



**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS**

Universidade da Tecnologia e do Trabalho

Licenciatura em Matemática



## **O número $e$**

**Danielle Peixoto Artilles Cavaliere da Silva  
Giselle da Rocha Khalil  
Jordana Barreto Gonçalves Bernacchi**

**CAMPOS DOS GOYTACAZES, RJ  
2006**



**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE CAMPOS**

Universidade da Tecnologia e do Trabalho



Licenciatura em Matemática

## **O número *e***

Projeto apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Campos como requisito para conclusão da disciplina de Laboratório de Ensino do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Márcia Valéria Azevedo de Almeida Ribeiro

CAMPOS DOS GOYTACAZES, RJ  
2006 - 2

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	1
DESENVOLVIMENTO.....	2
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	4
BIBLIOGRAFIA.....	5
ANEXOS.....	6
ATIVIDADES.....	7
FOTOGRAFIAS.....	10
ALGUMAS ATIVIDADES RESPONDIDAS PELOS ALUNOS.....	16

**“A Geometria faz com que possamos adquirir o hábito de raciocinar, e esse hábito pode ser empregado, então, na pesquisa da verdade e ajudar-nos na vida.”**

**(Jacques Bernoulli)**

## INTRODUÇÃO

Neste trabalho estudaremos o número "e", que ao longo da história foi muito usado pelos matemáticos e não-matemáticos. O número e aparece em diversas situações, dentre elas podemos destacar: crescimento exponencial, base do logaritmo natural e em aplicações financeiras.

Pretendemos com nosso trabalho apresentar o número "e", tão usado em matemática, como o limite de uma expressão.

Escolhemos esse tema para o nosso trabalho, pois observamos que quando o número e aparece em atividades, no ensino médio, muitas vezes o seu significado não é explorado.

Este trabalho é composto de duas atividades, que foram desenvolvidas com a utilização da calculadora científica.

## DESENVOLVIMENTO

Após escolhermos o tema deste trabalho, pesquisamos em livros e sites tópicos relacionados ao tema escolhido a fim de produzirmos atividades que levassem os alunos a compreender o número e como o limite de uma expressão.

As atividades foram apresentadas, inicialmente, para uma turma de Licenciatura em Matemática, com a finalidade de avaliarmos os pontos que precisam ser acertados antes de aplicarmos para a turma do 2.º ano do Ensino Médio.

Concluimos que esta primeira apresentação foi de grande valia, pois não só nos colocou em contato com uma turma, aumentando assim nossa experiência em sala, como também serviu para ajustarmos todos os detalhes da apresentação para os alunos do Ensino Médio.

No dia 12 de abril de 2007 aplicamos as atividades propostas para uma turma do segundo ano do Ensino Médio de uma Escola Estadual do Município de Campos dos Goytacazes.

Pedimos que os alunos se arrumassem em duplas e logo após distribuimos a primeira atividade junto com as calculadoras científicas.

Já na primeira atividade notamos que os alunos tiveram certa dificuldade para compreender a questão, então demos algumas orientações. Observamos também dificuldade na utilização da calculadora científica.

Após explicações, cada dupla teve facilidade para continuar a atividade, com uns terminando mais rápido que outros.

Após todos terem preenchido a primeira coluna da atividade 1, os alunos perceberam que os valores iam aumentando, sendo que de um resultado para o outro a parte inteira se mantinha e os números após a vírgula também iam se mantendo e outros iam aparecendo.

Pedimos então que preenchessem a segunda coluna e dessa vez, ensinamos como utilizar a tecla de memória da calculadora. Com esse recurso os alunos responderam rapidamente às questões. Corrigimos no quadro e todos notaram que o valor obtido ia ficando mais próximo de zero.

