uma solução específica. O conjunto S tem um único elemento. O sistema é dito possível e determinado.

⇒ Nenhuma solução: nesta situação, não existem valores que verifiquem simultaneamente todas as equações do sistema. O conjunto S é vazio. O sistema é dito impossível

⇒ Infinitas soluções: sendo este o caso, é possível explicitar um conjunto S com infinitas soluções. O sistema é dito possível e indeterminado.

Agora é a sua vez! Faça os seguintes sistemas abaixo utilizando o Winplot.

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + y = 9 \\ x - y = 9 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - 2y = -2 \\ 3x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} -3x - 2y = -6 \\ -6x - 4y = -12 \end{cases}$$

ATIVIDADES

1- Dada a resolução algébrica do sistema abaixo, com os recursos do *software* Winplot faça a representação gráfica de cada etapa, escrevendo o conjunto solução.

$$\begin{cases} 3x + y = 9 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases} \quad S = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{cases} 9x + 3y = 27 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases} \quad S = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{cases} 9x + 3y = 27 \\ 11x = 22 \end{cases} \quad S = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{cases} 3x + y = 9 \\ x = 2 \end{cases} \quad S = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases} \quad S = \underline{\hspace{2cm}}$$

2- Agora, faça a resolução algébrica, a representação gráfica e informe a solução do sistema.

a)
$$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ -2x + 4y = -8 \end{cases}$$

3- Represente graficamente, utilizando o *software* e determine a solução, se existir:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 3y = -13 \\ x + 2y = 18 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x + 2y = 18 \\ 3x + 2y = 6 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y = 9 \\ x + 2y = 18 \\ 2x + 3y = 24 \end{cases}$$

4- Encontre o valor de $k \in \mathbb{R}$, para qual o sistema abaixo é possível e determinado.

$$\begin{cases} 3x + y = 9 \\ 2x - 3y = -5 \\ x + y = k \end{cases}$$

Anexo 2
Fotos



Foto 1: Alunos desenvolvendo a atividade.

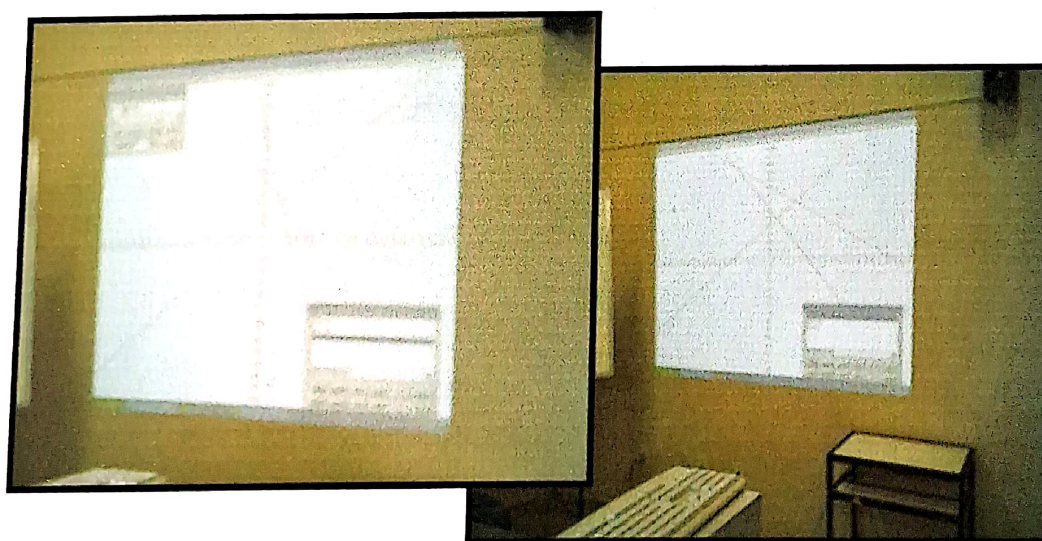


Foto 2: Representação gráfica do sistema.

Campos dos Goytacazes, 31 de março de 2009

Flávia da Silva Gomes
Giliane da Silva Pereira
Marisa Ferreira Dias Silva
Paula Martins Guqueira