Após anotarmos no quadro as respostas dos alunos e os relatos do que eles observaram, escrevemos a expressão matemática que representa que

quanto maior o valor de  $x$ , o valor de  $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$  se aproxima do número 2,718281828..., ou seja,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 2,718281828... = e.$$

Recolhemos a primeira atividade e entregamos a segunda, que pedia basicamente a mesma coisa da primeira, porém com números menores que zero, nessa atividade vimos a dificuldade dos alunos em trabalhar com números negativos, a maioria não percebeu a necessidade de usar parênteses, novamente intervimos, auxiliando as duplas de alunos.

Corrigimos as respostas no quadro e dessa vez os alunos perceberam que

quanto menor o valor de  $x$ , o valor da expressão  $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$  se aproxima também do número 2,718281828..., ou seja,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 2,718281828... = e.$$

Explicamos para os alunos que  $e$  é um número irracional, pois possui infinitas casa decimais, porém estas não formam período.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideramos que o projeto aplicado cumpriu o seu objetivo e os resultados foram dentro do esperado.

Os alunos mostraram-se interessados.

O número irracional  $e$ , já utilizado por eles, quando estudaram a função exponencial e logaritmos, agora ganhava significado, por meio das atividades aplicadas por nós.

Encerramos nosso trabalho com a satisfação de saber que este foi importante para aqueles a quem se destinava, cumprindo assim com êxito o projeto proposto.

## BIBLIOGRAFIA

**BRASIL.** Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais :Ensino Médio :Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*/Ministério da Educação – Brasília: Ministério da Educação .Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999. 144 p.

**BOYER,** Carl Benjamin. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blucher, 2001.

[www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm17/numeroe.htm](http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm17/numeroe.htm) acessado em 21/04/2007

[pt.wikipedia.org/wiki/Número\\_de\\_Euler](http://pt.wikipedia.org/wiki/Número_de_Euler). Acessado em 21/04/2007

# ANEXOS

CONTÍDOS

## ATIVIDADES

## Atividade 1

### Atividade 1

Utilizando sua calculadora complete a tabela abaixo.

Utilizando sua calculadora complete a tabela abaixo.

x	$E(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$	$F(x) = E(x) - x$
1		
10		
100		
1 000		
10 000		

## Atividade 2

Utilizando sua calculadora complete a tabela abaixo.

x	$E(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$	$F(x) = E(x) - x$
- 1		
- 10		
- 100		
- 1 000		
- 10 000		

## FOTOGRAFIAS

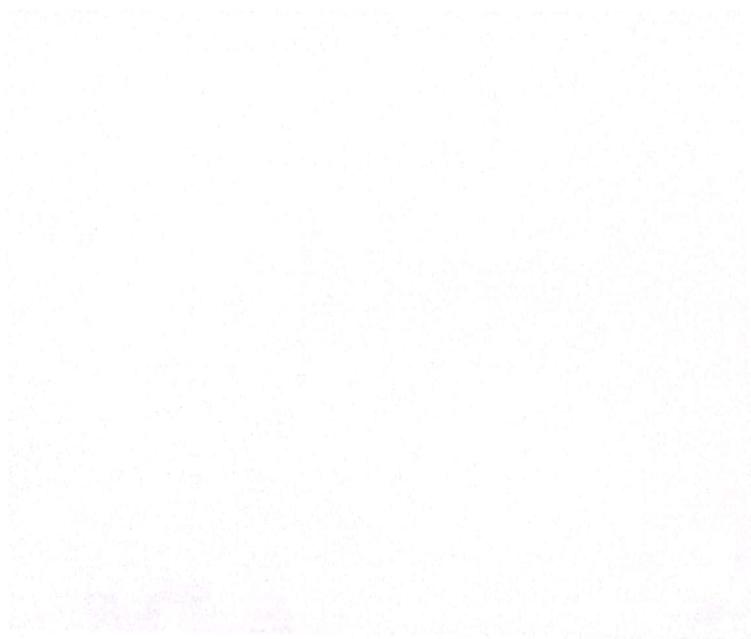


Figura - [illegible]

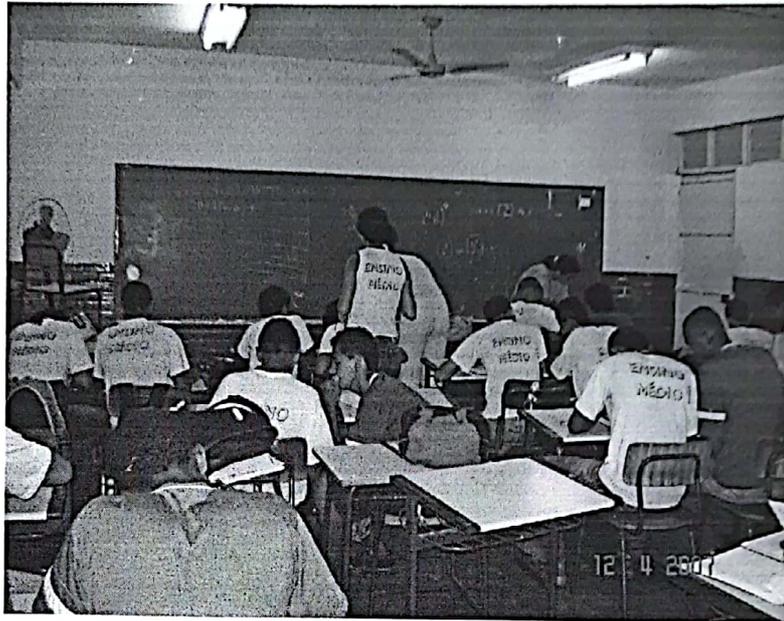


Figura – alunos na primeira atividade

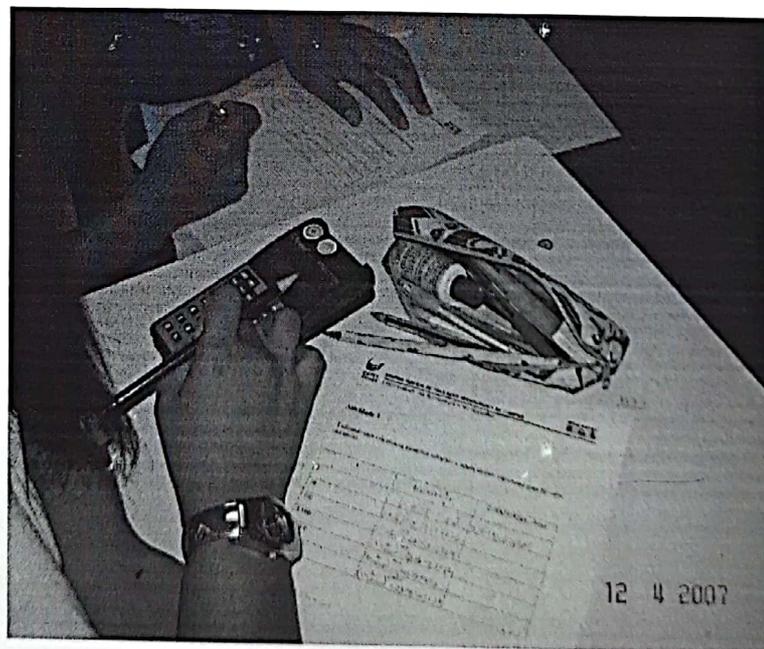


Figura – uso da calculadora

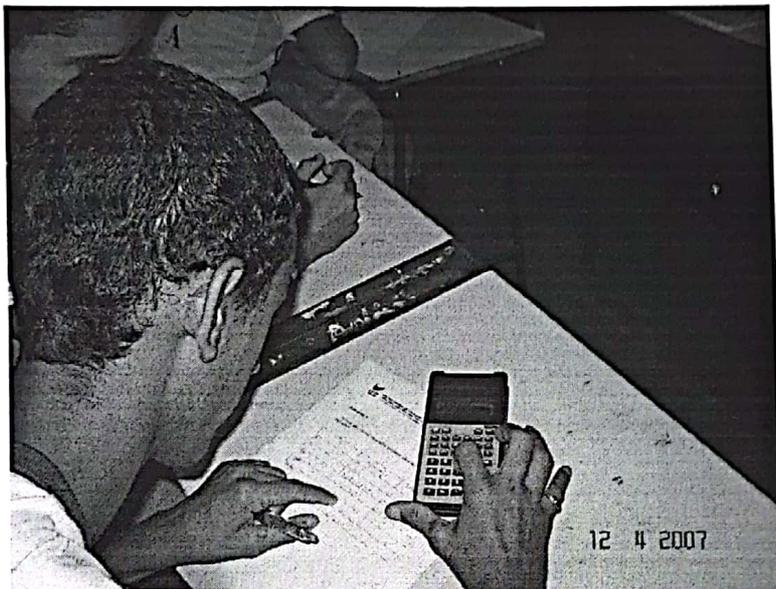


Figura – Alunos usando a calculadora na atividade 1

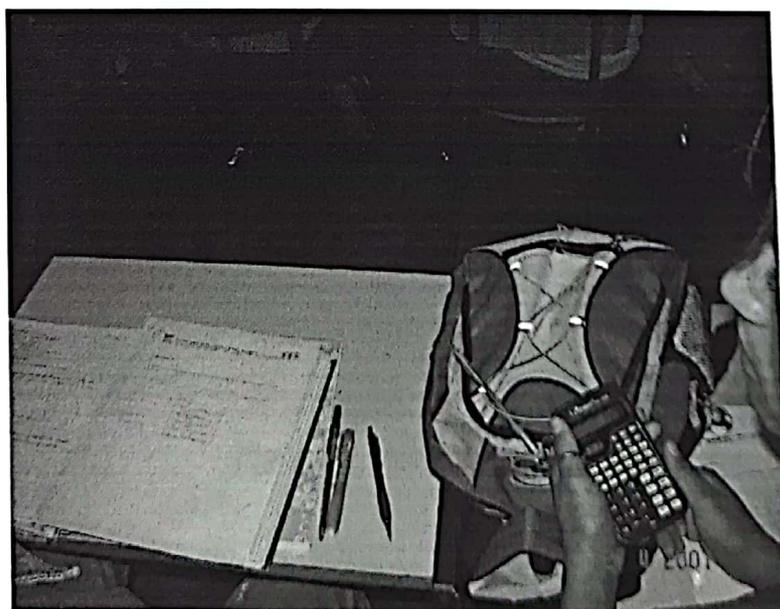


Figura – Alunos usando calculadora

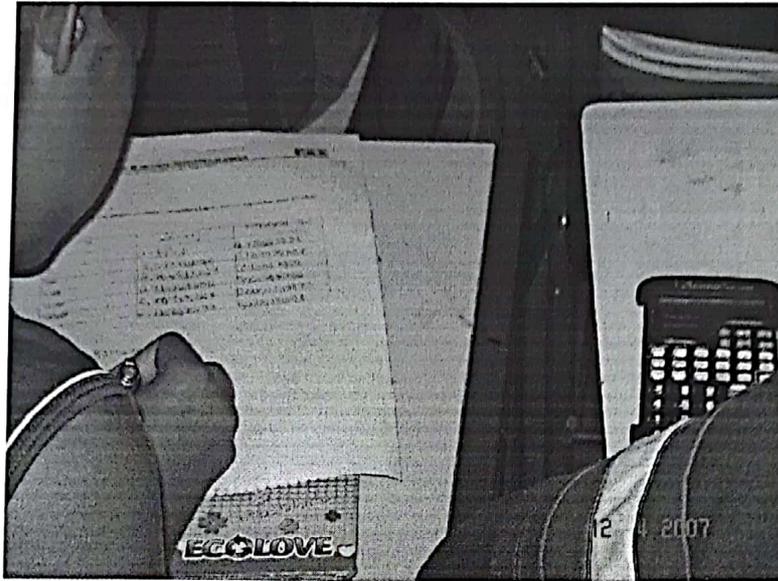


Figura – alunos atividade 2

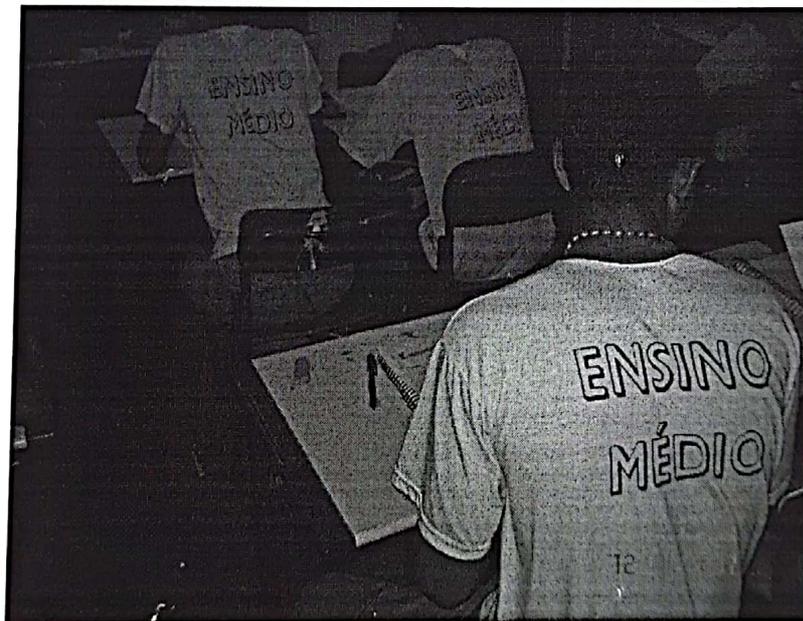


Figura – alunos fazendo atividades



Figura – alunos fazendo atividades

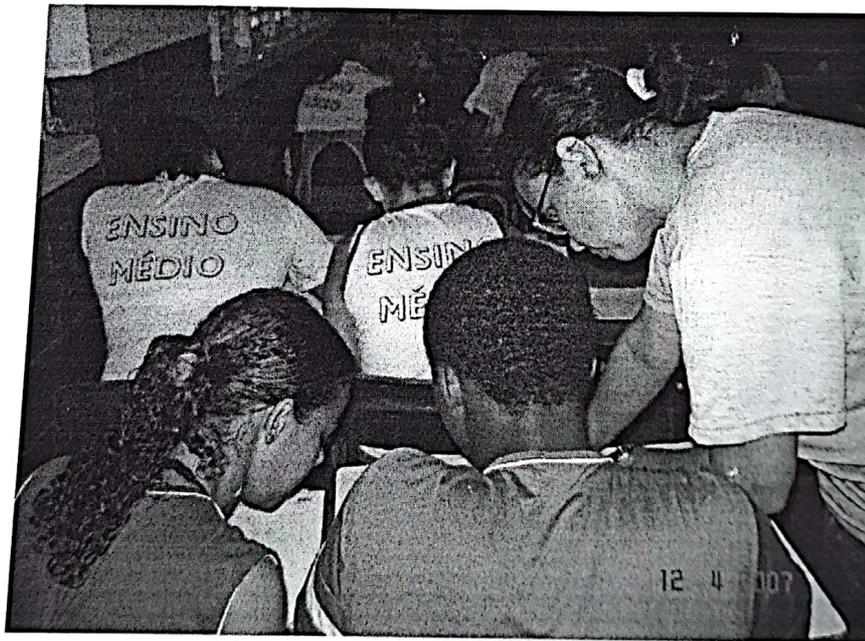


Figura – alunos fazendo atividades

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 2,7182818284\dots = e$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 2,7182818284\dots = e$$

Figura – conclusão no quadro

$x$	$e(x) \cdot \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$	$2,7182818284\dots - e(x)$
1	$\left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 = 2$	0,7182818284
10	2,59374246	0,124539368
100	2,704813829	0,013467999
1000	2,716923932	0,001357896
10000	2,718145927	0,000135901
100000	2,718268237	0,000013591
1000000	2,71828	

Figura – correção das questões no quadro

**ALGUMAS ATIVIDADES RESPONDIDAS  
PELOS ALUNOS**

### Atividade 1

Utilizando uma calculadora científica complete a tabela abaixo. (aproxime para 8 casas decimais)

x	$E(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$	2.7182818284...-E(x)
1	$\left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 = 2$	
10	$\left(1 + \frac{1}{10}\right)^{10} = 2,59374246$	
100	$\left(1 + \frac{1}{100}\right)^{100} = 2,704813829$	
1 000	$\left(1 + \frac{1}{1000}\right)^{1000} = 2,716923932$	
10 000	$\left(1 + \frac{1}{10000}\right)^{10000} = 2,718145927$	
100 000	$\left(1 + \frac{1}{100000}\right)^{100000} = 2,718268237$	

$$2,7182818284 - 2 = 0,7182818284$$

$$2,7182818284 - 2,59374246 = 0,124539368$$

$$2,7182818284 - 2,704813829 = 0,013467999$$

$$2,7182818284 - 2,716923932 = 0,001357896$$

$$2,7182818284 - 2,718145927 = 0,000135901$$

$$2,7182818284 - 2,718268237 = 0,000013591$$

### Atividade 1

Utilizando uma calculadora científica complete a tabela abaixo. (aproxime para 8 casas decimais)

x	$E(x) = (1 + \frac{1}{x})^x$	2.7182818284...-E(x)
1	$(1 + \frac{1}{1})^1 = 2$	0,7182818284...
10	$(1 + \frac{1}{10})^{10} = 2,593742...$	0,124539368...
100	$(1 + \frac{1}{100})^{100} = 2,704813829$	0,013467999...
1 000	$(1 + \frac{1}{1000})^{1000} = 2,716923932$	0,001357896...
10 000	$(1 + \frac{1}{10000})^{10000} = 2,718145927$	0,000135901...
100 000	$(1 + \frac{1}{100000})^{100000} = 2,718268237$	0,000013591...

### Atividade 1

Utilizando uma calculadora científica complete a tabela abaixo. (aproxime para 8 casas decimais)

	x	$E(x) = (1 + \frac{1}{x})^x$	$2.7182818284... - E(x)$
a)	1	$(1 + \frac{1}{1})^1 = 2$	0,7182818284
b)	10	$(1 + \frac{1}{10})^{10} = 2,59374246$	0,124539368
c)	100	$(1 + \frac{1}{100})^{100} = 2,704813829$	0,013467999
d)	1 000	$(1 + \frac{1}{1000})^{1000} = 2,716923932$	0,001357896
e)	10 000	$(1 + \frac{1}{10000})^{10000} = 2,718145927$	0,000135901
f)	100 000	$(1 + \frac{1}{100000})^{100000} = 2,718268237$	0,000013591

### Atividade 1

Utilizando uma calculadora científica complete a tabela abaixo. (aproxime para 8 casas decimais)

x	$E(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$	$2.7182818284\dots - E(x)$
1	$\left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 = 2$	0,718281828
10	$\left(1 + \frac{1}{10}\right)^{10} = 2,59374246$	0,124539368
100	$\left(1 + \frac{1}{100}\right)^{100} = 2,704813829$	0,013467999
1 000	$\left(1 + \frac{1}{1000}\right)^{1000} = 2,716923932$	0,001357896
10 000	$\left(1 + \frac{1}{10000}\right)^{10000} = 2,718145927$	0,000135901
100 000	$\left(1 + \frac{1}{100000}\right)^{100000} = 2,704813828$	0,013468